حساب

چھٹی جماعت

EE39LB

ଗଣିତ

ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ

اڈیشا اسکول تعلیمی پروگرام اتھاریٹی،
بھوبنیشور

محکمۂ تعلیم اساتذہ اور صوبائی تحقیقی وتربیتی ادارہ برائے تعلیم،
اڈیشا، بھوبنیشور

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ, ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

حساب

چھٹی جماعت

حکومت اڈیشا کے محکمۂ اسکول اور تعلیم عامہ اور تحقیقی و تربیتی ادارہ برائے تعلیم کی جانب سے اس کتاب کی تصنیف و تالیف کے لیے مقرر کردہ مجلسِ ادارات کے ارکین:

مصنف

☆ پروفیسر دیانیدھی پریڈا
☆ ڈاکٹر نلینی کانت مشرا
☆ شری نگیندر کمار مشرا
☆ شری تاپس کمار نایک
☆ شری پرسنہ کمار ساہو
☆ شری چتر بھوج پردھان

مترجمین:

محمد غلام طاہر
شیخ جہانگیر
محمد یعقوب

کوآرڈی نیٹر:

ڈاکٹر تلوتما سیناپتی
ڈاکٹر سبیتا ساہو

نظرثانی

☆ شری مدن موہن مہانتی
☆ شری تاپس کمار نایک
☆ ڈاکٹر بام دیو ترپاٹھی

نگرانی و نظرثانی:

پروفیسر کرامت علی کرامت
محمد فاروق افضل

تصحیح زبان:

سید غلام ربانی
محمد افضل پرویز

ناشر : محکمۂ اسکول و تعلیمِ عامّہ، اڈیشا سرکار

سن اشاعت : 2010
2019

ترتیب : محکمۂ تعلیمِ اساتذہ اور صوبائی تحقیقی و تربیتی ادارہ برائے تعلیم، اڈیشا، بھوبنیشور
اور
ادارۂ نشر و اشاعت برائے کتبِ تعلیم و تدریس صوبۂ اڈیشا، بھوبنیشور

مکتبہ : درسی کتاب چھپائی و فروخت، بھوبنیشور

میں یہ سمجھتا ہوں کہ کتابی علم ہی اصل تعلیم نہیں ہے۔ سچا علم تو کردار سازی اور فرض سے آگاہی ہے۔ اُپنیشدوں کی شرح میں لکھا ہے کہ پہلا آشرم یعنی برہم چریہ آشرم، سنیاس آشرم کے برابر ہے۔ اس کا مجھ پر گہرا اثر پڑا ہے۔ تفریح اور دل لگی صرف ایک خاص عمر تک ہی اچھی لگتی ہے۔ بارہ برس کی عمر کے بعد تفریح اور دل لگی کا بہت ہی کم بلکہ نہیں کے برابر ہی موقع مجھے ملا ہے۔

دنیا میں تین باتیں اہم ہیں۔ ان کو حاصل کر کے تم دنیا کے کسی بھی کونے میں جاؤ گے تو اپنا گزارا کر سکو گے۔ اپنی روح کا اپنے آپ کا اور خدا کا سچا عرفان حاصل کرنا۔ اس کا مطلب یہ نہیں کہ تمہیں کتابی علم نہیں ملے گا وہ تو ملے گا ہی۔ کتابی علم تو اس لیے ہوتا ہے کہ جو کچھ تمہیں ملا ہے اسے تم دوسروں کو دے سکو۔

mkgandhi

ہمارا قومی گیت

جن گن من ادھی نایک جئے ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
پنجاب سیندھ گجرات مراٹھا
دراوڑ اتکل بنگا
وندھیا ہماچل یمونا گنگا
اچھل جلدھی ترنگا
تب شبھ نامے جاگے
تب شبھ آشس ماگے
گاہے تب جئے گاتھا
جن گن منگل دایک جئے ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
جئے ہے جئے ہے جئے ہے
جئے جئے جئے جئے ہے

☆☆☆

فہرست

باب	مضامین	صفحہ نمبر
پہلا باب	اعداد کی جانکاری	1
دوسرا باب	اعاد سے متعلق مزید جانکاری	12
تیسرا باب	جیومیٹری کی بنیادی جانکاری	34
چوتھا باب	فطری اعداد	57
پانچواں باب	کسری اعداد	86
چھٹا باب	اعشاریہ عدد	109
ساتواں باب	تجارتی حساب	121
اٹھواں باب	عددِ صحیح	138
نواں باب	مستوی پر واقع جیومیٹری کی شکلیں	158
دسواں باب	الجبرا کا تعارف	177
گیارہواں باب	پیمائش	197
بارہواں باب	مواد کی فراہمی اور اس کا تجزیہ	209
تیرھواں باب	جیومیٹریکل شکلوں کی بناوٹیں	220

ہندوستان کا دستورالعمل

تعارف

ہم ہندوستانی ہندوستان کو ایک اعلیٰ اشترا کی غیر جانب مذہبی جمہوری ملی طور پر قائم کرنے کے واسطے مضبوط عزائم لے کر اور اس کے شہریوں کو

- سماجی، اقتصادی اور سیاسی انصاف
- فکر وفہم، خود اعتمادی، بھروسہ، مذہبی عقیدہ اور دینی آزادی
- حالات اور سہولت، مواقع کی برابری کا تحفظ فراہم کرنے تاہم
- شخصی وقار اور ملک کی سالمیت و یکجہتی کو مستحکم کر کے

ان کے درمیان بھائی چارہ کا حوصلہ بڑھانے کے لیے

اسی ۱۹۴۹ء نومبر ۲۶ ر تاریخ کے دن ہمارے دستورالعمل کے نفاض کی محفل میں انہیں کے ذریعہ اس دستورالعمل کو منظور اور نافض کر رہے ہیں بلکہ ہم خود کو سونپ رہے ہیں۔

پہلا باب

اعداد کی جانکاری

EEC5HY

جیسا کہ ہمیں معلوم ہے۔

ہم سب پہلے ہی سے عدد کی جانکاری رکھتے ہیں۔ چیزوں کی گنتی کے لیے ہم لوگ عدد کا استعمال کرتے ہیں۔ جس طرح دو ٹوکریوں میں رکھی گئی چیزوں کے درمیان کس میں زیادہ اور کس میں کم مقدار کی چیزیں ہیں، اسے جاننے کے لیے ہمیں عدد کا استعمال کرنا پڑتا ہے۔ آپ کن کن حالات میں اعداد کا استعمال کرتے ہیں اس کی دو مثالیں دیجیے۔

زیادہ تعداد والی چیزوں کو گننے کے لیے عام طور سے ہم لوگ بڑے عدد کا استعمال کرتے ہیں۔ مثلاً مکان کی تیاری کے وقت ضرورت پڑنے والی اینٹوں کی تعداد، ایک ٹرک میں بھرے ہوئے سنترے کی تعداد، تمہارے بلاک اور ضلع کے لوگوں کی تعداد وغیرہ۔ آیئے ہم ان سب کی یادیں تازہ کریں۔

ذیل میں دی گئی مثالوں پر غور کیجیے:

پانچ آدمیوں نے اپنے اپنے پاس بک میں کتنے کتنے روپے جمع رکھے تھے انہیں ذیل میں درج کیا گیا ہے۔

عبداللہ	سکندر	لطیفہ	آدم	جمیل
100000	456349	280593	350000	187532

اب ذیل میں دیے گیے سوالات کے جواب لکھیے:

☆ کس کے پاس کتنے روپیے ہیں بتائیے۔ ہر ایک کے پاس رکھے ہوئے روپیوں کی مقدار کو کوما (،) استعمال کرتے ہوئے لکھیے۔ جیسے 1,00,000

☆ کس کے پاس بک میں سب سے زیادہ روپیہ ہے؟

☆ کس کے پاس بک میں سب سے کم روپیہ ہے؟

☆ پانچ آدمیوں کے پاس روپے کی مقدار کو زیادہ سے کم کی ترتیب میں سجا کر لکھیے۔

ہم لوگ جانتے ہیں: **ایک لاکھ = 10 ہزار یا 10 ایوُت = 100 ہزار**

1.2 کروڑ تک کی جان کاری:

غور کیجیے:

☆ چار ہندسوں والا سب سے بڑا عدد = 9999

9999 + 1 = 10,000

9999 میں ایک ملانے سے (یعنی 1 جمع کرنے سے) حاصل جمع پانچ ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد ہوتا ہے۔

اسی طرح پانچ ہندسوں والے سب سے بڑے عدد میں 1 ملانے سے حاصل جمع کتنا ہوگا؟

(چھ ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد) 99,999 +1= 1,00,000

خود سے کر کے دیکھیے:

چھ ہندسوں والے سب سے بڑے عدد میں 1 جمع کرنے سے حاصل جمع کتنا ہوا کہیے۔

یہ عدد سات ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد ہوتا ہے کیا؟

نیچے دی گئی عبارت کو آپ اپنی کاپی میں لکھ کر خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

ایک ہندسہ والا سب سے بڑا عدد (9) + 1 = 10 (دو ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد)

دو ہندسوں والا سب سے بڑا عدد (99) + 1 = 100 (تین ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد)

تین ہندسوں والا سب سے بڑا عدد (999) + 1 = 100 (چار ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد)

چار ہندسوں والا سب سے بڑا عدد (9999) + 1 = ... (پانچ ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد)

پانچ ہندسوں والاسبسے بڑا عدد (............) + 1 = ... (چھ ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد)

چھ ہندسوں والاسبڑا عدد (............) + 1 = ... (سات ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد)

سات ہندسوں والاسب سے بڑا عدد (............) + 1 = 10000000 (آٹھ ہندسوں والاسب سے چھوٹاعدد)

کوما (،) استعمال کر کے ایک کروڑ (10000000) کو 1,00,00,000 اس طرح لکھا جاتا ہے۔

مختلف جگہوں پر ہم لوگ ایک کروڑ سے بھی بڑا عدد استعمال کرتے ہیں۔ جیسے ہمارے ریاست کے لوگوں کی تعداد۔۔

ایک کروڑ کے ساتھ دوسری اکائیوں کا جو تعلق دیا گیا ہے غور کیجیے۔

1 کے داہنے طرف سات صفر لکھنے سے 1 کروڑ ہوگا۔

1 کے داہنے طرف آٹھ صفر لکھنے سے کون سا عدد ہوگا؟

ایک سو = 10 دس یا 10 دس

ایک ہزار = 10 سو یا 100 دس

ایک لاکھ = 100 ہزار یا 100 دس

ایک کروڑ = 100 لاکھ یا 100,000 دس

ایک سو = 10 دس یا

ایک ہزار = 10 سو یا 100 دس

ایک لاکھ = 100 ہزار یا 1000 دس

ایک کروڑ = 100 لاکھ یا 100,000 دس

مشق 1.1

1۔ آٹھ ہندسوں والے سب سے چھوٹے عدد سے شروع کر کے بعد والے پانچ اعداد کو مناسب جگہوں میں کوما (،) کے استعمال کے ساتھ لکھیے اور پڑھیے۔

2۔ اس خانے میں دیے گیے ہندسوں کو لے کر پانچ عدد آٹھ ہندسوں والے اعداد لکھیے ۔انہیں اعداد کے نام لفظوں میں لکھیے ۔(جیسے 15 کا عددی نام ہوتا ہے پندرہ)

1	0	2
5	6	3
7	4	8

3۔ آٹھ ہندسوں والا ایسا عدد بنایئے جس کا ہندسہ برابر ہو۔اس طرح کے جتنے عدد ممکن ہوں انہیں لکھیے ۔

4۔ (i) صرف دو ہندسوں کو استعمال کر کے اس طرح ایک آٹھ ہندسوں والا عدد لکھیے جس کے ہندسوں کو الٹی ترتیب سے لکھنے پر ملنے والا عدد اصل عدد کے برابر ہوگا۔

(ii) تین ہندسوں کو استعمال کر کے اس طرح آٹھ ہندسوں والا عدد لکھیے جس کے ہندسوں کا مجموعہ 8 ہوگا۔

1.3 بڑے عددوں کی مقامی قیمت:

اکائی	دہائی	سیکڑہ
3	5	2

سکینہ نے بڑے عدد کو لکھنے اور پڑھنے کے لیے ایک طریقہ نکالا ۔اس نے 253 کو لکھنے کے لیے اکائی ، دہائی اور سیکڑہ استعمال کر کے کس طرح لکھا اسے ذیل میں بتایا گیا ہے ۔غور کیجیے۔

تفصیلی طور پر کس طرح لکھا گیا ہے دیکھیے :

2x100+5x10+3

اکائی	دہائی	سیکڑہ	ہزار
4	0	9	3

اسی طرح 3904 کو کس طرح لکھا جایے گا؟

تفصیلی شکل میں:

3x1000+9x100+0x10+4

اسی طرح چھ ہندسوں والے اعداد کو لکھنے کے لیے کس طرح اکائی والا نقشہ استعمال کیا جا سکتا ہے اسے ذیل کے مثال نمبر ا

مثال نمبر:1

370659 کو تفصیلی شکل میں لکھیے:

حل

لاکھ	دس ہزار	ہزار	سیکڑہ	دہائی	اکائی
3	7	0	6	5	9

اوپر کے عدد کو تفصیلی شکل میں اس طرح لکھا جا سکتا ہے:

3x100000+7x10000+0x1000+6x100+5x10+9

مثال:2

43513098 کو تفصیلی شکل میں لکھیے:

حل: پہلے 43513098 کو مقامی قیمت کے جدول لکھا جایے۔

کروڑ	دس لاکھ	لاکھ	دس ہزار	ہزار	سیکڑہ	دہائی	اکائی
4	3	5	1	3	0	9	8

اسے تفصیلی شکل میں اس طرح لکھا جایے گا:

4x10000000+3x100000+5x100000+1x10000+3x1000+0x100+9x10+8

غور کیجیے:

43513098 میں 4 کروڑ کی جگہ پر ہے۔اس لیے 4 کی مقامی قیمت ہے 4 کروڑ، نیوت یا دس لاکھ کی جگہ پر 3 ہے۔اس لیے 3 کی مقامی قیمت ہے 3 دس لاکھ، لاکھ کی جگہ پر 5 ہے اس لیے 5 کی مقامی قیمت 5 لاکھ ہے، 1 کی مقامی قیمت دس ہزار یا 1 ایوت ہے یا دس ہزار 3 کی مقامی قیمت 3 ہزار، 0 کی مقامی قیمت 0 سیکڑہ یا 0، 9 کی مقامی قیمت 9 دہائی یا 90، 8 کی مقامی قیمت 8 اکائی یا 8

کیا آپ جانتے ہیں؟
43513098 میں
اکائی کا مقامی ہندسہ ہے 8،
دہائی کا مقامی ہندسہ ہے 9
سیکڑہ کا مقامی ہندسہ ہے 0

عدد کے پڑھنے اور لکھنے میں کوما (،) کا استعمال:

تم نے یقینی طور پر غور کیا ہوگا کہ بڑے اعداد کو لکھتے وقت کوما (،) کا استعمال کیا جاتا ہے۔ کوما استعمال کرنے سے بڑے اعداد کو پڑھنا اور لکھنا آسان ہوتا ہے۔ ہندوستانی اعداد لکھنے کے طریقے میں ہزار، لاکھ اور کروڑ کے مقام کو بتانے کے لیے کوما (،) کا استعمال کیا جاتا ہے۔ غور کیجیے:

32579864 کو کوما استعمال کر کے اس طرح 3,25,79,864 شکل میں لکھا جاتا ہے۔ یہاں پر پہلے کوما (،) دائیں جانب تین ہندسوں کو چھوڑ کر استعمال کیا گیا ہے۔ اسی طرح دوسرا کوما (،) اس کے بعد دو ہندسہ چھوڑ کر (یعنی دائیں طرف سے پانچویں ہندسہ کے بعد) استعمال کیا گیا ہے۔ تیسرا کوما، اور بھی دو ہندسوں کے بعد استعمال کیا گیا ہے۔ تیسرا کوما (،) 10 لاکھ کے بعد استعمال کیا گیا ہے۔ اور یہ کروڑ کی نشان دہی کرتا ہے۔ مثال کے طور پر 4,08,01,592: اسے چار کروڑ آٹھ لاکھ ایک ہزار پانچ سو بیانوے کے طور پر پڑھا جائیے گا۔

آپ اسی طرح کے پانچ آٹھ ہندسوں والے اعداد کی پانچ مثالیں بنا کر پڑھنے کی کوشش کیجیے۔

> جانتے ہیں کیا؟
> کسی عدد کا نام لکھتے وقت کوما (،) کا استعمال نہیں کیا جاتا ہے۔

بین الاقوامی سطح پر اعداد لکھنے کے طریقے میں ہزار اور نیوت کی جگہ کے بعد کوما (،) کا استعمال کیا جاتا ہے۔ جیسے 50801792 کو کوما (،) استعمال کر کے بین الاقوامی طریقے میں 50,801,792 کے طور پر لکھا جایے گا۔ مگر ہندستانی طریقے میں 5,08, 01,792 کے طور پر لکھا جاتا ہے۔ اس جماعت کی کتاب میں ہندوستانی اعداد لکھنے کا طریقہ استعمال کیا گیا ہے۔

مشق: 1.2

1۔ مناسب جگہوں پر کوما (،) استعمال کر کے ذیل میں دیے گیے اعداد کو لکھیے اور ہر عدد کے نام لکھیے۔

320418, 7538425, 13247819, 10702000, 53214803

2۔ صرف 3،4،0 اور 7 ان ہندسوں کو استعمال کر کے چھ ہندسوں والے پانچ عدد اور آٹھ ہندسوں والے پانچ عدد لکھیے۔

(i) ہر ایک عدد کو اسانی سے پڑھنے کے لیے کوما (،) استعمال کیجیے۔

(ii) اعداد کو بڑے سے چھوٹے کی ترتیب میں سجا کر لکھیے۔

3۔ صرف 8،0،1 اور 4 کو استعمال کر کے آٹھ ہندسوں والا سب سے بڑا عدد اور آٹھ ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد لکھیے۔ (ہر ایک عدد میں چاروں ہندسے استعمال ہویے ہون) ان اعداد کو تفصیلی شکل میں لکھیے۔

4۔ کسی بینک میں ہفتہ بھر کے اندر کس روز کل کتنے روپے جمع کیے گیے تھے اس کی تفصیل ذیل میں دی گئی ہے۔

منگل	پیر
86,92,945	1,23,64,072
جمعرات	بدھ
1,08,72,666	89,80,001
سنیچر	جمعہ
60,12,010	90,72,709

اسے دیکھ کر ذیل کے سوالات کے جواب لکھیے۔

(i) کس دن کتنے روپے جمع کیے گیے تھے لفظوں میں لکھیے۔

(ii) کس دن سب سے زیادہ روپے جمع کیے گیے؟

(iii) کس کس روز 90 لاکھ روپے سے بھی زیادہ مقدار میں روپے جمع کیے گیے؟

5۔(i) کسی عدد میں لاکھ کی جگہ پر 4، دس ہزار کی جگہ پر 7، ہزار کی جگہ پر 2، سیکڑہ کی جگہ پر 0، دہائی کی جگہ پر 8، اور اکائی کی جگہ پر 5 ہے۔ وہ عدد کیا ہے لکھیے۔

(ii) سلمٰی نے ایک کاغذ پر کوئی عدد لکھا۔ اس عدد کی اکائی کی جگہ پر 5، ہزار کی جگہ پر 2، سیکڑہ کی جگہ پر 2، لاکھ کی جگہ پر 5، دس لاکھ کی جگہ پر 3، کروڑ کی جگہ پر 1، نیوت کی جگہ پر 7، اور دس کی جگہ پر 4 تھا، بتایئے سلمٰی نے کون سا عدد لکھا؟

(iii) یوسف نے آٹھ ہندسوں والا عدد لکھا اسکے ہزار کی جگہ پر 3 کروڑ کی جگہ پر 7، دہائی اور اکائی دونوں جگہوں پر 4 اور باقی تمام جگہوں پر 0 لکھا تھا سا نے کون سا عدد لکھا تھا۔ اس عدد کو الٹا کر لکھنے سے کون سا عدد ملے گا؟

6۔ (i) 32759084 میں 2,9,8,4 کی مقامی قیمتیں لکھیے۔

(ii) 375248 میں ہر ایک ہندسے کی مقامی قیمت لکھیے۔ اس عدد کو الٹا کر لکھنے سے جو عدد ملے گا اس کے ہر ہندسے کی مقامی قیمت الگ الگ طور پر لکھیے۔

(iii) آپ اپنی مرضی کے مطابق ایک آٹھ ہندسوں والا عدد لکھیے اسی عدد کے ہر ایک ہندسے کی مقامی قیمت لکھیے۔

(iv) آٹھ ہندسوں والا سب سے چھوٹا اور سب سے بڑا اعداد کو لکھیے۔

> اعداد میں مزہ
> 11111111 میں ہندسوں کا جمع 8
> 22222222 میں ہندسوں کا جمع 16
> 33333333 میں ہندسوں کا جمع 24
> 44444444 میں ہندسوں کا جمع 32
> 55555555 میں ہندسوں کا جمع 40
> ذیل میں دیے اعداد کا ہندسہ کا حاصل جمع کتنا ہوگا بغیر ملا کر کہو۔
> 77777777،66666666
> 99999999، 88888888

1.4 کون آگے، کون پیچھے:

استاد اگلے صفحہ پر دیے گیے اعداد کو نقل کر کے بلیک بورڈ پر لکھیں اور لکھے گیے اعداد میں تین لگاتار عدد کو چن کر ایک قطار

532121	421969	6355971	800001	6355970
421970	481717	800000	481716	532122
799999	6355972	532123	421971	481715

☆ استاد کی ہدایت کے مطابق عددوں کو سجائیے:

☆ استاد نے کتنے عدد لکھے تھے؟

☆ آپ نے ان عددوں کو کتنی قطاروں میں سجایا۔

☆ ضرور ایک قطار میں 532121، 532122، 532123 لکھے ہوں گے۔

☆ تینوں عددوں کے بیچ والا اعداد کون سا ہے اس کے پہلے والا اور اس کے بعد والا عدد کیا ہے۔

☆ آپ ہر لائن میں لکھے گیے درمیانی عدد کی شان دہی کرائیے۔اسی عدد کے پہلے اور بعد والے عدد کو لکھیے۔

اب ہم کو معلوم ہوا کہ:

کسی عدد میں ایک جوڑنے سے ٹھیک اس کے بعد والا عدد ملتا ہے۔اور کسی عدد سے ایک گھٹانے سے اس کے پہلے والا عدد ملتا ہے۔

خود کر کے دیکھیے:

123456 اور 123460 کے درمیانی اعداد ہیں 123457، 123458، 123459

9876539 اور 9876549 کے درمیانی اعداد ہیں:..

4689432 اور 4689437 کے درمیانی اعداد ہیں:..

8004315 اور 8004320 کے درمیانی اعداد ہیں:..

7655458 اور 7655463 کے درمیانی اعداد ہیں:..

7999998 اور 8000003 کے درمیانی اعداد ہیں:..

مشق 1.3

1۔ ذیل میں دی گئی مثال کی طرح ایک قطار کے درمیانی خانہ میں دیے گیے عدد کے ماقبل عدد (پہلے والا) اور کنندہ عدد (بعد والا) لکھیں۔

بعد والا عدد	عدد	پہلے والا عدد
10,001	10,000	9999
	10090	
	29999	
	586452	
	358610	
	555555	
	708000	
	999999	

2۔ (i) کسی عدد کے ٹھیک پہلے اور ٹھیک بعد والے عدد کے درمیان کتنا فرق ہے؟

(ii) کسی جفت (even) عدد کے ٹھیک پہلے اور ٹھیک بعد والا عدد جفت ہوگا کیا؟ ایک مثال لے کر جانچ کر کے دیکھیے۔

(iii) ایک کروڑ کے ٹھیک پہلے اور ٹھیک بعد والا عدد لکھیے؟

(iv) اپنی مرضی کے مطابق آٹھ ہندسوں والے پانچ اعداد لکھیے۔ ہر عدد کے ٹھیک پہلے اور ٹھیک بعد والا عدد لکھیے؟

3۔ تین ہندسوں والا ایک عدد لیجیے۔اس عدد کے ٹھیک پہلے اور ٹھیک بعد والا عدد معلوم کیجیے؟ ٹھیک پہلے اور ٹھیک بعد والے عدد کو جمع کر کے حاصل جمع کو دو کے ذریعہ تقسیم کیجیے۔کیا حاصل ہوا؟ ایک اور چھ ہندسوں والا عدد لے کر اسی طرح کا عمل کیجیے۔

1.5 کون بڑا، کون چھوٹا:

پانچ شہروں کے لوگوں کی تعداد بالترتیب 89392 72503 124250 120878 210740 ہے آیئے ہم شہروں کے لوگوں کی تعداد کو بڑے سے چھوٹے کی ترتیب میں سجائیں:

☆ پہلے دو شہروں کے لوگوں کی آبادی کا موازنہ کریں:

یہاں پر دونوں عدد پانچ ہندسوں والے ہیں۔ پہلے عدد کے ایوت کی جگہ کے ہندسہ اور دوسرے عدد کے ایوت کی جگہ کے ہندسوں کا موازنہ کریں۔7<8اس لیے < 89390 72503۔

اب 89392اور 124250 کے درمیان موازنہ کریں گے۔ یہاں124250>89392 (کیوں؟)

ہم لوگ نے دیکھا کہ 124250> 89392 اور 89392>72503اگر تیسرا اعدد پہلے کے بڑے عدد سے چھوٹا ہوتو اس کو پہلے کے چھوٹے عدد کے ساتھ موازنہ کرنا پڑتا ہے۔

تینوں عدد (124250,72503, 89392) کو چھوٹے سے بڑے میں سجا کر 72503<89392<124250اس طرح لکھا جایئے گا۔

ان عدد کو بڑے سے چھوٹے کی ترتیب میں سجا کر 124250>89392>72503اس طرح لکھا جایئے گا۔

> **کیا آپ کو معلوم ہے؟**
>
> ☆ دو عددوں کی ہندسوں کی تعداد برابر نہ ہوتو جس عدد میں زیادہ ہندسوں ہوں گے وہ عدد بڑا ہوگا۔
>
> ☆ دو عددوں کے ہندسوں کی تعداد برابر ہوتو
>
> (i) جس عدد کے بائیں طرف کے ہندسہ بڑا ہوگا وہ عدد بڑا ہوگا۔
>
> (ii) اگر دونوں عددوں کے بائیں طرف کے ہندسے برابر ہوں تو اس کے بعد والے ہندسوں کا مقابلہ کر کے کون سا عدد بڑا اور کون سا چھوٹا ہے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

اسی طرح پہلے دیے گیے اعداد کے درمیان سے دو۔دو عدد لےکر موازنہ کر کے بڑے سے چھوٹے کی ترتیب میں سجا کر لکھیے۔

مشق:1.4

1۔ <،>،= کے درمیان سے مناسب نشان چن کر خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

(i) 34587............10000 (ii) 100000............99999

(iii) 548421+2............548121 (iv) 875600............915840

(v) 965842............965742 (vi) 1278942............999985-2

(vii) 478007+2............478010-1 (viii) 488007 4880002

2. دو اعداد کے درمیان بڑا یا چھوٹا پہچاننے کے لیے ذیل کے بیانات میں سے کون سا بیان صحیح ہے؟

(i) دو عدوں کے ہندسوں کی تعداد برابر نہ ہوتو جس عدد میں زیادہ ہندسے ہوں گے وہ عدد بڑا ہوگا؟

(ii) اگر دو عددوں کے ہندسوں کی تعداد برابر ہوتو جس عدد کے بائیں طرف کا ہندسہ بڑا ہے وہ عدد بھی بڑا ہے۔

(iii) اگر دو عددوں کے ہندسوں کی تعداد برابر ہوتو صرف دائیں طرف کے ہندسوں کا مقابلہ کر کے کون عدد بڑا ہے کون چھوتا، یہ طے کیا جا سکتا ہے،

(iv) اگر دو عددوں کے ہندسوں کی تعداد برابر نہ ہوتو صرف دائیں طرف کے ہندسوں کو مقابلہ کر کے کون عدد بڑا ہے اور کون چھوٹا یہ طے کیا جا سکتا ہے۔

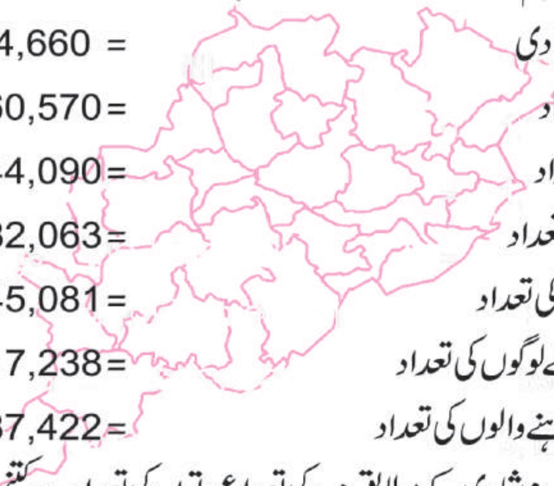
3۔ صرف 1 اور 0 کو استعمال کر کے پانچ عدد آٹھ ہندسوں والے پانچ اعداد بنائیے۔ ان سب کو بڑے سے چھوٹے کی ترتیب میں سجا کر لکھیے۔

1.6۔ بڑے اعداد کے مختلف ریاضیاتی عوامل:

ذیل میں دی گئی مثال پر غور کیجیے:

مثال: 1

2001ء کی مردم شماری کے مطابق اڈیشا کی آبادی یعنی (لوگوں کی تعداد) کی جانکاری دی گئی ہے۔



اڈیشا کی کل آبادی	3,68,04,660 =
مردوں کی تعداد	1,86,60,570 =
عورتوں کی تعداد	1,81,44,090 =
ہری جنوں کی تعداد	60,82,063 =
آدی باسیوں کی تعداد	81,45,081 =
شہر رہنے والے لوگوں کی تعداد	55,17,238 =
گاؤں میں رہنے والوں کی تعداد	3,12,87,422 =

(i) 2001ء کی مردم شماری کے مطابق مرد کی تعداد عورتوں کی تعداد سے کتنی زیادہ ہے؟

جواب: مردوں کی تعداد 1,86,60,570 =

عورتوں کی تعداد 1,81,44,090 =

مرد کی تعداد عورتوں کی تعداد کے درمیان فرق = 1,81,44,090 - 1,86,60,570 = 5,16,480

2001ء کی مردم شماری کے مطابق مرد کی تعداد عورتوں کی بنسبت 5,16,480 زیادہ ہے۔

(ii) اڈیشا کے شہری علاقوں میں گاؤں کی بنسبت کتنے لوگ کم رہتے ہیں؟

شہر میں رہنے والے لوگوں کی تعداد 55,17,238 =

گاؤں میں رہنے والے لوگوں کی تعداد 3,12,87,422 =

گاؤں اور شہر کی آبادی کے درمیان فرق = 55,17,238 - 3,12,87,422 = 2,57,70,184

اڈیشا کے شہروں میں گاؤں کی نسبت 2,57,70,184 لوگ کم رہتے ہیں۔

ذیل کے سوالات کے جواب لکھیے:

(i) 2001ء کی مردم شماری کے مطابق اڈیشا کی آبادی 4 کروڑ سے کتنی کم ہے؟

(ii) 2001ء مردم شماری کے مطابق اڈیشا میں ہری جنوں اور آدی باسیوں کے درمیان کس کی آبادی زیادہ ہے۔اور کتنی زیادہ ہے؟

مشق: 1.5

1۔ کتابوں کی نمائش میں پانچ دنوں میں کتنے روپیوں کی کتابیں فروخت ہوئی تھیں ذیل میں دیے گیے ہیں؟

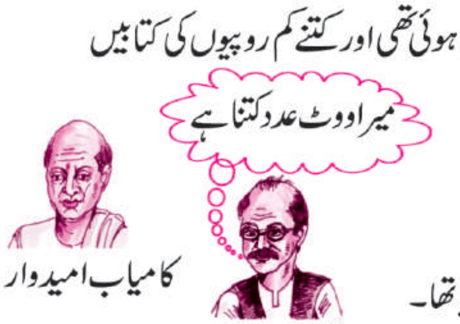
پہلا دن	=	47,22,780 روپے
دوسرا دن	=	41,01,524 روپے
تیسرا دن	=	72,24,218 روپے
چوتھا دن	=	76,55,320 روپے
پانچواں دن	=	92,70,148 روپے

(i) کس دن سب سے زیادہ اور کس دن سب سے کم قیمت کی کتابیں فروخت ہوئی تھیں؟

(ii) چوتھے دن کی بنسبت پانچویں دن کتنے روپے کی زیادہ کتابیں فروخت ہوئی تھیں؟

(iii) کتاب کی نمائش میں کل کتنے روپیوں کی کتابیں فروخت ہوئیں؟

(iv) پہلے اور آخری دن کے درمیاں کس دن کم روپیوں کی کتابیں فروخت ہوئی تھی اور کتنے کم روپیوں کی کتابیں فروخت ہوئی تھیں؟



2۔کسی لوک سبھا کے چناؤ میں ایک کامیاب امیدوار نے 5,45,200 ووٹ پا کر اپنے قریبی امیدوار کو 1,78, 298 ووٹ سے ہرایا۔ہارنے والے امیدوار نے کتنا ووٹ پایا تھا۔

3۔ دانش کو 22721 کو 18 کے ذریعہ ضرب کرنے کے لیے کہا گیا لیکن اس نے غلطی سے 22721 کو 81 کے ذریعہ ضرب کر دیا حاصل شدہ جواب صحیح جواب سے کتنا زیادہ کم ہوگا۔

4۔ایک کیل کے کارخانے میں روزانہ 62,736 کیلیں تیار کی جاتی ہیں۔

(i) اس کارخانہ میں ایک ہفتہ میں کتنی کیلیں تیار ہوں گی۔(ہفتہ میں صرف اتوار کے روز کارخانہ بند رہتا ہے)

(ii) جولائی مہینہ میں اس کارخانے میں کتنی کیلیں تیار ہوں گی۔(اگر اس ماہ میں چار اتوار پڑتا ہو)

(iii) 24 کیلوں کو ایک پیکیٹ میں رکھ کر فروخت کے لیے باہر بھیجا جاتا ہے۔ایک ہفتہ میں تیار ہونے والی کیلوں کو کتنے پیکیٹ میں رکھا جایے گا۔

اعداد سے متعلق مزید جانکاری

EEL1PL

پہلے باب میں ہم نے بڑے بڑے عددوں کو پڑھنے اور لکھنے کے بارے میں جانکاری حاصل کی۔ عدد کے درمیان مختلف عمل (جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم) کو استعمال کر کے مسائل ریاضی کو حل کیا۔ اس باب میں اعداد کے متعلق مزید بحث ہوگی۔

2.1 براکیٹ کا استعمال:

کسی سائکل دوکان میں 15 سائکلیں تھیں۔ تین دنوں میں بالترتیب 2,3 اور 4 سائکلیں بکیں۔ دوکان میں اور کتنی سائکلیں بچیں۔

اس سوال کا حل دو طریقوں سے ہوسکتا ہے۔ غور کیجیے:

پہلا طریقہ	دوسرا طریقہ
☆ دوکان میں تنی سائکل تھیں	☆ دوکان میں تنی سائکل تھیں
☆ پہلے دن کے بعد کتنی سائکلیں بچیں؟	☆ کس دن کتنی سائکل فروخت ہوئیں؟
☆ دوسرے دن کے بعد کتنی سائکلیں بچیں؟	☆ تینوں دن کتنی سائکل فروخت ہوئیں؟
☆ تیسرے دن کے بعد کتنی سائکلیں بچیں؟	☆ تیسرے دن کے بعد کتنی سائکلیں بچیں؟

ان دونوں طریقوں کے درمیان کیا فرق ہے؟

غور کیجیے پہلے طریقے میں سائکل کی کل تعداد سے پہلے دن کی فروخت شدہ تعداد کو تفریق کیا گیا۔ حاصل تفریق سے دوسرے دن کی فروخت شدہ تعداد کو تفریق کیا گیا۔ پھر سے حاصل تفریق سے تیسرے دن کی فروخت شدہ تعداد کو تفریق کیا گیا۔

لیکن دوسرے طریقے میں تینوں دنوں کی کل فروخت شدہ تعداد معلوم کی گئی اور اسے پہلے کی کل سائکل کی تعداد کو تفریق کیا گیا۔

آیئے دیکھیں اس سوال کو دونوں طریقوں سے کس طرح الگ الگ حل کیا گیا۔

پہلا طریقہ:

پہلے دن کے بعد بچی ہوئی سائکل کی تعداد=3-15=12
دوسرے دن کے بعد بچی ہوئی سائیکلوں کی تعداد=2-12=10
تیسرے دن کے بعد بچی ہوئی سائیکلوں کی تعداد=4-10=6

دوسرا طریقہ:

تینوں دنوں میں کل فروخت شدہ شائیکلوں کی تعداد=3+2+4=9
تیسرے دن کے بعد بچی ہوئی سائیکلوں کی تعداد=9-15=6

دوسرے طریقے میں تینوں دنوں میں فرخت شدہ سائیکلوں کی کل تعداد کوایک عدد میں ظاہر کیا گیااور سائیکل کی کل تعداد سے تفریق کیا گیا۔

بچی ہوئی سائیکلوں کی تعداد کو دوسری صورت میں (4+2+3)-15 کے طور پر لکھا جاسکتا ہے۔

یہاں پر 2، 3اور 4 کو اکٹھا کرنے کے لیے براکیٹ( ) کا نشان استعمال ہوتا ہے۔

اب اور ایک صورت حال پر بحث ہوگی:

فی کاپی 10 روپے کے حساب سے ناجی نے ایک دوکان سے 7 عدد کاپی خریدی۔اس کے بھائی سبحان نے اسی طرح کی 5 عدد کاپیاں خری دیں۔وہ دونوں دوکان دار کو کل کتنی رقم ادا کریں گےاس سوال کے جواب کے لیے سراج اورسہانہ نے مندرجہ دو الگ الگ طریقے اپنائیے:

سراج کا طریقہ	سہانہ کا طریقہ
کل ادائیگی=7x10+5x10	دونوں کی خریدی گئی کاپیوں کی کل تعداد=5+7=12
=70+50روپے	کل ادائیگی=12x10=120 روپے
=120 روپے	

سورج اور مینا دونوں کے طریقوں پر غور کیجیے۔دونوں کا جواب برابر ہے۔

رضیہ بولی :میرا حساب دیکھو=10x5+7=50+7= 57 روپے

میرا جواب تو ان لوگوں کے جواب سے نہیں ملتا۔

سب پریشان ہوئے۔کس کا جواب صحیح ہے؟

سراج اور سہانہ کا جواب صحیح ہے۔

جانچ کر کے دیکھیے :
رضیہ کا حساب کیوں غلط ہوا؟

اس طرح کی حالت میں سوال کے حل کے لیے براکیٹ کا استعمال کرنے سے کام زیادہ صاف اور مختصر ہوگا۔

7اور 5 کے جمع کو براکیٹ میں رکھ کر ایک عدد کی شکل میں لیا جاتا ہے۔یہ ہوتا ہے خریدی گئی کاپیوں کی کل تعداد۔

کاپیوں کی کل تعداد کو 10 روپے سے ضرب کیا جایے۔اسے ذیل طریقے سے لکھ سکتے ہیں۔

کل ادائیگی:10 روپے×(5+7)=10 روپے×12=120 روپے

ہم نے کیا سیکھا:

سب سے پہلے براکیٹ کے اندر کے تمام ریاضیاتی عوامل کو سہل کیا جایے گا۔اس کے بعد براکیٹ کے باہر کے ریاضیاتی عوامل پر توجہ دی جایے گی۔

آیئے ذیل میں دیے گیے عمل کو براکیٹ کا استعمال کر کے ظاہر کیا جایے۔

(i) 27 سے 5,2 اور 4 کے حاصل جمع کو تفریق کیا جایے۔

(ii) 15 اور 3 کے حاصل جمع کو 6 کے ذریعہ ضرب کیا جایے۔

(iii) 10 سے 3 کم کر کے حاصل ہونے والے عدد کو 6 کے ذریعہ ضرب کیا جایے۔

(iv) 60 کو 4 اور 3 کے حاصل جمع کے دوگنے کے ذریعہ تقسیم کیا جایے۔

☆ نیچے دیے گیے عددوں کی شکل پر غور کا جایے:

(3+4)x7

براکیٹ کے اندر 3 اور 4 کو جمع کیا گیا ہے اور حاصل جمع کو 7 سے ضرب کیا گیا ہے۔ہماری روزمرہ کی زندگی میں ہونے والے واقعات کے ساتھ اس کا تعلق دیکھا جایے۔جیسے کہ

☆ راہل روزانہ صبح 3 گھنٹے اور شام کو 4 گھنٹے پڑھتی ہے۔وہ 7 دن میں کل کتنے گھنٹے پڑھے گی۔؟

☆ ایک کمرے میں 3 بورا چاول اور 4 بورا دھان تھا۔اسی طرح کے سات کمروں میں کل بوروں کی تعداد کتنی ہے؟

اسی طرح کے دو مثالیں دیجیے جن میں (8-3)x 7 کا استعما ہوا ہو۔

2.1.1۔چاروں بنیادی عوامل کا ایک ساتھ مختصر کرنا:

ذیل میں دیے گیے مختلف عوامل کو سہل کرنے کے طریقہ دیے گیے ہیں۔ان پر غور کیجیے۔

مثال:1

$$15 \times 5 + 9 - 3 = 15\times10\div2+9-3$$
$$75 + 9 - 3 =$$
$$84 - 3 =$$
$$81 =$$

اوپر دی گئی مثال پر غور کیجیے اور ذیل کے سوالوں کا جواب دیجیے۔

☆ یہاں کس ریاضیاتی شکل کو مختصر کرنے کو کہا گیا ہے؟

☆ اس ریاضیاتی شکل میں کون کون سے اعداد کو کون کون سے ریاضیاتی عمل کا استعمال ہوا ہے؟

☆

☆ دوسری بار کون سا ریاضی عمل کو کیا گیا ہے؟

☆ ضرب کے عمل کے بعد کون سا عمل کیا گیا ہے؟

☆ سب سے آخر میں کون سا عمل کیا گیا اور کتنا جواب ملا؟

یہاں ہم نے جانا کہ ایک سے زیادہ ریاضی عمل والے فقرے کو مختصر کرتے وقت ترتیب وار تقسیم، ضرب، جمع اور تفریق کا عمل کیا جاتا ہے۔

آپ خود مختصر کریں:

(i) $14-4\div2\times3$ (ii) $81\div9\times3+4-2$

لیکن کسی اختصار کے عمل میں اگر براکیٹ کا استعمال ہوا ہو تو سب سے پہلے براکیٹ کے اندر کے عمل سے ہی شروع کیا جاتا ہے۔

سہل کیجیے:

(i) $15+(10\div 5)\times3-3$ (ii) $12\div(4\div2)\times3$

(iii) $18\div3-(4-2)$ (iv) $6\times3-9+(2\times3)$

براکیٹ چار طرح کے ہوتے ہیں:

یعنی : خطی براکیٹ ______

قوسین والی براکیٹ ( )

مجھلی براکیٹ { }

بڑی براکیٹ [ ]

> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
> چند اعداد والے فقرے میں ایک سے زیادہ براکیٹ کا استعمال ہو تو سب سے اندر والے برکیٹ کے اندرونی اعداد سہل کر کے ترتیب وار سبھی براکیٹ رفتہ رفتہ ہٹایے جایے گا۔

عام طور پر براکیٹ کی ترتیب ذیل کی طرح ہوتی ہے۔

[{ (______) }]

☆ جس فقرے میں ایک ہی براکیٹ کی ضرورت ہو وہاں قوسین والی براکیٹ ( ) استعما کرتے ہیں۔

☆ دو براکیٹ کی ضرورت ہونے سے قوسین اور مجھلی براکیٹ کا استعما کیا جاتا ہے۔

☆ تین براکیٹ کی ضرورت ہو تو قوسین والی، مجھلی اور بڑی براکیٹ کا استعمال کیا جاتا ہے۔

☆ چار براکیٹ کی ضرورت ہونے سے خط، قوسین والی، مجھلی اور بڑی براکیٹ کا استعمال کیا جاتا ہے۔

آیئے۔ذیل کی مثالوں سے براکیٹ کا استعمال سکھیں :

مثال:1

$$72 \div \{19-(3+7)\}$$

ذیل کےسوالات کا جواب دیجیے:

☆ یہاں کون کون سے براکیٹ کا استعمال ہوا ہے؟

☆ سب سے اندر کون سا براکیٹ ہے؟

☆ اس کے اندر کون کون سا ریاضیاتی عوامل کیے گیے ہیں اور حاصل کتنا ہے؟

$$72 \div \{19-(3+7)\} = 72 \div \{19-10\}$$

☆ اسکے بعد عمل کے لیےکون سا براکیٹ بچا۔

☆ اب براکیٹ کے درمیان 10-19 کو سہل کیجیے۔

$$72 \div \{19-10\} = 72 \div 9 = 8$$

مثال:2

مختصر کیجیے:

$$20 - [13 - \{7 \div 7 \times 5 - (2 - 1)\}]$$

حل:

$$20 - [13 - \{7 \div 7 \times 5 - (2 - 1)\}] = 20 - [13 - \{7 \div 7 \times 5 - 1\}]$$
$$= 20 - [13 - \{1 \times 5 - 1\}]$$
$$= 20 - [13 - \{5 - 1\}]$$
$$= 20 - [13 - 4]$$
$$= 20 - 9$$
$$= 11$$

مشق:2.1

1۔ براکیٹ استعمال کر کے لکھیے :

(i) 5اور 7 کے حاصل جمع کو 12 کے ذریعہ تقسیم کیجیے۔

(ii) 12 کو5اور 3 کے حاصل تفریق کے ذریعہ تقسیم کیجیے۔

(iii) 15 سے 12 کی تفریق کر کے اس میں ایک بڑھا کے اس کو 20 کے ذریعہ ضرب کرنا۔

(iv) 4اور 5 کے حاصل ضرب سے 1 کم عدد کے ذریعہ 133 کی تقسیم۔

2۔ غلط ہو تو صحیح کر کے لکھیے :

(i) 1-4÷12 کو مختصر کرتے وقت سب سے پہلے 12 کو 4 کے ذریعہ تقسیم کرنا پڑے گا۔

(ii) 2x(6-3) کو مختصر کرتے وقت سب سے پہلے 3-6 کا حاصل تفریق معلوم کرنا ہوگا۔

(iii) $12-\{8\div(3-1)\}$ کو مختصر کرتے وقت سب سے پہلے 12 سے 8 کو تفریق کیا جائے گا۔

(iv) $20\times\{6\div(3-2)\}$ کو مختصر کرتے وقت پہلے $3\div6$ کو عمل کیا جائے گا۔

3۔ مختصر کیجیے۔

> جو فطری عدد 2 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے اس کو جفت عدد کہتے ہیں اور جو فطری عدد 2 کے ذریعہ تقسیم پذیر نہیں ہے اس کو طاق عدد کہتے ہیں۔

(i) $[9\times\{7-(2+3)\}]$

(ii) $1-[1-\{1-(1-\overline{1-1})\}]$

(iii) $5-[5-\{5-(5-\overline{5-5})\}]$

(iv) $[\{3\times2-(2\times\overline{6-3})\}-\{(15\div\overline{8-3})+(12\div\overline{4-2})\}]$

2.2۔ تقسیم پذیری کا اصول:

ہم پہلے سے جانتے ہیں کہ کسی عدد کو دوسرے چھوٹے عدد کے ذریعہ تقسیم کرنے سے خارج قسمت ملتا ہے۔ اور باقی بچ بھی سکتا ہے، نہیں بھی بچ سکتا ہے۔ ذیل میں دو مثالیں دی گئی ہیں:

$124\div2=62$ $83\div10=3$ اور باقی $83\div10=8$ خارج قسمت

تقسیم کی پہلی مثال میں باقی نہیں بچا یعنی صفر رہا۔ تقسیم کی دوسری مثال میں باقی 3 بچا۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ 2 کے ذریعہ 124 قابل تقسیم ہے۔

کوئی عدد 2 یا 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے یا نہیں، تقسیم کر کے معلوم کر سکتے ہیں۔ لیکن بڑے بڑے عددوں کو 2 یا 3 سے تقسیم کر کے وہ مکمل تقسیم پذیر ہے کہ نہیں معلوم کرنے میں زیادہ وقت لگے گا۔ کوئی عدد 11,10,9,8,6,5,4,3,2 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے کہ نہیں معلوم کرنے کے لیے کچھ اصول ہیں آیئے ان پر بحث کریں۔

(i) 2 کے ذریعہ تقسیم پذیری کے اصول:

ذیل کے عددوں کو 2 کے ذریعہ تقسیم کر کے جو عدد 2 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں ان کی نشاندہی کیجیے۔

20,32,33,44,55,59,76,48,91,37,95

جو عدد 2 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں ان کے اکائی کے مقام پر کون کون سے عدد ہیں؟

ہم نے دیکھا:

جن عددوں کے اکائی کے مقام پر 6,4,2,0 یا 8 رہیں گے وہ 2 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوں گے۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ آپ کاپی میں ذیل میں دیے گیے اعداد کو ہو بہو اسی طرح دو لائینوں میں نقل کیجیے۔

20 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11

30 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21

☆ جو عدد 2 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے اس کے چاروں طرف گول نشان لگایے۔

☆ 2 کے ذریعہ تقسیم پذیر کوئی عدد اس کے بعد والے 2 کے ذریعہ تقسیم پذیر عدد میں کتنے کا فرق ہے غور کیجیے

☆ 5 اور 6 ہندسوں والے دو جفت عدد لیجیے اور اوپر دیا ہوا اصول صحیح ہے یا نہیں جانچ کیجیے۔

ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے :

1۔ بغیر تقسیم کیے ہوے بتائیے کہ ذیل میں سے کون سا عدد جفت عدد ہے۔

2988,24492,18179,1689,1429,6179,497,120

654324, 4444, 94700, 579871,4872,92723,20000

2۔ (i) چھ ہندسوں والے ایسے پانچ عدد لکھیے جو 2 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہو۔

(ii) 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر نہ ہونے والے پانچ عدد لکھیے جو چھ ہندسوں والے ہوں۔

(ii) 3 کے ذریعہ تقسیم پذیری کا اصول:

ذیل میں دیے گیے اعداد کو 3 کے ذریعہ تقسیم کیجیے۔

300,219.21,213.10,72,70,65,32,30,24

جس عدد کو 3 سے تقسیم کرنے کے بعد باقی نہیں بچا ان کی نشان دہی کیجیے۔

3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہر عدد کے ہندسوں کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

3 کے ذریعہ غیر تقسیم پذیر ہر عدد کے ہندسوں کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

اب بتائیے کون سا عدد 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے، بغیر تقسیم کیے ہوے کیسے معلوم کیجیے گا۔

لہٰذا ہم نے دیکھا کہ جس عدد کے ہندسوں کا حاصل جمع 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہو وہ عدد بھی 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوگا۔

ذیل کے سوالوں کے جواب دیجیے:

3 (i) 12401, 30000, 21304,15342 کے درمیان کون سا عدد 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے بغیر تقسیم کیے بتائیے۔

(ii) 278☆135 میں ستارہ کے نشان کی جگہ کون سا ہندسہ ہونے سے یہ عدد 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوگا۔

(iii) 357024 میں صفر کی جگہ میں کون سا عدد لکھنے سے یہ عدد 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر نہ ہوگا؟

(iv) تین آٹھ ہندسوں والے عدد کی مثالیں دیجیے جو 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوں۔

(v) تین آٹھ ہندسوں والے عدد کی مثالیں دیجیے جو 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر نہ ہوں۔

(vi) (iii) اور (iv) کے سوالوں کے کتنا جواب ممکن ہیں اس پر غور کیجیے۔

(iii) 4 کے ذریعہ تقسیم پذیری کے اصول:

620,600,515,416,410,318,312,310,125,120

اوپر دیے گیے ہر عدد کو 4 کے ذریعہ تقسیم کیجیے۔

کون کون سے عدد 4 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوئے؟ کون سے عدد 4 کے ذریعہ تقسیم پذیر نہیں ہوئے؟

4 سے تقسیم پذیر ہونے والے عدد کے دہائی اور اکائی کے ہندسے سے بنے عدد کا ایک ٹیبل تیار کیجیے۔

4 سے تقسیم پذیر نہ ہونے والے عدد کے دہائی اور اکائی کے ہندسے سے بنے عددوں لکھیے۔

غور کیجیے:

جس عدد کے دہائی اور اکائی کے ہندسوں سے بنا عدد 4 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوتو وہ عدد بھی 4 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوگا۔

212 کے دہائی کے مقام میں 1 اور اکائی کے مقام میں 2 ہے۔ ان دونوں مقامی ہندسوں سے بننے والے عدد ہے 12۔
12 چونکہ 4 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے اس لیے 212 بھی، 4 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے۔

ذیل کے سوالوں کے جواب دیجیے:

4 (i) اپنے ذہن سے چار ہندسوں والے چار عدد کی مثالیں لکھیے جو 4 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوں۔

(ii) خالی جگہوں میں کون سا ہندسہ بھرنے سے وہ عدد 4 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوگا۔

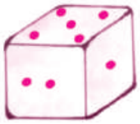
2458342__, 40036__, 21343__4,

3142__2

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> جن اعداد کے دائیں جانب 2 یا 2 سے زیادہ عدد صفر (0) ہو وہ عدد 4 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوگا۔
> ☆ 300 , 500, 800 کو لے کر اوپر کے اصول کو جانچیے

(iv) 5 کے ذریعہ تقسیم پذیری کے اصول:

لوڈو کھلتے وقت ایک لڑکے کے ذریعہ گوٹی پھکیتے وقت آٹھنا رصرف 5 آیا۔ اگر دانا 0 پر تھا تو ہر بار لوڈو گوٹی کرنے کے بعد دانا کون کون سے عدد کو ہوتے آخر میں کہاں پہنچے گا؟



کیا وہ عدد 5 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں؟

ان عددوں کے اکائی کے مقام پر کون کون سے ہندسے ہیں؟ اکائی کے مقام پر 0 یا 5 نہ ہوں ایسے کچھ دو یا تین ہندسوں والے عدد لیجیے اور انہیں 5 سے تقسیم کیجیے۔ کیا وہ اعداد 5 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں؟ کوئی عدد 5 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے یا نہیں کیسے معلوم کیجیے گا؟

جس عدد کے اکائی کے مقام پر 0 یا 5 ہو وہ عدد 5 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوگا۔

غور کیجیے:

5 = 1 x 5

10 = 2 x 5

15 = 3 x 5

20 = 4 x 5

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> کسی عدد کو 5 سے ضرب کرنے پر حاصل ضرب کے اکائی کے مقام پر 5 یا 0 ہوگا۔

مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

5 (i) 5 سے تقسیم پذیر پانچ ہندسوں والے 4 عدد لکھیے۔

(ii) 5 سے تقسیم پذیر 3 ایسے اعداد لکھیے جن کے ہندسوں کو پلٹ کر لکھنے سے بھی حاصل شدہ عدد 5 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہو۔ (مثال: 5386450)

(v) 6 کے ذریعہ تقسیم پذیری کے اصول:

خود کرکے دیکھیں:

☆ 2 اور 3 دونوں سے تقسیم پذیر تین ہندسوں والے پانچ عدد لکھیے سبھی عدد کو 6 کے ذریعہ تقسیم کر کے دیکھیے کہ یہ 6 سے تقسیم پذیر ہیں یا نہیں۔

☆ 3 ہندسوں والے تین عدد لکھیے جو 2 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوں؛ لیکن 3 کے ذیرہ تقسیم پذیر نہ ہوں۔

☆ 3 ہندسوں والے تین عدد لکھیے جو 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوں؛ لیکن 2 کے ذیرہ تقسیم پذیر نہ ہوں۔

☆ ذیل کے ٹیبل کی طرح اپنی کاپی پر ایک ٹیبل بنائیے۔ اوپر لکھے گیے عددوں کو ٹیبل میں لکھنے اور ٹیبل کے خالی خانوں کو پر کیجیے۔

عدد	2 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے کیا	3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے کیا	6 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے کیا

ہم نے جانا:

جو عدد 2 اور 3 دونوں کے ذریعہ تقسیم پذیر ہو، وہ 6 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوگا۔

جانچ کر کے دیکھیں:

6 سے تقسیم پذیر عدد کے ہر کسی بھی مقام پر 6 لکھ دینے سے جو نیا عدد بنے گا وہ 6 سے تقسیم پذیر ہے کیا؟

ذیل کے سوالوں کے جواب دیجیے:

6۔ چھ ہندسوں والے دو عدد لکھیے جو 6 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوں۔

(vi) 8 کے ذریعہ تقسیم پذیری کے اصول:

3424, 3103,1808 وغیرہ اعداد 8 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں کیا؟ 8 سے ہر عدد کو تقسیم کرنے پر آپ پائیں گے کہ ہر عدد 8 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے۔ آیئے ان عددوں کی خصوصیت کو کھوج نکالیں۔

ان عددوں کے سیکڑہ، دہائی اور اکائی کے درمیان کے مقام کے ہندسوں سے بنے عددوں پر غور کیجیے ۔ یہ سب ہیں 424,104,808۔ یہ سبھی عدد 8 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں۔
اب آپ اسے دو عدد تیار کیجیے جن کے سیکڑہ، دہائی اور اکائی کے مقام کے ہندسوں سے بننے والا عدد 8 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہو۔ یہ عدد 8 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے کہ نہیں؟ جانچ کیجیے۔ سبھی 8 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوں گے۔

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> ایک، دو یا تین ہندسوں والا عدد 8 سے تقسیم پذیر ہے یا نہیں جاننے کے لیے تقسیم کرنا پڑتا ہے۔

کسی چار یا چار سے زائد ہندسوں والے عدد کا سیکڑہ، دہائی اور اکائی کے مقامی ہندسوں سے بنا عدد اگر 8 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہو تو وہ عدد 8 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوگا۔

ذیل کے سوالوں کے جواب دیجیے:

7۔ (i) 8،512 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے ۔اس کے بائیں جانب دو ہندسے لکھیے اور جو نیے اعداد حاصل ہوے وہ سبھی 8 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں کیا؟ جانچ کر کے دیکھیے ۔

(ii) چار ہندسوں والے تین عدد لکھیے جو 8 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوں۔

(vii)۔9 کے ذریعہ تقسیم پذیری کے اصول:

9 کے مضروب ہیں 63,54,45,36,27,18,9,....وغیرہ ، اسی طرح 5211 2232, 31014, بھی 9 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں۔ (جانچ کر کے دیکھیے)

اوپر لکھے گیے عدد کے ہندسوں کی خصوصیت پر غور کیجیے۔

9=8+1، 9=7+2، 9=6+3، 9=5+4، 9=4+5، 9=3+6،

ہر عدد کے ہندسوں کا حاصل جمع 9 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے۔

ذیل کے سوالوں کے جواب دیجیے:

8۔ (i) پانچ ہندسوں والے چار عدد لکھیے جو 9 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہو۔

(ii) چار ہندسوں والے دو ایسے عدد لکھیے جو 6 اور 9 دونوں کے ذریعہ تقسیم پذیر ہو۔

9۔ مختلف اعداد کے جانچ کر کے بتایئے۔

9 کے ذریعہ تقسیم پذیر کوئی عدد 3 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے کیا؟

3 کے ذریعہ تقسیم پذیر کوئی عدد 9 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے کیا؟

(viii)۔ 11 کے ذریعہ تقسیم پذیری کے اصول:

251130, 61809,1331, 308, 121 کو 11 کے ذریعہ تقسیم کیجیے اور غور کیجیے کہ یہ اعداد 11 سے سے تقسیم پذیر ہیں یا نہیں۔ نیچے دیے گیے ٹیبل سے ان عددوں کے ہندسوں کے تعلق پر غور کریں اور خاصیت جانیں۔

عدد	دائیں جانب سے طاق مقام پر رہنے والے ہندسوں کا حاصل جمع	دائیں جانب سے جفت مقام پر رہنے والے ہندسوں کا حاصل جمع	پہلے دونوں خانوں سے ملے عددوں کا حاصل تفریق
121	1+1=2	2	2-2=0
308	8+3=11	0	11-0=11
1331	1+3=4	3+1=4	4-4=0
61809	9+8+6=23	0+1=1	23-1=22
251130	0+1+5=6	3+1+2=6	6-6=0

ہم یہ پایا کہ ہر جگہ یہ حاصل تفریق یا تو 0 ہے یا 11 کا مضروب ہے۔ یہ سبھی عدد 11 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں۔

اب 89244 کو لیں۔ اس عدد کے دائیں سے بائیں جانب جانے سے پہلے تیسرے اور پانچویں مقام کے ہندسے بالترتیب 8,2,4 ہیں۔ ان کا حاصل جمع 4+2+8=14 ہے۔ اسی طرح دوسرے، چوتھے مقام کے ہندسے ہیں 9,4 ان حاصل جمع 4+9=13 ہے۔ یہاں فرق ہے 14-13 = 1 یہ عدد 11 سے تقسیم پذیر ہے یا نہیں جانچ کر کے دیکھیے۔

لہذا ہم نے جانا:

جس عدد کے دائیں جانب سے طاق مقام والے تمام ہندسوں کی جمع اس کے جفت مقام والے ہندسوں کی جمع کے فرق 0 صفر ہو یا 11 کے کسی ضعف کے برابر ہو تو وہ 11 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہوگا۔

مشق 2.2

1۔ تقسیم پذیرائی کے اصول کا استعمال کر کے ذیل کے اعداد 2,3,4,5,6,8,9 یا 11 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں کہ نہیں جانچ کیجیے اور جس عدد کے ذریعہ تقسیم پذیر ہیں اسی عدد کے نیچے دیے گئے خانے میں ٹھیک ( ) کا نشان لگائیے۔

عدد	2	3	4	5	6	8	9	11
990								
1586								
400								
6666								
63921								
429714								
2856								
900000								
999999								

2.3۔ جز وضربی اور ضعف:

آپ اجزائے ضربی اور اضعاف کے بارے میں پچھلی جماعت میں پڑھ چکے ہیں (جز وضربی کا جمع اجزائے ضربی اور ضعف کا جمع اصعاف ہوتا ہے)

12 کو 2 عددوں کے حاصل ضرب کے طور پر کس طرح سے لکھا جاسکتا ہے۔

مثلاً $12 = 1 \times 12$

$= 2 \times 6$

$= 3 \times 4$

کہیے تو دیکھیں:
اضافی منفرد اعداد کی دو مثالیں دیجیے۔

12 کے اجزائے ضربی ہیں 12, 6, 4, 3,2,1

اسی طرح 18 کے اجزائے ضربی ہیں 18, 9, 6, 3,2,1

اب 12 اور 18 کے مشترکہ اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

☆ اب 8 اور 9 کے مشترکہ اجزائے ضربی معلوم کریں۔

8 کے اجزائے ضربی ہیں 8, 4, ,2,1 اسی طرح 9 کے اجزائے ضربی ہیں 9, 3,1

8 اور 9 کے عام اجزائے ضربی کون سا عدد ہے۔

یہاں صرف 1 ہی 8 اور 9 کے دونوں کا جز وضربی ہے۔

ایسے عددوں کو اصافی مفرد اعداد کہتے ہیں۔

8 اور 9 دونوں اضافی منفرد اعداد ہیں۔

☆ کئی ایسے اعداد ہیں جن کے صرف دو اجزائے ضربی ہیں۔

جیسے 7 کے اجزائے ضربی = 1 اور 7۔ 11 کے اجزائے ضربی = 1 اور 11

اس طرح کے صرف دو اجزائے ضربی والے عدد کو منفرد عدد کہا جاتا ہے۔اس طرح کی پانچ اور مثالیں دیجیے۔

جن عددوں کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوتے ہیں انہیں مرکب عدد کہا جاتا ہے۔

15 کے اجزائے ضربی 5,3,1, 15 ہیں۔اس لیے 15 ایک مرکب عدد ہے۔اس طرح کے چار مرکب عدد بتائیے۔

☆ 4x4=16, 4x3=12, 4x2=8, 4x1=4

یہاں 16,12,8,4 ہوتے ہیں 4 کے اضعاف ہیں۔

اسی طرح 6 کے اضعاف کی قیمت معلوم کر سکتے ہو، 6 کے چند اضعاف ہیں۔ 24,18,12,6 ... وغیرہ

کہو تو جانیں:
ایک عدد کے کتنے اضعاف ہوتے ہیں۔
ایک عدد کے سب سے چھوٹا ضعف کتنا ہے۔
ایک عدد کا سب سے بڑا ضعف کتنا ہے۔

☆ 3 کے اضعاف ہیں :24,21,18,15,12,9,6,3 ....

4 کے اضعاف ہیں :32,28,24,20,16,12,8,4 ....

3 اور 4 کے اضعاف ہیں :,24,12 ....

خود کر کے دیکھیے :

☆ 6 کے اجزائے ضربی لکھیے ۔

☆ 6 کے سبھی اجزائے ضربی کا حاصل جمع کتنا ہے ۔

☆ 6 کا دوگنا کتنا ہے؟

☆ 6 کے اجزائے ضربی حاصل جمع اور 6 کا دوگنا عدد کے ساتھ کیا تعلق ہے؟

جس عدد کے اجزائے ضربی کا حاصل جمع اسی عدد کے دوگنا کے برابر ہو اسے کامل عدد کہتے ہیں ۔

1 سے 30 تک کے عددوں کو جانچ کیجیے اور کون سا عدد کامل عدد ہے فیصلہ کیجیے ۔

گولڈ باک کا مفروضہ

4 سے بڑے ہر جفت عدد کو دو مفرد عددوں کے حاصل جمع کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے ۔

جیسے 6=3+3

18 = 7+11

گولڈ باک نامی ایک ریاضی داں نے سب سے پہلے اس کا اندازہ لگایا تھا ۔

لیکن اس مفروضے کے صحیح یا غلط ہونے کے بارے میں کسی نے اب تک کوئی ٹھوس ثبوت پیش نہیں کیا ہے ۔

مشق 2.3

1۔ 10 سے 30 کے درمیان پایے جانے والے تمام مفرد عددوں کو لکھیے ۔

2۔ 5,4,3 کے تین مشترکہ اضعاف لکھیے ۔

3۔ 60 اور 75 کے مشترکہ اجزائے ضربی لکھیے ۔

4۔ ذیل میں دیے گیے جملے غلط ہیں یا صحیح بتائیے ۔

(مناسب وجہ کے ساتھ اپنا جواب لکھیے)

(i) کسی بھی عدد کے لاتعداد اجزائے ضربی ہوتے ہیں ۔

(ii) 4 اور 9 اضافی مفرد اعداد ہیں ۔

کہیے تو جانیں

1 سے 20 کے درمیان کتنے منفرد عدد ہیں ۔

(iii) کوئی عدد اس عدد کا سب سے چھوٹا جز وضربی ہوا کرتا ہے۔

(iv) 19 اور 13 کا کوئی مشترکہ جز وضربی نہیں۔

(v) کسی عدد کے محدود تعداد کے اجزائے ضربی ہوتے ہیں۔

(vi) 12 ایک کامل عدد ہے۔

2.4 مفرد اجزائے ضربی:

کسی بھی مرکب عدد کو کئی طرح سے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ مثال کے طور پر مرکب عدد 60 کے اجزائے ضربی کو ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

(i) 2 x 30   (ii) 3 x 20   (iii) 4 x 15

(iv) 5 x 12   (v) 6 x 10   (vi) 2x2x3x5

یہ اجزائے ضربی مختلف طرح کے ہوتے ہیں۔ پہلی دوسری اور چوتھی مثال میں ایک جز وضربی مفرد اور دوسرا مرکب ہے، تیسری اور پانچویں مثال میں دونوں اجزائے ضربی مرکب ہیں۔ لیکن چھٹی مثال پر ہر جز وضربی مفرد ہے۔

کسی عام جز وضرب کے مقابلے مفرد اجزائے ضربی کی اہمیت زیادہ ہے۔ کسی بھی عدد کے اجزائے ضربی نکالتے وقت کب اجزائے ضربی مختلف طرح سے نکالا جا سکتا ہے۔ لیکن اس عدد کا مفرد اجزائے ضربی صرف ایک طرح سے ممکن ہے۔ البتہ اجزائے ضربی کی ترتیب بدل سکتی ہے۔ لیکن اجزائے ضربی وہی ہونگے۔ ذیل کی مثال پر غور کیجیے۔

6= 2 x 3   اور   25 = 5 x 5

اس عمل کو کسی مرکب کے اجزائے ضربی نکالنے کا واحد طریقہ کہا جاتا ہے۔

مثال:1۔ 420 کو مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

یہاں 420 = 2 x 210

دوبارہ 210 = 2 x 105

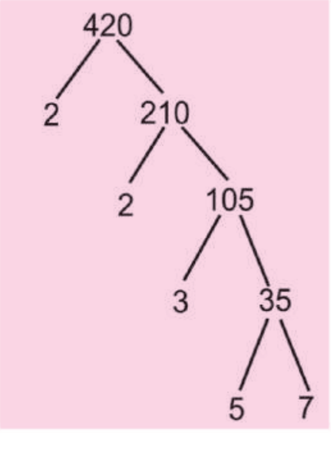
یہاں 420 = 2 x 2 x 105

105 ایک مرکب عدد ہے جو 3 سے تقسیم پذیر ہے اور 105 = 3 x 35

اس طرح 420 = 2 x 2 x 3 x 35

اب 35 بھی ایک مرکب عدد ہے جو 7 x 5 کی شکل میں لکھ سکتے ہیں،

اس طرح 420 = 2 x 2 x 3 x 5 x 7



یہاں سبھی اجزائے ضربی مفرد ہیں۔اس لیے ہم نے 420 کو مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل کیا ہے یعنی پھیلا دیا ہے۔
مندرجہ بالا عمل کو ہم ذیل کے طریقہ سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔

2	420
2	210
3	105
5	35
	7

$420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$

جواب لکھیے:

(i) پانچ ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد لکھیے اور اسے مفرد اجزائے ضربی میں پھیلائیے۔
(ii) چار ہندسوں والا سب سے بڑا عدد لکھیے اور اسے مفرد اجزائے ضربی میں پھیلائیے۔
(iii) 1729 کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے اور انہیں چھوٹے سے بڑے کی ترتیب میں سجا کر لکھیے۔ان اجزائے ضربی کے درمیان کیا تعلق ہے ظاہر کیجیے۔

2.5: مشترک جز وضربی اعظم (HCF)

دو یا دو سے زیادہ عددوں کا مشترک جز وضربی اعظم ایک ایسا واحد عدد ہوتا ہے:

☆ جو ہر عدد کا جز ضربی ہے یعنی تمام اعداد کا مشترک جزوع ضربی ہے۔
☆ سبھی مشترک اجزائے ضربی کے درمیان سب سے بڑا ہوتا ہے۔

مثال کے طور پر آیئے 12 اور 16 ان دونوں عددوں پر غور کریں:

12 کا اجزائے ضربی: 12,6,4,3,2,1

16 کا اجزائے ضربی: 16,8,4,2,1

یہاں مشترک اجزائے ضربی ہوئے 1، 2 اور 4۔ان کے درمیان 4 سب سے بڑا جز وضربی ہے یعنی 12 اور 16 کا مشترک جز وضربی اعظم (HCF) 4 ہے۔

دو یا دو سے زیادہ اعداد کا مشترک جز وضربی اعظم جاننے کے لیے عام طور پر جو مختلف طریقے استعمال کیے جاتے ہیں وہ سب ہیں مفرد اجزائے ضربی کے پھیلاؤ کا طریقہ، عام تقسیم کا طریقہ اور لگاتار تقسیم کا طریقہ۔
آب آیئے ہم ان طریقوں پر غور کریں۔

2.5.1 مفرد اجزائے ضربی میں پھیلانے کا طریقہ:

یہ طریقہ تین مرحلوں پر مشتمل ہے۔

مرحلہ :1 دیے گیے عددوں میں ہر ایک کو مفرد اجزائے ضربی میں پھیلا کر لکھیے۔ (منفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھیے)

مرحلہ :2۔ سبھی اجزائے ضربی میں سے وہ مفرد اجزائے ضربی جو سب میں مشترک ہوں انہیں الگ کیجیے۔

مرحلہ :3۔ حاصل شدہ مشترکہ اجزائے ضربی کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔ یہ مشترک جزوضربی اعظم ہوگا۔

مثال:1۔ 24 اور 40 کا HCF معلوم کیجیے:

حل: مرحلہ :1 24= 2x2x2x3

40 = 2x2x2x5

مرحلہ :2 مشترکہ اجزائے ضربی ہیں 2,2 اور 2

مرحلہ :3 HCF =2x2x2=8

مثال:2۔ 180,144 اور 192 کا مشترک جزوضربی اعظم معلوم کیجیے:

مرحلہ :1 144= 2x2x2x2x3x3

180 = 2x2x3x3x5

192 = 2x2x2x2x2x2x3

مرحلہ :2 مشترک مفرد اجزائے ضربی ہیں 2,2 اور 3

مرحلہ :3 HCF =2x2x3=12

مثال:3۔ 27 اور 80 کا HCF معلوم کیجیے:

حل: مرحلہ :1 27= 3x3x3

80 = 2x2x2x2x5

مرحلہ :2 یہاں مشترکہ جزوضربی کچھ نہیں ہے۔ البتہ 1 ہر عدد کا جزوضربی ہے۔

اس لیے HCF=1 ہے۔

2.5.2۔ عام تقسیم کا طریقہ:

عام تقسیم کے ذریعہ 24 اور 40 کا HCF ذیل کے طریقے سے نکالا جاتا ہے۔

دونوں عدد جس مفرد عدد سے تقسیم پذیر ہوں اسی عدد کے ذریعہ دونوں کو تقسیم کیا گیا ہے۔

2	24, 40
2	12, 20
2	6, 10
2	3, 5

مندرجہ بالا دونوں طریقوں کے ذریعہ HCF معلوم کرنے کے لیے ہمیں ہر عدد کے مفرد اجزائے ضربی نکالنے پڑتے ہیں۔ چھوٹے چھوٹے عددوں کے معاملے میں یہ عمل آسان ہے۔ لیکن بڑے بڑے عددوں کے معاملے میں یہ عمل یعنی مفرد اجزائے ضربی کا طریقہ اتنا آسان نہیں۔ اس حالت میں HCF معلوم کرنے کے لیے ایک اور طریقہ یعنی لگاتار عمل تقسیم کا طریقہ استعمال ہوتا ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟
اگر دو عددوں کے درمیان کوئی عام جزو ضربی نہ ہو تو HCF 1 ہو اس طرح کے عددوں کو اضافی منفرد کہا جاتا ہے۔

2.5.3۔ لگاتار عملِ تقسیم کا طریقہ:

اس طریقے میں ذیل کے مرحلوں سے گذر کر کسی دو عددوں کا HCF نکالا جا سکتا ہے۔

مرحلہ: 1 بڑے عدد کو چھوٹے عدد کے ذریعہ تقسیم کر کے باقی معلوم کیجیے۔

مرحلہ: 2 اگر باقی صفر ہو تو چھوٹا عدد ہی HCF ہوگا۔ اگر باقی صفر نہ ہو اس باقی کے ذریعہ چھوٹے عدد کو تقسیم کر کے نیا باقی معلوم کیا جائیگا۔

مرحلہ: 3 اگر نیا باقی صفر ہو تو پہلے والا باقی ہی HCF ہوگا۔ اگر نیا باقی صفر نہ ہو تو مقسوم علیہ کو اس باقی سے تقسیم کرنا ہوگا۔ یہ عمل بار بار کرتے جائیے۔ جہاں باقی صفر ہو جایے وہیں کام ختم۔ باقی صفر ہونے پر آخری مقسوم علیہ ہی HCF ہوگا۔

مثال: 4 24 اور 40 کا HCF معلوم کیجیے۔

مرحلہ: 1
```
24)40(1
   24
```

مرحلہ: 2
```
16)24(1
   16
```

مرحلہ: 3
```
8)16(2
  16
   0
```

کہیے تو جانیں:
مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے 24 اور 40 کا HCF کتنا ہوگا۔

اس طرح 24 اور 40 کا HCF 8 ہے۔

اگر دو سے زیادہ عدد ہوں تو ہم کسی دو عدد کا HCF معلوم کریں گے۔ اس کے بعد بچے ہوئے عدد کے درمیان کسی ایک عدد اور پہلے HCF کا HCF معلوم کریں گے۔ سبھی اعداد کا کام ختم نہ ہونے تک یہ عمل بار بار کرتے جائیں گے۔ آخری HCF ہی مطلوبہ HCF ہوگا۔ یہ آخری HCF اعداد کی ترتیب پر منحصر نہیں ہے پھر بھی اگر عدد کو چھوٹے سے بڑے کی ترتیب میں لیا جایے تو کام نسبتاً آسان ہوگا۔

مثال:5 192, 180,144 کا HCF معلوم کیجیے۔

حل:

```
144)180(1
    144
     36)144(4
        144
          0
```

144 اور 180 کا HCF 36 ہے۔ اب ہم 36 اور 192 کا HCF نکالیں۔

```
36)192(1
   180
    12)36(3
       36
        0
```

36 اور 192 کا HCF 12 ہے۔

192, 180,144 کا HCF 12 ہے

مشق 2.4

1۔ عدد 65610 عدد 27 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہے۔ 65610 کے قریب ترین ایسے دو عدد معلوم کیجیے جو 27 کے ذریعہ تقسیم پذیر ہو۔

2۔ دو متواتر عدد لے کر ان کا HCF معلوم کیجیے۔

3۔ کس سب سے بڑے عدد کے ذریعہ 245 اور 1029 کو تقسیم کرنے سے ہر حالت میں 5 باقی رہے گا۔

4۔ دو ٹینکر میں بالترتیب 850 لیٹر اور 680 لیٹر پیٹرول آتا ہے۔ آپ ایسا پیٹرول رکھنے کا برتن لائیں گے جس سے دونوں ٹینکروں کا پیٹرول مکمل طور پر ناپا جا سکے گا۔

5۔ کسی سب سے بڑے عدد کے ذریعہ 398, 542,1436 کو تقسیم کرنے پر بالترتیب 11,7 اور 15 بچے گا؟

(اشارہ: 7-398، 11-436، 15-542، کا HCF معلوم کیجیے)

6۔ کسی کمرے کی لمبائی چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 5 میٹر 25 سینٹی میٹر، 6 میٹر 75 سینٹی میٹر اور 4 میٹر 50 سینٹی میٹر ہے۔ ایسی ایک سب سے بڑی چھڑی لیجیے جس سے کمرے کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی مکمل طور پر ناپی جا سکے۔

7۔ ذیل کے بیانات صحیح ہیں یا غلط جانچ کیجیے۔ (ہر ایک کے لیے تین مثالیں دیجیے)

(i) دو مختلف مفرد عدد کا HCF 1 ہوگا۔

(ii) دو اضافی مفرد اعداد کا HCF 1 ہوگا۔

(iii) ایک جفت عدد اور ایک طاق عدد کا HCF ایک جفت عدد ہوتا ہے۔

(iv) دو سلسلہ وار جفت عدد کا HCF 2 ہوگا۔

(v) دو سلسلہ وار طاق عدد کا HCF 2 ہوگا۔

2.6 مشترک ضعف اقل(LCM):

دو یا دو سے زیادہ اعداد کا LCM وہ عدد ہوتا ہے کو

☆ ان سبھی عددوں ایک ضعف ہو

☆ تمام اضعاف کے درمیان سب سے چھوٹا ہو

مثال کے طور پر 8 کے اضعاف ہیں 8,16,24 ...

اور 12 کے اضعاف ہیں 12, 24, 36 .....

یہاں مشترکہ اضعاف ہیں 48,24 ..ان سب کے درمیان سب سے چھوٹا عدد 24 ہے ۔ اس لیے 18 اور 12 کا LCM24 ہے۔غور کیجیے کہ LCM 24 ہے 8 اور 12 دونوں سے بڑا LCM معلوم کرنے کے لیے عام طور پر دو طریقے اپنایے جاتے ہیں۔ یہ طریقے ہیں مفرد اجزائے ضربی کا طریقہ اور مشترکہ تقسیم کا طریقہ۔

2.6.1۔ مفرد اجزائے ضربی کا طریقہ:

اس طریقہ میں ہم ہر عدد کو مفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں۔ دیے گیے عددوں میں مفرد اجزائے ضربی کو موازنہ کر کے ان کے درمیان ہر جز وضربی سب سے زیادہ جتنی بار آیا ہے اسے اتنی بار لیا جاتا ہے۔اور ان سب کو ضرب کیا جاتا ہے یہی حاصل ضرب مشترک ضعف اقل LCM ہوتا ہت،ذیل کی مثالوں پر غور کیجیے۔

مثال:1۔ LCM نکالیے:

(i) 24 اور 40 (ii) 48،40 اور 75 کا

حل: (i) یہاں 24 = 2x2x2x3

40 = 2x2x2x5

یہاں مفرد اجزائے ضربی ہیں 2،3،اور 5۔ اجر جز وضربی 2 سب سے زیادہ تین بار جز وضربی 3 سب سے زیاہ 1 بار اور 5 بھی سب سے زیادہ 1 بار ہے۔

اس لیے LCM 2x2x2x3x5 = 120

(ii) یہاں 40 = 2x2x2x5

48 = 2x2x2x2x3

75 = 3x5x5

2x2x2x2x3x5x5 = 1200= LCM

2.6.2 مشترک تقسیم کا طریقہ:

اس طریقے میں ہم نے ذیل کی طرح LCM نکالتے ہیں۔

☆ ہر عدد کو الگ الگ کر کے ایک چسر میں لکھیں۔

☆ ہم اس طرح کے مفرد عدد معلوم کریں کہ جس کے ذریعہ مذکورہ سطر میں لکھے گیے عددوں کے درمیان کم سے کم ایک عدد تقسیم پذیر ہو۔

☆ اس منفرد عدد کیذریعہ تقسیم پذیر عددوں کو تقسیم کر کے خارج قسمت کو ان عددوں کے نیچے دوسری سطر میں لکھیں۔ جو عدد اس مفرد عدد سے تقسیم پذیر نہیں ہیں انہیں ان کی نچلی سطر پر اسی طرح آتار لیں۔

☆ یہاں اور اس کے بعد والے مرحلوں میں اسی عمل کو جاری رکھتے ہوۓ آگے کی سطریں بناتے جائیں۔ جب تک سبھی اعداد کے نیچے 1 نہ آجایے۔ اس وقت تک یہ عمل جاری رکھیں۔

☆ اس طرح سبھی مفرد مقسوم علیہ کا حاصل ضرب ہی LCM ہوگا۔

مثال:2۔ 30,25,20 اور 40 کا LCM معلوم کیجیے۔

حل: اعداد ہیں: 30, 25,20 اور 40

2	20,	25,	30,	40,
2	10,	25,	15,	20,
2	5,	25,	15,	10,
3	5,	25,	15,	5,
5	5,	25,	5,	5,
5	1,	5,	1,	1,
	1,	1,	1,	1,

600= 2x2x2x3x5x5=LCM

مثال:3۔ کس سب سے چھوٹے عدد کو 24,16,12 اور 36 کے ذریعہ الگ الگ طور پر تقسیم کرنے سے ہر جگہ 7 باقی رہے گا؟

حل: کسی چھوٹے عدد کو 24,16,12 اور 36 سے تقسیم کرنے سے ہر جگہ باقی صفر ہوگا، وہ عدد ان عددوں کا LCM ہے۔ اس لیے مطلوبہ عدد ہے LCM سے 7 زیادہ۔

24,16,12 اور 36 کا LCM کتنا ہوتا ہے معلوم کیجیے۔

آپ نے 144 LCM پایا ہوگا۔

اس لیے مطلوبہ عدد= 7+144 =151

2.7۔HCF اور LCM کی کچھ خصوصیات:

☆ دیے گیے عددوں کا HCF ان عددوں کے درمیان سب سے چھوٹا عدد کے برابر اس سے چھوٹا ہوتا ہے۔

☆ دیے گیے عددوں کا LCM ان عددوں کے درمیان سب سے بڑے عدد کے برابر یا اس سے بڑا ہوتا ہے۔

☆ دو عددوں کے HCF کے ذریعہ ان کا LCM تقسیم پذیر ہوتا ہے یعنی دو اعداد کا LCM ان کے HCF کا ایک صعف ہوتا ہے۔

☆ اگر کسی دو عددوں کا HCF ان دونوں میں سے کسی ایک عدد کے برابر ہو تو اس دونوں LCM دوسرے عدد کے برابر ہوتا ہے۔

☆ دو مفرد عددوں کا LCM ان دونوں عددوں کے حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے۔

مندرجہ تمام خصوصیات کی سچائی جاننے کے لیے دو دو اعداد لے کر ان کا HCF اور LCM نکالیے اور انہیں جانچئے۔

خود کر کے دیکھیے:

☆ کوئی بھی دو عدد لیجیے اور انہیں اپنے کاپی میں لکھیے۔

☆ لیے گیے دونوں عددوں کا HCF معلوم کیجیے۔

☆ لیے گیے دونوں عددوں کا LCM معلوم کیجیے۔

☆ حاصل شدہ HCF اور LCM کا حاصل ضرب نکالیے۔

☆ آپ نے شروع میں جو دو عدد لیے تھے ان کا حاصل ضرب نکالیے۔

☆ دونوں اعداد کے حاصل ضرب کے ساتھ HCF اور LCM کے حاصل ضرب کا کیا تعلق نظر آتا ہے؟

☆ اسی طرح اور دو عدد لے کر اوپر کے عمل کو دہرایئے۔

اوپر کی عمل سے آپ نے ضرور غور کیا ہوگا:

LCM x HCF = دونون اعداد کا حاسلضرب

مثال:1۔دوعددوں کا HCF 15 اور LCM 280 ہے۔اگر ایک عدد 35 ہوتو دوسرا کتنا ہوگا۔

حل: $1400 = 280 \times 5 = HCF \times LCM$

پہلا عدد x دوسرا عدد = 1400

35 x دوسرا عدد = 1400

دوسرا عدد = 1400 ÷ 35 = 40

مثال:2۔دوعددوں کا حاصل ضرب 3000 ہے دونوں عددوں کا HCF اگر 10 ہے تو LCM کتنا ہے معلوم کیجیے۔

حل: LCM x HCF = دونوں عددوں کا حاصل ضرب

یہاں دونون عددوں کا HCF 10 اور حاصل ضرب = 3000

$3000 = LCM \times 10$

اس لیے LCM = 3000 ÷ 10 = 30

مشق 2.5

1۔ اگر دوعددوں اک LCM 16 اوران دونوں کا حاصل ضرب 64 ہوتو انکا HCF معلوم کیجیے۔

2۔ تین عددوں کا حاصل ضرب ہمیشہ ان کے HCF اور LCM کا حاصل ضرب کا برابر ہوگا۔

3۔ دوعددوں کا HCF 13 اور LCM 1989 ہے۔اگر ایک عدد 117 ہوتو دوسرا کتنا ہوگا۔

4۔ دوعددوں کا HCF 14 اور LCM 204 ہوسکا گا کیا۔وہ کے ساتھ جواب دیجیے،

5۔

6۔ 10,000 کے قریب دوایسے اعداد بتائیے جو 1,2,3,4,5,6,7 کے ذریعہ مکمل طور پر تقسیم پذیر ہوگا۔

تیسرا باب:

EEUHR9

جیومیٹری کی بنیادی جانکاری

3.1 ہم لوگ جو کچھ جانتے ہیں:

ہم لوگ پہلے درجوں میں مختلف قسم کے ہموار یا دوابعادی نقشوں کے ساتھ واقفیت حاصل کر چکے ہیں۔ مستطیل اور مربع کی طرح ہموار نقشوں (تصویر) کے نقطۂ راس، ضلع، زاویہ وغیرہ کو پہچانتے ہیں۔ کئی طرح کے سہہ ابعادی شکلیں مثلاً مکعب (cube) مستطیل نما مکعب سے واقفیت رکھتے ہیں۔

دائرے جیسے خط منحنی سے بنے ہوئے نقشے اور اس کے مرکز،(centre) نصف قطر (radius) اور قطر (diameter) کی جانکاری بھی رکھتے ہیں۔

مختلف ناپ (پیمائش) والے زاویوں کی درجہ بندی اور مثلثوں کی درجہ بندی کے متعلق جانتے ہو۔ آیئے ان سب کی یاد تازہ کریں۔

مشق 3.1

1۔ ایک مثلث بنا کر اس کا نام لکھیے اس کے راسوں، زایوں اور ضلعوں کے نام لکھیے۔

2۔ ایک دائرہ بنا کر مرکز اور ایک نصف قطر کی نشان دہی کیجیے۔

3۔ ذیل کے ناپ والے زاویوں میں سے زاویہ حادہ (acute angle)، زاویہ قائمہ (right angle)، اور زاویہ منفرجہ (obtuse angle) کو الگ الگ لکھیے۔

$20^\circ, 95^\circ, 115^\circ, 89^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 175^\circ, 30^\circ$

> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
>
> جیومیٹری علم ریاضی کی ایک اہم شاخ ہے۔ جیومیٹری ''جیو'' اور ''میٹری'' دو لفظوں کو مل کے بنا ہے۔ ''جیو'' کے معنی ہیں زمین اور میٹری کے معنی ہیں ماپ یا ناپ۔ اسی سے اندازہ ہوتا ہے کہ زمین کی ناپ سے متعلق بحثوں ہی سے جیومیٹری وجود میں آئی ہے۔

3.2۔ جیومیٹری کے چند بنیادی تصورات:

آج کی دنیا میں کیے گیے مختلف تعمیری کاموں مثلاً ندی کے باندھوں، کارخانوں اور اونچے مکانوں کی تعمیروں نیز زمینوں کی ناپ کے ساتھ دیگر سہہ البعادی اشیاء کی ناپ بھی جیومیٹری سے وابستہ ہے ان سب کو دھیان رکھ کر جیومیٹری کے دائرہ عمل کو وسیع سے وسیع تر کیا گیا ہے۔

روزمرہ کی زندگی میں ہم لوگ جو مکان، لباس اور دیگر سامان استعمال کرتے ہیں ان کو بنانے میں جیومیٹری کا علم میں ہمیں بڑی مدد کرتا ہے۔ لہذا بچوں کو جیومیٹری کے نظریات سے واقف کرانے کے لیے ٹھوس اور بڑی چیزوں سے شروع کر کے نازک اور لطیف تصورات تک پہنچنے کی کوشش کی گئی ہے۔

3.2.1۔نقطہ:

قلم یا پنسیل کی نوک کی مدد سے کاغذ پر ایک داغ (.) دے دیا جایے تو اسے ہم ایک نقطہ کہتے ہیں۔میدان میں گول پوسٹ لگانے کے لیے کھیل کے استاد جو نشان لگاتے ہیں۔اسے ایک نقطہ کہیں گے یا نہیں سوچیے تو؟ باغ میں پودہ کہاں لگایا جایے گا اس جگہ جو نشان لگایا جاتا ہے، اسے نقطہ کہا جایے گا کہ نہیں؟ ذرا غور کیجیے۔

کھڑی سے استاد کالے تختے پر جو داغ دے کر اسے نقطہ بتاتے ہیں آپ انہیں کاپی پر اس شکل کا نقطہ بنا کر دکھانے سے استاد اسے ناپسند کرتے ہیں کیوں؟ (پوچھ کر سمجھیں)

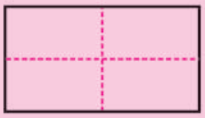
جیومیٹری کے نظریات پر بحث کرنے کے لیے نقطے کی شکل بڑی ہے، یہ جاننے کی ضرورت نہیں۔ نقطے کے بارے میں آپ جو کچھ جانتے ہیں اسے جیومیٹری میں کس طرح استعمال کیا جاسکتا ہے اسے آپ بعد میں پڑھیے گا۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ ایک کاغذ کو لے کر دیکھائے گیے نقشے کی طرح لمبائی کی جانب سے موڑیے۔

☆ اس کو پھر سے چوڑائی کی جانب سے موڑیے۔

☆ موڑے ہوے کاغذ کے دونوں نشان جس جگہ ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں، وہ جگہ ایک نقطے کو ظاہر کرتا ہے۔

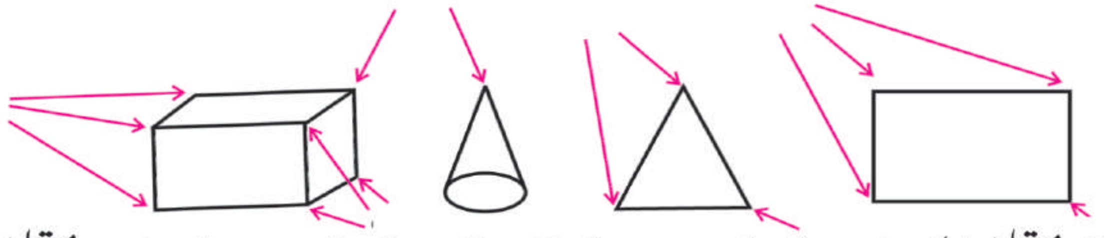


ہر مڑا ہوا نشان ایک خط کی شکل اختیار کرتا ہے۔

☆ لہذا ہم لوگوں کو یہ معلوم ہوا کہ مقامِ قطع (یعنی ایک دوسرے کو کاٹنے کا مقام) ایک نقطہ ہوتا ہے۔

ہم لوگ کہاں کہاں نقطہ دیکھتے ہیں؟

نقطہ



ایک مستطیل نما مکعب کا راس ایک نقطہ ہوتا ہے۔ایک مخروط کے راس ایک نقطہ ہوتا ہے ایک مثلث یا مستطیل کا راس بھی ایک نقطہ ہوتا ہے۔

آپ اپنے چاروں طرف کہاں کہاں نقطے دیکھتے ہیں لکھیے۔

3.2.2۔ خط مستقیم:

بغل کی تصویر(i)3.1 میں ایک چھوٹے کاغذ کو موڑنے پر اس میں ایک نشان نظر آتا ہے۔اسی طرح تصویر(ii)3.1 میں ایک بڑے کاغذ کو درمیان سے موڑنے پر اس میں نسبتاً ایک بڑا نشان نظر آتا ہے۔اس سے معلوم ہوتا ہے کہ جو کاغذ جتنا بڑا ہوتا ہے اسے موڑنے پر اس کا نشان اتنا ہی بڑا ہوگا۔

فرض کیا جایے کہ اس طرح کا ایک کاغذ ہے۔جس کی لمبائی اتنی زیادہ ہے کہ اسے ناپا نہیں جا سکتا۔اس کاغذ کو موڑنے سے نشان پیدا ہوگا اس کی آخری سرحد کہاں ہے، یہ بتایا نہیں جا سکتا۔اسی طرح کا ایک موڑا ہوا نشان ذیل کی تصویر کی طرح دکھایا جا سکتا ہے۔

تصویر3.2

یہاں تیر کا نشان تصویر کے لامحدود پھیلاؤ کو ظاہر کرتا ہے۔تصویر 3.2 میں دیے گیے نقشے کو ہم لوگ ایک خط مستقیم کی حیثیت سے مانتے ہیں۔

3.2.3 خط مستقیم اور نقطہ کے درمیان تعلق:

ہم لوگ یہ تسلیم کرتے ہیں کہ مجموعہ سے ایک خط مستقیم بنتا ہے۔دو نقطوں کو استعمال کر کے ہم ایک خط مستقیم کا نام رکھ سکتے ہیں۔نقشے 3.3 کے خط مستقیم کے اوپر دو نقطے A اور B لیے گیے ہیں۔یہاں اس خط مستقیم کو AB خط مستقیم کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔خط مستقیم $\overleftrightarrow{AB}$ کو AB کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔

تصویر 3.4 میں ایک خط مستقیم A،B،C نامی تین نقطے لیے گیے ہیں ۔ یہاں اس خط مستقیم کو AB خط مستقیم یا $\overleftrightarrow{AB}$،AC خط مستقیم یا $\overleftrightarrow{AC}$ یا پھر BC خط مستقیم $\overleftrightarrow{BC}$ نام سے موسوم کیا جا سکتا ہے۔

خط مستقیم دونوں طرف لامحدود طور پر پھیلا ہوا ہے۔اسے ظاہر کرنے کے لیے دونوں جانب تیر کا نشان دیا جاتا ہے ۔بعض اوقات انگریزی کے کسی چھوٹے حرف (small letter) کے ذریعہ بھی خط مستقیم کی نشاندہی کی کاتی ہے۔

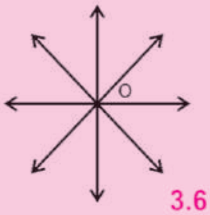
جیسے نقشے 3.5 میں دکھایا گیا ہے۔ دونوں خطوں میں سے ایک کو l اور
دوسرے کو m سے موسوم کیا گیا ہے۔

3.5

کیا آپ جانتے ہیں؟

''خط مستقیم کو ہم ''خط'' بھی کہتے ہیں۔ مستقیم یا سیدھا نہ ہونے والے خط کو خط منحنی کہا جاتا ہے۔ خط منحنی کے چند نمونے ذیل میں دکھایے گیے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے:



3.6

☆ آپ اپنی کاپی کے ورق پر ایک نقطے کا نشان بنا کر اس کا نام O دیں۔
☆ O نقطے سے ایک خط مستقیم کھینچا جایے۔
☆ O نقطے سے ایک اور خط مستقیم بنا سکتے ہیں کیا؟
☆ اگر بنا سکتے ہیں تو O نقطہ سے ایک اور خط مستقیم بنایئے۔
☆ O نقطے سے دو خط مستقیم بنانے کے بعد اسی نقطہ سے اگر اور ا خط مستقیم بنایے جا سکتے ہیں، تو بنائیں نقشہ 3.6 کی طرح ایک نقشہ آپ کو ملا ہوگا۔
☆ اب کہیے، ایک نقطے میں سے کتنے خط مستقیم بنایے جا سکتے ہیں؟

اس عمل سے ہم لوگوں نے کیا سیکھا؟

☆ ایک نقطہ میں سے لاتعداد خط مستقیم کھینچے جا سکتے ہیں۔
☆ ایک نقطہ میں سے تین یا اس سے زیادہ خط مستقیم کھینچے جایے تو ان سب کو نقطہ خط کہا جاتا ہے۔

خود کر کے دیکھیے:

☆ آپ اپنی کاپی پر A اور B نامی دو مختلف نقطوں کا نشان لگائیں۔ نقطہ A سے کئی خط بنایئے۔
☆ نقطہ A سے کھینچے گیے مختلف خط مستقیم میں سے کوئی خط کیا آپ B سے گزار سکے؟
☆ دو الگ نقطوں میں سے ہوتے ہویے کتنے خط مسیقیم بنایے جا سکتے ہیں؟

ہم لوگوں نے جانا کہ کسی ہموار سطح کے دو مختلف نقطوں میں سے گزار کر صرف ایک خط مستقیم بنایا جا سکتا ہے۔ اسی وجہ سے ایک خط مستقیم کو اس پر واقع مختلف نقطوں کے ذریعہ نامزد کیا جاتا ہے

آپ کی کاپی کا ہر صفحہ ایک ہموار سطح ہے۔، مکان کی دیوار، میز کا اوپری حصہ وغیرہ ہموار سطح کا نمونہ ہے۔ زمین گول ہونے کے باوجود اس کی ایک وسیع سطح کا چھوٹا سا حصہ ہم لوگوں کی نظر میں پڑتا ہے۔ اسی وجہ سے یہ سطح ہم کو ہموار نظر آتی ہے۔ لہٰذا آپ کے کھیل کا میدان آپ کو ہموار سطح کے طرح دکھائی دیتا ہے۔ آئیے ذیل میں دیے گیے کام انجام دیں۔

☆ آپ اپنی کاپی کے ایک صفحے پر کئی نقطوں کا نشان لگائیں۔ ضرور مختلف نقطوں کے نشان لگا چکے ہوں گے

☆ آپ کے قریب بیٹھے ہوئے ساتھی کی کاپی سے موازانہ کر کے کہیے کس کی کاپی میں زیادہ نقطوں کا نشان دیا گیا ہے؟

☆ انیسہ اپنی کاپی اور راشدہ کی کاپی کو دیکھ کر کہا

ہم لوگوں نے اپنی اپنی کاپیوں میں اتنے سارے نقطوں کے نشان لگا دیے ہیں کہ ان کو گنتی کرنا ناممکن ہے۔

انیسہ بولی: راشدہ تم اپنی کاپی میں اور زیادہ نقطوں کا نشان لگا سکتی ہو کیا؟

راشدہ بولی: اور بھی تو بہت سارے نقطے لگائے جا سکتے ہیں۔ پورا گھنٹہ ختم ہو جانے سے بھی اور بھی نقطے لگانے کے لیے جگہیں باقی رہیں گے۔

اس سے ہم لوگوں کو معلوم ہوا کہ ایک ہموار سطح پر بے شمار (لامتناہی) نقطے ہوتے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے:

☆ آپ اپنی کاپی کے ایک صفحے پر اسکیل استعمال کر کے کئی خط مستقیم بنائیے۔

☆ یکے بعد دیگرے جتنا ہو سکے مختلف خط مستقیم بنائیے۔

☆ آپ اور آپ کے دوست نے برابر تعداد کے خط مستقیم بنائے ہیں کیا؟

☆ آپ کی جماعت کے سبھی طالب علموں نے برابر تعداد میں خط مستقیم بنائے ہیں کیا؟

☆ اور بھی زیادہ خط مستقیم کھینچنا ممکن ہے کیا؟

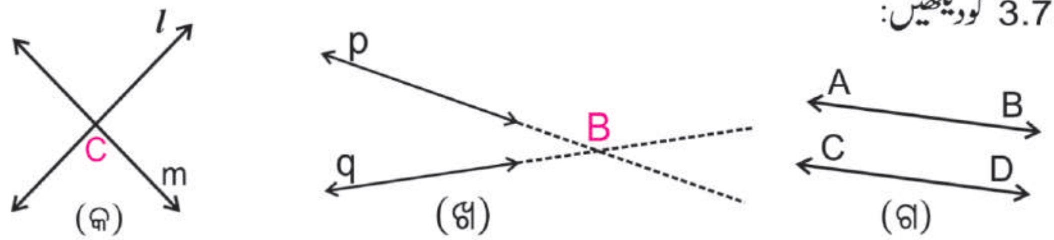
☆ اس سے ہم لوگوں نے کیا معلوم کیا؟

ایک ہموار سطح پر بے شمار (لامتناہی) خط مستقیم رہتے ہیں۔

3.3: ایک ہموار سطح کے اوپر دو خط مستقیم:

ہم لوگوں نے اوپر کی بحث سے جانا کہ ایک ہموار سطح پر بے شمار خط مستقیم ہیں۔ ان میں سے دو خط مستقیم لینے سے جو مختلف صورت حال پیدا ہوتی ہے آئیے اس پر غور کریں:

ذیل کے نقشے 3.7 کو دیکھیں:



3.7

نقشہ 3.7 پر غور کیجیے:

(i) نقشے میں l اور m دو خط مستقیم ایک دوسرے کو c نقطے پر قطع کرتے ہیں (یعنی کاٹتے ہیں) c نقطہ l اور m دونوں خط مستقیم پر واقع ہے۔اس لیے c کو l اور m دنوں خط کا عام نقطہ یا نقطہ قطع کہا جاتا ہے۔

(ii) نقشے میں p اور q دونوں خط کے درمیان ایک عام نقطہ ہے اور وہ عام نقطہ ہے b اس طرح دو خطوں کو باہمی طور پر قطع کرنے والے خط کہتے ہیں۔

(iii) مندرجہ بالا نقشے میں دکھایے گیے دو خط مستقیم $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ دونوں سمت بڑھانے پر ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے اس طرح دو خط مستقیم (جن کا کوئی عام نقطہ یا قطع نہیں ہے) کو متوازی (parallel) خط مستقیم کہتے ہیں۔

اب ہم لوگوں کو معلوم ہوا:

ایک ہموار سطح پر واقع دو خط مستقیم ایک دوسرے کو یا تو ایک نقطہ پر قطع کرتے ہیں (یعنی ایک عام نقطہ ہوتا ہے) یا دونوں خط ایک دوسرے کو بالکل قطع نہیں کرتے۔ایسی صورت میں دونوں خط مستقیم کو متوازی کہا جاتا ہے۔

اپنے اردگرد کی کون کون سی چیزوں میں آپ متوازی خط مستقیم دیکھتے ہیں لکھیے۔

3.4۔ یک خطی نقطے:

3.8

اس سے قبل ہم جانتے ہیں کہ کسی ہموار سطح پر واقع دو نقطوں کے درمیان سے صرف ایک خط مستقیم گزرتا ہے۔اور وہ خط مستقیم مکمل طور پر اس سطح پر رہتا ہے۔

فی الحال ہم اس کاغذ کی سطح پر موجود A، B اور C تین نقطوں سے متعلق غور کریں گے۔A اور B دونوں نقطوں کو لے کر ضرور ایک خط کھینچ سکتے ہیں۔اور اس خط کا نام L ہو۔

نقشہ (i)3.8 میں ہم نقطہ C کو خط l کے اوپر ہوتا ہوا دیکھتے ہیں۔ تصویر (ii)3.8 میں نقطہ C خط l کے اوپر واقع نہیں ہے۔

(i) نقشے میں موجود A، B اور C نقطے ایک ہی خط مستقیم پر واقع ہیں۔ اس لیے انہیں یک خطی نقطے کہا جاتا ہے۔

(ii) نقشے میں موجود A، B اور C نقطہ ایک خط کے اوپر واقع نہیں ہیں۔ اس لیے انہیں غیر خطی نقطے کہتے ہیں۔

ہم لوگوں کو معلوم ہوا:

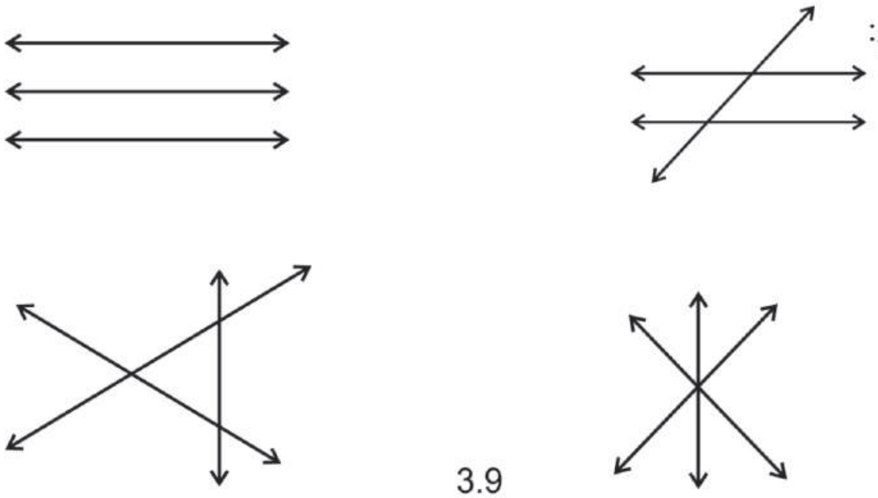
ایک ہموار سطح کے اوپر موجود تین یا زیادہ نقطے ایک خط پر واقع ہونے سے انہیں یک خطی نقطے کہا جاتا ہے۔ جو نقطے یک خطی نہیں ہیں انہیں غیر خطی نقطے کہا جاتا ہے۔

ایک ٹکڑا کاغذ کے اوپر دیے گئے تین (یا زیادہ) نقطے یک خطی یا غیر خطی ہیں۔ اسے ہم کس طرح جانیں گے؟

نقطوں کے درمیان کسی دو نقطوں کو اسکیل کی مدد سے جوڑ کر ایک خط کھینچیں۔ اگر باقی سبھی نقطے اس خط کے اوپر موجود نظر آئیں تو ان سب نقطوں کو یک خطی کہیں گے۔ کوئی ایک نقطہ اگر اس خط کے باہر رہ جائے تو یہ تمام نقطے غیر خطی ہوں گے۔ آسمان میں چاند نہ ہو تو آپ نے سپترشی منڈل دیکھے ہوں گے۔ ان ساتوں ستاروں میں سے کرتو اور پولہہ کو جوڑنے والا خط قطب ستارے سے ہو کر گزرتا ہے۔ اس لیے کرتو، پولہ اور قطب ستارا تینوں یک خطی ہیں۔

3.5 ایک سطح پر تین یا تین سے زیادہ خط مستقیم:

نقشہ 3.9 پر غور کیجیے:



3.9

اس سے قبل ہم جان چکے ہیں کہ ایک ہموار سطح پر دو خط مستقیم ہونے سے یا تو ایک دوسرے کو قطع کرتا ہوگا یا ایک دوسرے کے متوازی ہوگا۔ نقشہ (i)3.9 میں موجود تینوں خط ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔

یاد رکھیں:

دو خط مستقیم ایک دوسرے کو زیادہ سے زیادہ ایک نقطہ پر قطع کرتی ہے۔ ایک دوسرے کو ایک نقطہ پر قطع کرنے والے دونوں خط مستقیم کو متقاطع خط مستقیم کہا جاتا ہے۔

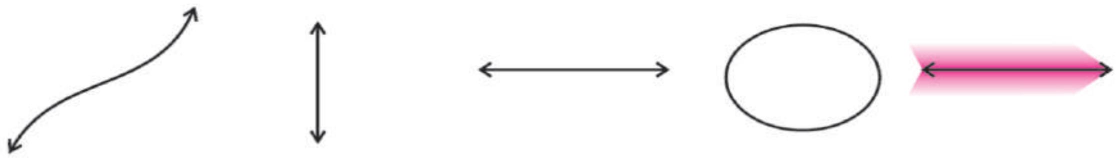
مشق 3.2

1۔ کاپی پر تین نقطوں کی نشان دہی کرتے ہوئے ان کے نام دیجیے۔

2۔ دو خط مستقیم بنا کر ان کے نام دیجیے۔

3۔ آس پاس دکھائی دینے والی چیزوں میں سے تین خط مستقیم، تین خطی منحنی اور تین ہموار سطحوں کی مثالیں دیجیے۔

4۔ ذیل کے نقشے میں دیے گئے خطوں کے درمیان کون سا خط مستقیم اور کون سا خط منحنی ہے پہچان کرائیے۔



غور کیجیے: نقشہ (v) میں دیا گیا خط کتاب کے صفحے کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ دو حصوں کو a اور b کے ذریعہ پہچان کرایا گیا ہے۔ ہر حصے کو خط کی ایک ایک جانب (side) کہا جاتا ہے۔

5۔ آپ اپنی کاپی میں ایک نقطہ لے کر اس سے سات خط مستقیم بنائیے آپ اس نقطہ سے اور کتنے خط مستقیم بنا سکیں گے؟

6۔ آپ اپنی کاپی میں A اور B نامی دو نقطے لیجیے۔ دونوں نقطوں پر مشتمل ایک خط مستقیم بنائیے اس طرح آپ کتنے خط مستقیم بنا سکیں گے؟

7۔ (i) دو ایسے خط مستقیم بنائیے جن کا ایک مشترکہ نقطہ ہو۔ ان دونوں خط مستقیم کی نامزدگی کیجیے۔ مشترکہ نقطے کا نام دیجیے۔

(ii) آپ اپنی کاپی کے صفحے پر جو کوئی سات نقطے لیجیے۔ ان کے نام دیجیے۔ وہ سب یک خطی نقطہ ہوتے ہیں کیا؟

8۔ ایک ہموار سطح پر موجود تین خط مستقیم ایک دوسرے کو کم سے کم کتنے نقطے پر قطع کریں گے؟ زیادہ سے زیادہ کتنے نقطوں پر قطع کریں گے؟

9۔ اسکیل استعمال کر کے دو خط مستقیم بنائیے تا کہ دونوں خط مستقیم ایک دوسرے کے متوازی ہوں گے۔

10۔ ذیل کے جملوں کے درمیان جو صحیح ہوں ان کو چن کر لکھیں۔

(i) خط کہنے سے ہم لوگ صرف "خط مستقیم" سمجھتے ہیں۔

(ii) ایک نقطہ سے بے شمار خط مستقیم کھینچے جا سکتے ہیں۔

(iii) ایک ہموار سطح پر واقع دو نقطوں کو جوڑ کر بے شمار خط مستقیم کھینچے جا سکتے ہیں۔

(iv) ایک ہموار سطح پر واقع کسی نقطہ سے صرف ایک خط مستقیم بنایا جا سکتا ہے۔

(v) ایک ہموار سطح کے اوپر موجود دو نقطوں کو جوڑ کر صرف ایک خط مستقیم بنانا ممکن ہے۔

(vi) کسی ہموار سطح پر واقع دو غیر متوازی خط مستقیم ایک دوسرے کو صرف ایک نقطہ پر قطع کرتے ہیں۔

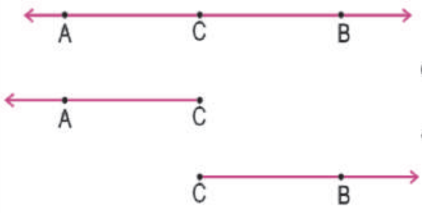
(vii) دو متوازی خط مستقیم کا کوئی نقطہ تقاطع نہیں ہوتا۔

3.6۔شعاع (ray) اور قطعۂ خط (Line Segment)

آپ خط مستقیم سے متعلق مختلف طرح کی باتیں جان چکے ہیں۔ فی الحال ایک خط مستقیم کے مختلف حصوں کو لے کر بنی تصویروں کے متعلق جانیں گے۔

3.6.1:شعاع (Ray)

ذیل کے نقشے (i)3.10 میں $\overleftrightarrow{AB}$ خط کے اوپر نقطہ C دکھلایا گیا ہے۔ جو نقطہ A اور B کے درمیان ہے۔



نقشے (ii) میں C نقطہ سے A کی جانب بڑھتے ہوئے $\overleftrightarrow{AB}$ کے حصہ کو ایک الگ انداز سے دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح تصویر (iii) میں C نقطہ سے B کے جانب بڑھتے ہوئے $\overleftrightarrow{AB}$ کے حصہ کو دکھلایا گیا ہے۔

تصویر (ii) اور تصویر (iii) میں دکھایے گیے $\overleftrightarrow{AB}$ کے دونوں حصوں کو ایک ایک شعاع کہا جاتا ہے۔ تصویر (ii) میں دکھائی گئی شعاع کو CA شعاع اور تصویر (iii) میں دکھائی گئی شعاع کو CB شعاع کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے

CA شعاع علامتی طور پر $\overrightarrow{CA}$ کی شکل میں اور CB شعاع کو علامتی طور پر $\overrightarrow{CB}$ کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

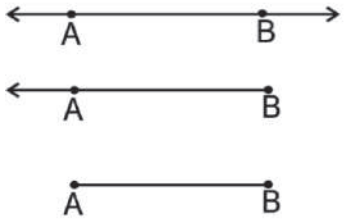
$\overrightarrow{CA}$ کو C نقطے کو آغاز کا نقطہ (شروعاتی نقطہ یا نقطۂ راس) کہا جاتا ہے۔

شعاع اپنے نقطۂ آغاز سے شروع ہو کر کسی ایک سمت میں لا متناہی طور پر پھیلتی جاتی ہے۔ $\overrightarrow{CA}$ اور $\overrightarrow{CB}$ پر غور کریں ان دونوں کو ایک دوسرے کی مخالف شعاع کہا جاتا ہے۔

مخالف شعاعوں $\overrightarrow{CA}$ اور $\overrightarrow{CB}$ کے اجماع سے $\overleftrightarrow{AB}$ کی تشکیل ہوتی ہے۔

> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
>
> دو مخالف شعاع ملنے سے ایک خط مستقیم کی بناوٹ ہوتی ہے۔
>
> $\overrightarrow{CA}$ کو $\overleftarrow{AC}$ اور $\overline{AC}$ شکل میں نہیں لکھا جاتا ہے۔

3.6.2۔قطعۂ خط:



3.11

نقشے (i)3.11 میں آپ $\overleftrightarrow{AB}$ کا نقشہ دیکھتے ہیں ۔اگر نقطہ B کے دائیں طرف رہنے والے $\overleftrightarrow{AB}$ کے حصہ کو مٹا دیا جایے تو ہم لوگ $\overleftrightarrow{AB}$ کے باقی حصہ کو جس شکل میں دیکھیں گے اسے نقشہ (ii) میں دکھایا گیا ہے ۔آپ جانتے ہیں کہ یہ BA شعاع ہوتا ہے۔

فی الحال BA شعاع سے A نقطہ کے بائیں طرف کے حصے کو مٹا دیا جایے تو $\overrightarrow{BA}$ کا جو حصہ باقی رہتا ہے اسے تصویر(iii) میں دکھایا گیا ہے۔تصویر(iii) میں $\overleftrightarrow{AB}$ کا جو حصہ دکھتا ہو اس کو ایک قطعۂ خط کہا جاتا ہے۔اسی قطعۂ خط کو AB قطعہ خط یا AB کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

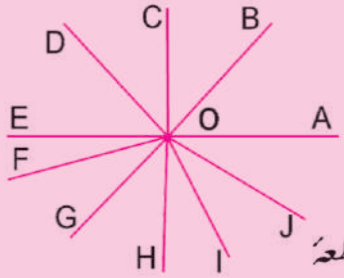
A اور B نقطوں میں سے ہر ایک کو $\overline{AB}$ کے سرے کا نقطہ کہتے ہیں ۔آپ نقشے 3.11 میں A اور B سرے کے نقطوں والا $\overline{AB}$ (یا AB قطعہ خط) دیکھتے ہیں۔ اسکیل استعمال کر کے A سے B تک کی دوری کو ناپیے ۔جو ناپ ملتی ہے اسے AB کی لمبائی کہا جاتا ہے۔

لہذا ہم لوگوں نے یہ جانا کہ:

ایک قطعہ خط کی لمبائی اسکے دوسروں کے نقطوں کے درمیان کی دوری ہوتی ہے۔

> کیا آپ جانتے ہیں؟
>
> قطعہ خط $\overline{AB}$ کی لمبائی کو AB کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔یعنی $\overline{AB}$ کی طرح اور خط نہیں دیا جاتا
>
> $\overline{AB}$: قطعۂ خط AB کی پہچان ہے۔
>
> AB: قطعۂ خط AB کی لمبائی کی پہچان ہے۔
>
> اگر 5 سم لمبائی اور AB بنایا جاتا ہے تو اسے ہم اس طرح لکھیں گے۔
>
> $\overline{AB}$ کی لمبائی = 5 سنٹی میٹر یا 5 سم
>
> یعنی AB=5 سنٹی میٹر یا 5 سم

خود کر کے دیکھیے:



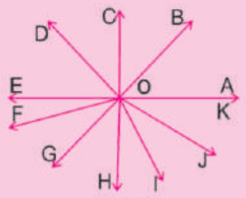
☆ آپ اپنی کاپی کے ایک صفحے پر ایک نقطہ لے کر اسکا نام O رکھیے

☆ O کو ایک سرے کے نقطے کی شکل میں لے کر جتنے قطعۂ خط بنا سکتے ہیں بنایئے۔

☆ بنائے ہوئے قطعۂ خط کی تعداد کو گن کر بتایئے آپ نے کتنے قطعۂ خط بنائے ہیں۔

☆ ہر قطعۂ خط کے دوسرے سرے کا نام دیں J... A,B,C,D

اب آپ نے مشترکہ سرے O والے 10 عدد قطعہ خط پایے ہیں ۔ (تصویر(i)3.12 کی طرح)O کو چھوڑ کے باقی سرے کے نقطوں میں تیر کے نشانات لگائیے۔



3.12

☆فی الحال اس سے قبل کے نقشے میں دیے گیے قطعہ خط کا نقشہ کا شعاعوں کے نقشے میں تبدیل ہوااور اسکا نقشہ (ii)3.12 کی طرح دکھائی دیتا ہے۔

☆ آپ O کو سرے کے نقطہ کے طور پر لے کر پہلے کی طرح اور زیادہ شعاعیں بنا سکتے ہیں کیا؟

☆یقینی طور پر اور زیادہ شعاعیں بنائی جاسکتی ہیں۔

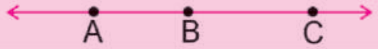
ہم لوگوں نے کیا جانا؟ جس طرح ایک نقطہ سے بے شمار خط مستقیم بنانا ممکن ہے۔اسی طرح ایک شروعاتی نقطہ سے بے شمار شعاعیں بنانا ممکن ہے۔

خود کر کے دیکھیں:

☆ کاپی کے ایک صفحے پر ایک خط مستقیم بنائیے۔اس کے اوپر A اور B اور C تین ایسے نقطے لیجیے کہ B نقطہ A اور C کے درمیان ہوگا۔

☆اب $\overline{AB}$، $\overline{BC}$ اور $\overline{AC}$ کو ناپیے۔

☆اسی طرح تین اور مختلف قطعہ خط AB، BC اور AC بنا کر ان کی ناپ معلوم کیجیے۔



تصویر کا نام	AB	BC	AC
پہلا			
دوسرا			
تیسرا			
چوتھا			

☆بغل کے ٹیبل کے طرح ایک ٹیبل بنا کر اس میں حاصل شدہ ناپ کو درج کیجیے۔

آپ اس ٹیبل کو غور کرتے ہیں؟

ایک خط میں تین نقطہ A,B,C کے درمیان B نقطہ A اور C کا ایک درمیانی نقطہ وسطی نقطہ ہونے سے AB+BC=AC ہوگا۔

یاد رکھیں:

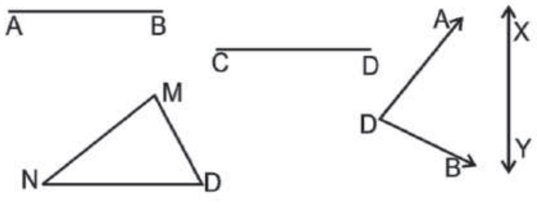
ایک خط مستقیم میں تین نقطہ A,B اور C کے درمیان B نقطہ A اور C کے درمیان ہونے سے ہم لکھتے ہیں

A - B - C

اس طرح لکھنے سے ہم پڑھیں گے B نقطہ A اور C کا درمیانی نقطہ ہے۔

مشق 3.3

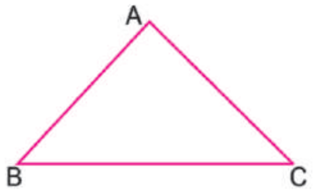
1۔ ذیل میں دیے گیے خط مستقیم، قطعہ خط اور شعاعوں وغیرہ کا نام نیچے کے ٹیبل کی طرح ٹیبل بنا کر اس میں پر کیجیے۔



خط مستقیم	قطعہ خط	شعاع

2۔ آپ اپنی کاپی پر تین عدد قطعہ خط AB، CD اور EF بنائیے۔ ہر ایک کی لمبائی صرف اسکیل کی مدد سے اور بعد میں ڈوائڈر (Divider) اور اسکیل کی مدد سے ناپ کر ذیل ٹیبل کی طرح ٹیبل بنا کر اس میں لکھیے۔

قطعہ خط کا نام	صرف اسکیل کی مدد سے حاصل شدہ لمبائی	ڈیواڈر اور اسکیل کی مدد سے حاصل شدہ لمبائی
AB		
CD		
EF		



3۔ (i) متصل (قریب کے) مثلث کا نام کیا ہے؟

(ii) جو تین قطعہ خط کے ذریعہ مثلث بنا ہے ان کے نام لکھیے۔

(iii) اسکیل کی مدد سے ہر قطعہ خط کی لمبائی ناپ کر لکھیے۔

4۔ ذیل کے جملوں کے درمیان صحیح جملے کو چن کر لکھیں۔

(i) ایک خط مستقیم ایک قطعہ خط کا حصہ ہوتا ہے۔

(ii) ایک قطعہ خط کے دوسرے ہوتے ہیں۔

(iii) ایک خط مستقیم کے دوسرے ہوتے ہیں

(iv) ایک شعاع کا ایک شروعاتی نقطہ ہوتا ہے۔

(v) ایک سنٹی میٹر = 10 ملی میٹر۔

> دیکھ کر کہیے:
> خط مستقیم، شعاع اور قطعہ خط کے درمیان کس کا متعین لمبائی ہے اور کیوں؟

5۔ دیے گیے نقشے میں ناپ کے جانچ کیجیے:

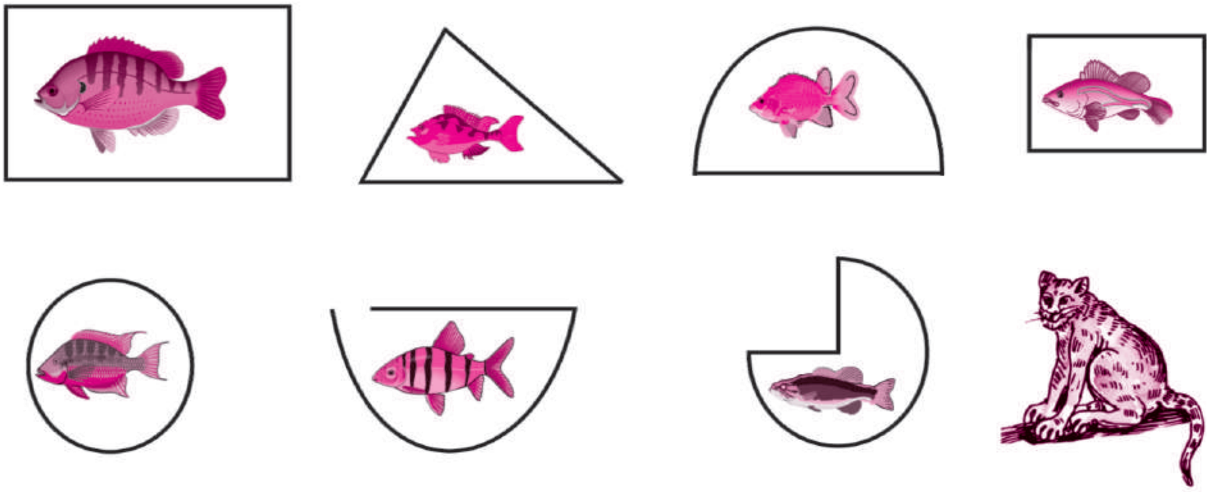
(i) AB+BD=AC+CD

6۔آپ اپنی کاپی میں تین خط مستقیم بنائیے ۔ ہر ایک خط مستقیم پر تین نقطوں کے نشان لگائیں ۔ بائیں سے دائیں کی ترتیب میں تینوں نقطوں کے نام بالترتیب P، Q اور R دیں۔

کون سے نقطہ دوسرے دو نقطوں کے درمیان ہے بتائیے۔ PQ، QR اور PR ان تینوں کے درمیان کون باقی دونوں کے حاصل جمع کے برابر ہے؟

3.7۔ بند شکل:

ذیل کے تصویر میں صرف سیدھی لکیر یا سیدھی لکیر اور تیڑھی لکیر یا صرف تیڑھی لکیر والے نقشے کے اندر ایک مچھلی کا نقشہ ہے۔ان نقشوں کے باہر ایک بلی کا نقشہ ہے۔سیدھی یا ٹیڑھی لکیروں سے مراد تار کی جالیاں ہیں۔تار کی جالیاں اتنی اونچی ہے کہ بلی کود کر بھی مچھلی کے پاس نہیں پہنچ سکتی۔



اب (i)، (ii)، (iii)، (iv)، (v)، (vi)، (vii) نمبر کے نقشوں کو اچھی طرح دیکھ کر ذیل دو سوالوں کے جواب دیں۔

☆ کتنے نمبر کے نقشے میں تار کی جالی سے گھیرے ہوئے علاقے کے اندر بلی داخل ہو کر مچھلی پکڑ سکتی ہے اور کیوں؟

☆ کتنے نمبر کے نقشے میں تار کی جالی سے گھیرے میں بلی داخل نہیں ہوگی اور کیوں؟

تمہارے بتائیے ہوئے جواب ضرور اس قسم کے ہوں گے؟

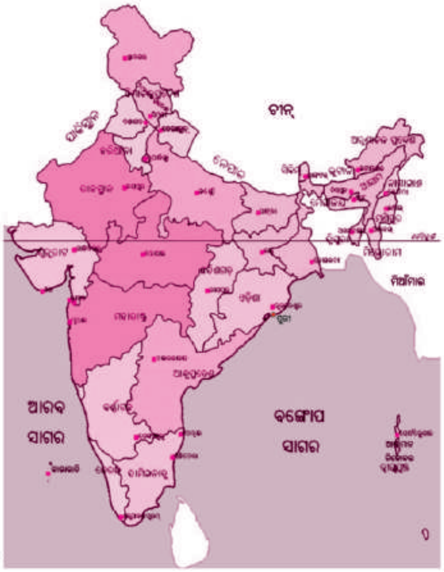
تصویر نمبر (iv) اور (vi) میں تار کی جالی کے اندر بلی داخل ہو کر مچھلی پکڑ سکتی ہے۔کیونکہ اس تار کی جالی کا گھیرا مکمل نہیں ہے۔اور بلی داخل ہونے کے لیے خالی (راستہ) ہے۔اسی طرح تصویر نمبر (i)، (ii)، (iii)، (v)، (vii) میں تار کی جالی گھیرے میں بلی داخل نہیں ہوسکتی۔ کیونکہ ان تصویروں میں تار کی جالی کا گھیرا مکمل طور پر بند ہے۔اس لیے اس میں بلی داخل نہیں ہوسکتی ہے۔

اس سے ہم لوگوں نے کیا سیکھا:

اگر کسی ہموار سطح پر کھینچا گیا نقشہ اس سطح کے ایک حصے کو مکمل طور پر گھیرتا ہے اس نقشے کو ایک بند شکل کہتے ہیں۔

3.7.1 خطِ مستقیم اور خطِ منحنی پر مبنی احاطہ:

آپ مختلف دیوار نقشہ یا میپ دیکھتے ہو۔ نقشہ دیکھ کر آپ ضرور کہہ سکو گے کہ کون سا شہر کہاں واقع ہے۔ میپ دیکھ کر بتایئے کہ کس ریاست میں پوری شہر واقع ہے۔



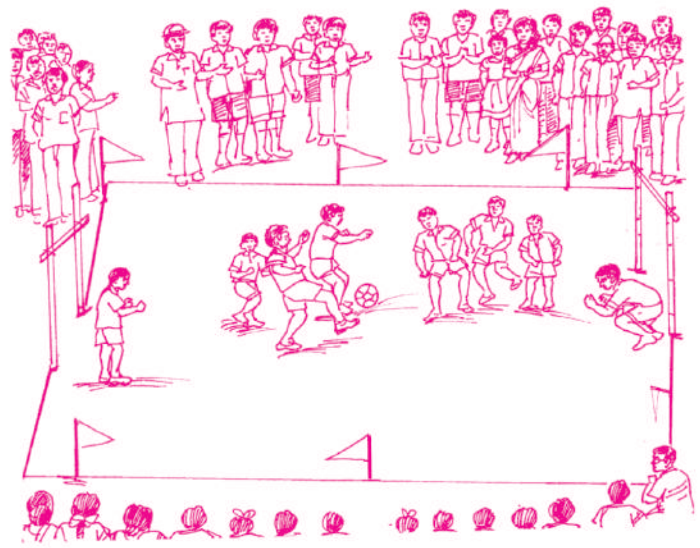
ہندوستان کے نقشہ میں پوری کہاں لکھا ہے، غور کریں۔ آپ دیکھیں گے کہ ریاست اڈیشا میں پوری شہر واقع ہے۔ اڈیشا ایک خط کے ذریعہ گھیرا گیا ہے۔ اسی طرح اندھرا پردیش کو بھی ایک سودرے خط کے ذریعہ گھیرا گیا ہے۔ ہر ریاست کا احاطہ کرنے والے کو اس ریاست کا سرحدی خط کہا جاتا ہے۔ اڈیشا کے سرحدی خط کو دیکھ کر ہم جان سکتے ہیں کہ ریاست اڈیشا اس سرحد کے درمیان پھیلا ہوا ہے۔ اڈیشا کا سرحدی خط اسے قریبی ریاستوں سے الگ کرتا ہے۔

ہندوستان کے نقشہ پر غور کیجیے۔ بتایئے کون کون سی ریاستیں اڈیشا کو لگ کر ہیں۔ اڈیشا کا سرحدی خط اڈیشا کو انہیں ریاستوں سے الگ کرتا ہے۔ تصویر میں اسکول کے سرحدی خط کی پہچان دلایئے۔ غور کیجیے۔ اسکول کا علاقہ ایک سرحدی خط کے ذریعہ گھیرا ہوا ہے۔ یہ سرحدی خط چند خطِ مستقیم پر مشتمل ہے۔

سرحدی خط دو طرح کے ہوتے ہیں۔ خطِ مستقیم اور خطِ منحنی۔ نقشے میں دیے گیے اسکول کی سرحد خطِ مستقیم اور اڈیشا کی سرحد خطِ منحنی ہے۔

3.7.2 اندرونی اور بیرونی نقطہ:

کھیل کے میدان کا تصویر دیکھ کر ذیل کے سوالات کے جواب دیں۔



(i) کھیل کے میدان کے اندر کیا ہیں؟

(ii) کھیل کے میدان کے باہر کون ہیں؟

(iii) کھیل کے میدان کی سرحد میں کون لوگ ہیں۔ (مگر کھیل کے میدان کے اندر اور باہر نہیں ہیں؟)

☆ جو لوگ اندر ہیں وہ کھیل کے میدان کے اندرونی حصے میں ہیں۔

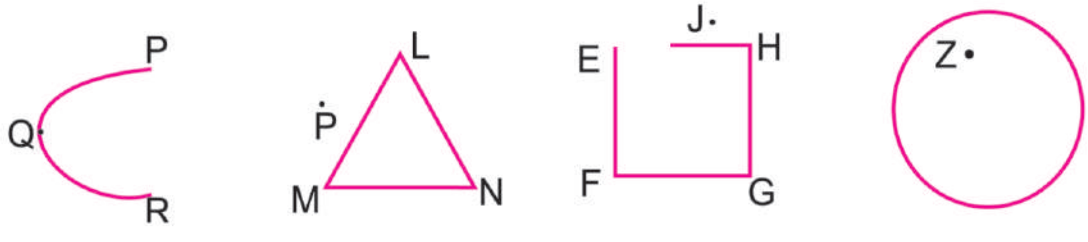
☆ جو لوگ باہر ہیں وہ لوگ کھیل کے میدان کے بیرونی حصے میں ہیں۔

☆ جو لوگ نہ تو اندر ہیں اور نہ ہی باہر ہیں وہ لوگ کھیل کے میدان کی سرحد پر ہیں۔

ہم لوگوں نے کیا سیکھا:

سرحدی خط کے ذریعہ گھیرے ہوئے بند علاقے کا کوئی نقطہ وہ اس علاقے کا اندرونی نقطہ اور سرحدی خط کے اوپر واقع کوئی نقطہ اس سرحد کا اوپری نقطہ کہلاتا ہے۔ اندرونی نقطوں اور سرحدی کے اوپری نقطوں کو چھوڑ کر دوسرے تمام نقطے اس بند علاقے کے بیرونی نقطے کہلاتے ہیں۔

ذیل میں دیے گیے نقشے کو دیکھیے اور سوالوں کے جواب لکھیے۔



☆ تصویر (i)، (ii)، (iii)، (iv) میں دکھائے گئے علاقوں میں کون سے علاقوں کی شکل بند ہے؟

☆ خالی جگہوں کو پر کیجیے:

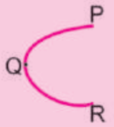
* ....اور..................گھیرا ہوا نقشہ ہے۔
* ....اور..................گھیرا ہوا نقشہ نہیں ہے۔
* ....نقشے کی سرحد خط منحنی ہے۔
* ....نقشے کی سرحد خط مستقیم ہے۔
* ....نقشے میں ایک بیرونی نقطہ ہے اور وہ بیرونی نقطہ............ ہے۔
* ....نقشے میں ایک اندرونی نقطہ ہے اور وہ اندرونی نقطہ............ ہے۔

☆ ذیل کے سوالات کے جواب دیں:

* نقشے (i) میں ایک بیرونی نقطہ دکھا سکیں گے کیا؟
* کس کس نقشے میں آپ اندرونی نقطہ یا بیرونی نقطے دکھا سکیں گے؟

آپ نے غور کیا ہوگا کہ (ii) اور (iii) میں اندرونی اور بیرونی دونوں طرح کے نقطوں کو دکھایا جا سکتا ہے۔ لیکن تصویر (i) اور (iv) میں اندرونی اور بیرونی نقطوں کو دکھایا نہیں جا سکتا۔ صرف گھیرے ہوئے یعنی بند شکل کے نقشوں میں اندرونی اور بیرونی دونوں طرح کے نقطے ہیں۔

کیا آپ جانتے ہیں؟
میں گھیرا ہوا تصویر نہیں ہوں مجھے کھلی تصویر کہا جاتا ہے۔ میرا اندرونی اور بیرونی نقطہ نہیں ہے۔



مشق 3.4

1۔ (i) خط مستقیم سرحد والا ایک نقشہ اور خط منحنی سرحد والا ایک بند نقشہ بنائیے۔

(ii) بنائے ہوئے ہر نقشے میں دو اندرونی نقطے اور دو بیرونی نقطے دکھائیے خط مستقیم سرحد والے نقشے کے اندرونی دو نقطوں کے نام K اور L دیجیے۔ اور بیرونی دو نقطوں کے نام M اور N دیجیے۔
خط منحنی سرحد والے دو اندرونی نقطوں کے نام P اور Q دیجیے، اور بیرونی دو نقطوں کے نام R اور S دیجیے۔

(iii) بند شکل والے ہر نقشے پر ایک نقطے کی نشاندہی کیجیے۔ خط مستقیم والے نقشے میں اس نقطہ کا نام Y دیجیے اور خط منحنی والے نقشے میں اس نقطے کا نام Z دیجیے۔

2۔ اس طرح کا ایک نقشہ بنائیے جس کا اندرونی یا بیرونی نقطہ دکھانا ممکن نہیں ہے۔

3.8 زاویہ:

3.8.1 زاویہ کا تصویر:

مندرجہ بالا تصویروں پر غور کریں۔

☆ کتاب کے ہر صفحہ کا کنارا ایک قطعہ خط ہے اس کے دونوں کنارے جہاں ملتے ہیں وہاں ایک زاویہ بنا ہے۔

☆ آپ اپنے جیومیٹری بکس کے ڈیوائڈر کو دیکھیے۔ اس کے دونوں پاؤں کے ملنے کی جگہ پر ایک زاویہ ہے۔

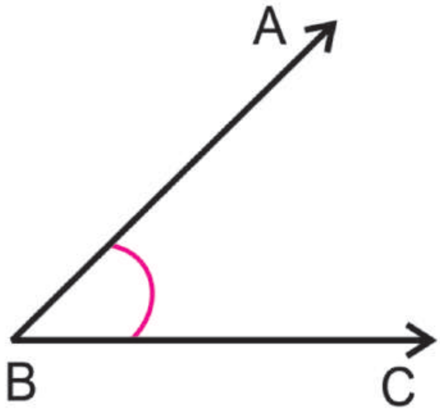
☆ اوپر گھڑی کی تصویر پر غور کیجیے۔ گھڑی کی سوئی اور منٹ کی سوئی کس طرح ہیں؟ دونوں سوئیاں ایک زاویہ کی شکل میں ہیں۔

☆ اسی طرح سیٹ اسکوار کے ہر نقطہ راس کے پاس، بکسے اس کے دو کناروں کے ملنے کی جگہ زاویے بنے ہیں۔

اب کہیے:

(i) آپ اپنے کلاس کے بلیک بورڈ میں کتنے زاویہ دیکھتے ہیں؟

(ii) آپ اپنے کلاس کے فرش پر کتنے زاویے بنتے ہوئے دیکھتے ہیں لکھیے۔



3.8.2 زاویہ کا نقطہ راس ضلع اور نامزدگی۔

(i) نقشے میں شعاوں کے نام کیا ہیں؟

(ii) شعاعوں کا نقطہ آغاز کون سا نقطہ ہے؟

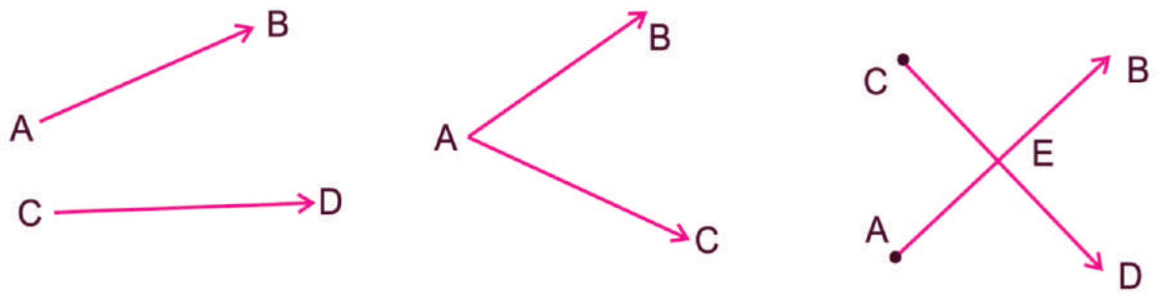
(iii) شعاع $\overleftrightarrow{BA}$ کس سمت میں پھیلی ہے؟

(iv) $\overleftrightarrow{BC}$ کس سمت میں پھیلی ہے؟

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> نشان زاویہ کا علامتی نشان ہے۔ زاویہ کا نام لکھتے وقت ہمیشہ نقطہ راس بیچ میں رہتا ہے۔
> ABC کو B بھی کہا جاتا ہے۔ مگر ایک نقطہ راس میں ایک سے زیادہ زاویے ہوں تو دوسری قسم کی نامزدگی نہیں کی جاتی۔

نقشے 3.13 میں دو شعاعوں کے ملنے پر ایک زاویہ بنا ہے۔ دونوں شعاعوں کے مشترکہ نقطہ آغاز B کو اس زاویہ کا نقطہ راس کہا جاتا ہے۔ $\overrightarrow{BA}$ اور $\overrightarrow{BC}$ دونوں شعاعوں کو زاویہ کا ضلع کہتے ہیں ۔ اس زاویہ کو ∠ABC یا ∠CBA (زاویہ ∠ABC یا ∠CBA پڑھا جاتا ہے)

ذیل میں دی گئی تینوں تصویروں پر غور کیجیے:

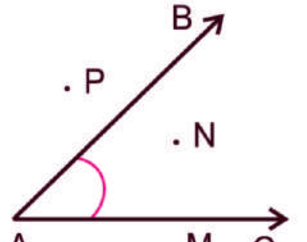


☆ تصویر (i) میں $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{CD}$ دو شعاعیں ہونے پر بھی زاویہ نہیں بنتا۔

☆ تصویر (ii) میں A ہے $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{AC}$ دونوں شعاعوں کا نقطہ آغاز یہ دونوں شعاعیں کسی خط کا حصہ نہیں ہیں۔ اس لیے دونوں شعاعیں ایک زاویہ بناتی ہیں۔

☆ تصویر (iii) میں $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{CD}$ ان دونوں کے نقطہ آغاز بالترتیب A اور C ہیں E ان دونوں شعاعوں کا ایک مشترکہ نقطہ ہے $\overrightarrow{EB}$ اور $\overrightarrow{ED}$ ان دونوں شعاعوں کا نقطہ آغاز E ہونے کی وجہ ∠BED پیدا ہوا۔ یہاں $\overrightarrow{EC}$ اور $\overrightarrow{EB}$ دونوں کا مشترکہ نقطہ E ہونے کی وجہ سے $\overrightarrow{EC}$ اور $\overrightarrow{EB}$ کے اجماع سے زاویہ ∠CEB بنا ہے ۔ اسی طرح ایک اور زاویہ ∠AED بھی پیدا ہوا ہے ۔ $\overrightarrow{EC}$ اور $\overrightarrow{EA}$ کا مشترکہ نقطہ E ہونے کی وجہ سے دونوں قطعہ خط کے درمیان ∠AEC پیدا ہوا ہے۔

3.8.3 زاویہ کا اندرونی اور بیرونی نقطہ:



3.14

☆ بغل کی تصویر میں ∠BAC کو دکھایا گیا ہے۔ زاویہ کتاب کی ہموار سطح پر واقع ہے۔

☆ N نقطہ زاویہ کا اندرونی نقطہ ہے۔

☆ N نقطہ کے طرح ∠BAC کے بے شمار اندرونی نقطے ہیں۔ لیکن یہاں ان کی نامزدگی نہیں ہوئی ہے۔

☆ ان نقطوں کا (یعنی $\angle BAC$ کے اندرونی نقطوں کا) اجتماع اس سطح کا ایک حصہ ہوتا ہے۔ سطح کے اس حصہ کو زاویہ کا اندرونی حصہ کہتے ہیں۔ زاویہ کے دونوں ضلع کا پھیلاؤ لامحدود ہونے کی وجہ سے BAC کا اندرونی حصہ لامحدود ہوگا۔

☆ P اور M نقطے BAC کے بیرونی نقطے ہیں۔ P اور M کے طرح BAC کے بے شمار بیرونی نقطے ہیں۔

☆ انہی نقطوں کا (یعنی BAC کے بیرونی نقطوں) کا مجموعہ، اس سطح کا ایک حصہ ہوتا ہے۔ سطح کے اس حصہ کو زاویہ کا بیرونی حصہ کہتے ہیں۔ $\angle BAC$ زاویہ کا بیرونی حصہ بھی لامحدود ہوتا ہے۔

☆ $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{AC}$ پر واقع ہر نقطہ $\angle BAC$ کا ایک نقطہ اسی طرح کے تمام نقطوں کے مجموعہ سے زاویہ بنا ہے۔ یعنی $\angle BAC$، $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{AC}$ پر واقع تمام نقطوں کا مجموعہ ہوتا ہے۔

مندرجہ بالا بحث سے ہم لوگوں کو کیا معلوم ہوا؟

☆ ایک زاویہ اس کے اندرونی اور بیرونی حصہ کو الگ کرتی ہے۔

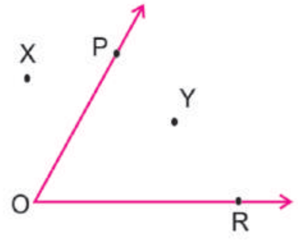
☆ زاویہ کے کسی بیرونی نقطہ اور کسی اندرونی نقطے کا جوڑنے والا قطعۂ خط (یعنی $\overline{PN}$ یا $\overline{MN}$) $\overrightarrow{AB}$ یا $\overrightarrow{AC}$ کو قطع کرتا ہے۔

> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
> کسی ہموار سطح میں ایک زاویہ بننے سے سطح تین حصوں میں بٹ جاتی ہے۔ (i) زاویہ (ii) زاویہ کا اندرونی حصہ (iii) زاویہ کا بیرونی حصہ

آپ ایک زاویہ بنا کر اس کے اندرونی حصے میں رنگ بھریے۔ زاویہ کا ایک اندرونی نقطہ اور ایک بیرونی نقطہ دکھائیے۔

مشق 3.5

1۔ تصویر دیکھ کر اپنی کاپی میں جواب لکھیں:



(i) تصویر میں کو زاویہ ہے اس کا نام لکھیں۔

(ii) اس کے نقطۂ راس اور اس کے ضلعوں کے نام لکھیں۔

(iii) اس زاویہ کے اندرونی نقطہ اور بیرونی نقطہ کا نام لکھیں۔

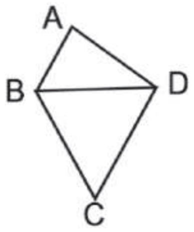
2۔ ذیل کے جملوں میں خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

(i) ایک زاویہ کا .... عدد نقطۂ راس اور .... عدد ضلع ہوتے ہیں۔

(ii) .... نشان زاویہ کی علامتی پہچان ہے۔

(iii) دو خط مستقیم ایک دوسرے کو قطع کرنے سے .... عدد زاویے پیدا ہوتے ہیں۔

3۔ اسکیل اور پنسیل کے مدد سے آپ اپنی کاپی پر دو زاویے بنا کر ان کے نام دیجیے۔



4۔ (i) بغل کے تصویر میں کتنے زاویے ہیں؟

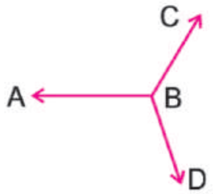
(ii) صرف نقطۂ راس کے قریب کن کن زاویوں کی نامزدگی کرائی جا سکے گی؟

(iii) کن زاویوں کا ایک مشترک ضلع ہے؟

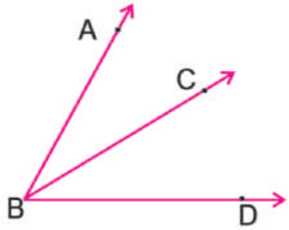
3.9: زایوں کے درمیان تعلق:

ایک مشترک نقطۂ راس والے ایک سے زیادہ زایوں کی کچھ مثالیں بیان دی گئی ہیں۔ انہیں غور کریں۔

3.9.1 متصلہ زاویہ:



پاس کی تصویر دیکھ کر جواب دیں۔



☆ ABC∠ اور CBD∠ کے نقطۂ راس کا کیا نام ہے؟

☆ ان دونوں زاویوں کا عام ضلع کون سا ہے؟

☆ کس شعاع کی دو مخالف جانب دو زاویوں کے اندرونی حصے واقع ہیں؟

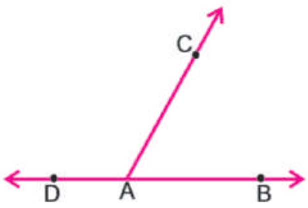
☆ ABC∠ اور CBD∠ دونوں زاویوں کے اندرونی حصوں میں کوئی حصہ ہے کیا؟

ان سوالات کا جواب آپ ضرور ذیل کے انداز میں سوچ رہے ہوں گے۔

دونوں زاویوں کے اندرونی حصے میں واقع ہیں۔ اور دونوں زاویوں کے اندرونی حصوں کے درمیان کوئی حصہ مشترک نہیں ہے کسی ہموار سطح پر واقع دو زاویوں کا ایک مشترک نقطہ راس اور ایک مشترک ضلع ہو اور ان دونوں کے اندرونی حصوں کا کوئی حصہ مشترک نہ ہو تو ان دونوں زایوں کو متصلہ زاویہ کہا جاتا ہے۔ یہاں ABC∠ اور CBD∠ دونوں متصلہ زایوہ ہیں۔

آپ دو عدد متصلہ زاویہ (adjacent angles) بنا کر ان کی نامزدگی کیجیے۔

3.9.2 مستقیمی جوڑی:

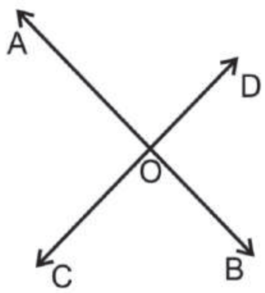


بغل کی تصویر کو دیکھیے تصویر کے بارے میں بیان کیجیے اور غور کیجیے۔

تصویر میں BAC∠ اور CAD∠ دونوں زاویوں کے غیر مشترکہ ضلع $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{AD}$ دو مخالف شعاعیں ہیں۔ اسی طرح کے متصلہ زاویوں کو مستقیمی جوڑی کہا جاتا ہے۔

آپ اپنی کاپی میں خط مستقیمی جوڑی بنائیں اور دونوں زاویوں کی مقدار کا معلوم حاصل جمع کریں۔

3.9.3: مخالف زاویہ



دی گئی تصویر کو دیکھ کر ذیل کے سوالات کے جواب دیجیے۔

☆ $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ دونوں ایک دوسرے کو کس نقطے پر قطع کرتے ہیں۔

☆ AOD∠ کے کتنے متصلہ زاویے ہیں۔ اور ان زاویوں کے نام کیا ہیں؟

☆ تصویر میں کون زاویہ AOD∠ کا متصلہ نہیں ہے؟

تصویر میں آپ غور کرتے ہوں گے کہ:

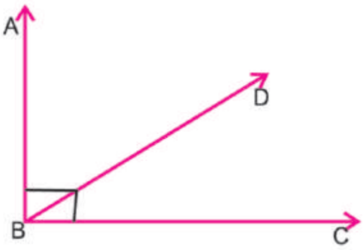
☆ $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ ایک دوسرے کو O نقطے پر قطع کرتے ہیں۔ AOD∠ کے دو عدد زاویہ متصلہ ہیں۔ یہ دونوں DOB∠ اور AOC∠ ہیں۔

☆ COB∠، AOD∠ کا متصلہ زاویہ نہیں ہے۔ یہاں پر AOD∠ کا مخالف زاویہ BOC∠ ہے۔

دو خط مستقیم ایک دوسرے کو آپس میں ایک نقطہ پر قطع کرنے سے جو چار زاویے بنتے ہیں۔ ان کے درمیان کن دو زاویوں کا کوئی مشترکہ ضلع نہیں ہوتا، (یعنی جو دو زاویے باہمی متصلہ نہیں ہوتے) وہ دونوں زاویے ایک دوسرے کے مخالف زاویے ہیں۔

دو خط مستقیم $\overleftrightarrow{XY}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ لیجیے تا کہ دونوں ایک دوسرے کو K نقطے پر کاٹتے ہوں۔ اس تصویر میں دو عدد مخالف زاویے یا زاویہ متقابلہ کی نشان دہی کیجیے۔

3.9.4 متمم زاویہ: (Complimentary Angles)



تصویر میں ABC∠ ایک زاویہ قائمہ ہے۔

اس تصویر کو دیکھ کر ذیل کے سوالات کے جواب دیں۔

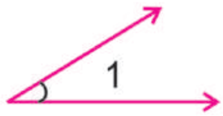
☆ ABC∠ کے علاوہ دوسرے دو زاویوں کے نام کیا ہیں؟

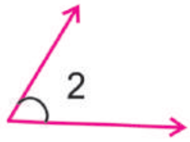
☆ ABD∠ کی مقدار+DBC∠ کی مقدار= کتنا؟

ہم لوگوں نے دیکھا کہ:

ABD∠ اور DBC∠ کی مقدار مل کر 90° ہوتی ہے۔ ان دونوں زاویوں کو ایک دوسرے کا متمم زاویہ کہا جاتا ہے۔

ذیل کی تصویر میں 1∠ اور 2∠ کے ناپ کا حاصل جمع 90° ہوتا ہے۔ اس لیے 1∠ اور 2∠ بھی متمم زاویے ہیں۔



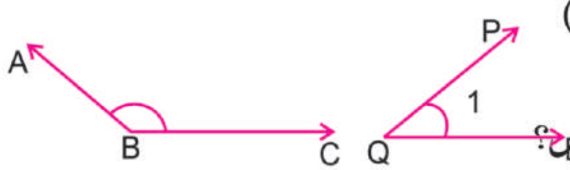


دو زاویوں کی مقدار مل کر 90^0 ہونے سے ان میں سے ایک کو دوسرے کا متمم کہا جاتا ہے۔ یا پھر دونوں زاویے ایک دوسرے کے متمم ہوتے ہیں۔

کیا آپ جانتے ہیں؟
دو متمم زاویے باہمی متصل ہو سکتے ہیں یعنی الگ الگ (علیحدٰہ) جگہوں پر واقع ہو سکتے ہیں۔

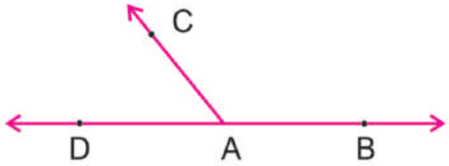
3.9.5: زاویہ تکملہ: (Supplimentary Angles)

قریب کی تصویر دیکھیے:



آپ تصویر میں جو دو زاویے دیکھ رہے ہیں۔ ان کے نام کیا ہیں؟

ان دونوں زاویوں کی مقدار معلوم کیجیے جن دو زاویوں کی مقدار کا جمع 180 ہوتا ہے ان دونوں کو ایک دوسرے کا زاویہ تکملہ کہا جاتا ہے۔ یہاں ABC/ اور PQR/ میں سے ایک دوسرے کا زاویہ تکملہ ہے۔ مستقیمی جوڑی کے دونوں زاویے کا ناپ کے دیکھیے۔ ان دونوں کی مقدار کا حاصل جمع 180 ہوتا ہے۔ اس لیے یہ دونوں ایک دوسرے کے زاویہ تکملہ ہیں۔



یاد رکھیے: دو زاویہ تکملہ الگ الگ جگہ رہ سکتے ہیں یا متصلہ ہو سکتے ہیں۔

مشق 3.6

1۔ (i) مندرجہ ذیل ناپ والے زاویوں کے متمم زاویوں کے ناپ معلوم کیجیے:

75^0 ،45^0 ،30^0 ،29^0 ،15^0 ،6^0

(ii) مندرجہ ذیل ناپ والے زاویوں کے زاویہ تکملہ کے ناپ معلوم کیجیے:

150^0، 145^0، 110^0 ،70^0 ،52^0 ،27^0

2۔ (i) $45^0\ 45'$ ناپ کے متمم زاویہ اور زاویہ تکملہ کا ناپ معلوم کیجیے۔ (1=60')

(ii) 48^0 ناپ والے زاویہ کے متمم زاویہ کے زاویہ تکملہ کی مقدار کتنی ہے لکھیے۔

3۔ ذیل کے ناپ والی جوڑی کے درمیان کون سی جوڑی باہمی متمم اور کون سی جوڑی باہمی زاویہ تکملہ ہے۔ اس کی نشاندہی کیجیے۔

(i) $68^0, 22^0$ (ii) $163^0, 17^0$ (iii) $73^0, 17^0$

(iv) $80^0, 10^0$ (v) $42^0, 138^0$ (vi) $90^0, 90^0$

4۔ مختلف نقشے بنا کر متمم زاویوں اور زاویہ تکملہ کی مثالیں دیجیے۔

5۔ آس پاس پائی جانے والی چیزوں میں سے زاویہ قائمہ کی شکل کی تین مثالیں دیجیے۔

6۔ ایک ٹرافک پولس پورب کی جانب رخ کر کے کھڑا ہوا ہے۔اگر وہ اپنی بائیں جانب یکے بعد دیگرے۔

(i) ایک زاویہ قائمہ (ii) دو زاویہ قائمہ (iii) تین زاویہ قائمہ

(iv) چار زاویہ قائمہ گھومتا ہے تو ہر بار گھومنے کے بعد اس کا رخ کس سمت ہوگا بتائیے۔

7۔ کس قسم کا زاویہ بنے گا بتائیے:

(i) کس نقطے سے پورب اور دکن کی جانب دو شعاعیں بنانے سے

(ii) کسی نقطے سے اتر اور اتر پورب کی جانب دو شعاعیں بنانے سے

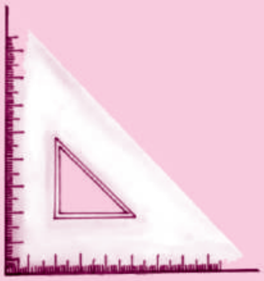
(iii) ایک نقطے سے پورب اور اتر کی جانب دو شعاعیں بنانے سے

8۔ (i) جس زاویہ کی مقدار اس کے متمم زاویہ کی مقدار کی دوگنی ہے، اس کی مقدار کتنی ہوگی؟

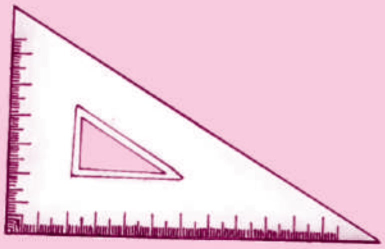
(ii) جس زاویہ کی مقدار اس کے زاویہ تکملہ کی مقدار کی دوگنی ہو اس کی مقدار کتنی ہوگی معلوم کیجیے۔

سیٹ اسکوائر سے متعلق کچھ جاننے کی باتیں:

چند مخصوص مقدار والے زاویے بنانے کے لیے سیٹ اسکوائر کا استعمال ہوتا ہے۔ اس کے دوسرے استعمال کی جانکاری سے متعلق دی گئی معلومات کو پڑھیے۔



45^0 سیٹ اسکوائر



30^0 سیٹ اسکوائر

آپ اپنے جیومٹری بکس میں دو عدد سیٹ اسکوئر پر غور کیجیے۔ ایک کے زاویوں کی مقدار بالترتیب 30، 90، 60 ہے اور دوسرے کے زایوں کی مقدار بالترتیب 45^0، 90^0، 45^0 ہے۔ پہلے کا نام 30^0 سیٹ اسکوئر اور دوسرے کا نام 45^0 سیٹ اسکویئر ہے۔ یہ پلاسٹک یا دھات کا بنا ہوا ہوتا ہے۔ اس کے کنارے دوری یا لمبائی ناپنے کے لیے سنٹی میٹر کا نشان دیا جاتا ہے۔

30^0، 45^0، 60^0 اور 90^0 ناپ والے زاویے بنانے کے لیے اس کی ضرورت پڑتی ہے۔ کسی دیے گیے خط مستقیم پر عمود (یعنی زاویہ قائمہ بنانے والا خط) اور کسی دیے گیے خط کے ساتھ متوازی خط مستقیم بنانے کے لیے اس کا استعمال ہوتا ہے۔

فطری عدد

4.1۔ جو ہم جانتے ہیں:

آپ نے چیزوں کو گننے کے لیے عدد کا استعمال کرنا سیکھا ہے۔ دو طرح کی چیزوں کے ذخیروں کی تعداد معلوم ہو تو ان دونوں چیزوں کی کل تعداد معلوم کرنے کے لیے حاصل جمع کا طریقہ آپ جانتے ہیں۔ ایک طرح کی چیزوں کی جماعت سے کچھ چیزیں نکال لینے پر بچی ہوئی چیزوں کی تعداد جاننے کے لیے حاصل تفریق نکالنے کا طریقہ بھی آپ نے سیکھا ہے۔ ایک عدد کو بار بار جمع کرنے کا مختصر طریقہ عمل ضرب سے بھی آپ واقف ہیں۔ ایک عدد کو اس سے چھوٹے عدد سے بار بار گھٹانے کے بجایے تقسیم کے عمل کے ذریعہ آسانی سے نتیجہ معلوم کرنا آپ کو معلوم ہے۔ عدد اور اس سے جڑے مختلف عوامل کے استعمال سے آپ روزمرہ کے بہت سے مسائل حل کر سکتے ہیں۔ ہم موجودہ باب میں عددوں کے ارتقا پر گفتگو کریں گے۔

4.2۔ تاریخی پس منظر:

عہد قدیم سے انسان زندہ رہنے کے لیے غذا اکٹھا کرنے، محفوظ زندگی گزارنے کے لیے، رہائش گاہ کا انتظام کرنے اور باہر کے دشمنوں سے اپنی حفاظت کرنے کے لیے ایک ساتھ مل جل کر رہنے کا عادی رہا ہے۔ شروعات میں وہ صرف حال کے بارے میں سوچتا تھا۔ دھیرے دھیرے وہ مستقبل کے بارے میں سوچنے لگا۔ جب وہ مستقبل کی آرام و آسائش زندگی کے لیے جانور پالنے اور پیڑ پودے لگانے کے بارے میں سوچنے لگا تب اس نے ایک سے زیادہ جانور پالنے اور ایک سے زیادہ پیڑ لگایے۔ اس نے جو جانور پالے اور جو پیڑ لگایے ان کا حساب رکھنے کی ضرورت اسے پیش آئی۔

4.2.1۔ حساب رکھنے کا طریقہ:

ان کے گوشالے سے جو جانور باہر گیے وہ سب کے سب شام کو گوشالہ واپس ہویے کہ نہیں اس کا حساب رکھنے کے لیے وہ لوگ غالباً جانوروں کے نکلتے وقت ہر جانور کے لیے ایک نشان دیوار پر لگاتے ہوں گے۔ اور واپسی پر جانوروں کے گوشالے میں داخل ہوتے وقت ایک ایک نشان مٹاتے ہوں گے۔ آخر میں اگر دیکھتے کہ ایک نشان بچ گیا تو وہ یہ جانتے کہ

> **کہیے تو جانیں:**
> سبھی نشان مٹ جانے کے بعد بھی گوشالہ کے باہر اور کچھ جانور بچ جائیں تو وہ کیا سمجھتے ہوں گے؟

ایک جانور واپس نہیں آیا۔ اگر سبھی نشان مٹ جاتے اور گوشالہ کے باہر کوئی جانور نہیں رہ جاتا تو وہ جان پاتے کہ سبھی جانور واپس آ گیے ہیں۔

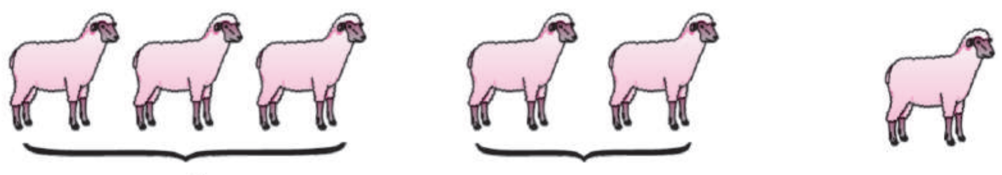
نشان لگانے اور نشان مٹانے کے عمل کو آسان بنانے کی خاطر سے وہ لوگ ایک جانور یا چیز کے لیے ایک ایک نشان لگانے کے بجایے لکڑی کا ٹکڑا یا کنکر یا سوکھا بیج استعمال کرنے لگے۔ اس بار وہ لوگ جتنے جانور رہو یے اتنے لکڑی کے گچھے باندھ کر رکھتے۔ اسکے بعد باغ میں پھول کا حساب رکھنے کے لیے ایک اور لکڑی کا گچھا رکھا گیا۔ اسی طرح جتنی قسم کے جانوروں اور چیزوں کی حساب رکھنے کی ضرورت پیش آئی۔ اتنی ہی لکڑیوں کے گچھے رکھنے پڑے۔ ایک وقت ایسا آیا کہ ان کے پاس سارے لکڑیوں کے گچھے جمع ہو گیے۔ ایک وقت ایسا بھی آیا کہ لکڑیوں کے گچھوں نے کئی مسائل کھڑے کر دیے۔

4.3۔ عدد کا آغاز:

دیوار نشان لگانے یا لکڑی کے گچھے رکھنے یا کنکر یا بیج کی تھیلی رکھنے کے بجایے اپنی بڑھتی ہوئی ضروریات کے پیش نظر انسان نے اخیر میں اس نے ایجاد کیا عدد کا نظام۔

یہ عدد ہیں:

ایک، دو، تین، چار، پانچ، چھ، سات، آٹھ، نو، دس ......ان لفظوں کو بول کر اس نے چیزوں کو گننا شروع کیا۔



عدد کی علامتوں کی ایجاد:

بول چال کے وقت یا چیزوں کو گنتے وقت دو ناریل، پانچ کیلا وغیرہ بولا گیا۔ مگر ان سب کو آسانی سے لکھنے کے لیے ہر عدد کے لیے ایک الگ نشان یا علامت ایجاد کرنے کی ضرورت پڑی۔

اس ضرورت کو پورا کرنے کے لیے عددوں کے لیے نشانوں کی ایجاد ہوئی۔ جتنی زیادہ چیزیں سامنے آئیں اتنے زیادہ عدد اور اتنی ہی زیادہ نشانات بنے۔ زمین کے مختلف علاقوں کے لوگ مختلف قسم کے نشانات استعمال کرنے لگے۔

> **کہیے تو جانیں:**
> زیادہ عدد کے لیے زیادہ نشانات بننے کے بعد انسان کو کون سی مشکلات کا سامنا کرنا پڑا ہوگا۔

4.4۔مقامی قیمت کا طریقہ:

پچھلی مشکلات یعنی بڑے عدد کے لیے زیادہ نشان کے استعمال کا حل ہندوستانی پنڈتوں نے دریافت کی۔ان لوگوں نے چند عدد کے لیے چند ہندسے ایجاد کیے جو اس طرح ہیں۔

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
ہندی میں	१	२	३	४	५	६	७	८	९
انگریزی میں	1	2	3	4	5	6	7	8	9

صرف انہی ہندسوں کو استعمال کر کے اور بھی بڑے عددوں کے نشانات بنانے کے لیے ان لوگوں نے لکڑی کی تیلیاں گنتے وقت گچھے باندھنے کے طریقے پر غور کیا۔

لکڑی کی تیلیاں زیادہ ہوں تو ان کو گننے کا طریقہ:

ایک گچھا

ایک گچھا اور ایک تیلی

دو گچھے

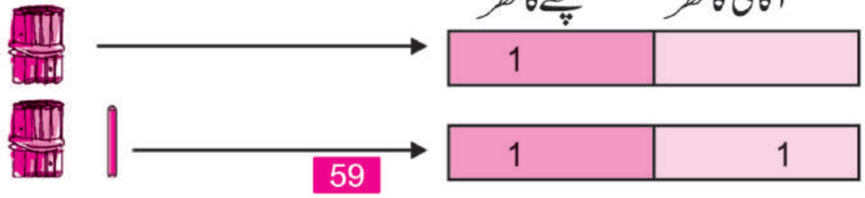
دو گچھا اور ایک تیلی

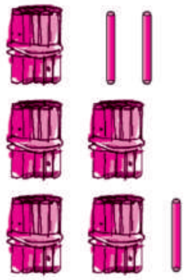
گننے کے اس طریقے کو مدِ نظر رکھتے ہوئے بڑے اعداد کو لکھنے کے لیے گھر یا مقام کا تصور لوگوں کے ذہن میں پیدا ہوا۔

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

نو تیلیاں　　ایک تیلی　　دس کا ایک گچھا

دس تیلیوں کا ایک گچھا لکھنے کے لیے ایک الگ گھر یا ایک مقام کی تشکیل ہوئی جو اس طرح ہے۔





گچھے کا گھر	اکائی کا گھر
1	2
2	
2	1

کوئی گھر خالی ہوتو اس عدد کو لکھنے میں دوبارہ مشکلات کھڑی ہوگئیں وہ ہیں۔

دس ←	1	
بیس ←	2	

دس، بیس وغیرہ عدد لکھتے وقت ایک گھر خالی رہتا ہے۔اس لیے دو گھر نہ بنانے سے ایک گھر خالی دکھانا ممکن نہیں۔ صرف دوسرے عددوں کے معاملے میں بنا گھر دیکھائے بھی عدد لکھنا ممکن تھا۔جیسے:

گیارہ ←	1	1	→ 11
بارہ ←	1	2	→ 12

11 لکھنے سے دو گھر کی بات معلوم ہو جاتی ہے۔27,25,13,12 وغیرہ بنا گھر بنایے بھی دو ہندسوں اور دو گھروں کا تصور ذہن میں آتا ہے۔لیکن دس، بیس، تیس، کے معاملے میں ایک اکیلا گھر جو خالی ہے یہ بات گھر کا نقشہ بنانے پر ہی معلوم ہوتی ہے۔مثلاً

دس ←	1		اکائی کا گھر خالی
بیس ←	2		اکائی کا گھر خالی
تیس ←	3		اکائی کا گھر خالی

اس مشکل کو ہندوستانی پنڈتوں نے حل کیا:

4.5۔صفر کا تصور:

’’کچھ نہیں‘‘ کو صفر کہتے ہیں۔اس لیے کچھ نہیں یا صفر کے لیے ان لوگوں نے ہندسہ 0 کا تصور پیش کیا اور اس کا نام ’’صفر‘‘ رکھا۔نتیجۃً پچھلی مشکل حل ہو پائی۔

اب لکھا جائیگا:

دس ←	1		→ 1	0	→ 10

اب عدد لکھتے وقت الگ سے گھر بنانے کی ضرورت نہیں رہی۔ عدد لکھتے وقت دو ہندسوں کا استعمال ہونے سے دو گھر یا مقام سمجھے جاتے ہیں۔

سبھی مقام کی اپنی ایک قیمت رہی۔ اس لیے اس نظام کو مقامی قیمت کا نظام کہا گیا اس نظام میں عدد لکھنے کے طریقے کو مکمل بنانے کے لیے صفر کی تشکیل کے بارے میں آپ لوگ جان چکے ہیں۔ اس لیے اب ہمیں عدد لکھنے کے لیے جو ہندسے ملے وہ یہ ہیں۔

4.5.1: ہندسہ، عدد اور اعشاریہ عدد کا نظام:

مندرجہ بالا ہندسوں کا استعمال کر کے کوئی بھی بڑا عدد لکھنا ممکن ہوا۔ جیسے:

تین سو پینتالیس کے لیے عدد 345

یہاں اکائی کے مقام پر 5 ہے، اس کی قیمت =5x1=5

دہائی کے مقام پر 4 ہے، اس کی قیمت =4x10=40

سیکڑہ کے مقام پر 3 ہے، اس کی قیمت =3x100=300

یہاں عدد 345 ہے۔ اس عدد کو لکھتے وقت اکائی، دہائی اور سیکڑہ کے مقام پر بالترتیب 5، 4 اور 3 ہیں۔ اس لیے 3,4,5 کو 345 میں استعمال شدہ ہندسے کہا گیا۔

0,9,8,7,6,5,4,3,2,1 کے استعمال سے جو عدد بنتا ہے ان میں سے ہر ایک کو اس کا ایک ایک ہندسہ کہا جاتا ہے۔ جب ہم کہتے ہیں 5 عدد قلم تب قلم کی تعداد =5 ہوتی ہے ۔ یہاں 5 ایک عدد ہے یہ ایک ہی ہندسہ بنا ہے جو 5 ہے۔

> کیا آپ جانتے ہیں؟
>
> 9,8,7,6,5,4,3,2,1 اور 0 کے استعمال سے عدد بنانے سے انہیں اس عدد کا ہندسہ کہتے ہیں۔ انہیں عدد کی شکل میں بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

4.6۔ گنتی کے عدد:

11,10,9,8,7,6,5,4,3,2,1....... وغیرہ عددوں کو گننے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ اس لیے انہیں گنتی کے عدد کہا جاتا ہے۔

جواب لکھیے:

☆ گنتی کے عددوں میں سب سے چھوٹا عدد کون سا ہے؟

☆ ہر گنتی کا عدد اس کے پہلے والے گنتی کے عدد سے کتنا بڑا ہوتا ہے؟

☆ ان عددوں کی آخری حد کہاں ہے؟

گنتی کے عددوں سے متعلق چند معلومات

☆ گنتی کے عددوں میں سب سے چھوٹا عدد 1 ہے۔ عدد 1 سے پہلے کوئی عدد نہیں ہے۔

☆ ہر عدد کے بعد ایک عدد ہوتا ہے۔ کسی عدد کے بعد والا عدد اس سے پہلے والے عدد سے 1 بڑا ہوتا ہے۔ ہر عدد کا پہلے والا عدد اس کے بعد والے عدد سے 1 چھوٹا ہوتا ہے۔ ایک عدد 1 کے لیے یہ بات سچ نہیں ہے۔

☆ گنتی کے لیے عددوں میں کوئی سب سے بڑا عدد نہیں ہوتا۔ جتنا بھی بڑا عدد ہو اس کے بعد بھی عدد ہوتا ہے جو اس سے 1 بڑا ہوتا ہے۔

☆ گنتی کے عدد لکھنے کے لیے دس ہندسوں کا ہی استعمال کیا جاتا ہے اس لیے اسے دس بنیادی ہندسوں سے بنے ہوئے اعداد کا نظام یا اعشاریہ نظام کہتے ہیں۔

4.7۔ فطری عدد:

روزمرہ کے مختلف حالات میں ان گنتی کے عددوں کے مزید استعمال کی ضرورت پڑتی ہے۔ ذیل میں کچھ حالات بیان کیے گیے ہیں۔

حالت:1 گھر میں 5 لیمو تھے پیڑ سے اور 7 لیمو توڑے گیے۔ تو کل کتنے لیمو ہوا؟ اس حالت میں وہ جمع کے عمل کے بارے میں سوچنے لگا۔

حالت:2 گھر میں 20 ناریل تھے تہوار میں 8 ناریل ختم ہو گیے۔ بچے ہوئے ناریل کے لیے تفریق کا عمل سوچنے لگا۔

حالت:3 کھیت سے ہر بار 15 عدد دھان کے گچھے گھر لایے گیے۔ تب 7 بار میں کل کتنے دھان کے گچھے لایے گیے۔ یہ جاننے کے لیے وہ سبھی گچھوں کو کھول کر ایک ساتھ گننے کے بجایے ضرب کے عمل کے بارے میں سوچنے لگا۔

حالت:4 اسکول کو 20 کاپیاں آئی تھیں۔ ہر بچے کو 3 کاپیاں دینی ہے۔ تب کتنے بچے تین تین کاپیاں پائیں گے اور کتنی کاپیاں بچیں گی؟

ایک ایک بچے کو تین تین کاپیاں دینے سے پہلے کتنے بچے تین کاپیاں پائیں گے اور کتنی کاپیاں بچیں گے جاننے کے لیے تقسیم کے عمل بارے میں سوچنے لگا۔

گنتی کے اعداد اور ان کے ساتھ جمع، تفریق وغیرہ عمل کے ساتھ شامل کر کے فطری عدد کا نظام بنایا گیا۔ (جسے N کے ذریعہ ظاہر کیا گیا) فطری عدد ہوئے۔ 1,2,3,4,5,6.......

گنتی کے عددوں کے تعلق سے دی گئی حقیقتوں میں سے تین حقائق فطری عدد کے لیے بھی صحیح ہیں یعنی:

☆ سب سے چھوٹا فطری عدد 1 ہے۔اس سے پہلے کوئی فطری عدد نہیں ہے۔

☆ ہر عدد کے بعد ایک عدد ہوتا ہے۔ ہر عدد کے بعد کا عدد اس سے پہلے والے عدد سے 1 بڑا ہوتا ہے ہر عدد کے پہلے کا عدد اس کے بعد والے عدد سے 1 چھوٹا ہوتا ہے۔لیکن یہ 1 کے لیے صحیح نہیں ہے۔اس لیے کہ 1 سے چھوٹا کوئی فطری عدد نہیں ہے۔

☆ فطری عددوں میں کوئی سب سے بڑا عدد نہیں ہوتا۔ جتنا بھی بڑا عدد ہو اس کے بعد عدد ہوتا ہی ہے اور وہ پہلے والے عدد سے 1 بڑا ہوتا ہے۔

سبق 4.1

1۔ سب سے چھوٹا فطری عدد کون سا ہے؟

2۔ ہر عدد کے بائیں طرف اس سے پہلے کا عدد اور دائیں طرف اسکے بعد والا عدد لکھیے۔

(i) ......، 28 ،...... (ii) ......، 248 ،...... (iii) ......، 567 ،......

(iv) ......، 3856 ،...... (v) ......،5000 ،...... (vi) ......، 99999 ،......

3 (i) 57 سے چھوٹے کتنے فطری عدد ہیں؟

(ii) 48 اور 216 کے درمیان کتنے فطری عدد ہیں۔

(iii) 5729 کے بعد والے تین سلسلہ وار فطری اعداد لکھیے۔

4 (i) اکائی کے مقام پر 5 ہو، ایسا چھ ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد لکھیے۔

(ii) اکائی کے مقام پر 7 ہو، ایسا سات ہندسوں والا سب سے بڑا عدد لکھیے۔

(iii) چھ ہندسوں والے سب سے چھوٹے عدد سے لے کر سات ہندسوں والے سب دے بڑا عدد تک (دونوں عدد کو ملا کر) کتنے فطری اعداد ہوتے ہیں؟

4.8 فطری عددوں کے مختلف عوامل اور ان سے متعلق اصول:

4.8.1۔جمع عمل:

ہر فطری عدد کے بعد والا عدد پہلے والے سے 1 زیادہ ہوتا ہے۔اسی خصوصیت کو استعمال کر کے جمع کے عمل کی تشکیل ہوئی ہ۔ذیل کی مثال کو دیکھیے:

(ایک تیلی کے ساتھ اور تیلی یکجا ہے)

1+1=1 کے بعد والا عدد=2

1+2=2 کے بعد والا عدد=3

1+3=3 کے بعد والا عدد=4

> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
>
> کسی بھی فطری عدد میں ایک جوڑنے سے اس کے بعد والا عدد ملتا ہے۔

اب ہم 4+5 کی قیمت معلوم کریں گے۔ 4+5 کی قیمت جاننے کے لیے پانچ عدد تیلیوں میں 4 عدد تیلیاں ملائیں گے۔

4 تیلیا　　　5 تیلیاں

5 کے ساتھ 4 کو جمع کرنے کا مطلب ہے 4 عدد اکائی کو یکے بعد دیگرے یکجا کرنا۔ اس طرح ہم 9=4+5 پائیں گے۔ اس لیے 9 = 4+5

4.8.2 جمع کے عمل کے اصول:

خود کر کے دیکھیے

- ☆ آپ اور آپ کے ایک دوست مل کر ایک ساتھ بیٹھیں۔ دونوں چھ عدد نمبر کارڈ لیں۔
- ☆ آپ اپنے دوست کے پاس سے ایک کارڈ لائیے۔ آپ اپنے پاس کے کارڈ سے ایک لیجیے۔
- ☆ دونوں نمبر کارڈ پر لکھے ہوئے عدد کو جمع کریں اور نتیجہ اپنی کاپی میں لکھ رکھیں۔ فرض کیجیے اپنے دوست کے پاس سے آپ لائے 7 اور اپنے پاس کے نمبر کارڈ سے آپ نے لیا 6 دونوں عدد کا حاصل جمع ہوا 13=6+7
- ☆ آپ نے جو عمل کیا اپنے دوست کو ویسا ہی کرنے کے لیے کہیے۔
- ☆ آپ اپنے پاس کے سبھی نمبر کارڈ ختم ہونے تک یہ عمل جاری رکھیے اور نتیجہ کاپی پر لکھ رکھیے۔
- ☆ ہر بار ہر حاصل جمع فطری عدد ہوتا ہے کیا؟

اس طرح معلوم ہوا کہ ہر دو فطری عددوں کا حاصل جمع ایک فطری عدد ہوتا ہے۔

ہم نے جانا کہ:

کسی دو فطری اعداد کا حاصل جمع ایک فطری عدد ہوتا ہے۔ اس اصول کو جمع کے عمل کا بندشی اصول کہتے ہیں۔

حاصل جمع معلوم کریں:

(i) 12+5　　(ii) 45+12

دونوں صورتوں میں حاصل جمع فطری عدد ہوتا ہے کیا؟ یہاں فطری اعداد کے جمع کا کون سا اصول کارفرما نظر آتا ہے؟

خود کر کے دیکھیے :

☆ آپ اور آپ کے ایک دوست مل کر بیٹھے۔ دس عدد نمبر کارڈ لیجیے۔

☆ لیے گیے دس عددوں سے انتخاب کر کے کوئی دو عدد اپنی کاپی میں لکھیے۔ ان دونوں عدد کو اسی ترتیب میں جمع کیجیے۔ پایے گیے حاصل جمع کو کاپی میں لکھیے۔

مثال 14 = 8+6

☆ اپنے دوست کو دونوں عددوں کو الٹی ترتیب میں جمع کرنے کے لیے کہیے۔

اب وہ لکھے گا 14= 6+8

☆ دونوں نتیجوں کا موازنہ کیجیے۔

☆ اسی طرح ہر بار دو دو عدد لیجیے۔ یہی عمل جاری رکھیے۔ آپ نے کیا پایا؟

دو فطری عدد کو کسی بھی ترتیب میں جمع کرنے سے حاصل جمع برابر ہوتا ہے۔ اسے عمل جمع کا تبدیلی ترتیب کا اصول یا تقلیبی اصول (Commutative Law) کہا جاتا ہے۔

ذیل کے فقروں کو اپنی کاپی میں لکھیے اور خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

(i) 2038+352 = 352+ .... (ii) 365 + ...= 148+365

خود کر کے دیکھیے :

اپنی کاپی میں یا کلاس کے فرش پر تین گھر بنائیے۔ انہیں پہلا، دوسرا اور تیسرا گھر کا نام دیجیے۔ کم سے کم 10 عدد نمبر کارڈ لیجیے۔

پہلی ترتیب:

☆ ہر گھر میں ایک ایک نمبر کارڈ رکھیے۔ جمع

☆ اب پہلے اور دوسرے گھر کے عدد کو جمع کریں۔ حاصل جمع کتنا آیا لکھیے۔ حاصل جمع کو تیسرے گھر کے عدد سے جمع کریں۔ اسے اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔ (4+7)+5 = 16

☆ اب دوسرے اور تیسرے گھر کے عددوں کو جمع کیجیے۔ حاصل جمع کتنا آیا۔ حاصل جمع کو پہلے گھر کے عدد سے جمع کیجیے۔ کل حاصل جمع کتنا ہوا؟ اسے 16 = (7+5)+4 لکھا جاسکتا ہے۔

7	5	4

دوسری ترتیب:

☆ اب تین اور نمبر کارڈ تینوں گھروں میں رکھ کر پہلی ترتیب کی طرح عمل کریں۔

☆ پہلی ترتیب اور دوسری ترتیب پر عمل کر کے آپ نے کیا پایا؟

4، 7اور 5 کو جمع کرنے کے لیے پہلی ترتیب میں 4اور 7 کے حاصل جمع کے ساتھ 5 کو جمع کیا گیا۔ دسری ترتیب میں 4 کے ساتھ 7اور 5 کے حاصل جمع کو ملایا گیا۔ ہر جگہ حاصل جمع 16 آیا۔

$$(4+7)+5 = 4+(7+5)$$

اس لیے تین عددوں کو جمع کرنے کا طریقہ ہم نے جانا۔ تین فطری عددوں کے جمع کے متعلق جو اصول ہم نے دیکھا اسے تلازمی اصول (Assosiative Law) کہا جاتا ہے۔

4.8.3 تفریقی عمل اور اس سے متعلق اصول:

آیئے تفریقی عمل کی ایک مثال دیکھیں:

- ☆ چاک کے ایک بکس میں 8 عدد چاک رکھیے۔
- ☆ اس بکس میں سے 3 عدد چاک اپنے دوست کو لے جانے کے لیے کہیے۔
- ☆ آیئے، ان کے 3 عدد چاک لے جانے کے بعد اور کتنا چاک بچا دیکھیں۔

8 عدد چاک میں سے بچے نے ایک چاک لیا۔ مطلب چاک کی تعداد 8 سے 1 کم ہوئی۔ 8 سے 1 کم ہوتا ہے۔ 8 سے پہلے کا عدد =7

7 عدد چاک میں سے بچے نے ایک چاک لیا۔ یعنی چاک کی تعداد 7 سے 1 کم ہوئی۔ 7 سے 1 کم ہوتا ہے۔ 7 سے پہلے کا عدد =6

اسی طرح بچے کے ایک چاک پھر سے لے جانے کے بعد باقی چاک کی تعداد =6 سے 1 کم یعنی 6 سے پہلے کا عدد =5 لہٰذا اب 8-3=5

اسی طرح ہم پائیں گے:

8 - 1 = 7
8 - 2 = 6
8 - 3 = 5
8 - 4 = 4
8 - 5 = 3
8 - 6 = 2
8 - 7 = 1

کیا آپ جانتے ہیں؟

کسی بھی عدد سے ایک (1) گھٹانے سے اس سے پہلے والا عدد ملتا ہے۔

ہمارے فطری عدد کے نظام میں 1 سب سے چھوٹا عدد ہے۔ 8-8= کتنا؟

اس کا نتیجہ لکھنے کے لیے ہمارے پاس عددوں کے مجموعوں میں کوئی بھی عدد موجود نہیں ہے۔

اس لیے ہم نے جانا کہ 8 سے 8 یا 8 سے بڑا عدد تفریق نہیں کیا جا سکتا ہے۔

دوسرے لفظوں میں کہا جائے تو فطری عددوں کے نظام میں ایک عدد کو اس سے چھوٹے عدد سے ہی تفریق کیا جا سکتا ہے اور حاصل تفریق ایک فطری عدد ہوگا۔

جمع کے عمل کے ساتھ تفریق کے عمل کا تعلق:

ذیل کے تصویر میں ہم دیکھتے ہیں:

کتنے بچے تھے ان میں سے کتنے بچے چلے گیے اور کتنے بچے بچ گیے۔

8 - 5 = 3

3 + 5 = 8

بچے ہوئے بچوں کے ساتھ واپس آ کے ملے بچے5، لہذا 8 = 3+5

اس لیے ہم نے دیکھا کہ 3=5-8 سے ہمیں ملا 8 = 3+5

ہم کہتے ہیں3 = 5-8 تفریقی عمل کا جمعی عمل سے 8 = 3+5

☆ آیئے دوفطری عدد لے کر بڑے سے چھوٹے عدد کو گھٹائیں

فرض کیجیے ہم نے لیا10 اور 8

10-8 = 2   8-10= کتنا؟

ہم نے پہلے ہی بحث کی ہے کہ چھوٹے عدد سے بڑے عدد کو نہیں گھٹایا جا سکتا۔

اس لیے10-8 کے لیے ہمارے پاس کوئی جواب نہیں ہے۔

لہذا جمع کے عمل میں جس طرح ترتیب کی تبدیلی یعنی تقلیبی اصول (Commutative Law) سچ ہوتا ہے تفریق کے عمل میں ایسا نہیں ہوتا۔

5+8+3 کو مختصر کرتے وقت ہم نے تلازمی اصول کا استعمال کیا تھا، کیونکہ

(5+8)+3 = 5+(8+3)

تب2-5-9 کے معاملے میں کیا ہوتا ہے دیکھا جایے۔

(9 - 5) - 2	9 - (5 - 2)
= 4 - 2	= 9 - 3
= 2	= 6

لہذا 2 - (5 - 9) ≠ (2 - 5) - 9

اس لیے تفریق کے معاملے میں تلازمی اصول سچ نہیں ہوتا۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

برابر نہیں ہے کو ≠ نشان سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر 0 ≠ 4-3

تب 9-5-2 کو کس طرح سہل کریں گے؟

چلیے روزمرہ کی زندگی میں ایک ایسی حالت سوچیں جس میں 9-5-2 کو سہل کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔

چاک بکس میں 9 عدد چاک تھے۔ اس میں سے طاہر نے 5 عدد چاک لیے اور ریحان نے اپنی جماعت کے لیے 2 چاک لیے۔ کتنے چاک بچے؟

طاہر کے 5 عدد چاک لینے کے بعد بچ گیے۔

9 - 5 = 4

ریحان کے 2 عدد چاک لینے کے بعد بچ گیے۔

4 - 2 = 2

یہاں ہم نے دیکھا۔

9 - 5 - 2 میں پہلے تفریق عمل کیا گیا اور دوسرا تفریقی عمل کو (یعنی 2 کی تفریق) بعد میں کی گئی۔

اس لیے 2=2-4 = 2-(5 - 9) = 2 - 5 - 9 اس عمل کو دوسرے طریقے سے بھی کیا جاسکتا تھا۔

9 عدد چاک میں سے طاہر نے لیا 5 عدد اور ریحان نے لیا 2 عدد چاک۔ اس لیے طاہر اور ریحان دونوں مل کر لیے (5+2) عدد چاک۔ 9 سے (5+2) نکلنے کے بعد باقی بچے (5+2)-9

9-(5+2) = 9 - 5 - 2

9-7=2

اسی طرح 6-1-2 کے لیے آپ روزمرہ زندگی سے مثال دے کر حاصل تفریق معلوم کیجیے۔

مشق: 4.2

1۔ تلازمی اصول کا استعمال کرتے ہوئے دو طریقوں سے حاصل جمع معلوم کیجیے۔

(i) 12+9+8=(12+9)+8=..........+..........=..........

(ii) 12+9+8=12+(9+8)=..........+..........=..........

2 (i) فطری عدد کے نظام میں ہر عدد اس کے پہلے والے عدد کتنا زیادہ ہوتا ہے؟

(ii) سب سے چھوٹا فطری عدد کون ہے؟

(iii) سب سے بڑا فطری عدد کون سا ہے، آپ بتا سکتے ہیں کیا؟

(iv) ایک بہت بڑا عدد سوچیے۔ اس کے بعد کا عدد اس سے کتنا بڑا ہے؟

3۔ 536+718+464 کا حاصل جمع معلوم کرنے کے لیے دیا گیا ہے۔ تقلیبی اور تلازمی اصول کے استعمال سے یہ حاصل جمع معلوم کیجیے۔

4۔ ذیل کے جمع کو آسان کرنے کے لیے صحیح ترتیب میں سجا کر لکھیے اور پھر جمع کیجیے۔

(i) 417+384+583 (ii) 654+333+346

(iii) 2536+1205+7464 (iv) 2062+353+1438+547

5۔ ذیل کے تفریقی فقروں کو جمع فقروں میں لکھیے۔

(i) 9-5=4 (ii) 12-7=5 (iii) 316-285=31

6۔ ایک گاؤں کی آبادی 1500 ہے۔ اگر اس گاؤں میں مردوں کی تعداد 489 اور عورتوں کی تعداد 512 ہو تو بچوں کی تعداد کتنی ہے۔

7۔ سوبھن کے پاس 52,718 روپے تھے۔ اس نے 5000 روپے قرض ادا کیے اور 2500 روپے کی قیمت کی ایک سائیکل خریدی۔ اس کے پاس کتنے روپے بچے؟

4.8.4 ضرب کا عمل اور اس کے اصول:

(i) ضرب کا عمل

کیا آپ جانتے ہیں: 5+5 کو لکھ سکتے ہیں 2 x 5

5+5+5 کو لکھ سکتے ہیں 3 x 5

5+5+5+5 کو لکھ سکتے ہیں 4 x 5

یعنی ایک فطری عدد کو اسی عدد سے بار بار جوڑنے کو ضرب کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔

5x2 کا نتیجہ جاننے کے لیے 5+5 کا حاصل جمع معلوم کرتے ہیں۔

اسی طرح 5x3 کا نتجہ جاننے کے لیے 3 بار 5 کو جمع کیا جاتا ہے۔ یعنی 5x3 کا مطلب ہے 3 بار 5 کو جوڑنا۔

اس لیے ہم کہتے ہیں کہ:

$$4 \times 7 = 4+4+4+4+4+4+4 = 28$$

ہم ضرب کو جمع میں بدل کر دو عددوں کا حاصل ضرب معلوم کرتے ہیں اور حاصل ضرب کو پہاڑے کی شکل میں لکھ کر یاد رکھتے ہیں۔ یاد کیے گیے پہاڑے کو استعمال کر کے بڑے بڑے عددوں کا حاصل ضرب معلوم کرتے ہیں۔

ضرب کے عمل سے متعلق مختلف اصول:

(i) ذیل میں دیے گیے ضرب کا عمل کر کے حاصلِ ضرب معلوم کیجیے۔

5 x 7 = 8 x 6 = 12 x 9 = 14 x 12 =

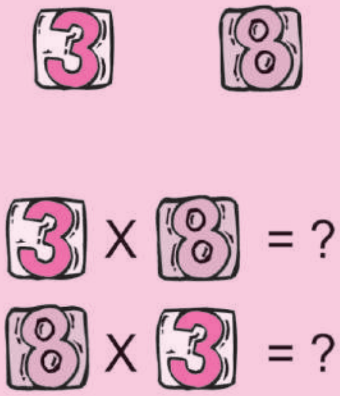
جو حاصل ضرب ملے وہ کس طرح کے عدد ہیں؟

ہم نے دیکھا کہ:

دو فطری عددوں کا حاصل ضرب ایک فطری عدد ہوتا ہے۔

یعنی ضرب کے عمل پر بندشی اصول (Closure Law) سچ ثابت ہوتا ہے۔

(ii) خود کر کے دیکھیے:



☆ کسی بھی دو فطری عدد کو اپنی کاپی میں لکھیے۔ ان کے درمیان ایک کو اول عدد اور دوسرے کو دوئم عدد کا نام دیجیے۔

☆ اول عدد سے دوئم عدد کو ضرب کر کے حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

☆ اسی طرح اب دوئم عدد سے اول عدد کو ضرب کر کے حاصل ضرب معلوم کیجیے۔ اب آپ کو کیا ملا؟

☆ اب اور ایک جوڑا فطری عدد لے کر اسی طرح کا عمل کریں۔

ہر جگہ یہ دیکھا جائے گا کہ دو عددوں کو ترتیب بدل کے ضرب کرنے سے حاصل ضرب برابر ہوگا۔

ہم نے یہ جانا کہ دو عددوں کو ترتیب بدل کر ضرب کرنے سے حاصل ضرب نہیں بدلتا۔

یعنی فطری عدد کے نظام میں ضرب کا عمل تقلیبی اصول کا پابند ہوتا ہے۔

(iii) ذیل میں دیے گیے عمل پر غور کریں۔

تین عدد ٹوکریوں میں سے ہر ایک میں 4 عدد گیندیں رکھی گئی ہیں انہیں (i), (ii), (iii), (iv) نام سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ذیل میں چار ٹوکریاں ہیں۔ اوپر کے سبھی ٹوکری میں سے (i) نام کے گیند کو لائیے اور پہلی ٹوکری میں رکھیے۔

اوپر کے سبھی ٹوکری میں سے (ii) نام کے گیند کو لا کر نیچے کے دوسری ٹوکری میں رکھیے۔

اوپر کے سبھی ٹوکری میں سے (iii) نام کی گیندوں کو نیچے کی تیسری ٹوکری میں اور (iv) نام کی گیندوں کو چوتھی ٹوکری میں رکھیے۔

تینوں ٹوکریوں میں کل گیندوں کی تعداد =3x4=12

اس کے نیچے دی گئی چار عدد ٹوکریوں میں کل گیندوں کی تعداد =4x3=12

اب ہم نے دیکھا کہ ہر ایک ٹوکری میں چار عدد گیندیں رہتی ہیں۔ تین ٹوکری میں کل گیندوں کی تعداد جتنی ہے ہر ٹوکری میں تین عدد کے حساب سے چار ٹوکریوں میں کل گیندوں کی تعداد اتنی ہی ہے۔

$$4 \times 3 = 3 \times 4$$

اس کام سے آپ نے ضرب کے عمل کے کس اصول کو جانچ کے دیکھا؟

(iv) ذیل کی باتوں پر غور کیجیے:

راجا کے خزانے سے ایک صندوق چوری ہوگیا۔ خزانے کے رکھوالے نے چوری کی خبر راجا کو دی۔ اور صندوق کے اندر جتنے سونے کے سکے تھے ان کا حساب اس طرح بتلایا۔

صندوق میں 5 تھاک تھے۔ ہر تھاک میں 4 عدد برتن اور ہر برتن میں 3 عدد سونے کے سکے تھے۔

وزیر نے حساب کیا:	راجا حساب کیا:
ایک برتن میں سکوں کی تعداد =3	ایک تھاک میں برتن کی تعداد =4
4 برتن میں سکوں کی تعداد 4 x 3 = 12	5 تھاک میں برتن کی تعداد =5x4=20
ایک تھاک میں سکوں کی تعداد =12	ایک برتن میں سکوں کی تعداد =3
اسی طرح کے 5 تھاک میں سکوں کی تعداد =12x5=60	20 برتنوں میں سکوں کی تعداد =20x3=60
یا اس حساب کو ہم لوگ لکھیں گے 5x(3x4)=60	یا اس حساب کو ہم لکھیں گے 3x(4x5)=20x3=60

بادشاہ اور وزیر کے حساب سے چوری ہوئے سکوں کی تعداد کے درمیان کوئی فرق دیکھ رہے ہیں کیا؟

دونوں کے حساب کرنے کا طریقہ الگ ہونے پر بھی جواب برابر ہے۔

اس سے آپ نے جانا: $3 \times (4x5) = 5 \times (3x4)$

اب آپ خود کیجیے:

$5 \times (3 \times 4) =؟$

$(5 \times 4) \times 3) =؟$

$(3 \times 5) \times 4) =؟$

ہر حالت میں برابر حاصل ضرب ملے گا۔ تینوں طرح کے ضرب کے طریقوں کو دیکھ کر آپ نے کیا جانا۔ اس سے آپ کو معلوم ہوا کہ تین فطری عدد کو ضرب کرتے وقت پہلے کسی دو کو ضرب کر کے حاصل ضرب کے ساتھ تیسرے عدد کو ضرب کیا جاتا ہے۔

تینوں عدد کا ضرب میں اس اصول کو تلازمی اصول کہا جاتا ہے۔

تلازمی اصول:

تین فطری عدد کو ضرب کرتے وقت ان تینوں اعداد کے درمیان کسی دو عدد کو پہلے ضرب کرنے کے بعد حاصل ضرب کو تیسرے عدد کے ساتھ ضرب کیا جاتا ہے۔

خود کر کے دیکھیے:

میں آپ کے اندر چھپ گیا ہوں

☆ آپ کوئی بھی فطری عدد سوچیے۔

☆ سوچے ہوئے عدد کو 1 کے ذریعہ ضرب کیجیے۔

☆ پہلے سوچے ہوئے عدد اور ضرب کرنے کے بعد ملنے والے حاصل ضرب کو بلیک بورڈ پر لکھیے۔

☆ آپ نے جس عدد کے ساتھ 1 کو ضرب کیا تھا اس عدد کو اور حاصل ضرب کو دیکھیے اور ان دونوں کے درمیان جو تعلق ہے اسے لکھیے۔ آپ نے کیا غور کیا؟

ضرب کا اصول تماثلہ: (Law of Identity)

کوئی بھی فطری عدد x1 = 1x وہی عدد = وہی عدد۔

4.7.5 ضرب اور جمع کے اجتماعی اصول:

پہلی حالت: زید اور اشرف دونوں کا آج جنم دن ہے۔ زید کی عمر 12 سال ہے۔ اور اشرف کی عمر 8 سال ہے۔ انہیں چوکلیٹ دیا جایے گا۔ ہر ایک کی عمر 4 گنا چاکلیٹ دیا جایے گا۔ تو بتائیے کہ وہ کتنا کتنا چوکلیٹ پائیں گے۔ اور کل کتنا چوکلیٹ دیا جایے گا؟

جواب: زید کے چوکلیٹ کی تعداد= 4 x 12 =48

اشرف کے چوکلیٹ کی تعداد 4 x8=32

دونوں کو دیے جانے والے چوکلیٹ کی تعداد 48+32 =80

اسی حساب کو ذیل کے طریقے سے بھی کیا جاسکتا ہے۔

انہیں دیے گیے کل چوکلیٹ کی تعداد= 4 x (12+8)

= 20 x 4 =80

اسی طرح ہم لوگوں نے دیکھا کہ 4 x (12 + 8) = 12 x 4 + 8 x 4

دوسری حالت:

ایک ملازم روزانہ دوپہر کے کھانے کے لیے 20 روپے اور چایے کے لیے 5 روپے پاتا ہے۔ وہ 4 دنوں میں کھانے اور چایے کے لیے کل کتنے روپے پایے گا؟

دوسرے طریقے میں حساب:	پہلے طریقے میں حساب:
دوپہر کے کھانے کی بابت 4 دنوں میں دی گئی رقم = 20 x 4 چائے کی بابت 4 دنوں میں دی گئی رقم 4 x 5 روپے 4 دنوں میں کھانے اور چائے کی بابت دی گئی کل رقم = (20 x 4 + 5x4) روپے (80 + 20) = 100 روپے	دوپہر کے کھانے اور چایے کی بابت ایک دن میں دی گئی رقم (20+5) روپے۔ 4 دنوں میں دی گئی رقم = 4 x (20+5) روپے = 25 x 4 = 100 روپے

لہذا ہم لوگوں نے دیکھا 4 x 5 + 4 x 20 = 4 x (5+ 20)

اسی طرح کی دو اور مثالیں آپ پیش کیجیے۔ ضرورت پڑنے پر اپنے ساتھ یا استاد سے مدد لے سکتے ہیں۔

ہم لوگوں نے سیکھا:

تین فطری اعداد کے درمیان پہلے اور دوسرے کے حاصل جمع کو تیسرے عدد کے ساتھ ضرب کرنے سے جو نتیجہ ملتا ہے وہ پہلے کو تیسرے کے ساتھ اور دوسرے کو تیسرے کے ساتھ الگ الگ طور پر ضرب کر کے ان دونوں حاصل ضرب کو جوڑنے پر حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔

ضرب اور جمع کے متعلق مندرجہ بالا اصول کو تقسیمی اصول (Distributive Law) کہا جاتا ہے۔

اسی طرح ضرب اور تفریق پر بھی تقسیمی اصول صادق آتا ہے۔ ذیل کے مثالیں ملاحظہ فرمایئے۔

(8 - 5) x 4 = 8 x 4 - 5 x 4

اس کی سچائی کو خود جانچ کر کے دیکھیے۔

مشق 4.3

1. ذیل میں فطری اعداد کے مختلف عوامل دیے گیے ہیں ان کے اصولوں کے نام لکھیے۔

(i) 5 x 8 = 8 x 5

(ii) دو فطری اعداد کا حاصل ضرب ایک فطری عدد ہوتا ہے۔

(iii) (8x5) x 3 = 8 x (5x3) = (8x3) x 5

(iv) 5= 5x1=1x5 ، 12 = 12x1 = 1x12 ، 308 = 1x308=308x1

(v) (7+5)x3 = 7x3+5x3

(vi) (12-4)x5 = 12 x5 - 4x5

2۔ ذیل کی مثال کو دیکھیے ۔اسی کا طریقہ اپناتے ہوئے بعد والے اعداد کو ضرب کیجیے۔

مثال: 37 x 14 = (30+7) x 14

= 30x14+7x14

= 420+98

= 518

(i) 118 x 12 (ii) 98x16 (iii) 206x18 (iv) 512x28

3 (i) فطری اعداد کے مجموعہ میں کس عدد کو ضربی تماثلہ (Multiplicative Law) کہا جاتا ہے؟

(ii) کون سا اصول ہمیں تین فطری اعداد کا حاصل ضرب معلوم کرنے میں مدد کرتا ہے؟

(iii) 12x7x5 کا حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے عددوں کو مناسب ترتیب میں لے کر تلازمی اصول استعمال کیجیے۔

4۔ تقسیمی اصول کے تحت ذیل کو مختصر کریں:

(i) (15+5)x6 (ii) (12+7)x5 (iii) 4x(8+6)

(iv) (15+12)x4 (v) 8x(17-9) (vi) (324-220)x5

5۔ مناسب اصول کو استعمال کر کے سہل کیجیے:

(i) 398x7+398x3

(ii) 8265x163+8265x37

(iii) 15625x15265 - 15625x15625

(iv) 887 x 10 x461 - 361 x 8870

6۔ ایک دوکاندار نے کسی ہفتہ 9785 روپے کے حساب سے 115 عدد ٹیلی ویژن فروخت کیے ۔تو دوکاندار کو کل کتنے روپے ملے؟

7۔ ایک تاجر ایک رکشے میں تین بورا چاول اور 8 بورا دال ہاٹ کو بھیجتا ہے ۔ہاٹ کے دن انھوں نے 8 رکشوں پر چاول اور دال بازار کو بھیجا۔ ہاٹ کے روز انہوں نے کل کتنے بورے سامان بھجوائے؟

4.8.6 تقسیم کا عمل اور اس کے اصول:

آیئے ایک صورت حال پر غور کریں ۔ اسکول میں جھنڈا الہرانے کے لیے 8 میٹر لمبی رسی کی ضرورت ہوتی ہے ۔ آفس میں 42 میٹر لمبی ایک رسی ہے ۔

زید نے کہا: آفس میں موجود رسی سے 8 میٹر لمبی رسی کا ایک ٹکڑا کاٹ کر لاؤ۔

ریحان بولا: بڑی رسی سے 8 میٹر لمبا جتنا ٹکڑا ممکن ہے اتنا ٹکڑا کاٹ کر رکھ دو، جس وقت ضرورت پڑے گی ان میں سے ایک ٹکڑا لے کر جھنڈا الہرانے میں استعمال کیا جائے گا۔

8 میٹر لمبی رسی کاٹنے کا کام شروع ہوا۔ سیما کاغذ اور قلم پکڑ کر حساب کرنے لگی۔ بڑی رسی کی لمبائی 42 میٹر۔

☆ 8 میٹر لمبی رسی کاٹی گئی۔
باقی کتنی رہی؟

☆ اور 8 میٹر لمبی رسی کاٹی گئی۔
باقی کتنی رہی؟

☆ پھر ایک ٹکڑا کاٹا گیا۔
باقی کتنا رہا؟

☆ پھر ایک ٹکڑا کاٹا گیا۔
باقی کتنا رہا؟

☆ پھر ایک ٹکڑا کاٹا گیا۔
باقی کتنا رہا؟

42 ମି.
- 8 ମି. (ଖଣ୍ଡେ)
34 ମି.
- 8 ମି. (ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ)
26 ମି.
- 8 ମି. (ତିନି ଖଣ୍ଡ)
18 ମି.
- 8ମି. (ଚାରି ଖଣ୍ଡ
10 ମି.
- 8 ମି. (ପାଞ୍ଚ ଖଣ୍ଡ)
2 ମି.

رسی کاٹنے کا کام پورا ہونے سے پہلے سیما اپنا حساب دیکھ کر بولی۔ 8 میٹر لمبائی والے 5 عدد رسی کے ٹکڑے ملے ہوں گے اور 2 میٹر چھوٹی رسی بچی ہوگی۔

اب سب لوگوں نے دیکھا کہ جھنڈا الہرایے جانے کے لائق 5 عدد رسی کے ٹکڑے ملے اور 2 میٹر والی چھوٹی رسی بچی۔

ارمان، سیما کے حساب کو دیک رہا تھا۔ آخر میں اسے ایک ٹکڑا چاک پکڑ کر بلیک بورڈ پر اس طرح حساب کیا۔

5 ଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ା ମିଳିଲା

$$8 \overline{)\begin{array}{r} 42 \\ -40 \\ \hline \end{array}}$$

2 ମି. ଦଉଡ଼ା ବଳିଲା

حساب پورا کرنے کے بعد کہا: ''رسی کو ٹکڑے ٹکڑے کر کے کاٹنے سے پہلے یہ جان سکتے تھے کہ جھنڈا الہرانے کے لیے رسی کے کتنے ٹکڑے ملیں گے اور کتنا حصہ بچ جائیے گا''۔

ہم نے دیکھا:

42 سے ترتیب وار 8 کو بار بار تفریق کر کے جو نتیجہ ملا 42 کو 8 سے تقسیم کرنے پر وہی ملا۔

شاہد نے کہا جو 2 میٹر لمبی رسی بچ گئی۔ اس کا کیا کام ہوگا؟ ہم اگر رسی کو برابر کر کے کاٹتے تو رسی برباد نہیں ہوتی۔

ریحان نے پوچھا۔ اسے کس طرح کرتے؟

شاہد نے کیا کیا آیئے دیکھیں۔ اپنے ایک ساتھی حاسب کو کچھ دور کھڑا کیا اور رسی کو پانچ تہہ کر کے اپنے اور حاسب کے ہاتھ کے درمیان گھمایا۔ اس کے بعد دونوں ہاتھ کے پاس مڑے ہوئے حصوں کے پاس کاٹ دینے کو کہا۔

فی الحال رسی پانچ برابر ٹکڑوں میں کٹ گئی۔

شاہد بولا ''دیکھو اس طرح رسی بالکل برباد نہیں ہوئی۔

سیما نے پوچھا۔ ہر ٹکڑے کی لمبائی کتنی ہے؟

ناپ کر دیکھا گیا کہ ہر ٹکڑے کی لمبائی 8 میٹر 40 سنٹی میٹر ہوئی۔

ارمان نے کہا ناپ نہیں کر کے کس طرح ہر ٹکڑے کی لمبائی جان سکیں گے۔

رسی کی کل لمبائی 42 میٹر یا 4200 سنٹی میٹر۔ اسے برابر ٹکڑا میں کاٹا گیا۔

اس لیے ہر ٹکڑے کی لمبائی 5 ÷ 4200 سنٹی میٹر۔

= 840 سنٹی میٹر یا 8 میٹر 40 سنٹی میٹر

ریحان کے کام سے معلوم ہوا: تقسیم کا عمل ہے بڑے عدد سے چھوٹے عدد کو ترتیب وار تفریق کرنا۔

شاہد کے کام کو دیکھا گیا کہ تقسیم ضرب کا مخالف عمل ہوتا ہے۔ یعنی کسی عدد کا 5 گنا 42 ہے اس کو معلوم کرنا تقسیم ہے۔

پہلے والی تقسیم میں کچھ باقی رہ سکتا ہے۔ دوسرے والی تقسیم میں کچھ باقی نہیں رہتا۔

پہلی قسم کی تقسیم میں:

42 ایک مقسوم ہے۔	(جس عدد سے ایک چھوٹا عدد سلسلہ وار تفریق کیا جاتا ہے)
8 مقسوم علیہ ہے۔	(جس کو 42 سے بار بار تفریق کیا جاتا ہے)
5 خارج قسمت ہے۔	(42 سے جتنی بار 8 کو تفریق کیا جاتا ہے)
2 باقی ہے۔	(42 سے 8 کو 5 بار تفریق کرنے کے بعد جو کچھ بچتا ہے)

تقسیم کرتے وقت ہم لوگوں نے دیکھا: $42 - 8\times5 = 2$

باقی = مقسوم علیہ × خارج قسمت - مقسوم

دوسری قسم کے طریقہ تقسیم میں

42 ہوتا ہے شمار کنندہ یا اصل عدد

5 ہوتا ہے نسب نما یا حصوں کی تعداد

42/5 میٹر یا 8 میٹر 40 سنٹی میٹر ہر حصہ ہوتا ہے۔

ہر حصہ × حصوں کی تعداد = اصلی عدد

یہاں پر ہر حصہ کسر ہو سکتا ہے۔ اس لیے اس طرح کی تقسیم فطری عدد کے مجموعہ کے تحت نہیں آتی۔

فطری عدد کے علاقے میں تقسیمی عمل سے متعلق چند معلومات

☆ حقیقی عدد کے علاقے میں تقسیم کے عمل ہے ایک بڑے عدد سے ایک چھوٹے عدد کی متواتر تفریق۔

☆ بڑا عدد دو مقسوم تفریق کیے جانے والا چھوٹا عدد مقسوم علیہ اور سب سے زیادہ جتنی بار تفریق کیا جا سکتا ہے، اسے خارجِ قسمت اور جو عدد بچا رہتا ہے اسے باقی کہتے ہیں۔

☆ باقی ہمیشہ مقسوم علیہ سے چھوٹا ہوتا ہے۔

4.8.7 تقسیمی عمل کے مختلف اصول:

(i) فطری اعداد کی تقسیم پذیری:

جو کوئی ایک فطری عدد لیجیے، جو 5 سے بڑا ہو۔ فرض کیجیے ہم نے 15 لیا۔ اسے 2، 3 اور 5 کے ذریعہ الگ الگ تقسیم کریں گے۔

$$\begin{array}{r|l} & 7 \\ 2 & 15 \\ & -14 \\ \hline & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 5 \\ 3 & 15 \\ & -15 \\ \hline & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 3 \\ 5 & 15 \\ & -15 \\ \hline & 0 \end{array}$$

ہم لوگوں نے دیکھا: 2 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر 1 باقی رہا لیکن 3 یا 5 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر باقی 0 رہا۔ یعنی باقی کچھ نہیں رہا۔ اس حالت میں ہم کہتے ہیں 15، 2 کے ذریعہ نا قابل تقسیم ہے مگر 3 اور 5 ہر ایک کے ذریعہ قابل تقسیم ہے۔

غرض ہم لوگوں نے دیکھا:

ایک فطری عدد اس سے ایک چھوٹے عدد کے ذریعہ ہمیشہ قابل تقسیم نہیں ہوتا یعنی کئی تقسیمی عمل میں آخر میں کچھ نہ کچھ باقی رہتا ہے۔ دوسری کئی حالتوں میں کچھ باقی نہیں رہتا۔

(ii) ایک فطری عدد کو اسی عدد کے ذریعہ تقسیم کرنا:

5 چاک والے بکس سے 5 چاک لے جانے پر کوئی نہیں بچے گا۔ اس لیے 5 سے 5 کو صرف ایک بار تفریق کیا جا سکے گا۔ اس لیے ہم لوگوں نے جانا 5÷5=1 اور باقی کچھ نہیں۔

اسی طرح 18÷18= 1   637÷637= 1

یہاں آپ کیا غور کر رہے ہیں؟

ہم لوگوں نے دیکھا ہر فطری عدد کو اسی عدد کے ذریعہ تقسیم کرنے پر خارج قسمت 1 ہوگا۔

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> فطری اعداد کی صورت میں جو کوئی عدد ÷ وہی عدد = 1
> اس لیے ہر ایک حقیقی عدد اپنے ہی کے ذریعہ قابل تقسیم ہے۔

(iii) کسی فطری عدد کو 1 کے ذریعہ تقسیم کرنا:

8 چاک والے بکسے سے ایک ایک چاک لینے پر 8 مرتبہ کے بعد سبھی چاک ختم ہو جایے گا۔

اس لیے 8÷1=8

32÷1=32   624÷1=624

آپ کیا غور کرتے ہیں؟

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> فطری اعداد کی صورت میں 1÷کوئی عدد = وہی عدد

مشق 4.4

1۔ ذیل کے سوالوں میں تقسیم عمل کر کے خارج قسمت اور باقی معلوم کیجیے۔ یہ صحیح ہے یا نہیں اس کی جانچ کیجیے۔

(i) 777÷58   (ii) 6324÷245

(iii) 16025÷1000   (iv) 6906÷35

(v) 12345÷975   (vi) 5436÷300

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> تقسیم صحیح ہے یا نہیں جاننے کے لیے ذیل کے اصول کو استعمال کیا جاتا ہے۔
> اصل عدد=مقسوم علیہ× خارج قسمت + باقی
> اسے یوکلڈ طریقہ کہا جاتا ہے۔

2۔ خالی جگہوں کو بھریئے:

(i) ....=104÷104   (ii) 305÷............=305

3۔ ذیل میں دیے گیے اعداد کا براکیٹ کے ہر عدد کے ذریعہ تقسیم کیجیے اور کس عدد کے ذریعہ اصلی عدد قابل تقسیم ہے اسے لکھیے۔

(i) 306 [2,3,4,5,6]   (ii)1701 [9,8,7,6]   (iii) 3564 [11,9,8,7]

4۔ چھ ہندسوں والا کون سا سب سے چھوٹا عدد 74 کے ذریعہ قابل تقسیم ہے؟

5۔ چار ہندسوں والا کون سا سب سے بڑا عدد 48 کے ذریعہ قابل تقسیم ہوگا؟

6۔ کس عدد کو 24 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر خارج قسمت 18 ہوگا اور باقی 9 رہے گا؟

7۔ ایک کسان کے پاس 700 پودے تھے۔اس نے ہر قطار میں 32 عدد پودہ لگایا۔ان کے پاس کتنے پودے بچے ہوں گے؟

8۔ ایک سنیما ہال میں ہر قطار میں 36 عدد کرسیاں ڈالی گئی ہیں۔کم از کم کتنی قطاروں میں 600 ناظرین بیٹھ سکیں گے۔اور کتنی کرسیاں خالی رہیں گی؟

9۔ (i) 1325 سے کم از کم کتنا تفریق کرنے سے حاصل تفریق 36 کے ذریعہ قابل تقسیم ہوگا؟

(ii) 1325 کے ساتھ کم از کم کتنا جمع کرنے سے حاصل جمع 42 کے ذریعہ قابل تقسیم ہوگا؟

10۔(i) 102 کو 12 کے ذریعہ تقسیم کریں اور ذیل کی خالی جگہوں میں خارج قسمت اور باقی لکھیں۔

102 کو 12 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر خارج قسمت =............اور باقی =............ہوگا۔

(ii) 102 کو 8 کیذ ریعہ تقسیم کر کے خالی جگہ میں خارج قسمت اور باقی لکھیے۔

102 کو 8 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر خارج قسمت............اور باقی............ہوگا۔

11۔ سوال نمبر 10 میں آپ نے دیکھا کہ اگر 102 اصل عدد ہو تو۔

مقسوم علیہ 12 اور خارج قسمت 8 ہوتا ہے۔

مقسوم علیہ 8 ہو تو خارج قسمت 12 اور ہر حالت میں باقی 6 رہے گا۔

اب 106 کو 12 کے ذریعہ تقسیم کر کے خارج قسمت اور باقی معلوم کریں۔

سوال 10 میں آپ نے دیکھا کہ مقسوم علیہ 12 ہونے سے خارج قسمت 8 اور مقسوم علیہ 8 ہونے سے خارج قسمت 12 ہوتا ہے۔لیکن اس سوال کے تقسیمی عمل مقسوم علیہ 12 ہونے سے خارج قسمت جتنا ملا اسی عدد کو مقسوم علیہ لے کر تقسیم کرنے پر خارج قسمت 12 ہوا کیا؟ کیوں نہیں ہوا؟

12۔اگر ایک عدد کو 15 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر باقی کچھ نہیں بچے گا تو اس عدد کو اور کس کس عدد کے ذریعہ تقسیم کرنے سے باقی کچھ نہیں رہے گا؟

4.9 فطری عدد کی توسیع:

مقامی قیمت کی مدد سے صرف 10 ہندسوں کو استعمال کر کے جب تمام بڑے بڑے عدد لکھنے کی بابت سوچا گیا تو اس وقت ''کچھ نہیں'' کی صورت حال کو عدد کی شکل دینے کی ضرورت پڑی اور اس سے صفر 0 کا تصور پیدا ہوا۔اسے ایک ہندسے شکل میں استعمال کیا گیا۔

> یادرکھیے:
> ......0,1,2,3,4,5انہیں عددوں کے مجموعہ کو Whole Number یا مثبت عدد صحیح ہے ۔ اس عدد کے مجموعہ کا N+علامت کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔

روزمرہ کی زندگی میں ''جو کچھ تھا وہ سب ختم ہوگیا'' یہ ایک عام تجربہ ہے۔ یعنی 3-3، 5-5، 215-215 وغیرہ تفریق میں حاصل تفریق دکھانے کے لیے 0 کی ضرورت پڑتی ہے۔ اس لیے 0 صفر کو فطری عدد میں شامل کرنے کے لیے سوچا جارہا ہے۔ فطری عدد کو مجموعہ کے ساتھ صفر 0 کو شامل کرکے جو مجموعہ عدد ہوا ہے ''توسیع شدہ فطری عدد کا مجموعہ'' کہا جاتا ہے۔

4.9.1 توسیع شدہ فطری عدد کے مجموعے میں جمع اور تفریق وغیرہ کا عمل:

(i) کوئی چیز نہ ہونے کی صورت میں بالفاظ دیگر ''کچھ نہیں'' کا نشان 0 صفر ہوتا ہے۔

اس لیے 0+5=5+ کچھ نہیں۔

اس طرح کی حالت میں حاصل جمع 5 ہوگا۔

اسی طرح 0+7=7، 285=285+0

ان مثالوں سے ہم لوگوں نے دیکھا:

کسی بھی فطری عدد کے ساتھ 0 کو جمع کرنے سے حاصل جمع وہی فطری عدد ہوتا ہے۔

لہٰذا توسیع شدہ فطری اعداد کے نظام میں جمع کا عمل تماثلہ (Identity) کے اصول کا پابند ہوتا ہے۔

(ii) توسیع شدہ فطری اعداد کا اصولِ تماثلہ:

کسی توسیع شدہ فطری عدد کے ساتھ صفر (0) جمع کرنے یا 0 کو اس عدد کے ساتھ جمع کرنے سے حاصلِ جمع وہی عدد ہوگا۔ اسی وجہ سے 0 کو جمعی تماثلہ (Additive Identity) کہا جاتا ہے۔

غور کیجیے: فطری عدد کے نظام کے ساتھ 0 کو شامل کرنے سے پہلے جمع کے عمل میں تماثلہ کے اصول کو جگہ نہیں ملی تھی یا جمعی تماثلہ بھی فطری اعداد کے مجموعے میں شامل نہیں تھا۔

ہم لوگ خود جانچ کرکے دیکھ سکیں گے کہ فطری اعداد کے نظام میں جمع کے عمل اور ضرب کے عمل میں جو جو اصول کارفرما تھے، توسیع شدہ فطری اعداد کے نظام بھی وہ تمام اصول کارفرما ہوتے ہیں۔

4.9.2 تفریق کے عمل کا انفرادی اصول:

(i) ذیل کے تفریقی عمل پر غور کیجیے:

238-238=0،   5-5=0،   3-3=0

ہم لوگوں نے دیکھا:

کسی بھی فطری عدد سے اسی عدد کو تفریق کرنے سے حاصل تفریق 0 یا صفر ہوتا ہے۔ جس وقت ایک چاک کے بکسے میں کوئی چاک نہیں ہوتا تو اس سے ایک چوک لانے کو جائیں خالی ہاتھ واپس ہونا پڑتا ہے۔ یعنی ہم خالی بکس سے ''کچھ نہیں'' لائے۔ اس کے بعد بھی خالی بکس خالی ہی رہا۔

اس لیے توسیع شدہ فطری اعداد کے نظام میں تفریق سے متعلق ایک اصول یہ ہے۔

کسی بھی عدد سے اسی عدد کو تفریق کرنے سے حاصل تفریق صفر (0) ہوتا ہے۔

(ii) آیئے ہم ایک اور صورت حال پر غور کریں۔

پانچ چوک والے بکسے سے میں نے بالکل چاک نہیں لیا تو بکسے میں کتنا چاک رہا؟ ضرور بکسے میں پہلے کی طرح تمام چاک رہا۔

اس لیے 5=0-5 اسی طرح 9=0-9 ، 83=0-83

تفریق کے تعلق سے ایک اور اصول ہم لوگوں نے جانا۔

وہی عدد = 0 - کوئی بھی عدد

(iii) توسیع شدہ فطری اعداد کے نظام میں ضرب کا ایک اصول:

ہم اس طرح کی ایک صورت حال پر غور کریں:

کس طرح کسی عدد کے ترتیب وار جمع کو ضرب میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ یہ بات ہم پہلے سے جانتے ہیں۔

اس لیے $0 \times 4 = 0+0+0+0$

لیکن $0 = 0+0+0+0$

$0 = 0 \times 4$

4x0 کا مطلب ہے 0 مرتبہ 4 کو ملانا یعنی بالکل 4 نہ لے کر جمع کرنا۔ اس لیے ہم لوگ پائیں گے 0

لہذا $0 = 4 \times 0$

ہم لوگوں نے دیکھا $0 = 0 \times 4 = 4 \times 0$

اسی طرح $0 = 0 \times 3 = 3 \times 0$

اسی لیے ضرب سے متعلق ذیل کا اصول ہم کو ملا:

0× کوئی بھی عدد = وہی عدد ×0 = 0

> یادرکھیں:
> کسی بھی مثبت عدد صحیح میں (0) کو ضرب کرنے سے حاصل ضرب 0 ہوگا۔

(iv) توسیع شدہ فطری اعداد کے نظام میں تقسیم سے متعلق اصول:

آیئے ایک اور حالت پر غور کریں۔ بالکل چاک نہ رہنے والے بکس (یعنی خالی بکسے سے) آپ 3 عدد چاک کتنی بار لے سکیں گے؟

بالکل نہیں لے سکیں گے۔ یعنی 0 بار لے سکیں گے۔

اس سے ہم نے کیا جانا؟

$0 \div 3 = 0$

اسی طرح $0 \div 4 = 0$

$0 \div 8 = 0$

$0 \div 115 = 0$

12	
-4	ایک بار لیا گیا
8	
-4	دوسری بار لیا گیا
4	
-4	تیسری بار لیا گیا
0	

تقسیم کے متعلق اصول: صفر (0) = صفر کو چھوڑ کر اور کوئی عدد ÷ صفر (0)

☆ دوسری صورت حال دیکھیں:

12 قلم سے ہر بار 4 لینے سے کتنی بار میں سبھی قلم کو لیا جا سکتا ہے؟

اسے جاننے کے لیے 12 کو 4 کے ذریعہ تقسیم کرنا ہوگا۔

یعنی 12 سے 4 کو کتنی بار گھٹایا جا سکے گا۔ یہ جاننا ضروری ہے۔

ہم لوگوں نے دیکھا: 12 سے 4 کو 3 بار (گھٹایا) لیا جا سکا۔ اس لیے ہم کہتے ہیں $12 \div 4 = 3$

3	
-0	ایک بار لیا گیا
3	
-0	دوسری بار لیا گیا
3	

اسی طرح $0 \div 3 =$ کتنا معلوم کریں گے۔

یہاں پر $0 \div 3 =$ کتنا یہ جاننے کے لیے 3 سے 0 کو بار بار گھٹائیں گے۔ 0 کو جتنی بار تفریق کیا جا سکے گا وہی خارج قسمت ہوگا۔

یہاں پر 3 سے 0 کو 2 مرتبہ لیا گیا ہے۔ پھر بھی 3 بچا رہا آپ جتنی بار چاہیں اتنی بار 0 کو گھٹا سکتے ہیں۔ اس لیے 3 سے 0 کو کتنی بار تفریق کیا جا سکتا ہے۔ اس کے بارے میں متعین طور پر کچھ کہا نہیں جا سکتا۔

اسی وجہ سے $0 \div 3$ کا کوئی معین خارج قسمت نہیں ہوتا۔

تقسیم سے متعلق ایک اور اصول: جو کسی عدد کو 0 کے ذریعہ تقسیم کرنا بے معنی ہوتا ہے۔ (یعنی کسی عدد کو 0 کے ذریعہ تقسیم نہیں کیا جا سکتا)

جواب لکھیں:

(i) 0×46 (ii) 46×0 (iii) $0 \div 46$ (iv) $46 \div 0$

مشق 4.5

1۔ ہم لوگ جو دس ہندسے استعمال کرتے ہیں ان میں سے سب سے چھوٹا ہندسہ کون سا ہے؟

2۔ دوا یوت پانچ لکھتے وقت کون کون سے مختلف ہندسوں کا استعمال کیا جاتا ہے؟

3۔ 1 سے 100 تک لکھتے وقت کتنی بار 0 لکھنے کی ضرورت پڑے گی؟

4۔ کوئی بھی عدد کے ساتھ کون سا عدد جمع کرنے سے حاصل جمع وہی عدد ہوگا؟

5۔ اس طرح کی ایک تفریق کی مثال پیش کیجیے، جس میں حاصل تفریق 0 ہوگا؟

6۔ (i) ایک عدد کو اسی عدد کے ساتھ جمع کرنے سے حاصل جمع اسی عدد کے برابر ہوگا؟ اس کی ایک مثال دیں۔

(ii) ایک عدد کو اسی عدد کے ذریعہ ضرب کرنے سے حاصل ضرب اسی عدد کے برابر ہوگا؟ اس کی دو مثالیں دیجیے۔

7۔ اس طرح کا ایک عدد ہے جسے اس عدد کو چھوڑ کر دوسرے کسی بھی عدد کیذ ذریعہ تقسیم کرنے سے وہ عدد خارج قسمت کے برابر ہوتا ہے۔ وہ عدد کتنا ہے؟

4.10 عددی خط میں توسیع شدہ فطری اعداد کی نشاندہی:

آپ اسکیل استعملا کر کے ناپ کرتے ہیں۔ نعض چھوٹے اسکیل پر 0 سے 15 تک عدد لکھے ہوئے ہوتے ہیں

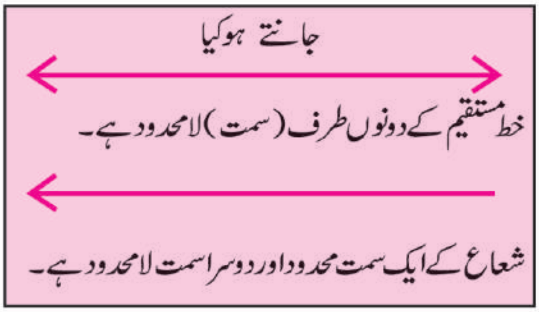
بڑے اسکیل کے اوپر 0 سے 30 تک عدد لکھے ہوتے ہیں، درزی ایک ٹیپ استعال کر کے آپ کا لباس تیار کرنے کے لیے ناپ لیتا ہے۔۔ کپڑے کے دوکاندار میٹر والی چھڑی کا استعمال رتے ہیں۔ اس می 0 سے 100 تک عدد لکھے ہوئے ہوتے ہیں۔

تم نے لمبا راستہ طئے کرتے وقت دیکھا ہوگا کہ راستے کے کنارے کھنبا گاڑا گیا ہے اور اس کے اوپر کیلومیٹر کے اعداد لکھا ہوا ہے۔ راستہ جس جگہ سے شروع ہوتا ہے اسی جگہ کے کھنبے پر 0 لکھا جاتا ہے اس کے بعد والے کھنبے پر ایک (1) پھر بعد والے کھمبے پر 2 اسی طرح راستے کے ختم ہونے پر اگر 425 لکھا گیا ہوتو شروع سے آخر تک کے راستے کی دوری 425 کیلومیٹر سمجھا جایے گا یعنی راستے کی لمبائی 425 کیلومیٹر ہوتی ہے۔

میٹر کی چھڑی میں لکھے ہوئے سینٹی میٹر کے عدد یا راستے کے کھمبے میں لکھے میں لکھے ہوئے کیلومیٹر کے عدد کو دیکھ کر خط مستقیم کے ساتھ عدد کے تعلق کے بارے میں اندازہ ہوتا ہے۔

اس لیے اگر ہم بھی خط مستقیم کے ساتھ اپنے استعمال کرنے والے عدد کا تعلق قائم سیکھا تو اعداد کی افادیت کو اور زیادہ واضح کر سکیں گے۔

خط یا خط مستقیم کا پھیلاؤ دونوں جانب لامحدود ہے لیکن ہم جانتے ہیں کہ توسیع شدہ فطری اعداد ایک طرف محدود ہوتا ہے کیونکہ 0 (صفر) ہے اس قسم کے عدد کا ایک سرا دوسری طرف اعداد کا پھیلاؤ لا محدود ہوتا ہے۔ اس لیے فطری عدد کا مجموعہ ایک سمت میں محدود ہوتا ہے تو دوسری سمت میں لامحدود ہوتا ہے۔ ہم لوگ جانتے ہیں کہ ایک شعاع کا ایک سمت محدود اور دوسری سمت لامحدود ہوتی ہے۔



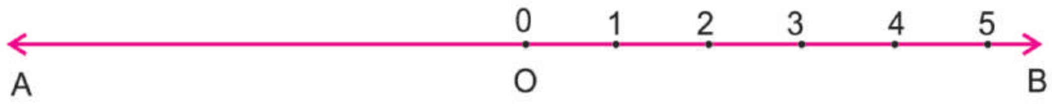
لہذا ہمارے مذکورہ جانے پہچانے عدد کے ساتھ ایک شعاع کی مشابہ معلوم ہوتی ہے۔ البتہ شعاع بھی خط کا ایک حصہ ہوتا ہے۔ اس لیے ہم ایک خط کے کسی حصہ شعاع پر ''توسیع شدہ فطری اعداد'' کی نشاندہی کرنے کی کوشش کریں گے۔ ٹھیک اسی طرح جیسے راستہ کے اوپر ....0,1,2 وغیرہ کیلومیٹر کا کھمبا گاڑا گیا ہے۔

تمہارے استعمال کرنے والے اسکیل یا دوکاندار کے ذریعہ استعمال کیے جانے والے میٹر کی چھڑی میں ایک ایک سینٹی میٹر کی دوری پر 1,2,3 وغیرہ عدد درج رہتے ہیں۔

ایک متعین دوری کو اکائی دوری کے طور پر 1 کر عدد نشان دیں گے۔ کتنی دوری کو اکائی کی دوری کے طور پر لیا جائے گا یہ ہم پر منحصر ہے۔

4.10.1: خط اوپر عدد کی نشاندہی کا طریقہ:

ایک خط کھینچ کر اس کے اوپر ایک نقطہ لیں گے اور اس کا نام دیں گے۔ O، اب مشترکہ نقطہ O سے ہمیں دو شعاعیں ملی ہیں۔ دائیں جانب کے شعاع OA اور بائیں جانب شعاع OB



OA کے اوپر 0 سے شروع کر کے ایک مخصوص فاصلے پر نقطوں کی نشاندہی کریں گے (یہی مخصوص فاصلہ اکائی۔ دوری ہوگا) شعاع OA A کی سمت میں لامحدود ہے۔ دیے گیے نقشے میں ہم لوگ

چند محدود تعداد کے نقطہ (نقشے میں 0 کو ملا کر 6 نقطے) دیکھتے ہیں لیکن دراصل شعاع کے اوپر لا تعداد نقطے ہیں، اب 0 سے شروع کر کے دائیں جانب کے نقطوں کے اوپر بالترتیب 0.....,1,2,3 وغیرہ عدد لکھیں گے۔ اب ہم AB خط کو عددی خط (Number line) کہیں گے۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ آپ اپنی کاپی میں ایک خط مستقیم بنائیے۔

☆ اس پر کسی نقطے کو 0 نامزد کیجیے۔

☆ 0 نقطہ سے بائیں جانب خط پر ایک نقطہ لے کر اس کا نام B دیجیے اور 0 نقطہ سے دائیں جانب ایک نقطہ دے کر اس کا نام A دیجیے۔

☆ O نقطہ سے شروع کر کے OA کے اوپر برابر کی دوری پر اسکیل استعمال کر کے نقطوں کی پہچان کرائیے اور ان نقطوں کے قریب بائیں سے دائیں کی جانب 1,2,3..... وغیرہ عدد لکھیے۔

☆ یاد رکھیں، دو متواتر یعنی قریبی عدد کے درمیان کی دوری ایک اکائی ہوتی ہے۔

☆ یہی عددی خط کو دیکھ کر ذیل کے سوالات کے جواب دیں۔

(i) 0 نشان والے نقطہ سے شروع کر کے کتنی اکائی دوری پر 5 نشان والا نقطہ واقع ہے؟

(ii) 3 نشان والے نقطے سے دائیں جانب کو 3 اکائی کی دوری پر کون سا عدد ہے؟

3+3= کتنا؟

(iii) 8 عدد کی نشاندہی کرنے والا نقطے سے 2 اکائی بائیں میں کون سا عدد او راس عدد سے 3 اکائی بائیں میں کون سا عدد موجود ہے۔

(iv) دو عدد کی نشاندہی کرنے والے نقطے سے 3 اکائی دائیں کے طرف جائیے اور اسکے بعد مزید 4 اکائی دائیں طرف جائیے کسی عدد کے قریب پہنچے؟

2+3+4= کتنا

کہیے تو سہی :

(i) عددی خط میں جمع کے عمل کے لیے کس جانب جانا پڑتا ہے؟

(ii) عددی خط میں تفریق کے عمل کے لیے کس جانب جانا پڑے گا؟

کسری اعداد

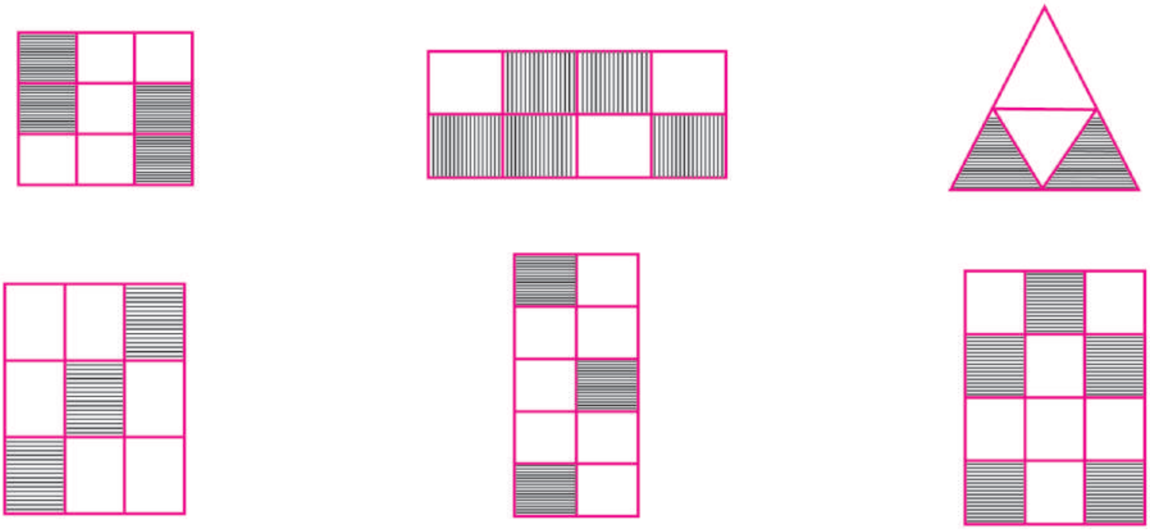
5.1 ہم جو جانتے ہیں:

کسی چیز کے ایک حصے کی مقدار کو ظہر کرنے کے لیے کسری عدد ایجاد کیا گیا تھا۔ ایک کسری عام کو لکھنے کے لیے دو فطری اعداد میں سے کس کو شمار کنندہ اور کسے نسب نما کہا جاتا ہے یہ ہم کو معلوم ہے۔ اسے ہم نشان دے کر جانتے ہیں۔ ایک یا ایک سے زیادہ مکمل چیز کے ساتھ ایک اور چیز کے ایک حصے کو ملا کر اس کی مقدار کو ظاہر کرنے کے لیے جس کسری عدد کی ضرورت پڑتی ہے اسے مخلوط کسر کہا جاتا ہے۔

آپ پہلے سے کسر سے متعلق جو کچھ جانتے ہیں اسی کی بنا پر ذیل کے سوالوں کے جواب دیجیے۔

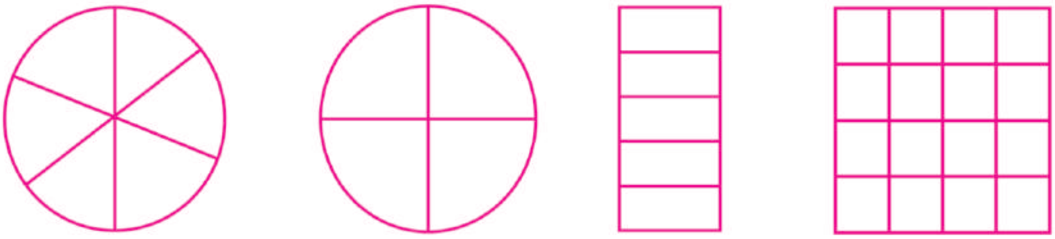
مشق 5.1

1۔ ذیل کے نقشہ میں تاریک حصے کو مکمل نقشے کے کسر کی حیثیت سے ظاہر کرنے کے بعد اگلے صفحہ میں دیے گیے ٹیبل (خانہ) کی طرح اپنی کاپی میں خالی جگہوں کو پر کیجیے۔



تصویر	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
کسر						
شمار کنندہ						
نسب نما						

2۔ ہر ایک تصویر کی طرح آپ اپنی کاپی میں تصویر بنائیے۔ تصویر کے نیچے دکھایے گیے کسر کے مطابق تصویر کے حصوں میں رنگ بھریے۔



$\frac{5}{16}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{6}$

5.2۔ ایک قسم کی چیزوں کے مجموعے کا کسر:

کسی چیز کے ایک حصے کو ظاہر کرنے کے لیے کسری عدد کا استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ بات ہم جانتے ہیں۔ اب ایک طرح کی کئی چیزوں کے مجموعے سے کچھ چیزیں لے کر ان سب کے ایک حصے کو ظاہر کے لیے کس طرح کسری عدد استعمال کیا جایے۔ آئیے دیکھیں:

آپ کے اسکول میں 10 اساتذہ کے درمیان 5 اساتذہ بچوں کو میدان میں کھیل سکھاتے ہیں۔ باقی اساتذہ کلاس میں ہیں۔ تو تمام اساتذہ کا کتنا حصہ کھیل کے میدان میں ہیں۔ آئیے دیکھیں:

کھیل کے میدان کے اساتذہ	
کلاس میں موجود اساتذہ	

ہم لوگ اوپر کی تصویر میں دیکھتے ہیں:

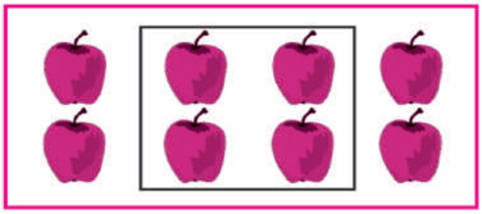
جتنے اساتذہ کھیل کے میدان میں ہیں۔ اتنے ہی اساتذہ کلاس میں ہیں۔ اس لیے اساتذہ کے درمیان آدھے لوگ کھیل کے میدان میں ہیں۔ 10 لوگوں کے درمیان 5 لوگوں کو ہم 5/10 کہتے ہیں۔

10 اساتذہ کو 2 برابر حصوں میں بانٹنے پر ہر حصے میں اساتذہ کی تعداد 5 = 2 ÷ 10

اس لیے 10 اساتذہ کے درمیان 5 ہوتے ہیں۔ 10 کے دو برابر حصوں میں سے ایک حصہ ہیں۔

اس لیے ہم کہتے ہیں کہ 10 میں سے 5 ہوتا ہے 2 برابر حصوں میں سے 1 حصہ۔ اس لیے 10 سے 5 ہوتا ہے۔

نیچے دیے گیے جملوں کو اپنی کاپی میں لکھیے اور تصویروں کو غور کر کے ان جملوں کی خالی جگہوں میں کسری عدد لکھیے۔



تصویر(i) میں چھوٹے خانہ میں رہنے والے پھول اور بڑے خانہ میں رہنے والے پھول کا مجموعہ .... برابر حصے کا .... حصہ ہوتا ہے۔ اس لیے چھوٹے خانے میں 6 پھول کا مجموعہ تمام پھولوں کے مجموعے کا .... ۔

تصویر(ii) میں چھوٹے خانہ میں رہنے والے پھل اور بڑے خانہ میں رہنے والے پھل کا مجموعہ .... برابر حصے کا .... حصہ ہوتا ہے۔ اس لیے یہ 4 پھل 8 پھلوں کا .... کسر ہے۔

اب ہم لوگوں نے جانا:

ایک قسم کی چیزوں کے مجموعے سے چند چیزوں کو لیا جایے تو یہ پہلے مجموعہ کا ایک کسر ہوتا ہے۔

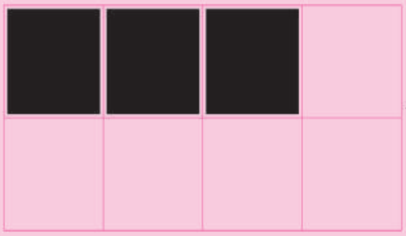
یاد رکھیے:

☆ کسی چیز کے ایک حصے کو پہلے چیز کے ایک کسر کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

☆ ایک قسم کی چیزوں کے مجموعہ سے چند چیزوں کو لے کر ان کو پہلے مجموعہ کے ایک کسر کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

خود کر کے دیکھیے:

کام:1



☆ مستطیل نما کاغذ کا ٹکڑا لے کر اسے 8 برابر حصوں میں موڑیے۔

☆ ان 8 حصوں میں سے 3 حصوں کالا کیجیے۔

☆ کالا حصہ پورے کاغذ کے ٹکڑے کا کتنا حصہ کہیے۔

کام:2

☆ برابر شکل کی 10 عدد لکڑیاں جمع کیجیے۔ ان لکڑیوں میں سے دو دو کر کے ایک ساتھ باندھیے۔

☆ کل لکڑیوں کے کتنا گچھے باندھے گیے دیکھیے؟

قبل کے صفحوں میں دیے گیے کام :2 کو دیکھ کر خالی خانوں کو پر کیجیے۔

کل 5 گچھوں کے درمیان سے 3 گچھے لے کر آپ اپنے ساتھی کو دیجیے۔

☆ بندھے ہوئے........... برابر گچھوں میں سے آپ نے اپنے ساتھی کو........... گچھے دیے ہیں۔

☆ اس لیے اآپ کے ساتھی کے پاس کل لکڑیوں کے مجموعہ کے........... برابر حصوں کا .... حصہ ہے۔

☆ لہذا کل لکڑیوں کے مجموعہ کا........... کسر لکڑی آپ کے ساتھی نے پایا۔

☆ آپ کے ساتھی کے 3 گچھوں میں........... لکڑیاں ہے۔

☆ اس لیے آپ کے ساتھی نے 10 لکڑیوں میں سے........... لکڑیاں پائی ہیں۔

غور کریں: آپ کے ساتھی کے پاس لکڑیوں کے کل 10 لکڑیوں میں سے 6 لکڑیاں ہیں۔ اس لیے آپ کے ساتھی کے پاس لکڑیوں کا مجموعہ کل مجموعے کا 6/10۔

ہم لوگوں نے دیکھا کہ کل مجموعہ کا 6/10 جتنا ہوتا ہے 3/5 اتنا ہی ہوتا ہے۔

ذیل میں دیے گیے خالی خانوں کو پر کیجیے:

(i) 3 قلم 5 قلم کا........... کسر ہوتا ہے۔

(ii) 4 پنسیل 7 پنسیل کا........... کسر ہوتا ہے۔

(iii) 9 بچوں کے درمیان 5 بچے........... کسر ہوتے ہیں۔

5.3۔ اکائی کا کسری عدد:

ذیل کے کسری عددوں کو دیکھیے:

1/2، 2/3 3/4 1/5 3/5

ان میں جن کسری عددوں کے شمار کنندہ 1 ہے وہ ہیں 1/2 اور 1/5

اسی طرح کسری عددوں کو اکائی کسری عدد کہا جاتا ہے۔

اس سے ہم لوگوں کو معلوم ہوا:

جس کسر کا شمار کنندہ 1 ہوتا ہے اس کو اکائی کسر کہا جاتا ہے۔

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> ہر ایک کسر کو ہم کتنے اکائی کسر کے شکل میں لکھ سکتے ہیں جیسے:
> 1/3+1/3 = 2/3

مثال:1 نیچے دیے گیے کسر کو اکائی کسر کے جمع کی حیثیت سے لکھیے؛

(i) 5/8 (ii) 7/10

حل:

(i) 1/8+1/8+1/8+1/8+1/8=5/8

(ii) 1/10+1/10+1/10+1/10+1/10+1/10+1/10 =7/10

مثال:2

نیچے دیے گیے کسری عددوں کو کتنے اکائی کسری عددوں کے حاصل جمع کی حیثیت سے لکھا جاسکتا ہے۔

(i) 4/9 (ii) 5/12

حل:

(i) 4/9 کو 4 اکائی کسری عددوں کے حاصل جمع کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔(وجہ 4 عدد 1/9 کو جمع 4/9)

(ii) 5/12 کو 5 اکائی کسری عددوں کے حاصل جمع کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

مشق 5.2

1۔ نیچے دیے گیے جملوں کو اپنی کاپی میں لکھیے اور خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

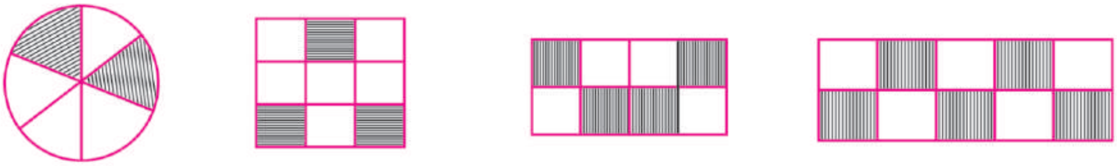
(i) 3 کو شمار کنندہ اور 5 کو نسب نما کی حیثیت سے لے کر کو کسری عدد بنتا ہے وہ ہے..................

(ii) 2/5 کا نسب نما شمار کنندہ سے..................زیادہ ہے۔

(iii) 3/8 کے معنی کسی چیز کے............ برابر حصے کا............حصہ ہیں۔ اس کے علاوہ 3/8 کے معنی ہوتے ہیں، ایک قسم کی چیزوں کے مجموعے کے............ برابر حصے کا............حصہ۔

2۔ 9/10,5/9,4/3,7/4,3/5 کسری عددوں کے درمیان میں سے حقیقی کسری عدد اور غیر حقیقی کسری عدد کو الگ الگ کر کے لکھیے۔

3۔ ذیل کے تصویروں کو دیکھ کر ہر ایک تصویر کے تاریک حصے کے پوری تصویر کے کسر کی حیثیت سے لکھیے۔



4۔ ذیل کی ہر صورت حال میں مناسب کسر لکھیے:

(i) 5 عدد پنسیل میں سے 2 عدد ٹوٹا ہوا پنسیل۔

(ii) 8 عدد پھولوں میں 3 عدد سوکھا ہوا پھول۔

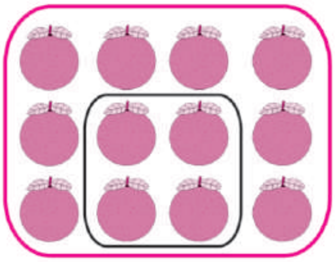
(iii) ایک گلہ کی 12 عدد بکریوں میں سے 7 عدد کالی بکریاں۔

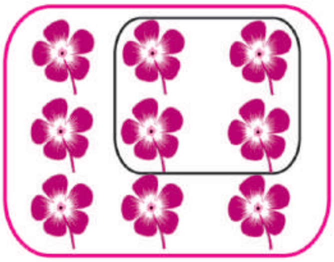
5 (i) 4,3,2,1 عددوں میں سے دو عدد کو استعمال کر کے بنائے گیے سبھی حقیقی کسر لکھیے۔

(ii) 10,9,8,7 عددوں میں سے دو عدد کو استعمال کر کے تمام ممکنہ غیر حقیقی کسر لکھیے۔اور انہیں مخلوط عدد کی شکل میں بدلیے۔

(iii) 9,8,7,6,5,4 عددوں میں سے دو دو عدد کو استعمال کر کے اس طرح کے کسر لکھیے جن کا شمار کنندہ نسب نما سے (i) 2 کم ہوگا (ii) 3 زیادہ ہوگا۔

6۔ ہر ایک تصویر میں دکھائی گئی چیزوں کے درمیان چھوٹے خانہ میں رہنے والی چیزیں بڑے خانے کی چیزوں کا کتنا کسر ہے؟





7۔ ذیل کے کسر کو اکائی کسر کے حاصل جمع کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) 3/5 (ii) 7/8 (iii) 3/10

5.4۔عددی خط میں کسری عدد کی جگہ کا تعین:

عددی خط سے آپ پہلے سے ہی واقف ہیں۔ اس سے قبل آپ نے عددی خط کے اوپر 3,2,1,0 وغیرہ اعداد کی نشان دہی کی تھی۔

عددی خط کے متعلق آپ یہ جانتے ہیں کہ

☆ عددی خط ایک خطِ مستقیم ہوتا ہے۔

☆ اس خط کے اوپر برابر کی دوری پر نقطوں کی نشاندہی کی تھی۔

☆ آس پاس کے ہر ایک جوڑی نقطوں کے درمیان خطِ مستقیم کے حصے کو ایک اکائی شکل میں لیا جاتا ہے۔

☆ عددی خط کے اوپر دیے گیے نقطے سیدھے راستے کے کنارے کیلومیٹر کے کھمبے کی طرح ہوتے ہیں۔ دو قریبی کھمبوں کے درمیان راستے کی دوری ایک کیلومیٹر ہوتی ہے۔ اسی طرح عددی خط کے اوپر دو قریبی نقطوں کے درمیان کی دوری ایک اکائی ہوتی ہے۔

ذیل کے عددی خط پر غور کیجیے۔

اسی عددی خط کے اوپر کسی 1/2 کو دکھایا گیا ہے۔ کسر 1/2 کی نشاندہی کے لیے عددی خط کے اوپر کائی کی دوری یعنی دو قریبی نقطوں کے درمیان کی دوری کو 2 سنٹی میٹر یا 4 سنٹی میٹر جیسے 2 کے ذریعہ قابل تقسیم ناپ لیا جاتا ہے۔ (اس کی وجہ آپ بعد میں جانیں گے)

اوپر کے عددی خط میں M نقطہ عددی خط کے AB حصے کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے ۔ اس لیے AM=1/2 اکائی۔لہٰذا نقطہ M کسری عدد 1/2 کی نشاندہی کرتا ہے۔

5.4.1۔عددی خط میں دوسرے کسری اعداد:

1/3 کو عددی خط میں دکھلانے کے لیے عددی خط کے اوپر اکائی لمبائی کے لیے 3 سنٹی میٹر لیں گے۔0اور 1 ظاہر کرنے والے نقطوں کے درمیان اکائی حصے کو 3 برابر حصوں میں بانٹیں گے۔اس طرح جو دو درمیانی نقطے ملیں گے ان میں سے پہلا 1/3 کی نشان دہی کرتا ہے تو دوسرا 2/3 کی نشاندہی کرتا ہے۔

فی الحال ذیل کے عددی خط پر غور کریں:

☆ اوپر کے عددی خط میں 5,4,3,2,1,0 اعداد کی نشاندہی کی گئی ہے۔اوران سب کا باترتیب E,D,C,B,A,O نام دیا گیا ہے۔

☆ A سے B تک کے حصے کو 2 برابر حصے کر کے نقطہ تقسیم P نام دیا گیا ہے۔

☆ B سے C تک کے حصے کو 3 برابر حصے کر کے تقسیم کو دونقطوں کو Q اور R نام دیا گیا ہے۔

☆ C سے D تک کے حصے کو 4 برابر حصوں میں تقسیم کر کے،تیسرے حصے کو S نام دیا گیا ہے۔

☆ D سے E تک کے حصے کو 5 برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔اور چوتھے نقطے کو T نام دیا گیا ہے۔

اب غور کریں:

O سے P تک کے حصے کا ناپ

AP+OA=

=1 اکائی + اکائی کا 1/2 حصہ

1/2+1=

=11/2 [1+ 1/2 کو ہم لوگ 1/2 1 لکھتے ہیں]

اس لیے P کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد

1 1/2=

O سے Q تک کے حصے کا ناپ

BQ+OB=

=2 اکائی + اکائی کا 1/3 حصہ

1/3+2=

21/3=

اس لیے Q کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد

2 1/3=

بتائیے تو سہی:

آپ عددی خط میں 3/4 کی نشاندہی کس طرح کرینگے؟

O سے R تک کے حصے کا ناپ

BR+OB=

=2 اکائی + 1 اکائی کا 2/3 حصہ

2/3+2=

2 2/3=

اس لیے R کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد

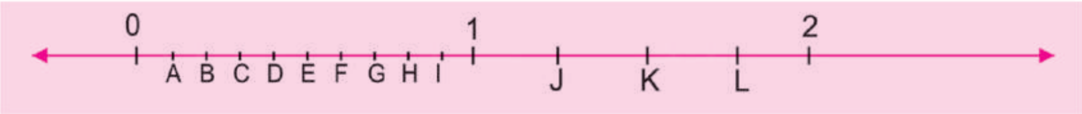
2 2/3=

بتائیے تو سہی:
نقطہ S اور نقطہ T با ترتیب کن کن کسری عدد کی نشاندہی کرتے ہیں۔

ہم لوگ اب مخلوط عددوں کو عددی خط پر قائم کرنے کا طریقہ معلوم کر چکے ہیں۔

مشق 5.3

1۔



عددی خط میں 0 اور 1 کی نشان دہی کرنے والے نقطوں کے درمیان عددی خط کے حصے کو برابر 10 حصوں میں اور 1 اور 2 کی نشاندہی کرنے والے دو نقطوں کے بیچ عددی خط کے حصے کو چار برابر حصوں میں بانٹا گیا ہے۔ تقسیم کرنے والے نقطوں کو A, B, C, D وغیرہ نام دیے گئے ہیں۔ کس نقطے کے ذریعہ کس عدد کی نشان دہی کی گئی ہے ذیل میں لکھیں۔

(i) A کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............ (vii) B کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............

(ii) C کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............ (viii) D کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............

(iii) E کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............ (ix) F کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............

(iv) G کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............ (x) H کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............

(v) I کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............ (xi) J کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............

(vi) K کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............ (xii) L کے ذریعہ نشاندہی کیا گیا عدد............

2۔ ذیل کے عددوں کو عددی خط میں قائم کیجیے۔

(i) 3/4 (ii) 1 1/3 (iii) 2 1/4 (iv) 3 1/3 (v) 4 1/2

3 (i) عددی خط کے اوپر کون سے دو قریبی پورے عدد کے درمیان بھی حقیقی کسر واقع ہیں؟

(ii) عددی خط کے اوپر کون سے دو قریبی پورے عددوں کے درمیان 2 1/5 واقع ہے؟

4 (i) 15/4 کو عددی خط میں دکھلانے کے لیے پہلے کیا کرنا ہوگا؟

(ii) کون دو قریبی پورے عدد کے درمیان 15/4 واقع ہے؟

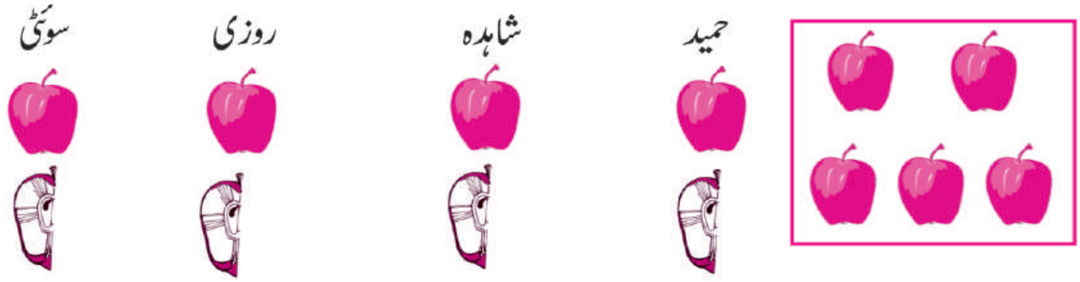
(iii) مذکورہ دونوں پورے عدد کے درمیانی عددی خط کے حصہ کو کتنے برابر حصوں میں بانٹا جائیگا؟

(iv) 15/4 کو مخلوط عدد میں بدل کر اسے عددی خط میں دکھلایے؟

5.5۔ چیزوں کے درمیان غیر حقیقی کسر

جمیل، شاہدہ، روزی اور سویٹی اسکول میں اپنا اپنا ٹیفین کھانے کے بعد ان کے پاس موجود پانچ عدد سیب بانٹنے کی ضرورت پیش آئی۔ اب سوال اٹھتا ہے کہ پانچ سیب کو کس طرح چار آدمی بانٹ کے کھائیں گے۔

شاہدہ بولی: چلو پہلے ہم میں سے ہر شخص ایک ایک سیب بانٹ لے اور باقی ایک سیب کا ایک ایک چوتھائی بانٹ لے۔



روزی بولی: یہ تو ٹھیک ہے لیکن آؤ پہلے ہر ایک سیب کو ایک چوتھائی کے کسر چار حصے کریں اور ہر ایک سیب کی چوتھائی ہم لوگ آپس میں بانٹ لیں گے۔

سوئٹی بولی پہلے طریقے میں بانٹتے وقت ہر ایک کے حصے میں پڑا ایک سیب اور ایک کا چوتھا سیب

= 4 چوتھائی + 1 چوتھائی = 5 چوتھائی

اس لیے دونوں صورتوں میں ہر ایک کے حصے میں پڑا 1 پورا سیب اور 1 چوتھائی یعنی 5 چوتھائی سیب یا 1/4 1 حصہ

اس لیے ہم نے دیکھا:

$$1\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$$

حمید نے کہا 4÷5 کو 5/4 کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

اس لیے ہم نے سیکھا :4 ÷ 5=5/4=1 1/4

لیکن ہم لوگ جانتے ہیں کہ

باقی اور خارج قسمت =4÷5= خارج قسمت 1 اور باقی 1

اب ملا 4÷5=1 1/4

غور کریں:

تقسیم کے عمل میں کسر کو مخلوط عدد میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

اس لیے

$$4\overline{)5}\ \text{(خارج قسمت 1)},\quad 5-4=1\ \text{(باقی)}$$

$$\therefore \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

مثال:1۔ ذیل کے کسر کو مخلوط کسر کی شکل میں تبدیل کیجیے۔

(i) 15/4 (ii) 27/8

حل: 4÷15= خارج قسمت 3 اور باقی 3 15/4=3 3/4

یعنی

$$4\overline{)15},\quad 15-12=3,\quad \text{خارج قسمت } 3$$

$$\therefore \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

$$8\overline{)27},\quad 27-24=3,\quad \text{خارج قسمت } 3$$

$$\therefore \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$$

مثال:2۔ 3 2/5 کو غیر حقیقی کسر میں تبدیل کیجیے۔

حل:

پہلا طریقہ

$$3\frac{2}{5} = \frac{3x5+2}{5} = \frac{17}{5}$$

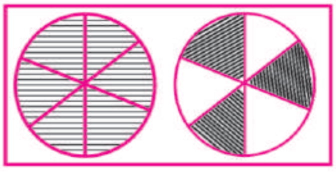
دوسرا طریقہ

$$3\frac{2}{5} = 3+\frac{2}{5} = \frac{3x5}{5}+\frac{2}{5}$$

$$= \frac{15}{5}+\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$

مشق 5.4

1۔ ذیل میں دی گئی ہر تصویر پر حقیقی کسر یا مخلوط عدد کی نشان دہی کرتی ہے لکھیے۔



2۔ ذیل کے مخلوط کسر کو غیر حقیقی کسر میں بدلیے۔

(i) $3\ 2/3$ (ii) $2\ 2/3$ (iii) $1\ 5/8$

3۔ ذیل کے غیر حقیقی کسر کو مخلوط عدد کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

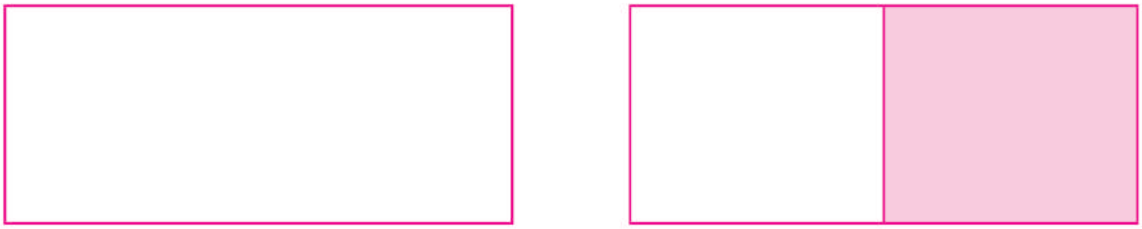
(i) $18/7$ (ii) $20/9$ (iii) $23/8$

4۔ ذیل کے تقسیمی عمل میں حاصل قسمت کے مخلوط عدد کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

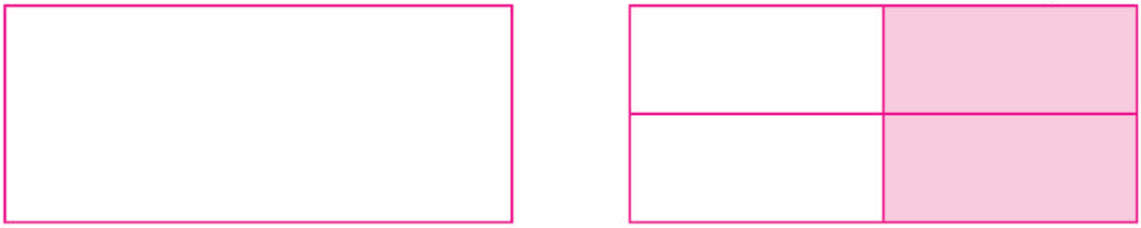
(i) $19 \div 5$ (ii) $24 \div 7$ (iii) $34 \div 3$

5.6۔ برابر کسر:

انور نے مستطیل نما کاغذ کے ایک ٹکڑے کو لے کر برابر دو حصوں میں موڑ دیا اور کاغذ ٹکڑے کے اوپر دکھائی دینے والے برابر حصوں سے ایک حصے کو رنگ کر دیا۔

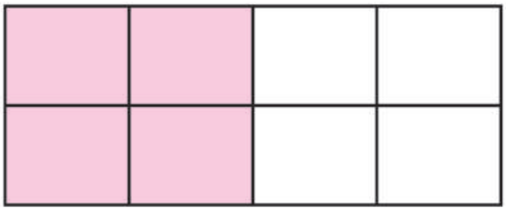


اس کے پاس بیٹھے ہوئے رفیق نے پوچھا رنگ والا حصہ پورا کاغذ کا کتنا حصہ ہے؟
رفیق نے کہا۔" دو برابر حصوں کے 1 حصے میں رنگ کیا گیا ہے۔ اس لیے رنگ کیا ہوا حصہ پورا کاغذ کا 1/2 ہے۔
قریب پروین موجود تھی۔ اس کاغذ کے ٹکڑے کو 4 برابر حصوں میں موڑ دیا۔ اس کے بعد مڑے ہوئے کاغذ کو کھول کر دیکھا۔



کھولے گئے کاغذ کو دیکھ کر رفیق کو پوچھا۔ پورے کاغذ کا کتنا حصہ رنگ ہوا ہے کہو۔ رفیق نے کہا 4 برابر حصہ سے 2 حصہ میں رنگ ہے۔ رفیق نے کہا تب تو رنگ کیا گیا حصہ پورے کاغذ کا 2/4 ہوتا ہے۔

اب سبھی بولے $2/4 = 1/2$



سلما یہ سب دیکھ رہی تھی۔ اس نے فاتمہ کے ذریعہ 4 حصوں میں مڑے ہوئے کاغذ کو لے کر پھر ایک بار برابر دو حصوں میں موڑ دیا۔

مڑے ہوئے کاغذ کو کھول کر سب کو دیکھایا۔ سب نے دیکھا رنگ والا حصہ پورے کاغذ کا 4/8 ہے۔

اس لیے سب نے جانا 4/8=2/4=1/2

آیئے برابر کسر سمجھنے کے لیے کوشش کریں۔

ہم نے دیکھا: $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{1\times2}{2\times2}$

اور $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}=\frac{1\times4}{2\times4}$

اسی طرح $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{1\times3}{2\times3}$

یہاں پر $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ .... وغیرہ برابر کسر ہیں۔

یاد رکھیں:
کسی کسر کے برابر کسر معلوم کرنے کے لیے کسر کا شمار کنندا اور نسب نما دونوں کو کسی ایک عدد کے ذریعہ ضرب کیا جاتا ہے۔ اس طریقے سے ہم کسر کے ساتھ برابر بے شمار کسر پائیں گے۔

اسی طرح 1/3 کے برابر چار کسر معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

دوسرے طرح۔ $\frac{4}{8}=\frac{4\div4}{8\div4}=\frac{1}{2}$,

$\frac{2}{4}=\frac{2\div2}{4\div2}=\frac{1}{2}$

اب $\frac{4}{8}, \frac{2}{4}, \frac{1}{2}$ وغیرہ برابر کسر ہیں۔

یاد رکھیں:
کسی کسر کے برابر کسر پانے کے لیے کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو برابر عدد کے ذریعہ تقسیم کیا جاسکتا ہے۔

غور کریں: اگر شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کسی ایک خاص عدد کے ریعہ تقسیم ہوتا ہوتو ہم لوگ اوپر کا طریقہ استعمال کر سکتے ہیں۔ اسی صورت میں محدود تعداد میں برابر کسر پائیں گے۔

مثلاً کے برابر ایک کسر =

کیا 9/15 کے برابر ایک کسر معلوم کرسکیں گے جس کا نسب نما 5 ہوگا۔

مشق 5.5

1۔ ذیل کے کسر کے برابر پانچ عدد کسر معلوم کیجیے۔

(i) 2/3 (ii) 1/3 (iii) 2/3 (iv) 5/9

2۔ 2/5 کسر کے برابر ایک کسر معلوم کیجیے جس کا شمار کنندہ 6 ہوگا۔

3۔ 15/27 کسر کے برابر ایک کسر معلوم کیجیے جس کا نسب نما 9 ہوگا۔

4۔ 2/7 کسر کے برابر ایک کسر معلوم کیجیے جس کا نسب نما 63 ہوگا۔

5۔ 2/3 اور 3/4 ہر ایک کو 12 نسب نما والے ایک ایک کسر میں تبدیل کیجیے۔

6۔ 3/8، 5/6 اور 7/12 ہر ایک کسر کے برابر 24 نسب نما والا ایک ایک کسر لکھیے ۔

7۔ 3/8 کے برابر کسر لکھتے وقت ,15,24 اور 32 ان میں سے کسکو نسب نما کے طور پر استعمال نہیں کیا جا سکتا۔ وجہ کیا ہے۔

1	2	3
4	5	6
	7	

5.7 مشابہ اور غیر مشابہ کسر:

آپ بغل کے خانہ سے دو عدد لے کر متعدد کسر تیار کریں۔

ان کسری اعداد کے درمیان یکساں نسب نما والے کسر کسر کو الگ کر کے لکھیے ۔

یکساں نسب نما والے کسر کو مشابہ کسر کہا جاتا ہے۔

7/19 اور 7/25 وغیرہ کیا مشابہ کسر ہیں؟ کیوں؟

دو کسر کے درمیان نسب نما برابر نہ ہونے سے ان دونوں کسر کو غیر مشابہ کسر کہا جاتا ہے۔

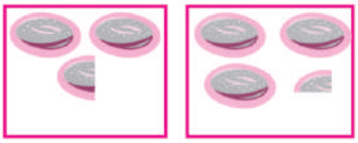
جواب دیں:

☆ پانچ مشابہ کسر لکھیے ۔

☆ پانچ غیر مشابہ کسر لکھیے ۔

☆ 4/7, 4/5, 3/5, 7/2,1/5,3/4,2/5 وغیرہ کے درمیان ہم جنسی کسر کو الگ کر کے لکھیے ۔

5.8۔ کسر کا موازنہ کرنا:

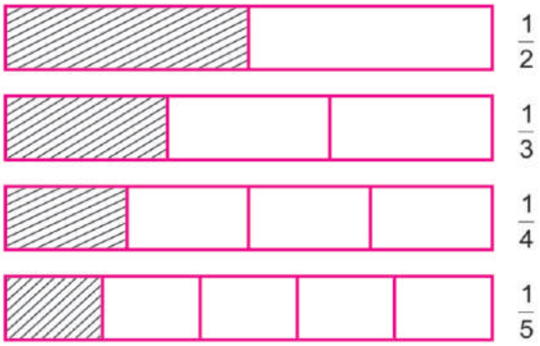


فریدہ اور امین کے پلیٹ میں بالترتیب 1/2 2 اور 1/4 3 روٹیاں ہے۔

تو کس کے پاس زیادہ روٹی ہے؟ فریدہ کے پاس دو روٹی اور ایک روٹی کا آدھا ہے۔ امین کے پاس تین روٹیاں سے زیادہ ہے۔

2 1/2 < 3 1/4 اس لیے امین کے پاس زیادہ روٹی ہے۔

ذیل کے تصویر کو دیکھیے :



تصویر کے تاریک حصے کسر کی شکل میں دکھلایا گیا ہے۔ چاروں اصل نقشے برابر ہیں۔

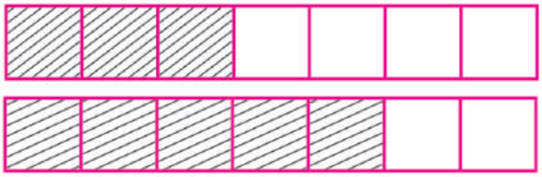
نقشوں کے تاریک حصوں پر غور کر کے کسر کو بڑے سے چھوٹے کی ترتیب میں سجائیے۔

5.8.1۔ مشابہ کسری اعداد کے درمیان موازنہ:

آیئے 3/7 اور 5/7 کے درمیان موازنہ کریں۔

ذیل میں دو برابر مستطیل نما نقشے دیے گیے ہیں۔ ہر ایک کو 7 برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ پہلے 3 حصوں کو رنگ کیا گیا ہے یہ 3/7 کو بتلاتا ہے۔

کہیے تو سہی:
دو مشابہ کسر کے درمیان بڑے کسر کو کس طرح پہچانیں گے۔



$\frac{3}{7}$

$\frac{5}{7}$

دوسرے نقشہ میں رنگا ہوا حصہ پہلے نقسے کے رنگے ہوئے حصے کی بہ نسبت بڑا ہے۔

اس لیے ہم نے دیکھا: $5/7 > 3/7$

خود کر کے دیکھیے:

☆ تصویر بنا کر 2/5 اور 4/5 کے درمیان موازنہ کریں۔

☆ برابر شکل کے کاغذ لیجیے اور ہر ایک کو آٹھ حصوں میں موڑ کر 3/8 اور 7/8 کے درمیان موازنہ کیجیے۔

5.8.2۔ اکائی کے کسر کے درمیان موازنہ:

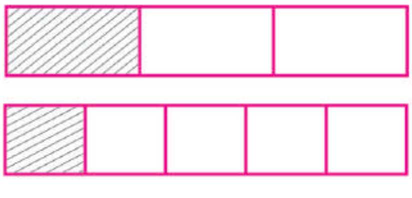
ہم لوگ پہلے سے جانتے ہیں کہ کسی کسر کا شمارکنندہ 1 ہو تو اس کسر کو اکائی کا کسر کہا جاتا ہے۔

(i) 1/3 اور 1/5 کے درمیان موازنہ کیجیے۔

ذیل میں دو برابر مستطیل کی تصویریں ہیں۔ ایک کو تین برابر حصوں میں اور دوسرے کو پانچ برابر حصوں میں بانٹا گیا ہے۔

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{5}$



تصویر سے معلوم ہوتا ہے کہ 1/3 بڑا ہے 1/5 سے۔

تصویر کی مدد نہ لے کر 1/3 اور 1/5 کے درمیان بڑے اور چھوٹے کی پہچان ممکن ہے؟

آ یئے دیکھیں:

ایک سیب کو تین برابر حصوں میں کاٹا گیا۔

پہلے سیب کے برابر ایک اور سیب کو پانچ برابر حصوں میں کاٹا گیا۔

کن حالات میں ٹکڑا چھوٹا ہوگا۔ اور کس حالت ٹکڑا بڑا ہوگا؟

ضرور سیب جتنی زیادہ تعداد میں بانٹا جایئےگا اتنا ہی چھوٹا ہوگا۔

یہاں پر صاف طور سے $1/5 < 1/3$

اسی طرح $1/5 < 1/4$

$1/4 < 1/3$

ہم لوگوں نے دیکھا $1/5 < 1/3$

$1/3$ کا دوگنا > $1/5$ کا دوگنا، یعنی $2/5 < 2/3$

> یاد رکھیں:
> دو اکائی کسر کے درمیان جس کا نسب نما بڑا وہ کسر دوسرے سے بڑا ہوگا۔

دو کسری عدد میں شمار کنندہ برابر ہونے سے جس کسر کا نسب نما بڑا ہوگا وہ کسری عدد دوسرے کی بہ نسبت چھوٹا ہوگا۔
اسی طرح پہلی مثال سے ہم جانتے ہیں کہ برابر نسب نما والے دو کسر (یعنی مشابہ کسر) کے درمیان جس کسر کا شمار کنندہ دوسرے شمار کنندہ سے بڑا ہوگا۔ وہ کسر دوسرے کسر سے برا ہوگا۔ یعنی دو مشابہ کسری اعداد کے درمیان بڑے بڑے شمار کنندہ والا کسر دوسرے کسر سے بڑا ہوگا۔

مشق 5.6

1۔ ذیل کے کسر میں موازنہ کیجیے۔

(i) 7/10 , 7/8 (ii) 11/26 , 15/26 (iii) 12/105, 8/105

2۔ چھوٹے سے بڑے کی ترتیب میں سجا کر لکھیے۔

(i) 1/8 , 5/8, 3/8 (ii) 12/17, 5/17, 10/17

3۔ بڑے سے چھوٹے کی ترتیب میں سجا کر لکھیے۔

(i) 1/5,11/5,3/5 (ii) 4/13,1/13,15/13

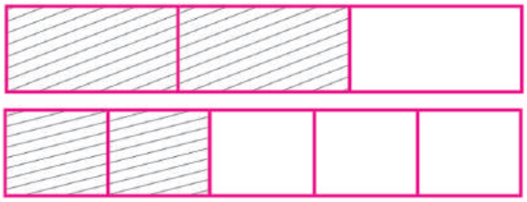
5.8.3۔غیر مشابہ کسری اعداد کے درمیان موازنہ:

ہم لوگ پہلے سے جانتے ہیں کہ جن کسری اعداد کا نسب نما الگ الگ ہوں، ان کسری اعداد کو غیر مسابہ کسری اعداد کہا جاتا ہے۔

(i) ذیل میں دو برابر برابر مستطیل بنا کر ایک کے 2/3 حصے اور دوسرے کا 2/5 حصے کو رنگ کیا گیا ہے۔

$\frac{2}{3}$

$\frac{2}{5}$



تصویر سے صاف طور ہر ظاہر ہے کہ 3/3 > 2/5

اس سے آپ کو معلوم ہوا کہ برابر سمار کنندہ والے دو کسری اعداد کے درمیان چھوٹا نسب نما والا کسر بڑے نسب نما کسر سے بڑا ہوتا ہے۔

(ii) مختلف شمار کنندہ اور مختلف نسب نما والے غیر مشابہ کسری اعداد:

اب ہم 2/3 اور 3/4 کے درمیان موازنہ کریں گے ہم لوگ پہلے سے ہم جنس مشابہ کسر کو موازنہ کرنیکا طریقہ جانتے ہیں۔یعنی برابر نسب نما والے کسری اعداد کے درمیان موازنہ کرنا جانتے ہیں۔اگر 2/3 اور 3/4 دونوں کسر کو برابر نسب نما والے کسر میں بدلا جایے تو دونوں کو موازنہ کرنا آسان ہوگا۔دوسری طرف دونوں کسر کو برابر شمار کنندہ والا کیا جایے تو پہلے بتایے گیے طریقے کے مطابق دونوں کے درمیان موازنہ کیا جا سکے گا۔

برابر نسب نما والا کسر بنا کر موازنہ کرنے کا طریقہ:

آیئے 2/3 اور 3/4 ان دونوں کسر کا موازنہ کریں۔دونوں کسر کو برابر نسب نما والے کسر میں ظاہر کرا ن گے۔

2/3 $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}=\frac{10}{15}=\frac{12}{18}=\frac{14}{21}=\frac{16}{24}=\frac{18}{27}=\ldots\ldots$

اسی طرح $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}=\frac{18}{24}=\frac{21}{28}=\ldots\ldots$

اب 2/3 اور 3/4 کے برارب تمام کسری اعداد پر غور کیجیے۔دونوں کسر کے لیے 12 نسب نما کسر دونوں ہیں:

8/12=2/3 اور 9/12=3/4

9/12 > 8/12 اس لیے 3/4 > 2/3 ہوگا۔

2/3 اور 3/4 کے درمیان برابر کسر والے ٹیبل سے اور کوئی برابر نسب نما والے کسر ملتا ہے کیا؟

آپ با آسانی دیکھ سکتے ہیں اور

جانتے ہو کیا

ایک جوڑی کسر کے لیے دوسرا جوڑی اسکساں نسب نما والا کسر پائیں گے اور جس کسی جوڑی کو لے کر ہم موازنہ کرینگے۔

مثال:3   4/5 اور 5/6 کے درمیان کون بڑا ہے۔ معلوم کیجیے۔

حل کے لیے اشاریہ:

☆ 4/5 کے برابر مختلف کسر معلوم کیجیے۔

☆ 5/6 کے برابر مختلف کسر معلوم کیجیے۔

☆ ان میں سے برابر نسب نما والے کسری اعداد کا انتخاب کیجیے۔

$$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}=\frac{12}{15}=\frac{16}{20}=\frac{20}{25}=\frac{24}{30}=\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=\ldots\ldots\ldots$$

4/5 اور 5/6 کے برابر ایسے کسری اعداد با ترتیب 24/30 اور 25/30

مگر 24/30 < 25/30 یا 5/6 > 4/5

☆ اوپر کے طریقہ حل کو دیکھ کر ذیل کے سوالات کے جواب دیجیے۔

(i) 4/5 اور 5/6 دونوں کسر کے لیے انتخاب کیے گیے برابر نسب نما والے دونوں کسر کا نسب نما کتنا ہے۔

(ii) اس نسب نما کا اصلی دونوں کسر کے نسب نما کے ساتھ کیا تعلق ہے۔

یعنی 30 کے ساتھ 5 اور 6 کا تعلق کیا ہے؟

ہم لوگوں کو معلوم ہے کہ دیے گیے دونوں کسر کے لیے برابر نسب نما والے کسر کا مشترک نسب نما 30 ہوتا ہے۔ جو دونوں کسر کے نسب نما کے حاصل ضرب (5x6) کے ساتھ برابر ہے۔ غور کیجیے 30 ہے 5 اور 6 کا LCM۔

اس لیے دونوں کسر کا موازنہ کرتے وقت سب سے پہلے دونوں کسر کو برابر نسب نما والے کسر میں بدلنا پڑے گا۔ برابر نسب نما والے دونوں کسر کا مشترکہ نسب نما دیے گیے دونوں کسر کے نسب نما کے حاصل ضرب کے ساتھ برابر ہوگا، یعنی دونوں نسب نما کا ایک مشترکہ ضعف (Multiple) ہوگا۔

کہیے تو سہی:
ایک کسر کے برابر کتنے کسر ہوتے ہیں؟

مثال:4

5/6 اور 8/15 کے درمیان بڑا اعدد معلوم کیجیے۔

حل: ہر ایک کسر کے برابر کا تعلق تیار کیجیے۔

$$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=\frac{30}{36}=\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{8}{15}=\frac{16}{30}=\frac{24}{45}=\ldots\ldots\ldots$$

دونوں تعلیقہ میں برابر نسب نما والے دو کسر درج ذیل ہیں:

$$\frac{5}{6}=\frac{25}{30} \qquad \frac{8}{15}=\frac{16}{30}$$

چوں کہ 25>16 اس لیے

$$25>16 \text{ ଜେଣୁ } \frac{25}{30}>\frac{16}{30}$$

$$\therefore \frac{5}{6}>\frac{3}{15}$$

دوسرا طریقہ:

دیے ہوئے دونوں کسر میں 5/6 اور 8/15 دونوں نسب نما کا LCM معلوم کیجیے۔

6= 2 x 3

15= 3 x 5

دونوں نسب نما کا LCM 30 = 2 x 3 x 5=LCM

6 اور 5 کا حاصل ضرب 30.

$$\frac{5}{6}=\frac{5 \times 5}{6 \times 5} \quad [\therefore 6 \text{ ର } 5 \text{ ଗୁଣ } 30]$$

$$=\frac{25}{30}$$

ଯାତୁ $25>16 \quad \therefore \frac{5}{6}>\frac{8}{15}$

مشق 5.7

1۔ ذیل کے دونوں کسری عدد کو موازنہ کیجیے:

(i) 1/5 اور 1/6 (ii) 1/15 اور 1/12

2۔ ذیل کے دونوں کسری عدد کے درمیان کون بڑا ہے؟

(i) 3/8 اور 5/8 (ii) 7/15 اور 8/15

3۔ <,> یا = سے صحیح نشان انتخاب کر کے ذیل کی خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

(i) 5/9......5/12 (ii) 3/7......4/7

(iii) 4/9......8/18 (iv) 8/11 ......8/13

4۔ (i) چھوٹے سے بڑے کے لحاظ سے سجائیے۔

5/8, 1/2, 3/4, 2/5

(ii) بڑے سے چھوٹے کی ترتیب سے سجائیے۔

7/12, 2/3, 3/4, 5/6

5۔ برابر نسب نما والے کسر میں بدل کر دونوں کسر کے دمیان موازنہ کریں؟

(i) 5/12 اور 3/8 (ii) 4/9 اور 7/15

5.9۔ کسر کے جمع کا طریقہ:

اس سے قبل ہم لوگ مشابہ اور غیر مشابہ کسر کے جمع اور تفریق کے متعلق بحث کر چکے ہیں۔ پرانے سبق کی یاد تازہ کرنے کے لیے ذیل کی مثالوں پر غور کیجیے۔

> جمع کا طریقہ
>
> حاصل جمع = شمار کنندوں کا حاصل جمع / مشترک نسب نما

مثال: 5/7 اور 3/7 کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

حل

$$\frac{5}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5+3}{7}=\frac{8}{7}$$

اسی طرح

$$\frac{7}{12}+\frac{3}{12}=\frac{7+3}{12}=\frac{10}{12} \qquad \frac{5}{6}\ |$$

> جمع کا طریقہ
>
> پہلے دیے گیے غیر مشابہ کسر کو برابر نسب نما والے کسر میں بدلا جایے۔ اس کے بعد پہلے بیان کردہ اصول کے مطابق جمع معلوم کیا جایے۔

مثال:2 1/3 اور 1/2 کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

حل

پہلا طریقہ

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1\times 2}{3\times 2}+\frac{1\times 3}{2\times 3}$$

$$=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{2+3}{6}=\frac{5}{6}$$

دوسرا طریقہ

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1\times 2+1\times 3}{6}$$

$$=\frac{2+3}{6}=\frac{5}{6}$$

آپ نے دو کسر کو جمع کرنے کے لیے مختلف مثالیں دیکھیں۔ دو سے زیادہ کسر کے درمیان جمع کرنے کی ضرورت پڑ سکتی ہے۔ ذیل میں اس قسم کی مثال ملاحظہ کیجیے۔

مثال:3 2/3، 1/4 اور 5/6 کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

حل:

> حل کرنے کا اشاریہ:
>
> یہاں تمام کسر کو یکساں نسب نما والے کسر میں بدلنے کی ضرورت ہے۔ برابر نسب نما والے کر کے کسر کے درمیان مشترکہ نسب نما کتنا ہوا کہیے۔
>
> آپ جوڑ کے عمل کرنے کے لیے جانتے ہیں
>
> مشترکہ کسر = دیے گیے کسر کے نسب نما کا حاصل ضرب
>
> 72= 3 x 4 x 6
>
> یا پھر مشترکہ کسر = دیے گیے کسر کا LCM
>
> =3 ،4 اور 6 کا LCM
>
> 12=

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{2\times 4}{3\times 4}+\frac{1\times 3}{4\times 3}+\frac{5\times 2}{6\times 2}$$

$$=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}+\frac{10}{12}$$

$$=\frac{8+3+10}{12}$$

$$=\frac{21}{12}=1\frac{9}{12}\quad =1\frac{3}{4}$$

[9/12 کے بدلے چھوٹی شکل 3/4 ہے]

$$[\frac{9}{12}=\frac{3}{4}]$$

حاصل جمع معلوم کیجیے:

1- (i) 3/7+5/2 (ii) 3/5+4/5 (iii) 5/7+6/7

(iv) 5/7+1/4 (v) 5/6+3/4 (vi) 5/9+7/8

5.10- کسر کی تفریق:

مشابہ اور غیر مشابہ کسر میں جمع کے عمل کی طرح تفریق کا عمل کس طرح انجام دیا جاتا ہے یہ جان چکے ہیں۔ آیئے ان کی یاد تازہ کرنے کے لیے ذیل کی مثالوں پر غور کریں۔

تفریق کرنے کا طریقہ
دونوں کسر کو برابر نسب نما میں تبدیل کر کے اس کے بعد والا حاصل تفریق معلوم کیا جاتا ہے

مثال: 1 3/4 سے 1/2 کو تفریق کریں۔

حل:

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{3}{4}-\frac{1\times2}{2\times2}$$

$$=\frac{3}{4}-\frac{2}{4}$$

$$=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}$$

مثال: 2 1/5 میں کتنا ملانے سے حاصل جمع 1/2 ہوگا۔

تفریق کرنے کا طریقہ
سوال کو حل کرنے کے لیے پہلے دونوں کسر کا برابر نسب نما کسر میں بدلنا پڑے گا

حل

مقصود عدد:
$$=\frac{1\times(10\div2)-1\times(10\div5)}{2\times5}$$

$$=\frac{1\times5-1\times2}{2\times5}$$

$$=\frac{5-2}{10}=\frac{3}{10}$$

تفریق کرتے وقت دونوں کسر کو برابر نسب نما والے کسر میں بدل کر مندرجہ بالا سوال حل کیا گیا ہے۔ غور کریں کہ دونوں کسر کے نسب نما کا LCM معلوم کر کے ہر کسر کو اس LCM والے کسر میں تبدیل کر کے تفریق کا کام انجام دیا جاتا ہے۔

تفریق کریں:

(i) 5/6 سے 3/4 (ii) 5/7 سے 1/3

(iii) 2/5−8/15 (iv) 1/7−5/12

5.11 مخلوط کسر (MIxed Fraction) کا جمع یا تفریق:

ہم مخلوط کسر کو حقیقی کسر میں بدل کر جمع یا تفریق کا عمل انجام دیں گے۔

مثال: 1

3/4 اور 2/3 1 کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

حل: آیئے 2/3 1 مخلوط کسر کو حقیقی کسر میں تبدیل کریں۔

$$1\frac{2}{3}=\frac{1\times3+2}{3}=\frac{5}{3}$$

حاصل جمع =

$$\frac{3}{4}+1\frac{2}{3}=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}$$

$$=\frac{3\times3+5\times4}{12}$$

$$=\frac{9+20}{12}=\frac{29}{12}=2\frac{5}{12}$$

مثال: 2

2/5 2 اور 3/4 1 کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

حل:

پہلا طریقہ

$$2\frac{2}{5}+1\frac{3}{4}$$

$$=2+\frac{2}{5}+1+\frac{3}{4}$$

$$=(2+1)+\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$$

$$=3+\frac{2\times4+3\times5}{20}$$

$$=3+\frac{8+15}{20}=3+\frac{23}{20}=3+1\frac{3}{20}$$

$$=3+1+\frac{3}{20}=4+\frac{3}{20}=4\frac{3}{20}$$

دوسرا طریقہ

$$2\frac{2}{5}=\frac{12}{5}\qquad 1\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$$

$$=2\frac{2}{5}+1\frac{3}{4}$$

$$=\frac{12}{5}+\frac{7}{4}$$

$$=\frac{12\times4+7\times5}{20}$$

$$=\frac{48+35}{20}$$

$$=\frac{83}{20}=4\frac{3}{20}$$

دونوں طریقوں میں حاصل جمع برابر ہوتا ہے۔ پہلے طریقہ سے دوسرا طریقہ کس طرح مختلف ہے لکھیے۔

1/3 2 اور 2/3 2 کا حاصل جمع دونوں طریقوں سے معلوم کیجیے۔

مثال:3

$1\frac{1}{3}$ سے $1\frac{1}{4}$ کو تفریق کیجیے۔

حل:

پہلا طریقہ

$$1\frac{1}{3}-1\frac{1}{4}$$
$$=(1+\frac{1}{3})-(1+\frac{1}{4})$$
$$=1+\frac{1}{3}-1-\frac{1}{4}$$
$$=(1-1)+(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})$$
$$=0+\frac{1\times4-1\times3}{12}=0+\frac{4-3}{12}=\frac{1}{12}$$

دوسرا طریقہ

$$1\frac{1}{3}-1\frac{1}{4}$$
$$=\frac{4}{3}-\frac{5}{4}$$
$$=\frac{4\times4-5\times3}{3\times4}$$
$$=\frac{16-15}{12}$$
$$=\frac{1}{12}$$

مثال:4

1 سے 3/4 کو تفریق کریں۔

$$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{1}-\frac{3}{4}$$
$$=\frac{1\times4-3\times1}{4}$$
$$=\frac{4-3}{4}$$
$$=\frac{1}{4}$$

> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
> کسر کے جمع یا تفریق کے عمل میں جمع یا کسر کے لیے دیے گیے عدد کے درمیانی ایک گنتی والا عدد ہونے سے اسے ذیل کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

آپ اپنی کاپی میں ذیل کر طرح جمع تفریق کا خانہ تیار کر کے خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

(+ →, − ↓)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	

(+ →, − ↓)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	

مشق 5.8

حاصل جمع معلوم کیجیے:

1. $\frac{2}{3}\ \text{(3}\ \frac{1}{3}$ 2. $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$ 3. $\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$

4. $1\frac{2}{5}+2\frac{1}{5}$ 5. $2\frac{1}{7}+3\frac{2}{7}$ 6. $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$

7. $\frac{3}{8}+\frac{5}{16}$ 8. $\frac{5}{8}+\frac{5}{12}$ 9. $\frac{4}{9}+\frac{5}{12}$

10. $1\frac{3}{8}+2\frac{5}{12}$ 11. $1\frac{2}{5}+2\frac{3}{10}+3\frac{1}{2}$ 12. $1\frac{1}{10}+2\frac{1}{15}+3\frac{1}{6}$

تفریق کریں:

13. $\frac{3}{8}-\frac{1}{8}$ 14. $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}$ 15. $\frac{2}{3}-\frac{5}{12}$

16. $\frac{7}{18}-\frac{2}{9}$ 17. $\frac{5}{12}-\frac{1}{6}$ 18. $1\frac{2}{3}-\frac{5}{6}$

19. $2\frac{3}{8}-1\frac{1}{4}$ 20. $3\frac{5}{12}-2\frac{3}{8}$ 21. $3\frac{7}{10}-2\frac{8}{15}$

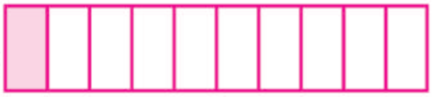
22. $2-1\frac{3}{5}$ 23. $3-2\frac{7}{8}$ 24. $2-1\frac{5}{12}$

25۔ دکان سے رہیمانے 2/5 میٹر لمبا اور رہانا 3/4 میٹر لمبا فیتا خریدا۔ دونوں کل کتنا لمبا فیتا خریدی؟

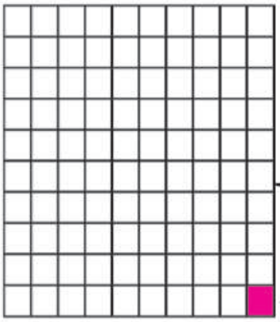
26۔ اسکول کے احاطہ کے چاروں طرگ ایک بار گھوم کر آنے میں نیلو کو 1/5 2 منٹ کا وقت لگتا ہے۔ اتنا ہی راستہ چلنے کے لیے جیتو کو 7/4 منٹ وقت لگتا ہے۔ دونوں کے درمیان کون کم وقت لیتا ہے اور کتنا کم وقت لیتا ہے؟

EFMJW7

اعشاریہ عدد



1/10



1/100

6.1 ہم لوگ جانتے ہیں:

10 برابر حصے کا ایک حصہ= 1/10 = 0.1

100 برابر حصے کا ایک حصہ= 1/100 = 0.01

یہاں پر 1/10 کو دسواں حصہ اور 1/100 کو سواں حصہ کہتے ہیں۔

اسی طرح 2/10، 3/100 کو بالترتیب 2 دسواں اور 3 سوّاں کہیں گے۔

کسر کو اعشاریہ میں تبدیل کرنے پر ہم پائیں گے۔

2/10 = 0.2 اور 3/100 = 0.03

ظاہر ہے کہ 2/10 کسری عدد ہے اور 0.2 اس کسر کا اعشاریہ اظہار ہے۔

ذیل کے خانے می خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

کسری عدد						
اعشاریہ عدد						

اس سے پہلے کے درجے میں ایک دسویں حصے ایک کے سواں حصے کے متعلق تذکرہ ختم ہونے کے باوجود پھر اک باران کا دہرانا ضروری ہے۔ ذیل کی مثال پر غور کریں۔

انور اور عزیز کے پنسل کی لمبائی بالترتیب 7 سم 2 مم اور 8 سم اور 3 مم ہے۔ اس لمبائی کو سنٹی میٹر میں ظاہر کر سکیں گے کیا؟ اس کے زینہ بہ زینہ جواب دیجیے۔

1 سم =..........مم

1 مم =..........سم

انور کے پنسل کی لمبائی = 7 سم 2 مم =..........سم

عزیز کے پنسل کی لمبائی = 8 سم 3 مم =..........سم

> کیا آپ جانتے ہیں؟
>
> 1 ملی میٹر = 1/10 سینٹی میٹر
>
> 2 ملی میٹر = 2/10 سینٹی میٹر

انور کے پنسل کی لمبائی =7 سم 2 مم

=7 2/10 سم =7.2 سم

اسی طرح عزیز کے پنسل کی لمبائی =8 سم 3 مم

=8 3/10 سم =8.3 سم

اس سے پہلے درجے میں ہم لوگ اعشاریہ عدد کے ہر ایک ہندسہ کی مقامی قیمت کے تعلق سے تذکرہ کر چکے ہیں۔

2.35 ایک اعشاریہ عدد ہے۔ اس عدد کی اکائی کی جگہ میں 2 ہے۔ دسویں کے جگہ میں 3 ہے اور سویں کی جگہ میں 5 ہے۔

2.35 کی اکائی کی جگہ میں 2 ہے۔ اس لیے 2 کی قیمت 2 اکائی ہے۔

دسویں کی جگہ میں 3 ہے۔ اس لیے 3 کی قیمت دسواں یا 3/10 ہے۔

سویں کی جگہ میں 5 ہے۔ اس لیے 5 کی قیمت سواں یا 5/100 ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟
2.35 کو دو دسواں تین پانچ کے طور پر پڑھا جاتا ہے۔

2.35 کو تفصیلی طور پر لکھنے سے:

$$2.35 = 2+3/10+5/100$$

آیئے مقامی قیمت کا ٹیبل استعمال کر کے اعشاریہ عدد کو لکھیں۔

2.35 کو مقامی قیمت کے مطابق ٹیبل استعمال کر کے کس طرح لکھا جایے گا غور کیجیے۔

اکائی	دسواں	سواں
2	3	5

آپ 24.57 کو دونوں طرح سے یعنی تفصیلی طور پر اور مقامی قیمت کے مطابق ٹیبل استعمال کر کے لکھیے۔

مشق 6.1

1۔ ذیل کو اعشاریہ شکل میں لکھیے۔

2	3	4	5
	1	5	7
1	0	0	3
		3	7

2۔ خالی جگھوں کو پر کیجیے:

(i) 23 سم 5 مم = ... سم (ii) 55 مم = ... سم

3۔ ذیل کے خانے میں خالی جگہوں کو پر کیجیے:

عدد کی تفصیلی شکل	کسری عدد	اعشاریہ عدد
2 اکائی 3 سواں		2.3
3 دہائی 5 اکائی 7 دسواں		
7 اکائی 5 دسواں		
		4.57
		1.04

مثال:1۔ ذیل کے اعداد کو مقامی قیمت کے لحاظ سے پھیلی ہوئی (تفیلی طریقہ میں لکھیے)

(i) 20.5 (ii) 31.57

عدد	دس	اکائی	دسواں	سواں
20.5	2	0	5	
31.57	3	1	5	7

مثال:2

ذیل میں تفصیلی طریقے میں لکھے گیے اعداد کو اعشاریہ عدد میں ظاہر کیجیے۔

(i) تین اکائی اور پانچ دسواں

(ii) دو دہائی چار اکائی اور چھ دسواں

کہیے تو سہی؟
دو دہائی چھ دسواں کو اشاریہ میں لکھنے سے
کون سا عدد ہوگا؟

حل:

(i) تین اکائی اور پانچ دسواں

= 3+5/10 = 3.5

(ii) دو دہائی چار اکائی اور چھ دسواں

= 20+4+6/10= 24.6

6.2۔کسر کو اعشاریہ عدد میں تبدیلی:

ہم لوگو کس طرح جانے 10، 100یا1000 نسب نما والے کسر کو اعشاریہ میں بدلنے کا طریقہ۔

آیئے ایک کسر کا نسب نما10 کے سوا کوئی دوسرا عدد مثلاً2یا5 ہوتا ہو اس کسر کو اعشاریہ عدد میں کس طرح بدلنا ہوگا۔ہم ایک مثال کے ذریعہ اسے سمجھنے کی کوشش کریں گے۔

(i) 11/5=22/10(10 نسب نما والے برابر کسر میں بدلا گیا)

$$\frac{11}{5}=\frac{22}{10}$$

= 2 2/10(مخلوط کسر میں بدلا گیا)

$$=2\frac{2}{10}$$

= 2 + 2/10 = 2.2

$$=2+\frac{2}{10}=2.2$$

(ii) 105 /2= (10 نسب نما والے برابر کسر میں بدلا گیا)

$$\frac{105}{2}=\frac{105\times5}{2\times5}=\frac{525}{10}$$

$$=52\frac{5}{10}=52+\frac{5}{10}$$

$$=50+2+\frac{5}{10}=52.5$$

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> اعشاریہ عدد کسر کا دوسرا شکل ہوتا ہے۔جس کسر کا نسب نما10یا10 مضروفی ہونے سے اس عدد کو اعشاریہ عدد میں ظاہر کیا جایےگا۔

ذیل کے کسر کو اعشاریہ عدد کی شکل میں لکھیے۔

17/5،4/5،3/2

6.2.1۔اعشاریہ کو عام کسر میں تبدیل کرنا:

10، 2اور5 نسب نما والے کسر کو کس طرح اعشاریہ عدد میں بدلا جا سکے گا اسے ہم لوگوں نے دیکھا۔اب اعشاریہ عدد کو کس طرح کسر عام میں تبدیل کیا جا سکے گا اس کا ذکر کریں گے۔

(i) 12/10=1 2/10= 1+2/10=1.2

(ii) 13.57

13.57 کو مقامی قیمت کے مطابق ٹیبل میں لکھیں گے۔

دہائی	اکائی	دسواں	سواں
1	3	5	7

یہاں دہائی کی جگہ پر 1 ہے اس لیے 1 کی مقامی قیمت ایک دس یا10 ہے۔

اکائی کی جگہ میں 3 ہے اس لیے 3 کی مقامی قیمت 3 اکائی یا 3 ہے۔
دسواں کی جگہ پر 5 ہے اس لیے 5 کی مقامی قیمت 5 دسواں یا 5/10 ہے۔
دہائی کی جگہ پر 7 ہے اس لیے 7 کی مقامی قیمت 7 سواں یا 7/100 ہے۔
اسے اس طرح لکھا جا سکتا ہے:

$$13.57 = 10 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100}$$

$$= 13 + \frac{57}{100} = 13\frac{57}{100} = \frac{1357}{100}$$

مشق 6.2

1۔ ذیل کے کسر کو اعشاریہ عدد کی حیثیت سے ظاہر کیجیے۔

(i) 7/10 (ii) 7/100 (iii) 11/100 (iv) 135/100

(v) 27/5 (vi) 16/5 (vii) 35/2

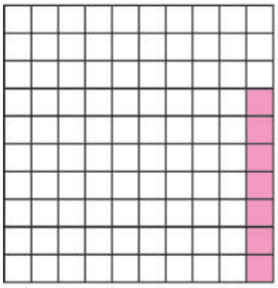
2۔ ذیل کے اعشاریہ اعداد کو عام کسر کی حیثیت سے ظاہر کیجیے۔

(i) 12.3 (ii) 17.53 (iii) 8.23 (iv) 31.7

6.3، اعشاریہ اعداد کے درمیان موازنہ:

اب کیا آپ کہہ سکتے ہیں 0.07 اور 0.1 کے درمیان کون سا اعشاریہ عدد بڑا ہے۔

ذیل کے سوالوں کے جواب دیجیے:

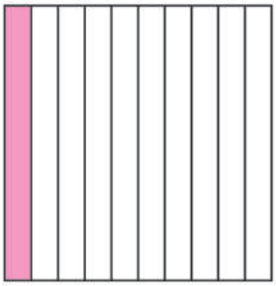


$0.07 = \frac{7}{100}$

- ☆ 0.07 کو عام کسر کی شکل میں ظاہر کیجیے۔
- ☆ 0.1 کو عام کسر کی شکل میں ظاہر کیجیے۔
- ☆ دونوں صورت میں کسر کے نسب نما کو برابر نسب نما میں بدلنے سے کیا ہوگا؟
- ☆ برابر نسب نما والے دونوں شمار کنندہ اعداد کو لکھیے۔
- ☆ دونوں کے درمیان موازنہ کرنے سے کون سا کسر بڑا ہوگا؟

اب دیے گیے سوال کا جواب اکٹھے لکھ کر حل کریں:

0.07 = 7/100 0.1= 1/10



$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

0.07اور 0.1 کو برابر نسب نما والے کسر میں بدلنے سے بالترتین

7/100اور 10/100 ہوگا

اب غور کرنے سے 10/100 > 7/100 ہوگا

یعنی 0.07 > 0.1 ہوگا۔

> کیا آپ جانتے ہیں کیا؟
> 0.07 > 0.1 کو 0.07<0.1 کی طرح بھی لکھا جاتا ہے
> اسی طرح 0.1>0.01>0.001 کی شکل میں بھی لکھا جاتا ہے۔

مشق 6.3

1۔ ذیل کے ہر سوال میں دونوں اعشاریہ اعداد کو صویر کے ذریعہ دکھائیے اور بڑے اعداد کی نشاندہی کیجیے۔

(i) 0.47اور0.3 (ii) 0.5اور0.05 (iii) 1.5اور0.68

2۔ ذیل کے اعشاریہ عدد کے درمیان کون بڑا ہے؟

(i) 0.93اور0.093 (ii) 1.1اور1.01

(iii) 0.83اور0.038 (iv) 1.5اور1.50

(v) 0.099اور0.19

3۔آپ اپنے مرضی کے مطابق جو کوئی دو اعشاریہ عدد لیجیے اور ان دونوں کے درمیان بڑے عدد کی نشاندہی کیجیے۔

6.4۔اعشاریہ عدد کا استعمال:

6.4.1۔ روپیے پیسے کا حساب میں اعشاریہ عدد:

ہم لوگ جانتے ہیں کہ 100 پیسے میں 1 روپیہ ہوتا ہے۔

اب 1 پیسہ=1/100 روپیہ=0.01روپیہ

اس لیے 65 پیسے= 65/100روپے =0.65روپے

اور 5 پیسے= 5/100روپے =0.05روپے

اب کیا آپ کہہ سکیں گے کہ 207 پیسے کتنے روپے ہوتے ہیں۔

207 پیسے=2روپے 7 پیسے=2.07روپے۔

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> ایک پیسہ کو روپیہ میں ظاہر کرنے سے 0.1روپیہ ہوگا۔لیکن 10 روپیہ کو روپیہ میں 0.10 روپیہ لکھا جاتا ہے۔اس لیے 0.1>0.01

جواب لکھیے:

(i) 2روپے 5 پیسے اور 2روپے 50 پیسے کو روپے کی شکل میں تبدیل کیجیے۔

(ii) 20روپے 17 پیسے اور 21روپے 75 پیسے کو روپے کی شکل میں تبدیل کیجیے۔

6.4.2۔لمبائی کی ناپ میں اعشاریہ عدد:

ہم لوگ جانتے ہیں 100cm=1میٹر

یعنی 1cm=1/100 میٹر=0.01میٹر

اس لیے 56cm=56/100میٹر=0.56میٹر

اب آپ کیا بتا سکتے ہیں کہ 156cm کتنا میٹر ہے؟

56cm+100cm=156cm

=1میٹر+56/100میٹر

=1.56میٹر

اعشاریہ میں تبدیل کرنا:

(i) 4 مم کو سم میں ظاہر کیجیے۔

(ii) 7 سم 5 مم کو سم میں ظاہر کیجیے۔

(iii) 52 میٹر کو کیلومیٹر میں ظاہر کیجیے۔

(iv) 152 میٹر کو کیلومیٹر میں ظاہر کیجیے۔

6.4.3۔ وزن کی ناپ میں اعشاریہ عدد:

سبرت بازار سے 500 گرام آلو، 250 گرام پیاز، 400 گرام کھیرا اور 100 گرام گاجر لایا۔ وہ کل کتنے وزن کی سبزی لایا؟

آیئے کل وزن جاننے کے لیے مختلف سبزیوں کے وزن کو ملائیں۔

500 گرام+250 گرام+400 گرام+100 گرام=1250 گرام

ہم جانتے ہیں کہ 1 کیلوگرام=1000 گرام

یا 1000 گرام=1 کیلوگرام

اس لیے 1250 گرام=1000 گرام+250 گرام

=1 کیلوگرام+250/1000 کیلوگرام

=1 کیلوگرام+0.250 کیلوگرام

=1.250 کیلوگرام

یعنی وہ کل 1.250 کیلوگرام وزن کی سبزی لایا۔

ہم جانتے ہیں 1000 گرام=1 کیلوگرام

1 گرام=1/1000 کیلوگرام=0.001 کیلوگرام

18 گرام=18/1000 کیلوگرام=0.018 کیلوگرام

2350 گرام=2350/1000 کیلوگرام=(2+350/1000) کیلوگرام

=2 کیلوگرام+ 0.350 کیلوگرام=2.350 کیلوگرام

اب آپ کہہ سکیں گے کیا2 کیلوگرام9 گرام کتنے کیلوگرام کے ساتھ برابر ہے؟

2 کیلوگرام9 گرام = 2 کیلوگرام+9/1000 کیلوگرام

= (2+9/1000) کیلوگرام

= 2.009 کیلوگرام

اعشاریہ کسر میں تبدیل کریں:

(i) 456 گرام کو کیلوگرام میں بدلیے۔

(ii) 2015 گرام کو کیلوگرام میں تبدیل کیجیے۔

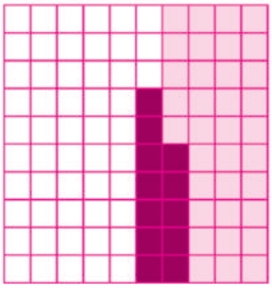
(iii) 3 کیلوگرام25 گرام کو کیلوگرام میں تبدیل کیجیے۔

6.5 کسر اعشاریہ کا جمع:

آیئے اعشاریہ عدد کے جمع کے متعلق کئی مثال دیکھیں:

مثال:1 0.35اور 0.12 کا حاصل جمع معلوم کریں گے۔

حل: آیئے 100 خانوں والا ایک مربع بنائیں۔



☆ اسی تصویر میں اعشاریہ 0.35 کو ایک رنگ میں رنگ دیں۔

0.35 کا مطلب 35/100یا100 حصہ کا35 حصہ۔

☆ اسی طرح 0.12 کو ایک دوسرے رنگ میں رنگ دیں۔

☆ تصویر دیکھ کر کہیے۔کل کتنے خانوں میں رنگ دیا گیا ہے۔

☆ غور کیجیے 100 گھر کے درمیان سے 47 خانہ کو رنگ کیا گیا ہے۔یعنی کسر میں اسے 47/100 لکھا جایے گا۔اور اعشاریہ عدد میں 0.47 لکھا جایے گا۔

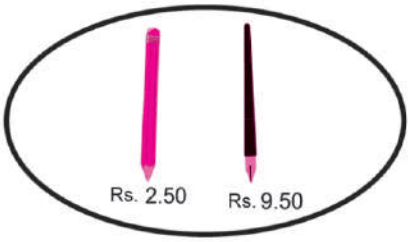
ذیل کے جدول کو دیکھیے ۔ یہاں پر دونوں اعشاریہ عدد کو مقامی قیمت کے لحاظ سے اوپر سے نیچے کی جانب لکھا گیا ہے۔

عدد	اکائی	دسواں	سواں
0.35	0	3	5
0.12	0	1	2
حاصل جمع	0	4	7

0.35 میں 3 کی مقامی قیمت 3 دسواں اور 5 کی مقامی قیمت 5 سواں ہے۔
اسی طرح 0.12 کی مقامی قیمت 1 دسواں اور 2 کی مقامی قیمت 2 سواں ہے۔
0.47=0.12+0.35
مثال:2۔اب 0.63 اور 1.581 کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

عدد		اکائی	دسواں	سواں	ہزارواں
0.63	←	0	6	3	0
1.581	←	1	5	8	1
حاصل جمع	←	2	2	1	1

مطلوبہ حاصل جمع = 1.581+0.63 = 2.211
ہم لوگوں نے کیا سیکھا؟
جن اعشاریہ اعداد کا حاصل جمع نکالنا پڑتا ہے اسے پہلے مقامی قیمت کے مطابق اوپر سے نیچے کی جانب لکھا جاتا ہے۔اس کے بعد فطری اعداد کے جمع کرنے کے طریقے سے جمع کرنا پڑتا ہے۔
مثال:3۔ چاندنی نے ایک پنسل اور ایک قلم کو بالترتیب 2.50 روپے اور 9.50 روپے میں خریدا۔تو اس نے کل کتنا روپیہ خرچ کیا۔



حل: قلم کی قیمت = 9.50 روپے
پنسل کی قیمت = 2.50 روپے
کل رقم = 9.50 روپے + 2.50 روپے = 12.00 روپے
مثال:4۔ عبداللہ 5 کیلومیٹر 52 میٹر بس سے اور 2 کیلومیٹر 265 میٹر کار سے جا کر اپنی منزل پر پہنچا۔اس نے کل کتنے کیلومیٹر راستہ طے کیا۔
حل: بس کے ذریعہ طے کیا گیا راستہ = 5 کیلومیٹر 52 میٹر
= 5.052 کیلومیٹر
کار کے ذریعہ طے کیا گیا راستہ = 2 کیلومیٹر 265 میٹر
= 2.265 کیلومیٹر
طے کیا گیا کل راستہ = (5.052 + 2.265) کیلومیٹر
= 7.317 کیلومیٹر

مشق 6.4

1۔ حاصل جمع معلوم کیجیے:

(i) $8.5 + 0.03$

(ii) $15+12.5+0.523$

(iii) $0.75+10.53+3.7$

2۔ عزیز کے جنم دن میں باپ نے 15.50 روپے اور ماں نے 23.75 روپے دیے۔ باپ ماں دونوں نے مل کر عزیز کو کتنے روپے دیے؟

3۔ اکمل روزانہ صبح 2 کیلومیٹر 35 میٹر اور شام کو 1 کیلومیٹر 7 میٹر راستہ چلتا ہے۔ تب وہ روزانہ کتنا راستہ چلتا ہے۔

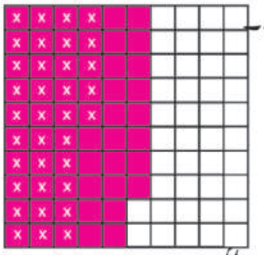
4۔ شبنم نے سرکاری راشن دوکان سے 5 کیلوگرام 400 گرام چاول ، 2 کیلوگرام 50 گرام چینی، اور 10 کیلو 750 گرام گیہوں خریدا۔ اس نے کل کتنے وزن کی چیزیں خریدیں۔

6.6۔ اعشاریہ عدد کی تفریق:

0.58 سے 0.35 کو تفریق کر کے حاصل تفریق معلوم کیجیے۔

☆ آیئے پہلے 0.58 کو تصویر میں دکھائیں۔ 0.58 کو کسر میں بدلنے سے 58/100 ہوگا۔ اس کا مطلب ہے 100 حصے کا 58 حصہ قریب کی تصویر میں اسے رنگ کر کے دکھلایا گیا ہے۔

☆ اب اس میں سے 0.35 کو تفریق کریں گے۔ 0.35 یا 35/100 جس کا مطلب ہے 100 حصے کا 35 حصہ



☆ پہلے رنگ کیے گیے 58 خانوں میں سے 35 خانوں میں (x) کروس کا نشان دیا گیا ہے۔

باقی رنگ کیے گیے خانوں کی تعداد گنتی ہے؟

☆ ان بقیہ رنگ کیے خانوں کو کسر میں ظاہر کرنے سے 23/100 ہوگا۔

اسے اعشاریہ میں 0.23 لکھا جاتا ہے۔

آیئے دونوں عدد کو ایک کے نیچے دوسرے کو مقامی قیمت کے مطابق ایک جدول کی شکل میں لکھیں۔

مقامی قیمت کے لحاظ سے ذیل کے جدول پر گور کیجیے۔

عدد		اکائی	دسواں	سواں
0.58	←	0	5	8
0.35	←	0	3	5
حاصل تفریق	←	0	2	3

مثال:2   3.5 سے 1.74 کی تفریق کیجیے۔

عدد	اکائی	دسواں	سواں
3.5 ←	3	5	0
1.74 ←	1	7	4
حاصل تفریق ←	1	7	6

مثال:3   عزیز کے پاس 7.75 روپے تھا۔ اس میں سے 5.25 روپے کا چوکلیٹ خریدا۔ اس کے بعد باقی کتنا روپے بچا۔

حل: عزیز کے پاس موجود رقم = 7.75 روپے

چکولیٹ کی بابت خرچ = 5.25 روپے

بچی ہوئی رقم کی مقدار = (7.75 - 5.25) روپے

= 2.50 روپے۔

مثال:4   حمید نے 5 کیلو 200 گرام وزن کا ایک تربوز خرید کر اس سے 2 کیلوگرام 750 گرام کا ایک تربوز پڑوسی کو دے دیا۔ باقی کتنے وزن کا تربوز حمید کے پاس رہا۔

حل: تربوز کا وزن = 5.200 کیلوگرام

پڑوسی کو دیا = 2.750 کیلوگرام

باقی بچے ہوئے تربوز = (5.200 - 2.750) کیلوگرام

= 2.450 کیلوگرام

حمید کے پاس بچے ہوئے تربوز کا وزن 2.450 کیلوگرام۔

مشق 6.5

1۔ تفریق کیجیے۔

(i) 18.50 روپے سے 5.75 روپے

(ii) 105.58 میٹر سے 97.65 میٹر

(iii) 9.950 کیلوگرام سے 6.725 کیلوگرام

2۔ بلکش نے 33.65 روپے کی قیمت کی ایک کتاب خریدنے کے لیے 50 روپے دوکاندار کو دیے۔ دوکان دار بلکش کو کتنا واپس کرے گا؟

3۔ چاندنی کے پاس 10 میٹر 5 سم کا ایک کپڑا تھا۔ اس میں سے 4 میٹر 50 سم لمبے کا بیڈسٹ تیار کیا گیا۔ اس کے پاس اور کتنا کپڑا بچا؟

4۔ ایک دن کا اڈیشا کے چھ شہروں کا درجۂ حرارت ذیل کے جدول میں دیا گیا ہے۔

شہر کا نام	درجہ حرارت
بھوبنیشور	39.8°C
سمبل پور	45.6°C
مالکانگری	48.1°C
ٹٹلا گڑھ	48.4°C
کیونجھر	35.6°C
پوری	34.4°C

☆ کس شہر کا درجۂ حرارت سب سے زیادہ اور کس شہر کا سب سے کم ہے؟

☆ بھوبنیشور کا درجۂ حرارت پوری کے درجہ حرارت سے کتنا زیادہ ہے؟

☆ مالکان گیری کا درجۂ حرارت کیونجھر کے درجۂ حرارت سے کتنا زیادہ ہے؟

☆ ٹٹلا گڑھ کا درجۂ حرارت مالکان گیری کے درجۂ حرارت سے کتنا کم ہے؟

آپ اس طرح کے مختلف سوالات خود تیار کیجیے اور اپنے دوست سے اس کا جواب دینے کے لیے کہیے۔

سبق: 7

EFHFXU

تجارتی حساب

7.1۔ تناسب

7.1.1۔ ہم جو جانتے ہیں:

گھر میں امی کس طرح چایے بناتی ہیں آپ لوگ جانتے ہوں گے۔ پانی، دودھ، چینی اور چایے ڈال کر چائے تیار کی جاتی ہے۔ کسی دن چائے بہت اچھی ہوتی ہے تو کسی دن چایے اچھی نہیں لگتی۔ کیونکہ جس مقدار میں جو چیز ملنی چاہیے وہ چیز اس مقدار میں ملی نہیں ہوتی۔ اسی طرح دعتوں میں کھیر تیار کرتے وقت چاول، دودھ وغیرہ صحیح مقدار میں رہنے سے کھیر اچھی لگتی ہے۔ اس لیے کون سی چیز کس مقدار میں ملے گی اس کا جاننا ضروری ہے۔ اسی طرح روزمرہ کی زندگی میں کتنے ایسے واقعے ہوتے ہیں جن میں ہمیں مختلف چیزوں کو موازنہ کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔ آپ اسی طرح کی کچھ اور مثالیں دیجیے۔

7.1.2 دوناپوں کے درمیان موازنہ:

خود کر کے دیکھیے:

☆ اپنی جماعت کے لڑکوں اور لڑکیوں کی تعداد کے درمیان موازنہ کیجیے۔

☆ کلاس روم کی لمبائی اور چوڑائی کے درمیان موازنہ کیجیے۔

☆ بلیک بورڈ کی لمبائی اور چوڑائی کے درمیان موازنہ کیجیے۔

☆ دو بچوں کے وزن کے درمیان موازنہ کیجیے۔

ہمیں اکثر چیزوں کی مقدار کے درمیان موازنہ کرنا پڑتا ہے۔

21 میٹر اور 7 میٹر کپڑا کے درمیان دو طریقو سے موازنہ ہو سکتا ہے، جیسے:

موازنہ کا پہلا طریقہ

دو مقداروں کے درمیان فرق معلوم کر کے، ایک دوسرے سے کتنی زیادہ یا کتنا کم معلوم کرنا ہوتا ہے۔ دو مقداروں کے درمیان رہے کم و بیش کے تعلق سے ان دو مقداروں کے درمیان موازنہ کیا جاتا ہے۔

21 میٹر − 7 میٹر = 14 میٹر

21 میٹر کپڑا 7 میٹر لمبے کپڑے سے 14 میٹر زیادہ کیا جاتا ہے۔

یہ ہے تقسیم کے عمل کے ذریعہ موازنہ کرنے کا طریقہ۔

موازنہ کا دوسرا طریقہ

دو مقداروں کے درمیان زیادہ مقدار کو کم مقدار کے ذریعہ تقسیم کر کے پہلی دوسرے کی کتنی (یا دوسری پہلی کا کتنا حصہ ہے معلوم کرنا ہوتا ہے۔ کتنی گنی یا کتنا حصہ کے تعلق کے ذریعہ بعد دو مقداروں کا موازنہ کیا جاتا ہے۔

$21 \div 7 = 3$

21 میٹر لمبا کپڑا 7 میٹر لمبے کپڑا کا 3 گنا کہا جاتا ہے۔

7.1.3۔دوناپوں کے درمیان تناسب:

مذکورۂ بالا دوطرح کے موازنوں میں سے دوسرے عمل یعنی تقسم کے عمل کے ذریعہ موازنہ کے طریقے کے نتیجہ کو کس طرح ظاہر کیا جاتا ہے اس پر غور کیجیے۔

(i) آپ کا اور آپ کے دوست کا وزن بالترتیب 32 کیلوگرام اور 30 کیلوگرام ہے۔

تب آپ کے وزن اور آپ کے دوست کے وزن کا تناسب 30÷32 یا = = یا 16:15 ہے۔

16:15 کو 16 تناسب 15 بڑھا جاتا ہے۔

(ii) کسی درجے میں 15 لڑکے اور 18 لڑکیاں پڑھتی ہیں ۔تو لڑکوں اور لڑکیوں کی تعداد کا تناسب ہوتا ہے 15/18 یا 5/6 یا 5:6 ۔اس کو 5 تناسب 6 پڑھا جاتا ہے۔

مندرجہ بالا دومثالوں سے ہمیں معلوم ہوا:

☆ تناسب کو پہچاننے کے لیے ''؛'' کا نشان استعمال ہوتا ہے۔

☆ تناسب میں دو رقمیں (term) ہوتی ہیں، ان میں سے پہلی کو ''ماقبل رقم'' اور دوسری کو ''مابعد رقم'' کہا جاتا ہے۔

☆ ایک تناسب دراصل دو عددوں کو لے کر بنا ہوا کسر ہے۔یعنی کسری عدد کی دوسری شکل ہے تناسب۔

دوناپوں کو موازنہ کرتے وقت ایک ماپ دوسری ناپ کا کتنا حصہ ہے ہم یہ معلوم کرتے ہیں۔دونوں ناپیں یکساں ہونے سے تناسب میں اکائی لکھی نہیں جاتی۔

یکساں ناپوں کو ایکجگہ کرکے لکھیے:

20 لیٹر، 72 گرام، 30 روپیہ، 40 گھنٹہ

80 پیسہ، 120 ڈیسی گرام، 100 ملی لیٹر، 108 منٹ

یکساں ناپوں کو موازنہ کرتے وقت انہیں ایک ناپ کی اکائی میں ظاہر کیا جاتا ہے۔یعنی دووزن کے ناپ موازنہ کرتے وقت دونوں کو کیلوگرام یا دونوں کو گرام کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔بعض اوقات ناپوں کا بھی موازنہ کیا جاتا ہے۔جیسے دوری اور وقت کے تناسب کو لے کر رفتار معلوم کی جاتی ہے۔

درج ذیل دوناپوں کے درمیان موازنہ کیجیے۔(تناسب میں ظاہر کریں)

جیسے 120 کیلوگرام اور 40 کیلوگرام کا تناسب = 120:40 = 3:1

(i) 108 میٹر اور 72 میٹر

(ii) 30 گھنٹہ اور 80 گھنٹہ

(iii) 72 لیٹر اور 100 لیٹر

نیچے دیے گیے جوڑی عددوں کے درمیان کا تناسب لکھیے اور اس کو سب سے چھوٹی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) 33 اور 55

(ii) 125 اور 175

(iii) 108 اور 60

(iv) 27 اور 108

کیا آپ جانتے ہیں؟
دوناپوں کے درمیان تناسب معلوم کرتے وقت دوسری ناپ کو صفر (0) نہ ہونا چاہیے۔

آئیے نیچے دیے گیے مثالوں کو دیکھیں:

مثال:1

کمال کے پاس 50 پیسہ ہے اور جمال کے پاس دو روپیہ ہے۔ تو کمال اور جمال کے پیسوں کا تناسب کیا ہے؟

حل: کمال کے پاس ہے 50 پیسہ اور جمال کے پاس ہے 2 روپے یا 200 پیسہ۔

کمال کا پیسہ / جمال کا پیسہ = 1/4=50/200

کمال کا پیسہ: ہری کا پیسہ = 1:4

مثال:2

ساجدہ اور ماجدہ کے پاس کل 60 عدد بیر ہے۔ ساجدہ اور ماجدہ کے پاس رہے بیر کا تناسب 7:8 ہو تو کس کے پاس کتنا بیر ہے؟

حل: فرض کیجیے ساجدہ کے پاس رہے بیر کی تعداد = 7 اکائی

ماجدہ کے پاس رہے بیر کی تعداد = 8 اکائی

ساجدہ + ماجدہ کے پاس رہے بیر کی تعداد = 7 اکائی + 8 اکائی = 15 اکائی

کل 15 اکائی کو 60 عدد بیر۔

ایک اکائی کو عدد 15 ÷ 60 = 4 عدد بیر۔

تو ماجدہ کے پاس رہے بیر کی تعداد = 32=8x4

ساجدہ کے پاس رہے بیر کی تعداد = 28=7x4

ساجدہ کے پاس 28 بیر اور ماجدہ کے پاس 32 عدد بیر۔

ایک اور طریقہ:

ساجدہ اور ماجدہ کے بیر کی تناسب = 7:8

اگر ساجدہ کے بیر کی تعداد 7 ہو تو ماجدہ کے بیر کی تعداد 8 ہوگی۔

کل بیر کی تعداد = 8+7=15

کل بیر کی تعداد 15 ہونے سے ماجدہ کے بیر کی تعداد 8

کل بیر کی تعداد 1 ہونے سے ماجدہ کے بیر کی تعداد 8/15

کل بیر کی تعداد 60 ہونے سے ماجدہ کے بیر کی تعداد 8/15 ×60 = 4 x 8=32

ساجدہ کے بیر کی تعداد = 32-60=28

کیا آپ جانتے ہیں:

تقسیم اور ضرب کے عمل کو سہل کرنے کی ایک مثال دیکھیے:

$(8\div4)\times3=2\times3=6$

$(8\times3)\div4=24\div4=6$

یعنی تقسیم کے عمل اور ضرب کے عمل کی ترتیب کو بدلا جا سکتا ہے۔ اس لیے 4÷8 کو ہم 8/4 کی شکل میں لکھتے ہیں۔ اس لیے 3 x 8/4 جو ہے 8x3/4 بھی وہی ہے۔ لہٰذا ایک کسری عدد کے ساتھ ایک مکمل عدد کو ضرب کرتے وقت کسری عدد کا شمار کنندہ کے ساتھ مکمل عدد کو ضرب کیا جاتا ہے۔

مشق 7.1:

1۔ درج ذیل ناپوں کے درمیان تناسب معلوم کیجیے:

(i) 600 گرام اور 20 گرام (ii) 500 گرام اور 2 کیلوگرام

(iii) 25 پیسہ اور 1 روپیہ (iv) 20 منٹ اور 5 گھنٹہ

(v) 15 میٹر اور 90 سم

2۔ کسی درجے کے لڑکوں کی تعداد 40 اور لڑکیوں کی تعداد 25 ہو تو

(i) لڑکوں اور لڑکیوں کی تعداد کا تناسب کیا ہے؟

(ii) لڑکیوں اور لڑکوں کے تعداد کا تناسب کیا ہے؟

(iii) لڑکوں کی تعداد اور تمام بچوں کی تعداد کا تناسب کیا ہے؟

(iv) اور بھی 15 لڑکے اس درجے میں نام لکھالیں تو لڑکوں اور لڑکیوں کی تعداد کا تناسب کیا ہوگا؟

3۔ کسی اسکول میں استادوں کی تعداد 28 اور طلباء کی تعداد 1176۔ اس اسکول میں استادوں اور طلباؤں کی تعداد کا تناسب کیا ہے؟

4۔ جمال 5 گھنٹوں میں 17 کیلومیٹر جاتا ہے۔ اکرم 3 گھنٹوں میں 34 کیلومیٹر جاتا ہے۔ تو ان دونوں کی فی گھنٹہ رفتار کا تناسب کا ہے؟

5۔ اکرم اور اسلم کی فی گھنٹہ رفتار کا تناسب 3:5 ہے اکرم 5 گھٹوں میں 1/2 22 کیلومیٹر جاتا ہے۔ تو اسلم کی فی گھنٹہ رفتار کتنی ہے۔

6۔ شکیلہ یک ہفتہ میں 1008 روپیہ خرچ کرتی ہے اور ہر روز 216 روپیہ آمدنی کرتی ہے۔ اس کے ہر روز کی آمدنی اور خرچ کا تناسب معلوم کیجیے۔

7.2۔ متناسبہ:

7.2.1۔ تناسب اور متناسبہ کے درمیان تعلق:

نیچے دیے گیے مثالوں کو دیکھیے:

5 قلم کی قیمت 45 روپے اور 8 کاپیوں کی قیمت 72 روپے۔

قلم کی تعداد اور کاپیوں کی تعداد کے درمیان تناسب = 5:8

قلم کی قیمت اور کاپیوں کی قیمت کے درمیان تناسب = 45:72 یا 5:8

(45/72 = 5/8 کی وجہ سے تناسب ہوا 5:8)

ہم دیکھتے ہیں کہ قلم اور کاپی کی تناسب = انکی قیمت کے تناسب یعنی 5:8 = 45:72

اس کو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں 5:8 :: 45:72

ہم کہتے ہیں 5,8,45,72 متناسب ہیں۔

دو تناسب کے درمیان برابر (=) نشان کو ''::'' کے طور پر لکھا جاتا ہے۔

اسی طرح دو متناسب کی برابری کو ایک متناسبہ کہا جاتا ہے۔

دو عددوں کا تناسب کسی دوسرے دو عددوں کے تناسب کے برابر ہو تو کہا جاتا ہے کہ چاروں اعداد متناسبہ میں ہیں

مندرجہ بالا مطاحث سے کیا معلوم ہوا؟

☆ '::' نشان کو متناسب کے نشان کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔

☆ '::' کو پڑھتے وقت برابر پڑھا جاتا ہے۔

مندرجہ بالا متناسب کو ہم 45:72 = 5:8 یا 45:72 :: 5:8 کے طور پر لکھ سکتے ہیں۔

7.2.2۔متناسبہ کی مختلف رقمیں:

ایک متناسبہ کے پہلے تناسب کی پہلی رقم اور دوسرے تناسب کی دوسری رقم کی متناسبہ کی منتہائی کہا جاتا ہے۔اسی طرح پہلے تناسب کی مابعد رقم اور دوسرے تناسب کی ماقبل رقم کو متناسبہ کی درمیانی رقم کہا جاتا ہے۔ دوسرے متناسبہ کی معبد رقم کو چوتھا متناسب بھی کیا جاتا ہے۔45:72::5:8 متناسبہ میں 5اور72 منتہائی رقم اور 8اور45 درمیانی رقم ہیں۔

مندرجہ بالا متناسبہ میں چوتھا متناسب ہوتا ہے 72۔

درج ذیل متناسبوں کے پہلے تناسب کے ساتھ دوسرے کس تناسب کا ایک متناسبہ بن سکتا ہے،اس کو چنیے اور بائیں طرف خالی جگہوں کو پر کیجیے۔پہلے سوال کا جواب دیکھ کر دوسرے سوالوں کا جواب لکھیے۔

(i)	1:2	3:4	8:20	8:16	1:2::8:16
(ii)	3:4	4:3	30:40	36:60	
(iii)	8:11	16:22	24:13	11:18	
(iv)	10:21	20:63	30:63	40:88	
(v)	15:36	20:36	20:18	5:9	

.7.2.3۔ ایک متناسبہ کے منتہائی رقموں اور درمیانی رقموں کے درمیان تعلق:

60:72 :: 5:6(60:72 کو کسری عدد کے طور پر لے کر سب سے چھوٹی شکل میں ظاہر کرنے سے 5/6 ملے گا)

اس متناسبہ میں 5اور72 منتہائی رقم اور 6اور60 درمیانی رقم ہیں۔

آیئے دیکھیں،یہاں منتہائی رقموں اور درمیانی رقموں کے درمیان کیا تعلق ہے؟

منتہائی رقموں کا حاصل ضرب=5x72=360

درمیانی رقموں کا حاصل ضرب=6x60=360

خود کرکے دیکھیے:

نیچے دیے گیے متناسب میں منتہائی رقموں کے حاصل ضرب اور درمیانی رقموں کے حاصل ضرب کے درمیان کیا تعلق ہے؟

☆ 1:2 :: 8:16

☆ 3:4 :: 54:72

☆ 5:9 :: 15 : 27

آپ کیا دیکھتے ہیں لکھیے۔

لہذا ہم نے جانا:

منتہائی رقموں کا حاصل ضرب = درمیانی رقموں کا حاصل ضرب

آیئے نیچے دیے گیے مثالوں پر غور کریں:

مثال: 1 10,20,30,60 متناسبہ ہیں کیا؟

حل: 10 اور 20 کا تناسب = 1/2=10/20=10:20

30 اور 60 کا تناسب = 1/2=30/60=30:60

اس لیے 30:60 =10:20

10,20,30,60 متناسبہ ہیں۔

مثال: 2۔ 4,7,8,14 متناسبہ ہیں کیا؟

حل: پہلے طریقہ میں حل	دوسرے طریقے میں حل
4 اور 7 کا تناسب :=4/7=4:7	متنائی رقموں کا حاصل ضرب 56=4x14
4 اور 7 کا تناسب :=4/7=8/14 8:14	درمیانی رقموں کا حاصل ضرب 56=7x8
اس لیے 4:7=8:14	منتہائی رقموں کا حاصل ضرب = درمیانی رقموں کا حاصل ضرب
4,7,8,14 متناسبہ ہیں۔	اس لیے 4:7=8:14
	4,7,8,14 متناسبہ ہیں

مثال: 3۔ 10:4 :: 76: 190 متناسب صحیح یا غلط ہے۔

حل: پہلا تناسب = 10/4= 190/76=190 :76

پہلا تناسب = دوسرا تناسب

اس لیے دیا گیے متناسبہ صحیح ہے۔

مثال: 4 کسی کلاس میں لڑکوں اور لڑکیوں کی تعداد کا تناسب 2:3 ہے لڑکیوں کی تعداد 21 ہو تو لڑکوں کی تعداد کتنی ہے؟

حل: 2:3 = لڑکیوں کی تعداد : لڑکوں کی تعداد

لڑکوں کی تعداد 2 ہو تو لڑکیوں کی تعداد 3

لڑکیوں کی تعداد 3 ہو تو لڑکوں کی تعداد 2

لڑکیوں کی تعداد 1 اکائی ہو تو، لڑکوں کی تعداد 2/3 اکائی

لڑکیوں کی تعداد 21 ہو تو لڑکوں کی تعداد 14=2/3 x 21

لڑکوں کی تعداد =14

مشق 7.2

1۔ کون سے چار عدد متناسبہ ہیں؟

(i) 30,20,15,10 (ii) 5,3,20,15

(iii) 120,105,30,35 (iv) 4,90,20,18

(v) 108,81,72,54 (vi) 20, 10, 18,15

2۔ جو متناسبہ صحیح ہے اس کو اپنی کاپی پر لکھیے۔

(i) 27:12 :: 36:16 (ii) 42:28 :: 18:12

(iii) 14:35 :: 6:21 (iv) 27 : 24 :: 9:8

(v) 15:10 :: 18:15 (vi) 4:3 :: 3.9:5.2

3۔ نیچے دیے گیے بیانوں میں سے صحیح بیان کا انتخاب کیجیے۔

(i) 99 کیلوگرام:45 کیلوگرام::44روپے:20روپے

(ii) 32 میٹر:64 میٹر::6 سکنڈ:12 سکنڈ

(iii) 40عدد آدمی:200عدد آدمی=5لیٹر:75لیٹر

(iv) 45 کیلومیٹر:60 کیلومیٹر=12 گھنٹہ:15 گھنٹہ

4۔ ہری اور رام کے پاس رہے بیر کا تناسب 4:5 ہے۔ ہری کے پاس 60 بیر ہو تو رام کے پاس کتنا بیر ہے۔

7.3 سیکڑہ (یا فی صد)

7.3.1 سیکڑہ کے بارے میں معلومات:

کسی بچے نے تین موضوعات کے امتحان میں جو نمبر حاصل کیے ہیں وہ نیچے درج ہیں۔

ادب	حساب	سائنس
80 سے 48	60 سے 42	50 سے 40

تب اس نے کس موضوع میں سب سے اچھا کیا ہے؟

ادب میں اس کا سب سے زیادہ نمبر ہے۔ کیا ہم لوگ کہہ سکتے ہیں کہ اس کا ادب میں دوسرے دو موضوعات کے مقابلے اچھا ہوا ہے؟ اگر تینوں موضوعات میں کل نمبر برابر ہوتا تو اس کا جس موضوع میں زیادہ نمبر ہوتا اس کا اس موضوع میں سب سے اچھا ہوا ہے کہا جاتا۔ آیئے ہم ہر موضوع کا کل نمبر 100 لے کر اسکا پایا ہوا نمبر کتنا ہوگا معلوم کریں:

ادب

کل نمبر 80 سے اس کا نمبر ہے 48

کل نمبر 1 ہوتو اس کا نمبر ہوگا 6/10=48/80

کل نمبر 100 ہوتو اس کا نمبر ہوگا

60=6/10x 100=

حساب

کل نمبر 60 سے اس کا نمبر ہے 42

کل نمبر 1 ہوتو اس کا نمبر ہوگا 7/10=42/60

کل نمبر 100 ہوتو اس کا نمبر ہوگا

70=7/10x 100=

سائنس

کل نمبر 50 سے اس کا نمبر ہے 40

کل نمبر 1 ہوتو اس کا نمبر ہوگا 4/5=40/50

کل نمبر 100 ہوتو اس کا نمبر ہوگا

80=4/5x 100=

اب بتائیے:

بچے نے کس میں سب موضوع سے اچھا کیا ہے؟

ظاہر ہے کہ اس کا سب سے اچھا نمبر سائنس میں ہے۔ مختلف موضوعات میں بچے نے جو نمبر رکھے ہیں وہ ہیں:

ادب میں 100 سے 60، اس کو ہم سیکڑہ 60 کہتے ہیں۔

حساب میں 100 سے 70، اس کو ہم سیکڑہ 70 کہتے ہیں۔

اسی طرح سائنس میں اس کو ملا ہے سیکڑہ 80۔

ہمیں کیا معلوم ہوا؟

☆ ''سیکڑہ کا مطلب 100 سے،'' سیکڑہ کا نشان ہے %

☆ 100 سے 80، اس بات کو ہم کہتے ہیں سیکڑہ 80 اور ہم لکھتے ہیں % 80

☆ سیکڑہ بھی ایک قسم کا موازنہ ہے۔

7.3.2 سیکڑہ کو کسر، تناسب، عشاریہ میں ظاہر کرنا:

(i) سیکڑہ کو کسر میں ظاہر کرنا:

75% کا مطلب 100 سے 75۔ یہاں 75 کو 100 کے ساتھ موازنہ کیا گیا ہے۔ کسر عدد کے ذریعے 75 کو 100 کے ساتھ موازنہ کرنے پر ہم لکھتے ہیں: 3/4=75/100

3/4= 75/100=75%　17/50=34/100=34%　7/10=70/100=70%

اسی طرح،

3/20=15/100=15%　　17/100=17%

19/50　38/100 =38%

مندرجہ ذیل سیکڑوں کوکسروں میں تبدیل کیجیے:

(i) 25%　　(ii) 20%　　(iii) 7%　　(iv) 150%

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> سیکڑہ بھی ایک کسر ہے جس کا نسب نما 100 ہوتا ہے۔
> 19/100 = 19%

(ii) سیکڑہ کوتناسب کی شکل میں ظاہر کرنا:

3:4=3/4= 75/100=75%　　[وجہ 3/4 کو 3:4 کی شکل میں لکھنا آپ کو معلوم ہے]

مندرجہ ذیل سیکڑوں کوتناسب کی شکل میں تبدیل کریں:

(i) 40%　　(ii) 45%　　(iii) 125%　　(iv) 75%

ہم سیکڑہ کو سب سے پہلے کسری کی شکل میں لکھیں گے ۔ کسری عدد کو سب سے چھوٹی شکل میں لکھیں گے۔ اوراس کے بعد اس کسری عدد کوتناسب کی شکل میں ظاہر کریں گے۔

(iii) سیکڑہ کواعشاریہ میں طاہر کرنا:

نیچے دیے گیے سیکڑوں کواعشاریہ کی شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔غور کیجیے:

0.02= 2/100=2%　　0.7=7/10=70/100=70%

0.05=5/100=5%　　1.75=175/100=175%

سیکڑہ کو 100 نسب نما والے کسری عدد میں تبدیل کرنے کے بعد اعشاریہ عدد کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

(i) 25%　　(ii) 20%　　(iii) 10%　　(iv) 5%

ہمیں کیا معلوم ہوا؟

☆ سیکڑہ کوکسر میں ظاہر کرنے کے لیے سیکڑہ نشان (%) کو ہٹادیا جاتا ہے۔ اور عدد کو 100 سے تقسیم کیا جاتا ہے۔ اب اس کسر کو سب سے چھوٹی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

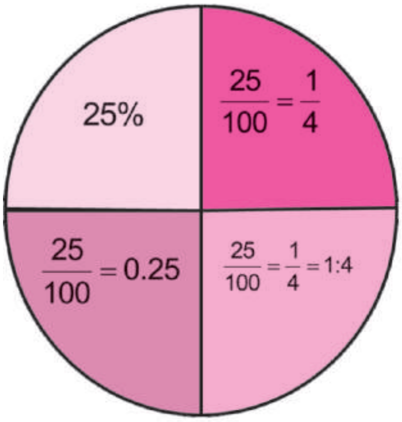
☆ سیکڑہ کو تناسب میں بدلنے کے لیے سیکڑہ کا نشان (%) کو اٹھا دیا جاتا ہے اور جو عدد ملتا ہے اس کو 100 سے تقسیم کر کے چھوٹا کیا جاتا ہے۔ اس طرح کسر کو تناسب میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

☆ سیکڑہ کو اعشاریہ میں بدلنے کے لیے سیکڑہ کا نشان (%) کو ہٹا دیا جاتا ہے اور اعشاریہ نقطہ کو بائیں جانب سے دو گھر ہٹا دیا جاتا ہے۔ ملنے والے عدد کے دائیں طرف سے دو ہندسوں کے بعد اعشاریہ نقطہ دیا جاتا ہے۔ ایک ہندسے والا سیکڑہ عدد ہونے سے سیکڑہ کا نشان ہٹانے پر صرف اکائی ہندسہ عدد رہے گا اس کے بائیں جانب 0 لکھ کر 0 کے بائیں طرف اعشاریہ نقطہ بیٹھانا ہوگا۔ جیسا کہ ذیل میں کیا گیا ہے۔

8% ⟶ 8 ⟶ 08 ⟶ .08

سیکڑہ کا نشان ہٹا دیا گیا | 8 کے بائیں طرف 0 لکھا گیا | 0 کے بائیں طرف اعشاریہ کا نقطہ لگایا گیا

تصویر کو غور کیجیے۔ 25% کو مختلف شکل میں ظاہر کیا گیا ہے؟



خود کر کے دیکھیے:

بغل کے نقشہ میں دکھایے گیے نشانات کی طرح 35% اور 75% کو مختلف شکلوں میں ظاہر کیجیے۔

مشق: 7.3

1۔ کسر میں تبدیل کیجیے۔

25%, 80%   8%

2۔ تناسب میں بدلیں:

49%   19%,   15%

3۔ اعشاریہ میں ظاہر کیجیے:

200%   123%,   26%, 7%, 3%

4۔ ذیل کے جدول میں خالی جگہوں کو پر کیجیے:

سیکڑہ عدد	کسری عدد	تناسب	اعشاریہ عدد
4%			
38%			
25%			
100%			
320%			

7.4۔ کسر، تناسب اور اعشاریہ کو فی صد (سیکڑہ) میں ظاہر کرنا:

سیکڑہ کو کسری عدد، تناسب اور اعشاریہ عدد میں تبدیل کرنے کا طریقہ ہم لوگ سیکھ چکے ہیں۔ اب کسری عدد، تناسب اور اعشاریہ عدد کو سیکڑہ میں بدلنے کا طریقہ سیکھیں گے۔

7.4.1۔ کسر کو سیکڑہ میں ظاہر کرنا:

ایئے 3/4 کو فی صد (سیکڑہ) کی شکل میں ظاہر کریں۔

دئے گیے کسری عدد کے نسب نما کو بدل کر 100 کر دینے سے اس عدد کو فی صد میں تبدیل کرنا آسان ہوگا۔

75%= 75/100=3 x 25 / 4 x 25 =3/4

مندرجہ بالا مثال پر غور کرنے سے پتہ چلے گا کہ:

3/4 کی فی صدی قیمت =%(3/4 x 100)=75%

☆ 5/7 کو فیصد میں ظاہر کرنے سے کتنا ہوگا؟

5/7 کی فی صدی قیمت =(5/7 x100)=71 3/7%

کہیے تو سہی:
3/4 اور 4/5 میں کون بڑا؟
(دونوں کو فی صد میں ظاہر کر کے کہیے)

ہم کو معلوم ہوا کہ:

درج کسری عدد کو 100 کے ذریعہ ضرب کرنے سے اس کی فی صد قیمت (سیکڑہ قیمت) ملتی ہے۔

7.4.2۔ تناسب کو فی صد (سیکڑہ) میں ظاہر کرنا:

آیئے 2:5 کو فی صد میں ظاہر کریں 2:5=(2/5 x100)= % 200/5=40%

15:20 کو فی صدی میں ظاہر کرنے سے 15:20=(15/20 x 100)= 1500/20%=75%

7.4.3۔اعشاریہ عدد کو فی صدی میں ظاہر کرنا:

آئیے 0.25، 1.37، اور 1.5 کو فیصدی میں ظاہر کریں گے؛

(i) 0.25=25/100= 25% یعنی 0.25 کا فی صد قیمت =25%

(ii) 1.37=137/100= 137% یعنی 1.37 کا فی صد قیمت =137%

(iii) 1.5=15/10= 150/100=150% یعنی 1.5 کا فی صد قیمت =150%

ہم لوگوں کو معلوم ہوا کہ:

اعشاریہ عدد کے اعشاریہ نقطے کو دو گھر دائیں جانب ہٹانے سے سیکڑہ قیمت (یا فی صد قیمت) ملتی ہے۔

☆ فی صدی (سیکڑہ) میں ظاہر کریں:

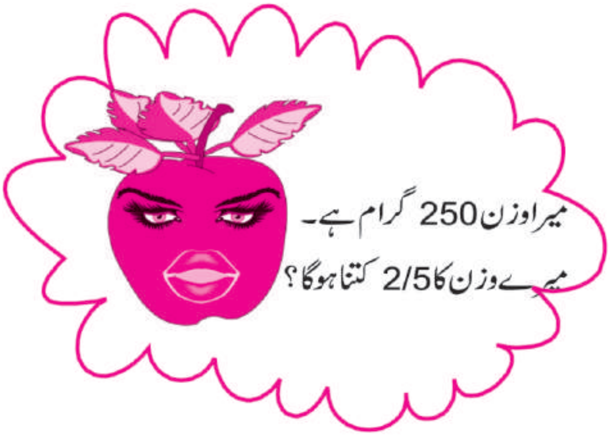
(i) 7/20 3/5, 2 3/2, 7/9

(ii) 3:4 6:8, 11:12, 7:18, 5:7

(iii) 0.2 0.19, 0.123, 5.87, 2.05

7.5۔ فی صد (یا سیکڑہ) کا استعمال:

درج ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔



مثال:1۔ 5 میٹر 60 سم کا 25% کتنا ہوگا؟

حل: 5 میٹر 60 سم کا 25%

=5 میٹر 60 سم x 25 / 100

=560 سم x 1/4

=140 سم =1 میٹر 40 سم۔

5 میٹر 60 سم کا 25% ہے 1 میٹر 40 سم

مثال:2۔

اکرم نے حساب میں 80 سے 48 نمبر پایا۔اس نے سیکڑہ کتنا نمبر رکھا۔

حل: اکرم نے 80 نمبر سے 48 نمبر پایا۔

اکرم کا فی صد نمبر =(48/80 x 100) (کسر کو فی صد میں بدلنے کے لیے اسے 100 کے ذریعہ ضرب کرنا پڑتا ہے)

=(3/5 x100)

=60%

اکرم نے حساب میں 60% نمبر رکھا۔

مثال:3۔

گوبند بابو کی ماہانہ تنخواہ 6000.00 ہے۔ وہ اپنی تنخواہ کا 20% بچاتے ہیں۔ ان کے ماہانہ خرچ کی مقدار کیا ہے۔

حل: گوبند بابو کی بچت کی مقدار = 6000 کا 20%

$= 20/100 \times 6000$

= 1200 روپے

خرچ کا مقدار = 6000-1200=4800 روپے

گوبند بابو کے ماہانہ خرچ کی مقدار 4800.00 روپے ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟
بچت = آمدنی - خرچ
خرچ = آمدنی - بچت
آمدنی = بچت+خرچ

مشق 7.4

1۔ مختلف سجکٹ میں حاصل شدہ نمبر کو اسی سجکٹ کے کل نمبر کے سیکڑہ میں ظاہر کیجیے۔

کل نمبر	100	100	200	200	500	600	800
حاصل شدہ نمبر	64	32	64	124	230	486	336
فیصد نمبر							

2۔ چھ گاؤں کے لوگوں کی کل تعداد اور تعلیم یافتہ لوگوں کی تعداد ذیل میں درج ہے۔ تعلیم یافتہ لوگوں کی تعداد کو فیصد میں لکھیے۔

کل لوگوں کی تعداد	1000	3000	2500	1500	1200	3200
تعلیم یافتہ لوگوں کی تعداد	590	1800	1600	1175	960	1856
فی صد تعلیم یافتہ						

3۔ ایک شرٹ کی قیمت 350 روپے لکھی گئی ہے۔
دوکاندار نے 20% رعایت دی۔
شرٹ کی فروخت کی قیمت کتنی ہے؟

کیا آپ جانتے ہیں؟
دوکاندار فروخت کرنے والی چیز پر لکھی ہوئی قیمت سے کبھی کبھی کچھ کم کر دیتا ہے۔ کم کرنے کو رعایت کہتے ہیں۔ رعایت 10% کا مطلب ہے لکھی ہوئی قیمت کا 10% حصہ۔

4۔ شہر سے رام کا گھر 120 کیلومیٹر دور ہے۔ وہ بس سے 36 کیلومیٹر آیا۔ اس نے کل دوری کا کتنا فی صد حصہ طے کیا؟

5۔ میتا نے سالانہ امتحان میں 600 نمبر سے 500 نمبر رکھا۔ اور سیتا نے 500 نمبر سے 415 نمبر رکھا۔ کس کا فیصد نمبر زیادہ اور کتنا زیادہ ہے؟

اوسط:(Average)

ذیل کی صورتوں پر غور کریں:

(i) آپ کو آپ کی ماں نے پہلے دن 5 میٹھائیاں اور دوسرے دن 3 مٹھائیاں کھانے کو دیں۔

☆ تمہیں کل کتنی مٹھائیاں دیں؟

☆ کتنے دنوں میں اتنی مٹھائیاں کھانے کو دیں؟

☆ اگر روزانہ ماں برابر تعداد میں میٹھائیاں دیتیں روزانہ کتنی میٹھائیاں دیتیں؟

اب کہیے آپ کی ماں نے آپ کو دو دنوں میں کل کتنی میٹھائیاں دی تھیں؟ اگر روزانہ برابر تعداد میں میٹھائیاں دیتی تو ایک دن میں کتنا حساب میں دیتیں تو 2 دنوں میں کل 8 میٹھائیاں دیتیں؟

آپ ضرور کہیں گے 2 ÷ 8=4 عدد میٹھائیاں دیتیں۔

(ii) کسی دوکاندار نے 5 دنوں میں کتنے پنکھے فروخت کیے ہیں ان کی تعداد ذیل میں دی گئی ہے۔

پانچواں دن — چوتھا دن — تیسرا دن — دوسرا دن — پہلا دن

☆ کل کتنے پنکھے فروخت ہوئے ہیں؟ جواب: 4+5+3+6+2=20

☆ کل دنوں کی تعداد کتنی ہے؟ جواب: 5 دن

☆ اگر دوکاندار اسی پانچ دنوں میں ہر روز برابر تعداد میں پنکھا فروخت کرتا تو ہر روز وہ کتنا پنکھا فروخت کرتا؟

مثال (i) میں رواز نہ برابر تعداد میں دی گئی میٹھائیوں کی تعداد کو اوسط مٹھائی کی تعداد کہا جاتا ہے۔

مثال (ii) میں روزانہ برابر تعداد میں فروخت کیے جانے والے پنکھوں کی تعداد کو روزانہ فروخت شدہ پنکھوں کی اوسط تعداد کہا جاتا ہے۔

> اس سے ہم لوگوں نے کیا جانا:
>
> ایک سے زیادہ عددوں کا اوسط = عددوں کا حاصل جمع / عددوں کی کل تعداد

ذیل میں دی گئی مثال پر غور کیجیے:

مثال:1۔

ایک اسکول میں پہلی، دوسری، تیسری، چوتھی، پانچویں، چھٹی اور ساتویں جماعت میں بالترتیب 48, 32, 25, 38, 45, 56اور36 بچوں کا نام لکھایا گیا۔فی جماعت اوسطاً کتنے بچوں نے نام لکھایا؟

اوسط تعداد=تمام جماعتوں میں نام لکھنے والے بچوں کی تعداد/جماعت کی تعداد

36+56+45+38+48+32+25 / 7=

280/7=

40=

ہر جماعت میں اوسطاً40 بچوں نے نام لکھایے۔

مثال:2۔

آپ کے تین دوستوں کے ذریعہ حاصل شدہ علم الحساب کا اوسط نمبر80 ہو تو ان لوگوں نے کل کتنے نمبر رکھے تھے؟

حل: تین دوستوں کا اوسط نمبر 80 ہے۔

ہم لوگ جانتے ہیں کہ:

اوسط نمبر=کل نمبر/دوستوں کی تعداد

80= کل نمبر/3

کل نمبر= 3 x 80=240

تین دوستوں کا علم الحساب میں حاصل شدہ کل نمبر 240 ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

دیے گیے عددوں کے حاصل جمع کو عددوں کی تعداد کے ذریعہ تقسیم کرنے سے اوسط قیمت ملتی ہے۔اس لیے اس تقسیم کے عمل میں:

مقسوم=کل حاصل جمع،قاسم=عددوں کی تعداد

حاصل قسمت=اوسط

ہم جانتے ہیں کہ: حاصل قسمت×قاسم=مقسوم

اوسط×عددوں کی تعداد=کل حاصل جمع

مثال:3

گوبند، ہری، شیام اور رام کی اونچائی بالترتیب 124 سینٹی میٹر، 128 سینٹی میٹر، 123سینٹی میٹر اور 121 سینٹی میٹر ہونے سے ہر لڑکے کی اوسط اونچائی معلوم کیجیے۔

حل: بچوں کی کل اونچائی=124+128+123+121=496 سینٹی میٹر

ہر بچے کی اوسط اونچائی = بچوں کی کل اونچائی / بچوں کی تعداد

= 496/4= 124 سینٹی میٹر

ہر بچے کی اوسط اونچائی = 124 سینٹی میٹر ۔

خود کر کے دیکھیے :

(i) ☆ آپ اپنا وزن اور اپنے تینوں دوستوں کا وزن معلوم کیجیے۔

☆ چاروں لڑکوں کا کل وزن نکالیے۔

☆ ایک کا اوسط وزن معلوم کیجیے۔

(ii) آپ اپنی روزمرہ زندگی کی مختلف حالتوں میں اوسط کے تصور کا سامنا کرتے ہوں گے۔ اس قسم کی پانچ مثالیں دیجیے۔

مشق 7.5

1۔ 35 ,48 ,31 اور 22 کا اوسط معلوم کیجیے۔

2۔ خلیل بابو نے اپنی تین سائیکلوں کے لیے تین سیٹ کور خریدے۔ ایک کی قیمت 28 روپے، دوسرے کی قیمت 24 روپے اور تیسرے کی قیمت 23 روپے ہے۔ خریدے گیے سیٹ کور کی قیمت کی اوسط قیمت کتنی ہے؟

3۔ ایک کرکیٹ کے کھلاڑی نے پانچ دنوں کے کھیل میں 13,102,30,45 اور 70 رن بنائیے۔ ان پانچ دنوں کا اوسط رن معلوم کیجیے۔

4۔ چھ لڑکوں کی ایک جماعت میں ہر لڑکے کی اوسط عمر 10 سال ہو تو ان لوگوں کی کل عمر کتنی ہے؟

5۔ 12 بیگ میں کل چینی کا وزن 111 کیلوگرام 600 گرام ہو تو۔ ہر بیگ میں چینی کا اوسط وزن کتنا ہوگا؟

6۔ سات عدد کتابوں کی کل قیمت 310 روپے اور دوسری تین کتابوں کی اوسط قیمت 68 روپے ہونے سے تمام کتابوں کی اوسط قیمت معلوم کیجیے۔

☆☆☆

EG6BZH

عددِ صحیح

8.1۔ہم جو جانتے ہیں:

ہم جانتے ہیں کہ انسان نے چیزوں کو گننے کے لیے مختلف نشانوں کا سہارا لیا۔اس کے ذریعہ تیلیوں، کنکروں یا بیجوں کی مدد سے اس کے کتنے جانور یا کتنے درخت یا کتنے فرد ہیں اس کا حساب رکھنے کی پریشانی دور ہوئی۔

جتنی چیزیں اتنا عدد، اس میں بھی ایک مشکل پیدا ہوئی۔مختلف نشانات کو ذہن میں رکھنا مشکل عمل بنا۔اس سے بچنے کے لیے مقامی قیمت کا نظام اور صفر ایجاد ہوا۔اس کے بعد ضرورت کے مطابق جمع ،تفریق ،ضرب، تقسیم وغیرہ عمل کی تسکیل ہوئی۔فطری اعداد کے ساتھ ان عوامل کو ملا کر فطری عدد کا نظام انسان نے اپنایا۔

8.2۔دوسمتوں میں معکوس عددوں کا پھیلاؤ:

بعض ایسی صورتیں پیدا ہوئیں۔جن میں انسان نے دیکھا کہ صفر کو چھوڑ کر باقی فطری عدد بچے وہ دو مخالف حالات سے تعلق رکھتے ہیں۔اس قسم کی چند صورتوں کی مثالیں درجِ ذیل ہیں:

پہلی حالات:

شال پڑا، ہاتھی بندھا اور ٹوکونا نام کی تین جگہوں کو جوڑنے والی ایک سیدھی سڑک ہے۔اس راستہ کو ناپنے کے لیے ہم مختلف طریقے اختیار کرتے ہیں۔اگلے صفحوں کے نقشوں 8.2,8.1 اور 8.3 کو دیکھیے۔

یعنی: (i) شالپڑا سے ہاتھی بندھا ہوتے ہوئے ٹوکونا کا راستہ۔

یا (ii) ٹوکونا سے ہاتھی بندھا ہوتے ہوئے شال پڑا تک کا راستہ

یا (iii) ہاتھی بندھا سے شال پڑا کی طرف اور ٹوکونا کی طرف گیے دو راستے

راستے کی لمبائی ناپنے کا انتظام کرنا ہو تو ذیل کے طریقے اپنائیے جا سکتے ہیں۔

(i) کی صورت حال میں راستے کے شروع شال پڑا کو 0 صفر سے ظاہر کیا جایے۔یکے بعد دیگرے ایک ایک کیلومیٹر پر ایک کھونٹا گاڑا جایے۔اور انہیں 3,2,1.... وغیرہ عدد سے ظاہر کیا جایے۔

اسکے نیچے میں ہم کہہ سکتے ہیں:

شال پڑا سے 4 کیلومیٹر کی دوری پر ہاتھی بندھا ہے۔

شال پڑا سے 9 کیلومیٹر کی دوری پر ٹوکونا ہے۔

(ii) یہاں راستے کے نقطۂ آ گاز ٹوکونا کو 0 کے ذریعہ ظاہر کیا جایے۔ یکے بعد دیگرے ایک ایک کیلومیٹر کی دوری پر ایک ایک کھونٹا گاڑا جایے۔ اور انہیں 3,2,1..... وغیرہ عدد کے ذریعہ ظاہر کیا جایے۔

اس کے نتیجے میں ہم کہہ سکتے ہیں:

ٹوکونا سے ہاتھی بندھا 5 کیلومیٹر کی دوری پر واقع ہے۔

ٹوکونا سے شال پڑا 9 کیلومیٹر کی دوری پر واقع ہے۔

ہاتھی بندھا سے شال پڑا 4 کیلومیٹر کی دوری پر واقع ہے۔

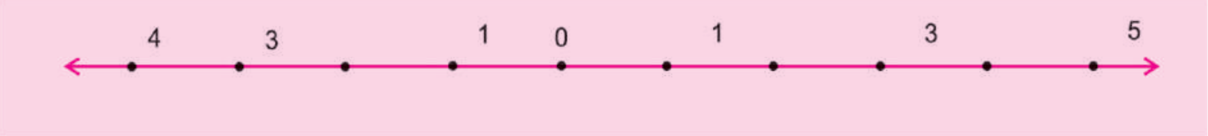
(iii) یہاں ہم راستے کی شروعات ہاتھی بندھا سے مان لیتے ہیں۔ اس لیے ہاتھی بندھا کو صفر (0) سے ظاہر کیا جایے۔ ہاتھی بندھا سے شروع کر سلسلہ وار شال پڑا کی طرف ایک ایک کیلومیٹر کی دوری پر ایک ایک کھونٹا گاڑا جایے۔ اور انہیں 3,2,1..... وغیرہ عدد کے ذریعہ ظاہر کیا جایے۔ دوبارہ ہاتھی بندھا سے شروع کر کے ٹوکونا کی طرف بھی یکے بعد دیگرے ایک ایک کیلومیٹر دوری پر ایک ایک کھونٹا گاڑا جایے۔ اور انہیں 3,2,1..... وغیرہ عدد کے ذریعہ ظاہر کیا جایے۔

اس کے نتیجے میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہاتھی بندھا کے دائیں طرف 5 کیلومیٹر کی دوری پر ٹوکونا واقع ہے۔

ہاتھی بندھا کے بائیں طرف 4 کیلومیٹر کی دوری پر شال پڑا واقع ہے۔

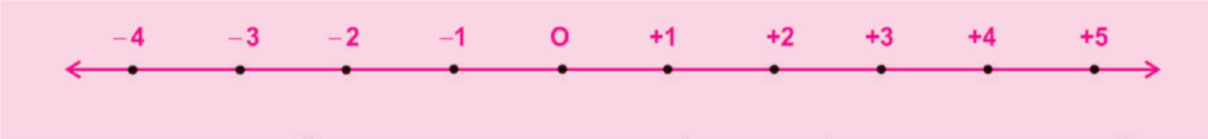
اس حالت میں راستہ کے اوپر 1 نشان کے دو نقطے 2 نشان کے دو نقطے 3 نشان کے دو نقطے وغیرہ نظر آ رہے ہیں۔ ایک (1) نشان والا نقطہ ضرور ہاتھی بندھا کے دائیں طرف اور دوسرا نشان بائیں طرف ہے۔

اسلیے دوجگہوں پر 1 ہونے کے باوجوددونوں کے مقام میں فرق ہے:
اس فرق کوظاہر کرنے کے لیےہم ذیل کے طریقے کواپنا سکتے ہیں۔



اب دیکھا گیا کہ 1 دائیں جانب دوسرا1 بائیں جانب ہے۔اسی طرح ایک 2 بائیں طرف اور دوسرا2 دائیں طرف ہے۔

اسی فرق کوواضع کرنے کے لیےانسان نے دائیں کو+ نشان ہےاور بائیں کو'-' نشان سے ظاہر کرنے کے بارے میں سوچا۔نتیجتاًاوپر کے راستے کے ہر کھونٹے کےنشان کوذیل کے طریقے سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



یہاں ہاتھی بندھا سے دومخالف سمتوں کی طرف راستہ کھینچا گیا۔اسے بنیادی نقطہ یاشروعاتی نقطہ کہا گیا۔اوراس کے نام کے لیے0(انگریزی حرف)استعمال کیا گیا۔

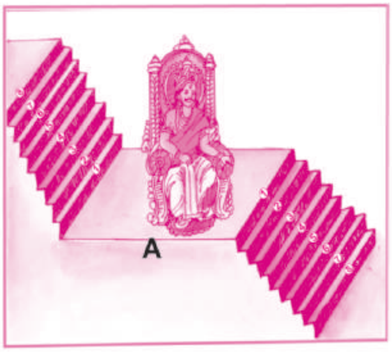
یہ چرچا سننے کے بعداحمد بولا''میں ایک اور حالت بتاؤں گا۔''اس کے ابعداس نے ذیل کی حالت بتایا۔

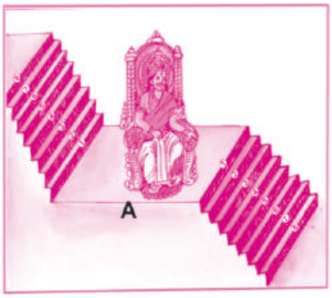
دوسری حالت:

ایک راجا نے اپنی دولت کومحفوظ رکھنے کے لیے زیرزمین ایک تہہ خانہ بنایا۔زمین کےاوپر کے گھر کےفرش سے اوپر چھت پر جانے کے لیے سیڑھی بنوائی۔اورزمین کےتہہ خانے کےفرش کی طرف جانے کے لیےبھی ایک اورسیڑھی بنائی۔

دونوں سیڑھیوں کی شروعات A نام کی ایک جگہ سے ہوتی ہے

A سے اوپر کی طرف جاتی ہوئی سیڑھیوں کو 1,2,3.... وغیرہ عدد سے نشاندہی کی گئی۔اس لیے نیچے کی 3 نمبر سیڑھی یااوپر کی3 نمبر سیڑھی نہ بولنے سے کون سی 3 نمبر سیڑھی ہے پتانہیں چلتا۔

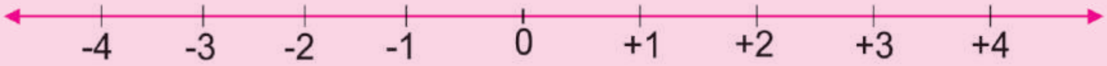




اس پریشانی کو دور کرنے کے لیے وزیر بولا۔ جہاں سے سیڑھی شروع ہوتی ہے 0 کے ذریعہ ظاہر کیا جایے اور اوپر کی سیڑھیوں کو +3,+2,+1..... وغیرہ عددوں کے ذریعہ اوپر نیچے کی سیڑھیوں کو -1,-2,-3... وغیرہ عدد کے ذریعہ ظاہر کیا جایے۔ اس نئے نظام کے تحت بنی تصویر کو یہاں دکھیا گیا ہے۔

8.3۔عددِ صحیح کا نظام:

ہم نے دیکھا کہ دو مخالف (یا معکوس) حالتوں سے ظاہر کیے گیے عددوں کے لیے +3,+2,+1..... اور ..... -1,-2,-3- وغیرہ عددوں کا استعمال کیا گیا۔ اس معاملے میں جہاں سے مخالف حالت کو دکھانے کے عدد کی گنتی کی شروعات ہوتی ہے۔ اسے بنیادی نقطہ کہا جاتا ہے۔ اور اسے صفر (0) کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔



ہمارے پایے گیے عددوں کی جماعت یا سیٹ ہے {....-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4....} انہی عددوں کو عدد صحیح کے سیٹ کا نام دیا گیا۔ اور اس طرح کے عددوں کے سٹ کو انگریزی حروف Z کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔

عدد صحیح کے سٹ کے درمیان -1,-2,-3.... وغیرہ عددوں کو منفی (Negative Numbers) عدد اور +3,+2,+1... وغیرہ کو مثبت (Positive Numbers) عدد کے نام سے جانا جاتا ہے۔

مثبت اور منفی عدد کا نام کیوں؟

ہمارے پاس کے روپوں، پیسوں اور دوسری جائداد کو ہم اپنی دولت کہتے ہیں۔ اگر ہم نے قرض کیا ہے تو ہمارے دولت میں سے وہ قرض کی رقم قرض دینے والے کو ادا کرنی ہوگی۔ اس لیے قرض ہوتا ہے دولت کی مخالف حالت وجہ یہ کہ دولت ہماری جائداد بڑھاتی ہے جبکہ قرض ہماری جائداد کو گھٹاتا ہے۔

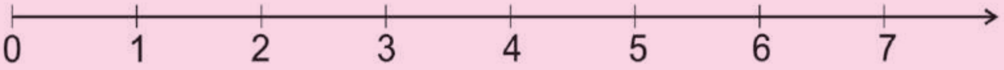
اسی وجہ سے عدد صحیح کے ذیل میں شامل +3,+2,+1.... وغیرہ کو مثبت عدد کہا جاتا ہے اور -1,-2,-3.... وغیرہ عدد کو منفی عدد کا نام دیا جاتا ہے۔

ذیل میں ایک دوکاندار کی چند چیزوں کی خرید وفروخت کو نفع اور نقصان سے ظاہر کیا گیا ہے۔ نفع اور نقصان دو مخالف حالتیں ہیں۔ نفع کو + نشان سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ نقصان کو - نشان سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ذیل میں جن حالات کا بیان ہے انہیں مناسب نشان کے ساتھ آخری کالم میں لکھیے۔

چیزوں کا نام	نفع	نقصان	مناسب نشان دے کر ظاہر کیجیے
سرسوں کا تیل	150 روپے		
چاول		250 روپے	
گول مرچ	225 روپے		
گیہوں	200 روپے		
آلو		50 روپے	

خود کر کے دیکھیے :

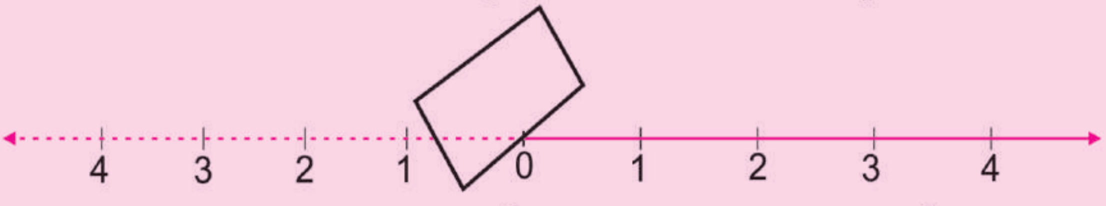
☆ سفید کاغذ کے پنے پر ایک شعاع بنائیے۔ اس پر ترتیب وار فطری عددوں کو دکھائیے (ذیل کی تصویر کی طرح)



☆ ایک آئینہ لایے اور اس کے ایک کنارے کو کاغذ کے ساتھ لگا کر رکھیے۔ جیسے کہ آئینہ کی سطح کاغذ کے ساتھ عمودی طور پر ہو اور کاغذ کے ساتھ لگا ہوا آئینہ کا کنارہ کاغذ پر کھینچے گیے عددی خط کے لیے عمودی معلوم ہو۔

☆ اب آئینہ کے کنارے کو عددی خط کے 0 سے اس طرح ملا کے رکھے کہ اس کا عکس ایک اور عددی خط کی شکل میں

ظاہر ہو۔ یہ حالت ذیل کی تصویر کی طرح نظر آیے گی۔



☆ آپ آئینہ دیکھیں تو کھینچے گیے عددی خط اور اس پر واقع 3,2,1 وغیرہ عدد آئینے میں نظر آئے گا۔ اور وہ سبھی 0 سے بائیں جانب بڑھتے ہویے معلوم ہوں گے۔

☆ آئینے کے پیچھے کی طرف نظر آنے والے 3,2,1 .... وغیرہ کو 1-، 2-، 3-... وغیرہ عدد کی طرح قبول کیا جاسکتا ہے۔

اس کام سے آپ غور کریں:

☆ آپ کے ذریعہ کھنچی گئی شعاع اور آئینے میں دکھنے والا عکس (شعا کا عکس) ایک ساتھ ایک خط تشکیل کریگا۔ اور اسے خط پر رہنے والے 0 (صفر) نشان کے نقطے کے دائیں طرف 3,2,1.... وغیرہ آپ کے لکھے ہوئے عدد ہوں گے اور بائیں جانب ان عددوں کے عکس 3,2,1.... وغیرہ ہوں گے۔

☆ آئینے کو اٹھا کر آپ کے ذریعہ بنائی گئی شعاع کو بائیں جانب بڑھانے سے کیا ہوگا؟

پہلے والی شعاع کو جوڑنے والا حصہ پہلی شعاع کی مخالف شعاع کی شکل میں ہوگا۔ دونوں شعاعیں مل کر ایک خط مستقیم تشکیل کریں گی۔ پہلی شعاع کی مخالف شعاع کو ہی آپ ائینے کے دو نقطوں کے درمیان کی دوری کے برابر فاصلے کر نقطے لگائیے اور انھیں 0 نقطے کے ٹھیک بائیں طرف -1,-2,-3 وغیرہ سے موسوم کیجیے۔ آپ ذیل کی تصویر پائیں گے۔

ضرور اس تصویر میں 0 صفر نقطہ کے دائیں جانب پہلے سے 3,2,1 وغیرہ عدد لکھے ہونگے۔ ان انہی عددوں کے ساتھ + نشان لکھیے۔ نتیجۃً +1,+2,+3.... عدد دیکھے گا۔ (البتہ +1 اور 1 میں کوئی فرق نہیں)

عدد صحیح کے سیٹ میں +1 اور -1 ایک دوسرے کے مخالف ہیں۔ اسی مخالف عدد کی جوڑی کو ہم (+1,-1) کی شکل میں لکھتے ہیں۔ اسی طرح دوسرے مخالف اعداد کی جوڑی ہیں (+2,-2)، (+3,-3)، (+4,-4) وغیرہ

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> 0 کا مخالف وہ خود ہے یعنی 0=−0=0

+5 کا مخالف عدد صحیح -5 ہے۔

-5 کا مخالف عدد صحیح +5 ہے۔

جہاں دو مخالف حالتوں کے ساتھ تعلق رکھنے والے عدد ہوں وہیں ایک حالت سے وابستہ عدد کو مثبت اور اس کی مخالف حالت کے ساتھ وابستہ عدد کو منفی کہا جاتا ہے۔ مخالف حالتوں کی کئی مثالیں ذیل میں دی گئی ہیں۔

دوری ناپنے کے معاملے میں: بائیں۔ دائیں، نیچے۔ اوپر، آگے۔ پیچھے، اونچائی۔ گہرائی، وغیرہ مخالف حالت ہیں۔

عام طور پر:

دائیں کے لیے مثبت عدد اور بائیں کے لیے منفی عدد،

اوپر کے لیے مثبت عدد اور نیچے کے لیے منفی عدد،

اونچائی کے لیے مثبت عدد اور گہرائی کے لیے منفی عدد استعمال کیا جاتا ہے۔

اس بحث کو سننے کے بعد اشرف نے پوچھا۔ ''کیا 4+ اور 7- کو ایک دوسرے کا مخالف عدد کہا جائے گا۔؟ اشرف کے سوال کا جواب پانے کے لیے آیئے ذیل کا عمل کریں۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ اوپر کے عددی خط کو دیکھ کر ذیل کے سوالوں کے جواب دیجیے۔

صفر (0) نقطہ سے دائیں طرف 3 اکائی جائیے کون سا عدد ملا؟

صفر (0) نقطہ سے بائیں طرف 3 اکائی جائیے کون سا عدد ملا؟

☆ صفر سے دو مخالف سمتوں میں برابر کی دوری پر واقع دو عددوں کو ایک دوسرے کا مخالف عدد کہتے ہیں۔ اس لیے 3+ اور 3- ایک دوسرے کے مخالف عدد ہے۔

ظاہر ہے 4+ اور 7- عدد 0 سے برابر کی دوری پر نہیں ہیں انہیں ایک دوسرے کا مخالف کہا جائے گا کیا؟

ایک دوسرے کا مخالف عدد جاننے کے لیے ایک اور عمل کیجیے۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ آپ اپنے دوست کے ساتھ بیٹھیے :

☆ اپنے پاس 1-,2-,3-....8- لکھے نمبر کارڈ رکھیے آپ کے پاس کتنے نمبر کارڈ ہیں؟

☆ اسی طرح اپنے دوست کو 1+,2+,3+,.......,8+ لکھے نمبر کارڈ دیجیے۔

☆ آپ 1- دکھا کر اپنے دوست کو 1- کا مخالف عدد دکھانے کے لیے کہیے۔ ایک دوسرے کے مخالف نمبر کارڈ کو ایک ساتھ رکھیے۔

☆ اسی طرح آپ کے دوست ایک نمبر کارڈ دکھائیں تو آپ انہیں اس کا مخالف نمبر کارڈ دکھایئے۔ اس طرح سبھی نمبر کارڈ ختم ہونے تک کام کرتے جایئے۔

☆ اس طرح کھیل کھیل میں ایک دوسرے کے مخالف عددوں کی جوڑیاں بنایئے۔

8.3.1۔ منفی نشان (-) کا مطلب

ابھی تک تفریق کے لیے (-) نشان کا استعمال ہوتا تھا۔ ہمارے لیے 3-5 کا مطلب تھا 5 سے 3 کو گھٹانا۔ جب تک ہم صرف فطری عدد سے متعارف تھے تب تک 3- کا کوئی مفہوم ہمارے ذہن میں نہیں تھا۔

اب (–) نشان کا ایک دوسرا مطلب ہم لوگوں کو حاصل ہوا۔ یہ مخالف حالت دکھانے والا نشان یعنی 5+ کا مخالف عدد 5- ہے۔

5+ اور 5- ایک دوسرے کا مخالف عدد ہے اس لیے 5- کا مخالف عدد = 5+

یا $-(-5)=+5$

اسی طرح $-(-7)=+7$

8.4۔ عدد صحیح کے درمیان بڑے سے چھوٹے کی ترتیب:

فطری عددوں کو عددی خط میں دکھاتے وقت ہم نے دیکھا تھا:

ہر عدد سے بڑا عدد عددی خط پر اس عدد کے دائیں طرف رہتا ہے اور اس عدد سے چھوٹا عدد اس عدد کے بائیں طرف رہتا ہے۔

عددی خط میں عدد صحیح کو دکھاتے وقت بھی عددوں کی ترتیب کے لیے اسی اصول پر عمل ہوگا۔ غرض کہ ہم نے دیکھا کہ:

0 سے 1- چھوٹا ہے

1- سے 2- چھوٹا ہے

2- سے 3- چھوٹا ہے

8- سے 9- چھوٹا ہے

ذیل کی دو باتوں پر غور کیجیے:

8- سے 9 بڑا ہے (ہم جانتے ہیں)

8- سے 9- چھوٹا ہے (ابھی ہم نے جانا)

کلاس میں یہ سب باتیں سن کر رمیش نے پوچھا۔ ایسی بھی کوئی حالت ہوسکتی ہے جہاں 8- سے 9- بڑا ہو؟ سیما نے جواب دیا:

ہم تو جانتے ہیں کہ نفع کی مقدار کو مثبت عدد سے ظاہر کیا جاتا ہے اور نقصان کی مقدار کو منفی عدد سے ظاہر کیا جاتا ہے ۔ سب نے کہا 'ہاں'۔ رحیم اور شنکر دونوں نے فی کس 5000 روپیوں سے تجارت شروع کی تھی۔

ہفتہ بھر کے بعد دیکھا گیا:

رحیم کا 200 روپیوں کا نقصان ہوا ہے اور

شنکر کا 50 روپیوں کا نقصان ہوا ہے۔

اب بتایئے کس کا سرمایہ کتنا بچا؟

رحیم کا موجودہ سرمایہ =5000-200

=4800 روپیہ

شنکر کا موجودہ سرمایہ =5000-50

=4950 روپیہ

عبدالرحیم

میرا موجودہ سرمایہ 4950 روپیہ

شنکر

تب 200 روپے کا نقصان کرنے والے تاجر کا سرمایہ زیادہ ہے یا 50 روپے نقصان کرنے والے تاجر کا سرمایہ زیادہ ہے؟

اس لیے 200 کا نقصان (-200) کے مقابلے میں 50 کا نقصان (-50) بڑا ہے۔ -50 > -200

چھوٹے کا نشان (>) استعمال کر کے عدد صحیح کی ترتیب ہوگی۔

1	<	2	
0	<	1	ہم جانتے تھے
-1	<	0	
-2	<	-1	
-3	<	-2	اب ہم نے جانا
-12	<	-11	

عدد صحیح کی ترتیب کے بارے میں ہم لوگوں نے ذیل کی باتیں جانیں

☆ ہر مثبت عدد صفر (0) سے بڑا ہوتا ہے۔

☆ ہر مثبت عدد، کسی بھی منفی عدد سے بڑا ہوتا ہے۔

☆ صفر (0) ہر منفی عدد سے بڑا ہوتا ہے۔

☆ 7>4 اور -7<-4، 5>3 اور -5<-3، 9>7 اور -9<-7

یعنی دو عدد صحیح کے درمیان جس قسم کا فرق (بڑا یا چھوٹا) ہوتا ہے۔ دونوں عددوں کے مخالف عددوں کے درمیان اس فرق کا مخالف فرق رہتا ہے۔

☆ ہر دو سلسلہ وار عددوں سے منسلک عددوں کے درمیان کا فاصلہ 1 ہوتا ہے۔

جیسے 6-5=1 (ہم جانتے ہیں)

اسی طرح -2-(-3)=1

-3-(-4)=1 وغیرہ

☆ عددی خط کے اوپر دو عددوں کے بیچ دائیں جانب والا عدد بائیں جانب کے عدد سے بڑا ہوتا ہے۔ نتیجتاً بائیں جانب کا عدد دائیں جانب کے عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔

مشق 8.1

1۔ ذیل کے حالات کے مخالف حالات لکھیے :

(i) آبادی کا بڑھنا (ii) بینک میں رقم جمع کرنا

(iii) خرچ کرنا (iv) اتر کی طرف جانا

(v) درجۂ حرارت کا گرنا (vi) 500 قبل مسیح

2۔ + یا − نشان استعمال کر کے لکھیے :

(i) 400 روپے کا نفع (ii) دائیں جانب 4 کیلومیٹر

(iii) بینک سے 300 روپے اٹھانا (iv) 5 گول سے ہارنا

(v) زمین کی سطح سے 200 میٹر اونچا (vi) 2,00,000 روپے کی آمدنی

3۔ ذیل کے جوڑی عددوں کے درمیان کون سا عدد مخالف عددوں کی جوڑی ہے نشاندہی کیجیے۔

(2,-3)، (-5,5)، (-7,-8)، (-1,0)، (-11,+11)، (17,-17)

4۔ کسی مخصوص دن میں ہندستان کی چھ جگہوں کا درجہ حرارت ذیل میں دیا گیا ہے۔

جگہ	درجۂ حرارت
سیاچین	$0^\circ c$ سے $10^\circ c$ کم
بھوبنیشور	$0^\circ c$ سے $22^\circ c$ زیادہ
شملا	$0^\circ c$ سے $3^\circ c$ کم
دارجلنگ	$0^\circ c$ سے $1^\circ c$ کم
کوراپوٹ	$0^\circ c$ سے $8^\circ c$ زیادہ
لداخ	$0^\circ c$ سے $8^\circ c$ کم

(i) ہر جگہ کے درجۂ حرارت کو عدد صحیح کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(ii) ایک عددی خط کھینچ کر ہر جگہ کا درجہ حرارت اس پر دکھائیے۔

(iii) کس جگہ کا درجۂ حرارت سب سے زیادہ اور کس جگہ کا درجۂ حرارت سب سے کم ہے؟

5۔ ذیل کی ترتیب میں سے صحیح ترتیب کی نشاندہی کیجیے۔

3<4، -7>-8، -9>+5، -3<0، -8<+2، +1>-300، -0<0

6۔ دیئے گیے عددوں کا مخالف عدد لکھیے :

(i) 7 (ii) -9 (iii) -10 (iv) 0 (v) 17

7۔ ذیل کے دو عدد صحیح کے درمیان کے تمام اعداد کو چھوٹے سے بڑے کی ترتیب میں لکھیے۔

(i) 2 اور 8   (ii) -3 اور -7

(iii) -5 اور +2   (iv) -1 اور +1

(v) -7 اور 0

8۔ خالی جگہوں میں <,> اور = نشان کو مناسب جگہ میں لکھیے جس سے کے ترتیب صحیح رہے۔

(i) -5 2   (ii) -7 3   (iii) 0 ...... -4

(iv) 0 ...... -0   (v) -0 ...... -3   (vi) -3 ...... -7

9۔ ذیل کے فقروں کے درمیان صحیح فقروں کو چن کر اپنی کاپی میں لکھیے:

(i) سب سے چھوٹا عدد صحیح 0 ہے۔   (ii) -225 سے -80 سے چھوٹا ہے۔

(iii) -444 سے 0 چھوٹا ہے۔   (iv) -2<0<7

(v) -0=0   (vi) صفر مثبت یا منفی نہیں ہے۔

10۔(i) چھوٹے سے بڑے کی ترتیب میں سجائیے:

-4,25,-20,14,-11,0,5

(ii) بڑے سے چھوٹے کی ترتیب میں سجائیے:

-111,15,0,-6,5,2,-8

11۔عددی خط کو دیکھ کر ذیل کے سوالوں کے جواب دیجیے:

(i) +5 نقطہ کے دائیں طرف 3 اکائی دور جانے سے کون سا عدد ملتا ہے؟

(ii) +5 نقطہ کے بائیں طرف 3 اکائی دور جانے سے کون سا عدد ملتا ہے؟

(iii) +7 نقطہ کی کتنی اکائی دوری پر -4 نقطہ ہے؟

(iv) -7 نقطہ کی جتنی دوری پر -4 ہے، -7 نقطہ سے بائیں جانب اتنی ہی دوری پر کون کس عدد ہے؟

12۔عددی خط کے اوپر:

(i) -3 اور -8 نقطوں کے درمیان کتنا فاصلہ ہے؟

(ii) -2 اور +3 کے درمیان کتنی دوری ہے؟

8.5 اعدادِ صحیح کے درمیان جمع اور تفریق کا عمل:

8.5.1۔ اعدادِ صحیح کے درمیان جمع:

فطری عدد کے درمیان جمع کرنے کے عمل سے آپ واقف ہیں۔

5+ اور 5 میں کوئی فرق نہیں ہے۔ اس لیے 3+5 اور (3+)+(5+) بھی کوئی فرق نہیں ہے۔ اس لیے آپ کہہ سکتے ہیں: 8+ =(3+)+(5+)

تو آیئے یہ حاصل جمع کس طرح حاصل ہوا اس کی یاد تازہ کریں:

3 عدد پھول　　　5 عدد پھول

تین پھول میں سے ایک پھول لا کر 5 پھول کے ساتھ ملانے سے:

2 عدد پھول　　　6 عدد پھول

دو پھولوں میں سے ایک پھول لا کر 6 پھولوں میں ملایئے تو:

1 عدد پھول　　　7 عدد پھول

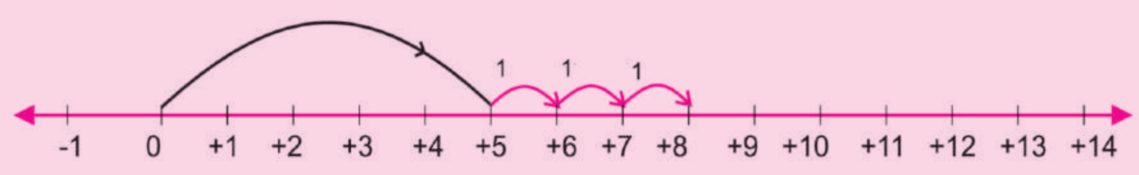
آخیر میں ایک پھول لا کر 7 عدد پھولوں سے ملانے سے:

8 عدد پھول

سلسلہ وار عدد کے مطابق 3 سے 1- پھر 1 اور پھر 1 لا کر 5 کے ساتھ ترتیب وار ملانے سے کل 8 عدد پھول ملے۔

اسی عمل کو عددی خط پر ذیل کے طریقے سے انجام دے سکتے ہیں۔

پہلے عدد کو دکھانے کے لیے (0) صفر سے شروع کر کے پہلے عدد تک جائیں۔



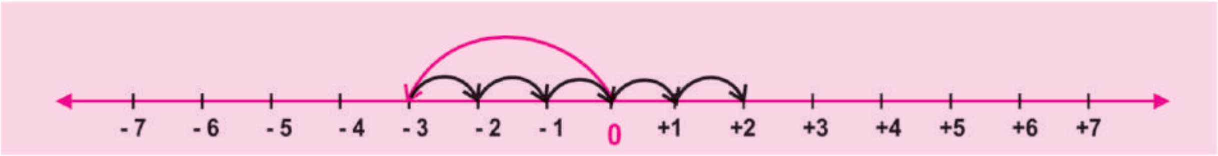
(+5) اور (+3) کا حاصل جمع معلوم کرنے کے لیے 0 نقطہ سے 5 گھر دائیں جانب جا کر 5+ نقطہ پر پہنچنے کے بعد گنتے گنتے 3 (یا 3 اکائی) گھر دائیں جانب گیے۔ اب آپ 8+ پر پہنچے۔

اس لیے معلوم ہوا، $(+5)+(+3)=+8$

اسی طرح ذیل میں جمع کا عمل انجام دیں گے۔

(i) $(-3)+(+5)=$ ؟

ہم جمع کے عمل کے پہلے عدد 3- کی نشان دہی کے لیے نقطۂ صفر (0) سے 3- تک جا کر 3- نقطہ پر پہنچیں گے۔



5+ جمع کرنے کے لیے ایک ایک گھر گنتے ہوئے پانچ گھر (یا اکائی) دائیں جانب جائینگے۔ ہم جس عدد پہ پہنچیں گے وہ 2+ ہے۔

اس لیے $(-3)+(+5)=2$

کہیے تو جانیں؟

عددی خط استعمال کر کے 4- اور 6+ کا حاصل جمع کتنا ہوگا۔

8.5.2 اعداد صحیح کے درمیان تفریق:

ہم جانتے ہیں کہ نفع کو مثبت عدد کے ذریعہ اور نقصان کو منفی عدد کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔ ایک عام مثال سے یہ بات آسانی سے سمجھ میں آسکتی ہے۔ وہ یہ کہ نفع گھٹتا ہے جب نقصان زیادہ ہوتا ہے۔ اس بات کے لیے ہم ذیل کی ایک مثال لیں گے۔

گوبند نے آلو بیچ کر 10 روپے نفع کیا اور پیاز بیچ کر 4 روپے نقصان کیا۔

تو اس کا کل نفع = 10 روپے - 4 روپے = 6 روپے

اس کے دوسرے دن اس نے آلو بیچ کر 10 روپے کمایا لیکن پیاز بیچ کر 5 روپے نقصان کیا یعنی نقصان 1 روپے زیادہ ہوا

کل منافع ہوا = 10 روپے - 5 روپے = 5 روپے

اب ہم نے دیکھا

دوسرے دن ان کا نقصان 1 روپے بڑھنے کی وجہ سے (4 روپے کے بجایے 5 روپے نقصان ہونے سے) اس کا کل منافع 1 رپوے گھٹا (6 روپے کے بجایے 5 روپے منافع ہوا) اب ہم نے جانا کہ نقصان جتنا بڑھے گا نفع اتنا ہی گھٹے گا۔

اس سے ہم نے کیا جانا؟ 3- جمع کرنا جو ہے 3+ تفریق کرنا وہی بات ہے۔

اس لیے $(-5)+(-3) = -5+(+3)$

ہم 7 سے 3 کیسے گھٹاتے ہیں؟

$7-3=(7-1)-2$

$=(6-1)-1$

$=(5-1)=4$

یعنی 7 سے ایک ایک کرکے 3 بار ایک گھٹا کر ہم 7 سے 3 گھٹاتے تھے۔ 1 گھٹانے کا مطلب وہی عدد پانا ہے جو عددی خط کے بائیں جانب کا قریبی عدد ہو۔ اس لیے تفریق کرتے وقت ہم بائیں جانب جاتے ہیں۔

(i) $(-5)+(-3) = -5-(+3)$

نقطۂ صفر (0) سے 5- نقطہ تک جانے کے بعد 3+ گھٹانے کے لیے 3 گھر (اکائی) بائیں جانب گیے۔

$(-5)+(-3) = -5-(+3)=-8$

(ii) $(-8)+(+5)=؟$

ہم نے دیکھا $-8+(+5)=-3$

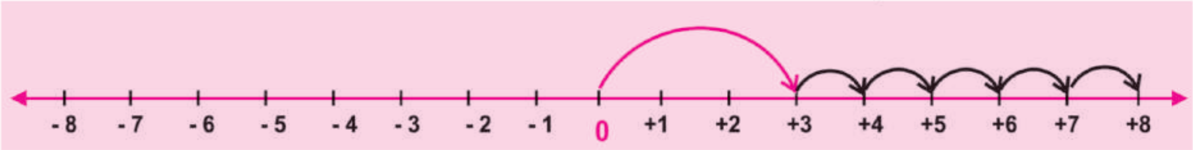
(iii) $(+7)-(+3)=؟$

ہم تو جانتے ہیں کہ 3+ تفریق کرنے کے لیے 3 اکائی بائیں جانب جانا ہوگا۔

$(+7)-(+3) = +4$

(iv) $(+3)-(-5)=؟$

5- گھٹانے کا مطلب ہے 5- کے مخالف عدد 5+ کو جمع کرنا $(+3)-(-5)=(+3)+(+5)$



اس لیے $(+3)-(-5)=(+3)+(+5)=+8$

عددی خط کی مدد سے جمع اور تفریق کے متعلق کچھ جاننے کی باتیں:

☆ جمع یا تفریق کا عمل کرتے وقت ہم نقطۂ صفر سے حساب کرتے ہیں۔
☆ مثبت عدد کو جوڑتے وقت ہم دائیں جانب جاتے ہیں۔
☆ مثبت عدد کو گھٹاتے وقت ہم بائیں جانب جاتے ہیں۔
☆ جس مثبت عدد کو جوڑنا ہوتا ہے ایک ایک کر کے اتنے گھر دائیں جانب جاتے ہیں۔
☆ جس مثبت عدد کو گھٹانا ہوتا ہے ایک ایک کر کے بائیں جانب ہم اتنے گھر جاتے ہیں۔
☆ ایک منفی عدد کو جوڑنے کا عمل اسی عدد کے مخالف عدد کو گھٹانا ہوتا ہے۔
اس لیے جہاں منفی عدد کو جوڑنا ہوتا ہے وہیں اس عدد کے مخالف عدد کو گھٹاتے ہیں یعنی

$$(+5)+(-7)=(+5)-(+7)$$

☆ جہاں منفی عدد کو گھٹانا ہوتا ہے وہاں اس عدد کے مخالف عدد کو جوڑنا ہوتا ہے۔
جس طرح

$$(+3)-(-5)=(+3)+(+5)$$

مشق 8.2

1۔ ایک عددی خط کھینچ کر اس پر عدد صحیح کی نشاندہی کیجیے۔ اسی عددی خط کی مدد سے ذیل کے سوالات کے جواب دیجیے۔
(i) 3- نقطہ سے اسی عدد کا مخالف (یا معکوس) عدد کی دوری کتنی اکائی ہے؟
(ii) 7- نقطہ اور 4- نقطہ کے درمیان کتنی دوری ہے؟
(iii) 7+ نقطہ اور 4+ نقطہ کے درمیان کتنی دوری ہے؟

2۔ عددی خط کھینچ کر اس پر عدد صحیح کی نشاندہی کیجیے۔ اسی عددی خط کی مدد سے ذیل کے سوالات کے جواب دیجیے۔
(i) 2- نقطہ کے قریب 4 اکائی بائیں جانب جانے سے کس عدد پر پہنچیں گے؟
(ii) 4+ نقطہ کے قریب 7 اکائی بائیں جانب جانے سے کس عدد پر پہنچیں گے؟
(iii) 5- نقطہ کے قریب 4 اکائی دائیں جانب جانے سے کس عدد پر پہنچیں گے؟
(iv) 2- نقطہ کے قریب 5 اکائی دائیں جانب جانے سے کس عدد پر پہنچیں گے؟

3۔ عددی خط کی مدد سے جمع کیجیے۔ ہر سوال کے لیے ایک عددی خط بنائیے۔

(i) (+3)+(+2) (ii) (-2)+(+5) (iii) (+8)+(-3)

(iv) (-7)+(+4) (v) (-3)+(-4) (vi) (+5)+(0)

4۔ ہر سوال کے لیے ایک عددی خط کھینچ کر تفریق کیجیے۔

(i) (+5)-(+3) (ii) (-7)-(+4) (iii) (+5)-(+8)

(iv) (+4)-(-7) (v) (-4)-(+3) (vi) (-6)-(-5)

8.6۔ اعدادِ صحیح کے درمیان جمع کے عمل کے مختلف اصول:

(i) ہم نے جمع کے تمام عوامل میں دیکھا کہ:

دو عدد صحیح کا حاصل جمع بھی ایک عدد صحیح ہوتا ہے۔

اس لیے جمع کا عمل بندشی اصلول (Closure Law) کی تکمیل کرتا ہے۔

(ii) جمع کا عمل تقلیبی اصول (Commutative Law) کی بھی تکمیل کرتا ہے۔

خود کر کے دیکھیے:

☆ کوئی بھی دو مثبت عدد صحیح کیجیے۔ پہلے عدد سے دوسرے عدد کو ملائیے۔ اب دوسرے عدد کے ساتھ پہلے عدد کو ملائیے۔ دونوں حاصل جمع برابر ہیں کیا؟

☆ ایک مثبت عدد صحیح اور ایک منفی عدد صحیح لے کر اسی طرح کا عمل کریں۔ دونوں حاصل جمع میں آپ کیا پاتے ہیں؟

☆ دو منفی عدد صحیح لے کر پہلے عدد کے ساتھ دوسرے عدد کو ملا کر حاصل جمع کتنا آیا لکھیے۔ اب دوسرے عدد کے ساتھ پہلے عدد کو جمع کر کے حاصل جمع معلوم کیجیے۔ دونوں حاصل جمع برابر ہیں کیا؟

☆ اوپر کے تینوں عمل سے آپ نے کیا جانا؟

ہم نے دیکھا:

دو عدد صحیح کو کسی بھی ترتیب سے جمع کرنے سے حاصل جمع برابر ہوتا ہے۔

لہذا جمع کا عمل تقلیبی اصول کی تکمیل کرتا ہے۔

کہیے تو جانیں:

اعداد صحیح کے درمیان تفریق کا عمل تقلیبی اصول کی تکمیل کرتا ہے کیا؟

(iii) $+5=(-1)+(+6)=\{(+2)+(-3)\}+(+6)$

دوبارہ $+5=(+2)+(+3)=(+2)+\{(-3)+(+6)\}$

ہم نے دیکھا کہ تین عددوں کے درمیان پہلے اور دوسرے کے حاصل جمع کو تیسرے کے ساتھ جمع کرنے سے جو نتیجہ ملتا ہے پہلے کو دوسرے اور تیسرے کے حاصل جمع کے ساتھ جمع کرنے سے وہی نتیجہ نکلتا ہے۔

یعنی جمع کا عمل تلازمی اصول کی تکمیل کرتا ہے۔

(iv) ایک عددِ صحیح کے ساتھ صفر کو جمع کریں:

$(+5)+0=$ ؟

5+ میں صفر(0) جوڑتے وقت پہلے عددی خط میں 5+ نقطہ کو جانا ہوگا۔ صفر(0) جوڑنے کا مطلب اور آگے دائیں جانب جانا نہیں۔ اس لیے 5+ میں صفر جوڑنے سے حاصل جمع 5+ ہوگا۔

$(+5)+0=+5$

اسی طرح $(0)+(+5)=+5$

لہٰذا $(+5)+0=(0)+(+5)$

یعنی جمع کا عمل اصول تماثلہ کی تکمیل کرتا ہے۔

> جانتے ہیں؟
> صفر(0) ایک جمع مطایف ہے۔

ہم نے دیکھا کہ:

کوئی بھی عددِ صحیح +0=0+ عددِ صحیح = وہی عددِ صحیح

(v) دو مخالف عددوں کا جمع:

ہم عددی خط کے مدد سے کچھ جوڑی مخالف عددوں کا حاصل جمع معلوم کریں گے۔

☆ $(+4)+(-4)=$ ؟

☆ $(-7)+(+7)=$ ؟

☆ $(+8)+(-8)=$ ؟

اوپر کی تینوں حاصل جمع سے کیا دیکھنے کو ملا؟

دو مخالف عددوں کا حاصل جمع صفر(0) ہوتا ہے۔

اسے جمع کے عمل کا معکوس اصول کہتے ہیں۔

8.7۔عددِصحیح کی مطلق قیمت:

عددی خط کو 0 نقطہ سے 3+ نقطہ تک جانا ہوتو کتنی اکائی دوری طے کرنی ہوگی؟ جواب ہوگا: 3 اکائی

دوسری بار 0 نقطہ سے 3- نقطہ تک جانا ہوتو کتنی اکائی دوری طے کرنی ہوگی؟ جواب ہوگا: 3 اکائی

البتہ 3+ ظاہر کرنا ہے کہ یہ نقطہ 0 نقطہ سے 3 اکائی دائیں طرف ہے اور 3- ظاہر کرتا ہے کہ یہ 0 نقطہ سے 3 اکائی بائیں طرف ہے۔ یہاں + نشان دائیں جانب کا نشان ہے اور – بائیں جانب کا نشان۔

دونوں عدد 3+ اور 3- کی ایک خوبی ہے کہ دونوں 0 سے 3 اکائی دوری پر ہیں۔

اس لیے ہم نے دیکھا 3+ اور 3- دونوں عدد 3 سے تعلق رکھتا ہے۔ 3 کو 3+ اور 3- ہر ایک کی مطلق قیمت کہا جاتا ہے۔ علامتی طور پر

3- کی مطلق قیمت کو |3-| کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔ اور 3=|3-| ہے۔

اسی طرح 3+ کی مطلق قیمت کو |3+| کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

|+15|=15، |-15|=15، |-2|=2، |+2|=2، |+3|=3

12-,6+,1394- اور 1579+ کی مطلق قیمت معلوم کیجیے۔

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> ☆ مطلق قیمت کا مطلب مقدار بتانے والی قیمت ہے۔
> ☆ 0 کی مطلق قیمت 0 ہے۔
> اس لیے کہ ہم پہلے سے جانتے ہیں کہ 0=0-
> لہٰذا |0| = |-0|=0

8.8۔عددی خط کا استعمال کیے بغیر عددِ صحیح کے جمع و تفریق کا مل:

(i) عددِ صحیح کا جمع:

ہم عددی خط کی مدد سے عددِ صحیح کے جمع و تفریق کا عمل کرتے ہیں۔ اب عددی خط کے بغیر عددی صحیح کے جمع و تفریق کا عمل کریں گے۔

عدد کی تحلیل کی مدد سے جمع کا عمل:

اس عمل کے لیے سب سے پہلے ایک عدد کی تحلیل کے عمل کو جاننا ہوگا۔ ایک عدد کو تحلیل کرنے کا مطلب اسے دو یا دو سے زیادہ عددوں کے حاصل جمع کی شکل میں ظاہر کرنا۔

مثلاً: (1+)+(4+)=5+ اسی طرح ہم پائیں گے (2+)+(3+)=5+

=(+2)+(+3)

=(+1)+(+4)

یہ ہے 5+ کی مختلف انداز میں تحلیل۔ یعنی 5+ کو جتنی طرح سے دو مثبت عدد کے جمع کی شکل میں لکھنا ممکن ہے، یہاں وہی کیا گیا ہے۔

8+ کو مختلف طرح سے دو مثبت عدد کے جمع کی شکل میں لکھیے۔

ہم جانتے ہیں کہ 1 روپے کا نقصان اور پھر 1 روپے کا نقصان ہونے سے کل 2 روپے کا نقصان ہوتا ہے۔

دوسرے لفظوں میں $(-1)+(-1)=-2$

2 روپے کی نقصان کے ساتھ اور 1 روپے نقصان ہونے سے کل نقصان 3 روپے ہوگا۔

یعنی $(-3) = (-1)+(-2)$

اس سے ہم نے جانا :

$-3=(-2)+(-1)$

$-3=(-1)+(-2)$

اسی طرح

$-5= (-4)+(-1)$

$= (-3)+(-2)$

$= (-2)+(-3)$

$= (-1)+(-4)$

یہ ہوا 5- کی تحلیل۔

اب ہم عدد کی تحلیل کی مدد سے جمع کا عمل کریں گے۔

مثال:1۔ $(-3)+(+5) = ?$

$(-3)+(+5) = (-3)+(+3)+(+2)$ [5+ کو $(+3)+(+2)$ شکل میں لیا گیا ہے]

$=0+(+2)$ [مخالف عدد (3+) اور (3-) کا حاصل جمع 0 ہے]

$=+2$ [اصول تماثلہ کے تحت $0+(+2)=+2$]

البتہ ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں: $(-3)+(+5) = (+5)+(-3)$

$=5-3=2$

مثال:2 $(-8)+(+6)=?$

$(-8)+(+6) = (-2)+(-6)+(+6)$

$=(-2)+\{(-6)+(+6)\}$

$=(-2)+0$

$=-2$

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> ایک مثبت اور ایک منفی عدد کو جمع کرتے وقت کسی عدد کی تفصیل نکالی جایے گی؟ یہ جاننے کے لیے ان عددوں کا مطلق قیمت معلوم کیا جایے گا۔ جس عدد کا مطلق قیمت زیادہ ہوگا اسی کی تفصیل نکالی جایے گی۔

غور کیجیے مثال(1) میں 5+ کی تحلیل کی گئی تھی جبکہ مثال(2) میں (8-) کی تحلیل کی گئی۔

(ii) عدد کی تحلیل کی مدد سے تفریق کا عمل:

ایک عدد کو تفریق کرنے کا مطلب اس کے معکوس یا مخالف عدد کو جوڑنا ہے۔

یعنی

(i) $+5-(-3) = (+5)+(+3)$

(ii) $-3-(+5)= -3+(-5)$

اسی طرح تفریق کے عمل کو ایک جمع کے عمل کی شکل میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ تفریق کے عمل کو جمع کے عمل میں بدلنے کے بعد جمع کرنے کا طریقہ اپنانا ہوگا۔

(iii)
$$(-5)-(+3) = (-5)+(-3)$$
$$= (-5)+(-1)+(-2)$$
$$=(-6)+(-1)+(-1)$$
$$=(-7)+(-1)$$
$$= -8$$

(iv)
$$(-3)-(-5)=(-3)+(+5)$$
$$=(-3)+(+3)+(+2)$$
$$= 0+(+2)$$
$$=+2$$

مشق: 8.3

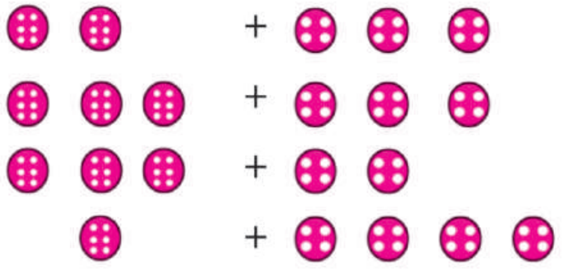
1۔ ذیل کے سوالوں کے جواب دیجیے:

(i) 5 ایک عددِ صحیح ہے، (6-) ایک عدد صحیح ہے۔
$5+(-6)=-1$ یہاں دو عددِ صحیح کا حاصل جمع ایک عددِ صحیح ہے۔ جمع کے اس عمل سے کس اصول کی تکمیل کا پتا چلتا ہے؟

(ii) عدد صحیح میں جمع کا عمل اصول تماثلہ کی تکمیل کرتا ہے۔ مثال کے ساتھ سمجھائیے۔

(iii) ایک مثبت عدد صحیح لیجیے۔ اس کا جمع معکوس معلوم کیجیے۔ لیے گیے مثبت عدد اور اس کے جمعی معکوس کا حاصل جمع کتنا ہوگا معلوم کیجیے۔

2۔ نشان (1+) کو ظاہر کرتا ہے اسی طرح () نشان 1- کو ظاہر کرتا ہے۔
تو ذیل کے حاصل جمع معلوم کیجیے:



= ______ + ______ = ______

= ______ + ______ = ______

= ______ + ______ = ______

= ______ + ______ = ______

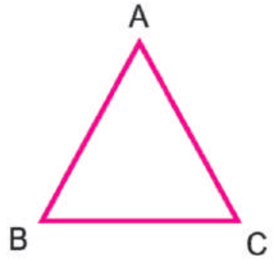
نواں باب:

مستوی پر واقع جیومیٹری کی شکلیں

EP63TM

9.1۔مثلث

9.1.1۔ہم جو جانتے ہیں:



فرض کیجیے A,B,C ایک خط مستقیم پر نہ رہنے والے تین نقطے ہیں۔

$\overline{AB}$، $\overline{BC}$ اور $\overline{CA}$ قطعہ خط کے ذریعہ بنا نقشہ ایک مثلث کہلاتا ہے۔

یہ مثلث کے تین ضلعے، تین راس اور تین زاویے ہیں۔

اس کے علاوہ بھی ہم مختلف قسم کے مثلثوں کے بارے میں جانتے ہیں۔

ضلع کی لمبائی کے اعتبار سے مثلثوں کو تین قسموں میں تقسیم کیا گیا ہے

جو اس طرح ہیں:(i) مثلث متساوی الاضلاع (ii) مثلث متساوی الساقین (iii) مثلث غیر متساوی الاضلاع

اسی طرح زاویوں کی ناپ کے اعتبار سے بھی مثلث کو تین اقسام میں تقسیم کیا گیا ہے۔(i) مثلث زاویہ قائمہ (ii) مثلث زاویہ حادہ (iii) مثلث زاویہ منفرجہ

خود کر کے دیکھیے:

☆ دیاسلائی کی کچھ تیلیاں لیجیے اور ان تیلیوں کی مدد سے مثلث نما خاکہ تیار کرنے کی کوشش کیجیے۔

☆ آپ مختلف بار درج ذیل دیاسلائی کی تیلیاں لیجیے۔

تین عدد تیلیاں

چار عدد تیلیاں

پانچ عدد تیلیاں

چھ عدد تیلیاں

(یاد رہے کہ ہر بار تمام دیاسلائی کی تیلیوں کو استعمال میں لایا جائے گا)

☆ ہر ایک بار تیار کیے گیے مثلث کا نام دیجیے۔اگر آپ مثلث تیار نہیں کر پاتے تو اس کی وجہ پر غور کیجیے۔

بغل کے نقشہ پر نظر ڈالیے $\overline{AB}$ اور $\overline{CB}$ کا مشترک نقطہ B ہے۔

B نقطہ مثلث کا ایک نقطہ راس ہے۔ B نقطے کے پاس کو کونا ہے اسے ABC زاویہ یا B کہتے ہیں۔ یہاں پر B کا مقابل ضلع $\overline{AC}$ ہے۔ $\overline{AC}$ کی لمبائی کو b کہا جاتا ہے۔

> یاد رکھیے:
> BC کا متصل زاویہ ABC اور ACB ہیں۔
> AC کا متصل زاویہ BAB اور ACB ہیں۔
> AB کا متصل زاویہ ABC اور BAC ہیں۔

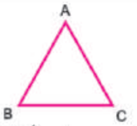
مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

(i) A کے سامنے کا ضلع کون ہے؟

(ii) کس ضلع کی لمبائی کو a کے نام سے جانتے ہیں؟

(iii) $\overline{BC}$ کی لمبائی کو کس نام سے جانا جاتا ہے؟

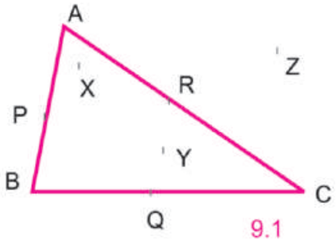
(iv) $\overline{AB}$ اور $\overline{AC}$ جہاں ملتے ہیں وہاں تیار شدہ نقطہ راس کا نام کیا ہے؟



☆ $\overline{AB}$ اور $\overline{CA}$ ضلع دونوں کے درمیان کا زاویہ BAC ہے۔ اسی طرح $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ کے درمیان کا زاویہ ABC ہے۔ $\overline{BC}$ اور $\overline{AC}$ کے درمیانی زاویہ کا نام بتائیے۔

9.1.2: مثلث کا اندرونی حصہ اور بیرونی حصہ:

بغل کے ABC مثلث کو دیکھیے اور ذیل میں دیے گیے خالی جگہوں کو پر کیجیے:



9.1

☆ ABC ....، .... اور .... تین قطعہ خط کا مجموعہ ہے۔

☆ P نقطہ .... ضلع پر واقع ہے۔

☆ Q نقطہ .... ضلع پر واقع ہے۔

☆ R نقطہ .... ضلع پر واقع ہے۔

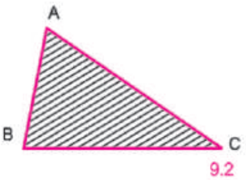
☆ C,B,A نقطوں کے علاوہ نقشہ میں ....، .... اور .... تین نقطہ بھی موجود ہیں۔

نقشہ 9.1 میں ہم نے دیکھا کہ X، Y، اور Z تینوں نقطے مثلث پر (یعنی مثلث کے کسی ضلع پر) واقع نہیں ہیں۔ تو وہ سب کہاں واقع ہیں؟

آپ یہ ضرور سوچتے ہوں گے کہ X اور Y نقطہ مثلث ABC کے اندر موجود ہے۔ بالکل صحیح۔ X اور Y کی طرح بہت سارے نقطے ہیں جو سب کے سب مثلث کے اندر موجود ہیں۔ انہیں تمام نقطوں سے بنے علاقے کو مثلث ABC کا اندرونی حصہ کہا جاتا ہے۔

نقشہ 9.2 میں تاریک علاقہ مثلث ABC کا اندرونی حصہ ہے۔ اس سے صاف ظاہر ہے کہ نقشہ 9.1 میں Z نقطہ مثلث ABC کے اندرونی حصہ میں نہیں ہے نہ ہی مثلث کے اوپر ہے۔ یہ مثلث کے باہری حصہ میں ہے۔

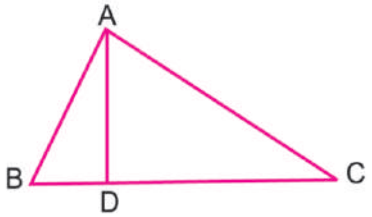
مثلث ABC اور اس کے اندرونی حصے کو اگر ہٹا دیا جایے تو باقی تمام حصہ مثلث ABC کا بیرونی حصہ کہلاتا ہے۔



9.2

مشق 9.1

1۔ مثلث ABC کا نقشہ بنائیے۔اس مثلث کے اندرونی حصہ میں P نقطہ اور بیرونی حصہ میں Q نقطہ کی نشاندہی کیجیے۔A نقطہ مثلث ABC کے اندرونی حصہ یا بیرونی حصہ میں موجود ہے کیا؟



2۔ (i) قریب کے نقشہ کو دیکھ کر تین عدد مثلث کے نام لکھیے۔

(ii) اس نقشہ میں رہنے والے سات عدد زاویوں کے نام لکھیے۔

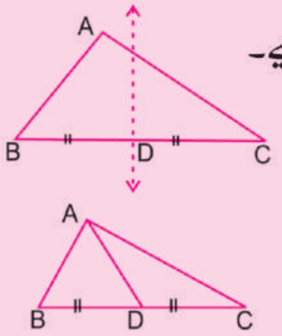
(iii) چھ عدد قطعہ خط کے نام لکھیے۔

(iv) کن دو مثلثوں میں B ہوتا ہے مشترکہ زاویہ؟

9.1.3: مثلث کا خط وسطی یا وسطی خط:

کاغذ کو موڑ کر کسی قطعۂ خط کا عمودی خطِ تنصیف حاصل کرنے کا طریقہ ہم جانتے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے:



☆ ایک ٹکڑے کاغذ سے مثلث ABC کی شکل کا ایک مثلث کاٹ لیجیے۔

☆ کاغذ کو موڑ کر $\overline{BC}$ ضلع کے عمودی خط تنصیف کی نشاندہی کیجیے۔

☆ موڑے گیے کاغذ کی شکن $\overline{BC}$ ضلع کو جس نقطہ میں قطع کرتا ہے اس کا نام D رکھیے

☆ اب A نقطہ اور D نقطہ کو ملانے سے ہم $\overline{AD}$ پائیں گے۔ اسی $\overline{AD}$ کو مثلث کا وسطی خط کہا جاتا ہے۔

مثلث ABC میں ضلع $\overline{BC}$ کا نقطہ تنصیف D ہے۔ $\overline{BC}$ کے سامنے کا نقطہ راس A ہے۔قطعہ خط $\overline{AD}$ کو مثلث کا ایک وسطی خط کہا جاتا ہے۔اسی طرح $\overline{AC}$ ضلع کے نقطہ تنصیف E اور نقطہ راس B کو ملانے والا قطعۂ خط $\overline{BE}$ مثلث ABC کا دوسرا ایک خط وسطی ہوگا۔

مثلث کے کسی نقطہ راس کو اس کے سامنے والے ضلع کے نقطہ تنصیف سے جوڑنے والے قطعہ خط کو اس مثلث کا ایک خط وسطی کہا جاتا ہے۔ایک مثلث کے ہر ایک نقطہ راس سے صرف ایک ایک خط وسطی کھینچنا ممکن ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

☆ کسی مثلث کے کل تین عدد خط وستی ہوتے ہیں۔

☆ ایک خط وسطی کے دوسروں کو چھوڑ کر باقی تمام نقطہ مثلث کے اندرونی حصے میں رہتے ہیں۔

مشق 9.2

1۔ ایک مثلث کا خط وسطی کیا پوری طرح اس مثلث کے اندرونی حصہ میں رہتا ہے؟ مدلل جواب دیجیے۔

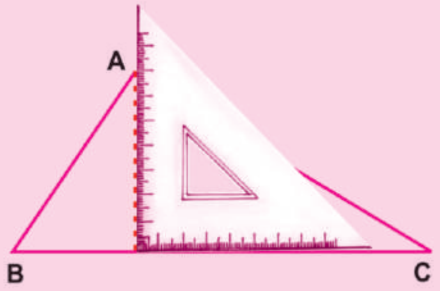
2۔ نقشہ کھینچ کر دیکھائیے:

(i) ABC مثلث کھینچو جس کا $\overline{AB} = \overline{AC}$ (کوئی بھی ناپ لیجیے) $\overline{AD}$ خط وسطی کھینچیے۔ پرٹراکٹر کی مدد سے ADB کی مقدار معلوم کیجیے۔

(ii) $\overline{AB}=\overline{AC}$ لے کر ایک دوسرا مثلث بنائیے۔ $\overline{BE}$ اور $\overline{CF}$ خط وسطی بنائیے۔ بنائے گیے دونوں خط وسطی کی لمبائی کی ناپ میں آپ کیا دیکھتے ہیں؟

9.1.4: مثلث کا عمود:

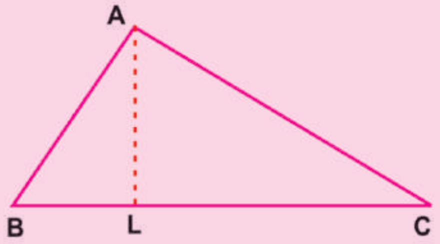
خود کر کے دیکھیے:



☆ کارڈ بورڈ میں ایک ABC مثلث بنائیے۔

☆ اسے ایک ٹیبل پر کھڑا کر کے پکڑے رہیے۔

☆ مثلث کا نقطۂ راس ٹیبل کے اوپر کتنی اونچائی پر ہے ایک اسکیل کی مدد سے ناپ کر بتائیے۔



☆ نقطہ راس A سے قاعدہ یا اساس $\overline{BC}$ کی سب سے کم دوری کو مثلث کی اونچائی یا مثلث کا عمود کہا جاتا ہے۔

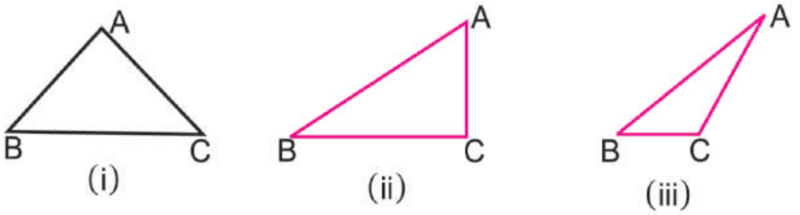
☆ ایک سیٹ اسکوائر کی مدد سے اس کی اونچائی بنائیے اور اونچائی ناپیے۔ یہی اونچائی $\overline{BC}$ قاعدہ کے لیے عمود کہلاتا ہے۔ $\overline{AL}$ مثلث کا ایک عمود ہے۔

مثلث کے کسی ایک نقطہ راس سے اس کے مخالف ضلع پر عمودی اعتبار سے کھینچے گیے قطعہ خط کی لمبائی کو اس ضلع پر کھینچی گئی اونچائی کہلاتا ہے۔ اور اس قطعہ خط کو مذکورہ ضلع پر کھینچا گیا عمود کہا جاتا ہے۔ ہر ایک نقطہ راس سے اسکے مدمقابل ضلع پر کھینچا گیا ایک خاص عمود رہتا ہے۔

مشق 9.3

1۔ ایک مثلث کے کل کتنے عمود ہوتے ہیں؟

2۔ (i) اگلے صفحہ پر دکھائے گیے نقشہ 9.3 کی طرح تین عدد مثلث بنائیے اور سیٹ اسکوائر استعمال کر کے ان نقشوں میں A نقطہ سے $\overline{BC}$ پر عمود بنائیے۔ اس کا نام $\overline{AD}$ دیجیے۔



Acute حادہ   Right قائمہ   Obtuse منفرجہ

(ii) مثلث زاویہ قائمہ ABC میں D نقطہ کا مقام کہاں دیکھتے ہیں؟

(iii) مثلث زاویہ منفرجہ میں A نقطہ کے مخالف ضلع BC پر عمود ممکن ہے کیا؟

(اشارہ: BC خط بنائیے اور اس کے بعد AD عمود بنائیے)

3۔ سوال نمبر 2 میں بنائیے گیے نقشہ کو دیکھ کر جواب دیجیے:

(i) کس قسم کے مثلث میں نقطہ رعاس A سے BC پر کھینچے گیے عمود کے دونوں سروں کو چھوڑ کے باقی حصہ مثلث ABC کے اندرونی حصہ میں رہا؟

(ii) کس طرح کے مثلث میں نقطہ راس A سے BC پر کھینچے گیے عمود کے بیرونی حصہ میں رہا؟

(iii) کس طرح کے مثلث میں نقطہ راس A سے BC پر کھینچے گیے عمود مثلث ABC کے ایک ضلع کے ساتھ پوری طرح مل گیا؟

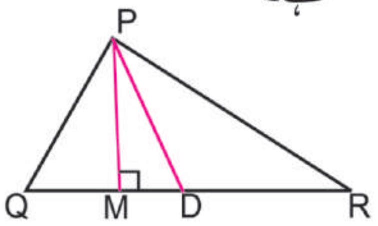
4۔ کس طرح کے مثلث کے دو نقطۂ راس سے مخالف ضلعوں پر کھینچے گیے عمود اسی مثلث کے دو ضلعوں کی لمبائی کے ساتھ برابر ہوں گے۔

5۔ کس طرح کے مثلث میں ایک نقطہ راس سے اس کے مخالف ضلع پر کھینچا گیا عمود اور خط وسطی مخلف نہیں ہوتے۔

6۔ مثلث PQR میں D ہوتا ہے QR کا نقطہ تنصیف۔ اور PMR کی مقدار 90° ہو تو

(i) $\overline{PM}$ مثلث کے............ نقطہ راس سے............ ضلع پر .... ہے۔

(ii) $\overline{PD}$ مثلث کے............ نقطہ راس سے............ ضلع پر .... ہے۔



(iii) $\overline{QM}$ اور $\overline{PR}$ کی ناپ برابر ہے کیا؟

7۔ ایک مثلث کا نقشہ بنا کر ذیل میں دیے گیے حالات کی نشاندہی کیجیے:

(i) ABC مثلث کا $\overline{BE}$ خط وسطی ہے۔

(ii) مثلث PQR میں نقطہ راس P سے $\overline{QR}$ پر $\overline{PM}$ عمود ہو اور $\overline{QR}$ نقطہ راس Q سے $\overline{PR}$ پر کھینچا گیا عمود ہو۔

(iii) XYZ مثلث میں نقطہ راس Y سے مخالف ضلع پر کھینچے گیے عمود کا Y کے سوا باقی تمام حصہ مثلث کے بیرونی حصہ میں رہتے ہوں۔

(iv) PQR مثلث میں نقطہ راس P سے اس کے مخالف ضلع پر کھینچا گیا عمود $\overline{PQ}$ کے برابر ہو۔ اور نقطہ راس R سے مخالف ضلع پر کھینچا گیا عمود $\overline{RQ}$ کے برابر ہو۔

آپ کے لیے کام:
کاغذ میں مختلف قسم کے مثلثوں کا نقشہ جیسے (مثلث متساوی الاضلع، مثلث متساوی الساقین۔ مثلث غیر متساوی الاضلع) بنائیے اور ان تمام کے ہر ایک نقطہ راس سے مخالف ضلعوں پر عمود اور خط وسطی بنائیے۔ عمود اور خط وسطی کی لمبائی معلوم کیجیے۔ ان سے وابستہ انفرادیت کے بارے میں اپنے ساتھیوں سے گفتگو کیجیے۔

9.2: چوکور (ذوار بعتہ الاضلاع)

9.2.1: ہم جو جانتے ہیں:

ہم لوگ جیومیٹری کے مختلف قسم کے نقشوں کے متعلق جانتے ہیں۔ اس سے پہلے ہم مثلث کے متعلق بحث کر چکے ہیں۔ مثلث تین قطع • خط کے ذریعہ بنا ایک نقشہ ہے۔ اب یہاں چار قطعہ خط کے ذریعہ بنے ایک نقشے کے بارے میں جانیں گے۔

اپنی کاپی پر چار نقطے D,C,B,A اس طرح لیجیے جیسا کہ ان میں سے کوئی تین نقطے ایک سیدھی لکیر یعنی ایک خط مستقیم پر نہ ہوں۔ اب $\overline{AB}$، $\overline{BC}$، $\overline{CD}$، $\overline{DA}$ قطعہ خط کھینچئے اس سے ہمیں ایک نقشہ ملے گا۔

قریب کے نقشوں کو دیکھیے۔ یہ چار عدد قطعہ خط کے مجموعہ سے بنا ایک نقشہ ہے۔ اس نئی قسم کے نقشے کا نام ہے ''چوکر یا ذوار بعتہ الاضلاع''

خود کر کے دیکھیے:

☆ دو عدد تیلیاں لیجیے۔ ان تیلیوں کے ایک ایک سرے کو جوڑ کر رکھو۔ اور دوسرے دوسروں کو ایک دوسرے سے ہٹا کر رکھیے۔ جس طرح دونوں تیلیاں ایک سیدھی لکیر نہ ہوں۔

☆ پھر ایک بار دو عدد اور تیلیاں لیجیے۔ ان دونوں کے ایک ایک سر کو پہلے جوڑی گئی تیلیوں کی طرح جوڑ کر رکھیے۔ یاد رہے کہ دونوں تیلیاں ایک خط مستقیم پر نہ ہوں۔

☆ اب ان دونوں جوڑی تیلیوں کو آہستہ آہستہ ایک دوسرے کے قریب لائیے۔ اور سرے کو سرے سے ملائیے۔ دھیان رہے کہ کوئی دو تیلیاں ایک خط مستقیم پر نہ ہوں۔

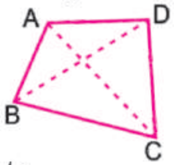
مذکورہ عمل میں چاروں تیلیاں خط مستقیم سے بنی ہوئی شکل بناتی ہیں۔ ہر ایک تیلی ایک قطعہ خط کی شکل میں ہیں۔اس شکل کو ایک چوکور سمجھا جاتا ہے۔ ہر ایک تیلی چوکور کا ایک ضلع ہے۔

اس چوکور میں چار عدد نقطہ راس، چار عدد ضلع اور چار عدد زاویے ہیں۔ دو مخالف نقطہ راس کو ملانے والا قطعہ خط کو چوکور کا وتر کہا جاتا ہے۔ بغل کے نقشہ ABCD چوکور میں $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ ایک ایک وتر ہیں۔

اوپر کے مباحث سے یہ معلوم ہوا کہ ایک ہموار سطح (کاغذ یا بلیک بورڈ) پر چار عدد نقطے D,C,B,A موجود ہوں۔اوران چار نقطوں کے درمیان کوئی تین نقطے ایک خط مستقیم پر نہ ہوں تو $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ اور $\overline{DA}$ کے ذریعہ تیار شدہ نقشہ ایک چوکور(ذوار بعۃ الاضلاع) کہلاتا ہے۔

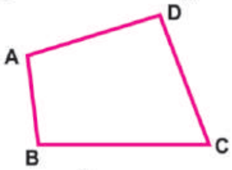
کسی بھی چوکور کا چار عدد ضلع یا خط چار عدد نقطہ راس اور چار عدد زاویہ ہوتا ہے۔ بغل کے نقشہ میں چوکور کا نام کیا ہے؟

☆ چوکور کے جن دو ضلعوں کا ایک مشترکہ سرا رہتا ہے ان ضلعوں کو متصلہ ضلع کہا جاتا ہے۔ $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ ایک جوڑا متصلہ ضلع ہے۔ ہر ایک چوکور میں چار جوڑے متصلہ ضلعے ہوتے ہیں۔



مذکورہ نقشے والے چار جوڑے متصلہ ضلعوں کے نام لکھیے۔

☆ جن دو ضلعوں کا کوئی مشترکہ سرا نہیں ہوتا ان ضلعوں کو مخالف ضلع کہا جاتا ہے۔ $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ ایک جوڑا مخالف ضلع ہیں۔ ہر ایک چوکور میں دو جوڑے مخالف ضلعے ہوتے ہیں۔



مذکورہ نقشے میں دو جوڑے مخالف ضلعوں کے نام لکھیے۔

☆ کسی چوکور میں ایک ضلع کے سرے کے دو نقطوں کو اس چوکور کا ایک جوڑا ترتیبی نقطۂ راس کہا جاتا ہے۔ جو نقطہ راس ترتیب میں نہیں ہیں ان دونوں کو مخالف نقطہ راس کہا جاتا ہے۔ A اور B نقطے ایک جوڑا ترتیبی نقطہ راس ہیں۔ A اور C نقطے ایک جوڑا مخالف نقطۂ راس ہیں۔

دوسرا کون سا جوڑا متصلہ نقطہ راس اور کون سا جوڑا مخالف نقطۂ راس ہے نقشہ دیکھ کر لکھیے۔

☆ ترتیبی نقطۂ راس کے دونوں زاویوں کو ترتیبی زاویے کہا جاتا ہے۔ اور مخالف نقطۂ راس پر واقع زاویوں مخالف زاویے کہتے ہیں۔

اوپر کے چوکور نقشہ میں ترتیبی زاویے اور مخالف زاویے کون کون ہیں، ان کے نام لکھیے۔

مشق 9.4

1۔ ایک چوکور کا نقشہ کھینچ کر اس کا نام PQRS دیجیے اور اس کے تمام ضلعے زاویے نقطۂ راس اور وتر کا نام لکھیے۔

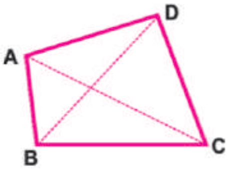
2۔ (i) B کا مخالف زاویہ............اور A کا مخالف زاویہ............ ہے۔

(ii) DA ضلع کے دو متصل زاویے............اور............ ہیں۔

(iii) چوکور کے ایک ضلع کے............عدد متصل زاویے ہوتے ہیں۔

(iv) B نقطہ راس کا مخالف نقطہ راس............ ہے۔

(v) ....وتر کی لمبائی............وتر کی لمبائی سے زیادہ ہے۔



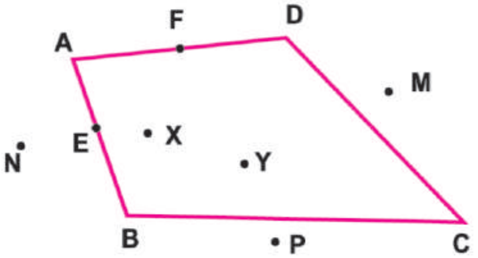
9.2.2۔ چوکور کا اندرونی اور بیرونی حصہ:

بغل کے نقشہ کو دیکھ کر جواب دیجیے:

(i) کون کون نقطے چوکور پر واقع ہیں؟

(ii) کون کون نقطے چوکور کے اندرونی نقطے ہیں؟

(iii) کون کون نقطے چوکور کے بیرونی نقطے ہیں؟



ABCD چوکور میں X,Y نقطوں کی طرح بہت سارے اندرونی نقطے ہیں۔ ان تمام نقطوں کے مجموعے سے بنے علاقے کو ABCD چوکور کا اندرونی حصہ کہا جاتا ہے۔

کاغذ کی سطح (مستوی) کا جو علاقہ ABCD چوکور سے باہر رہتا ہے اسے ABCD چوکور کا بیرونی حصہ کہا جاتا ہے۔ چوکور کے چار ضلعے اس کے اندرونی اور بیرونی حصوں کے درمیانی حدودی خط ہیں۔ چوکور اور اس کے اندرونی حصے کو اگر مستوی سے ہٹا دیا جایے تو باقی تمام حصے کو چوکور کا بیرونی حصہ کہا جاتا ہے۔ اس لیے اندرونی حصہ محدود ہونے کے باوجود بیرونی حصہ لامحدود ہے۔

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> کسی چوکور اور اس کی اندرونی حصہ کو ملا کر ایک چوکور نما علاقہ تیار ہوتا ہے۔

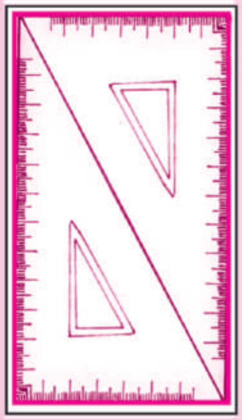
9.2.3۔ خود کر کے دیکھیے:

☆ آپ کے جیامتی بکس میں دو عدد سیٹ اسکوائر ہیں۔ ایک کو 30° اور دوسرے کا 45° سیٹ اسکوائر کہا جاتا ہے۔

☆ آپ کے اور آپ کے دوست کے 30° سیٹ اسکوئر کو نقشہ میں دیکھایے گیے طریقے پر جوڑ کر دیکھیے۔

☆ اب بتائیے تیار شدہ چوکور کے ہر ایک زاویہ کی ناپ کتنی ہے؟

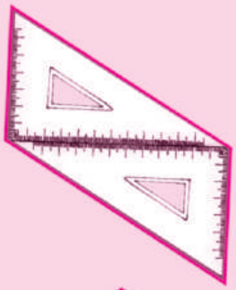
☆ تیار شدہ چوکور کے مخالف ضلعوں کے درمیان کس طرح کا رشتہ ہے؟



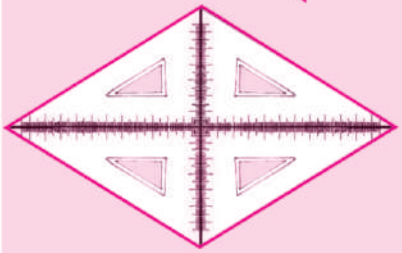
اس طرح کے نقشے کو مستطیل کہا جاتا ہے۔ اس سے یہ معلوم ہوا کہ جس چوکور کے ہر ایک زاویہ کے مقدار 90 ہوتی ہے اسے مستطیل کہا جاتا ہے۔

خود کر کے دیکھیے :

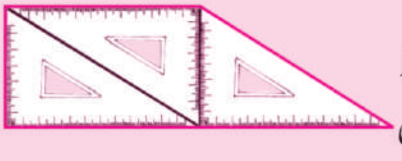
☆ 45^0 کے دو سیٹ اسکوائر کو نقشہ میں دکھایے گیے طریقے پر جوڑ کر رکھیں تو ہمیں ایک طرح کا چوکور حاصل ہوگا۔ اگر اس شکل پر غور کریں تو معلوم ہوگا کہ اس کے ہر ایک زاویے کی مقدار 90^0 ہوگی اور سب ضلعے برابر ہیں۔ اس طرح کے چوکور کو مربع کہتے ہیں۔



☆ اب آپ دو 30^0 والے سیٹ اسکوائر کو نقشے میں دکھایے گیے طریقہ پر جوڑ کر رکھیے۔ اس دفعہ آپ ایک اور قسم کا چوکور حاصل کریں گے۔ غور کرنے پر پتہ چلے گا کہ نقشے کے اس چوکور میں مخالف ضلعے آپس میں متوازی اور برابر ہیں۔ اس طرح کے چوکور کو متوازی الاضلاع کہا جاتا ہے۔



☆ چار عدد 30^0 والے سیٹ اسکوائر کو نقشے میں دکھائے گیے طریقے پر جوڑ کر رکھنے سے ایک طرح کی چوکوری شکل حاصل ہوگی۔ اس نقشے میں چوکور کے مخالف ضلعے آپس میں متوازی ہیں اور ان سب کی ضلع کی لمبائی برابر ہیں۔ اس طرح کے چوکور کو رمبس کہتے ہیں۔



☆ تین عدد 30 کے سیٹ اسکوائر کو نقشے میں دکھائے گیے طرقیہ پر جوڑ کر رکھیے۔ یہ ایک خاص قسم کے چوکور کی شکل اختیار کرے گا۔ اس طرح کے چوکور کو ٹراپیزیم کہا جاتا ہے۔ اس کے صرف دو مخالف ضلعے متوازی ہیں۔

9.2.4۔ مختلف قسم کے چوکوروں کے زاویوں کی مقدار کے درمیان تعلق:

مختلف قسم کے چوکوروں کے جو نقشے اوپر درج ہیں، ان نقشوں کے زاویوں کی مقدار پروٹکٹر کی مدد سے ناپیے۔ فہرست میں خالی جگہوں کو صحیح اور غلط سے پر کیجیے۔

چوکور کا نام	مخالف زاویوں کی مقدار برابر ہیں	چاروں زاویوں کی مقدار برابر ہیں
مستطیل		
مربع		
متوازی الاضلاع		
رمبس		
ٹراپیزیم		

آپ نے یہ ضرور دیکھا ہوگا کہ مستطیل اور مربع دونوں میں تمام زاویوں کی مقدار برابر ہے یعنی ہر ایک کی ناپ 90۔ مستطیل، مربع، متوازی الاضلاع اور رمبس، میں مخالف زاویوں کی مقدار برابر ہوتی ہے۔

مشق 9.5

نیچے دیے گیے جدول کو پر کیجیے۔ جس طرح متوازی الاضلاع کے متعلق ہاں یا نہیں کیا گیا ہے۔

چوکور			تمام ضلعے	مخالف زاویہ		
یا ذواربعۃ الاضلاع	متوازی	برابر لمبائی والے	برابر متوازی لمبائی والے	برابر مقدار والے	برابر لمبائی والے	ایک دوسرے پر عمود
متوازی الاضلاع	ہاں	ہاں	نہیں	ہاں	نہیں	نہیں
مستطیل						
مربع						
رمبس						
ٹراپیزیم						

2۔ ہر ایک عبارت کے نیچے دیے گیے قوسین میں سے صحیح جواب چن کر خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

(i) ایک متوازی الاضلاع کے .... برابر ہونے سے نقشہ رمبس ہوتا ہے۔

(ii) ایک .... کے تمام کونے زاویہ قائمہ ہوں تو نقشہ مستطیل ہوگا۔

(مربع، متوازی الاضلاع، رمبس)

(iii) ایک مستطیل کے .... برابر ہوں تو نقشہ مربع ہوگا۔

(تمام ضلعے کی لمبائی، تمام زاویوں کی مقدار)

(iv) کسی چوکور کے صرف دو مخالف ضلعے متوازی ہوں تو نقشہ .... ہوگا۔

(رمبس، مربع، ٹراپیجیم)

(v) کسی چوکور کے دو جوڑا مخالف ضلعے متوازی ہوں تو نقشہ .... ہوگا۔

(مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع)

(vi) ABCD چوکور میں $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ کے ساتھ متوازی اور $\overline{AD}$ ، $\overline{BC}$ کے ساتھ متوازی ہو اور مثلث ABC کی مقدار 90^0 ہو تو چوکور ایک .... ہوگا۔

(رمبس، مستطیل، مربع)

3۔ نیچے دی گئی عبارتوں کے درمیان صحیح عبارت کے اخیر میں صحیح کا نشان اور غلط عبارت کے اخیر میں غلط کا نشان لگائیے۔

(i) مستطیل کا ہر زاویہ ایک زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

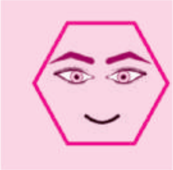
(ii) مستطیل کے مخالف ضلعوں کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔

(iii) ایک مربع کے دونوں وتر آپس میں عمود ہیں۔

(iv) ایک رمبس کے تمام ضلعوں کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔

(v) ایک متوازی الاضلاع کے تمام ضلعوں کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔

4۔ ایک کثیر الاضلاع شکل کے نقشے میں برابر ہوں اور تمام زاویوں کی مقدار برابر ہوں تو اسے منظّم کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔اب بتائیے منظّم چکور کون سا ہے۔

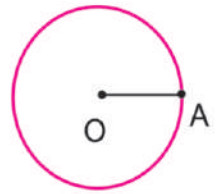


9.3۔ دائرہ:

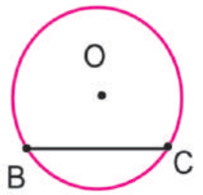
اس سے پہلے درجے میں آپ لوگ کھلے ہاتھوں سے یا کمپاس کی مدد سے کس طرح دائرہ کھینچا جاتا ہے اچھی طرح جان چکے ہیں۔اس سبق میں ہم لوگ دائرے متعلق کچھ اور خاص معلومات حاصل کریں گے۔

9.3.1۔ دائرہ اور دائرہ سے متعلق چند اصطلاحات:

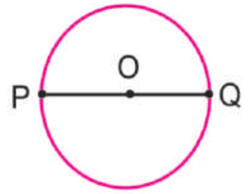
اپنی کاپی ایک صفحہ پر ایک نقطہ لیجیے۔اس نقطہ پر کمپاس کی نوک کو رکھ کر ایک دائرہ کھینچیے۔نقطہ کا نام O رکھیے۔اس نقطہ O کو دائرہ کا مرکز کہا جاتا ہے۔دائرہ پر ایک اور نقطہ A لیجیے۔



اسکیل کی مدد سے $\overline{OA}$ کو ملائیے۔ $\overline{OA}$ کو دائرہ کا ایک نصف قطر کہا جاتا ہے۔ دائرہ کے مرکز کے ساتھ دائرے کے اوپر کسی بھی نقطہ کو ملانے والے قطع خط کو دائرہ کا نصف قطر کہا جاتا ہے۔ دائرہ کا نصف قطر ایک لمبائی کی ناپ کی طرف اشارہ کرتا ہے۔



دائرے کے اوپر دو نقطے B اور C لیجیے۔ $\overline{BC}$ قطعہ خط بنائیے۔ اس قطعہ خط کو دائرہ کا ایک وتر کہتے ہیں۔ یعنی دائرہ کے اوپر کسی بھی دو نقطے کو ملانے والے قطعہ خط کو دائرہ کا ایک وتر کہا جاتا ہے۔



دائرہ پر دو نقطے P اور Q اس طرح لیجیے کہ $\overline{PQ}$ وتر دائرہ کے مرکز O دے کر گزرتا ہو۔ $\overline{PQ}$ کو دائرہ کا ایک قطر کہا جاتا ہے۔ یعنی ایک مرکزی وتر کو دائرے کا ایک قطر کہتے ہیں۔ نقشے میں قطر ہوتا ہے دائرے کا سب سے بڑا وتر۔ دائرہ کے کسی بھی قطر کی لمبائی کو اس دائرے کا قطر کہا جاتا ہے۔ اس لیے دائرہ کا قطر ایک لمبائی کی ناپ کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ 3 سم، 4 سم، اور 5 سم ناپ کا نصف قطر لے کر تین الگ الگ دائرے بنائیے۔ (کمپاس کی مدد سے)
ان دائروں کو پہلا، دوسرا اور تیسرا دائرہ نام دیجیے۔

☆ ہر ایک دائرے میں نصف قطر اور قطر بنائیے۔

☆ ہر ایک دائرے میں نصف قطر اور قطر کو ناپ کر ان کے درمیان کیا تعلق ہے معلوم کیجیے۔

ہم نے جانا دائرہ کا قطر = 2 × نصف قطر

اگر کسی دائرہ کا نصف قطر 3.5 سم ہو

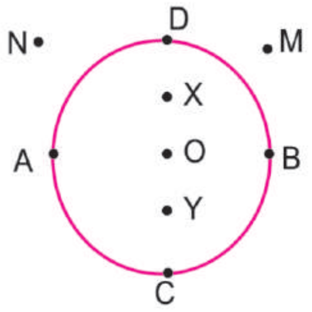
تب اس کا قطر = 3.5 x 2

= 7 سم ہوگا۔

کہو تو دیکھیں!
دائرے کا قطر معلوم ہو تو اس کا نصف قطر کس طرح حاصل ہوگا؟

9.3.2۔ دائرہ کا اندرونی حصہ اور بیرونی حصہ:

نقشہ دیکھ کر جواب دیجیے:



(i) C,D,A اور .... نقطے دائرے پر واقع ہیں۔

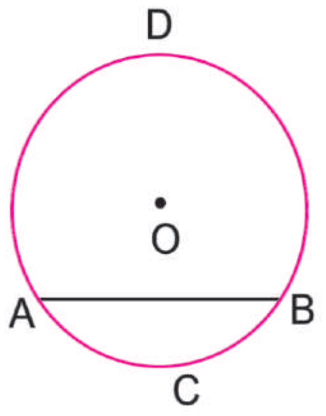
(ii) M اور .... دائرہ کے بیرونی نقطے ہیں

(iii) O,X اور .... دائرہ کے اندرونی نقطے ہیں

دائرہ کے اندرونی نقطوں کے مجموعہ سے دائرہ کا اندرونی حصہ بنتا ہے۔ یہ دائرہ کے ذریعہ گھیرے ہوئے علاقہ کو سمجھا تا ہے۔ یہ ایک محدود علاقہ ہے۔ دائرہ اور دائرہ کا اندرونی حصہ مل کر دائروی علاقہ بناتے ہیں۔ دائرے کے بیرونی نقطوں کے مجموعے سے دائرہ کا بیرونی حصہ بنتا ہے۔ یہ لامحدود طور پر پھیلا ہوا ہے۔

> یاد رکھیے:
> جس ہموار سطح پر دائرہ کھینچا جاتا ہے، وہ ہموار سطح دائرہ، دائرہ کی اندرونی حصہ اور دائرہ کا بیرونی حصہ اس طرح تین حصوں میں بنا ہوتا ہے۔

9.3.3۔ دائرے کا قوس:



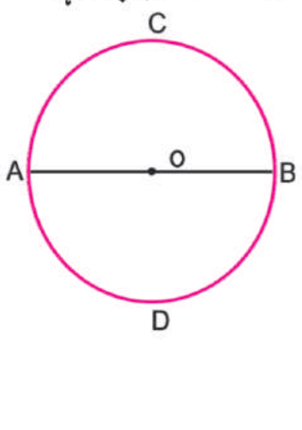
ABدائرہ کا ایک وتر ہے۔ Aاور B نقطوں کے علاوہ دائرہ پر Cنامی ایک اور نقطہ لیجیے۔ دائرہ کے ACB حصہ کو دائرہ کا قوس کہا جاتا ہے۔ اسے ACB نشان کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔ ABوتر کے جس طرف C نقطہ ہے اس کے مخالف دائرہ پر ایک نقطہ D لیجیے۔ ADB ایک دوسرا ایک قوس ہے۔ ACB اور ADB قوس دونوں آپس میں مخالف قوس ہیں۔ نقشے میں ACB ایک چھوٹا اور ADB ایک بڑا قوس ہے۔ ACB اور ADB دونوں قوس کے A اور B دوسرے کے نقطے ہیں۔ نقشے میں دائرہ کو ACB یا CBD یا BCD نام دیا گیا ہے۔ یعنی دائرہ پر موجود تین عدد نقطوں کے ذریعہ دائرہ کا نام رکھا جاتا ہے۔

جواب لکھیے:

(i) DBC, DAC............ اور .... دیے گیے دائرے کا ایک ایک قوس ہے۔
(ii) DBC قوس کا .... اور .... دوسرے کے نقطے ہیں۔
(iii) ADB قوس اور .... قوس کے ملنے سے مکمل دائرہ تیار ہوتا ہے۔
(iv) ACB قوس کے A نقطہ اور .... نقطہ کے علاوہ دوسرے تمام نقطے قوس کے داخلی نقطے ہیں۔

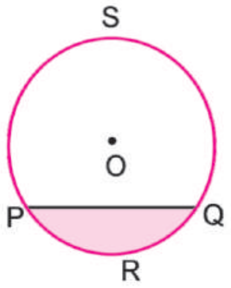
نصف دائرہ:

دائرہ کا ایک قطر دائرے کو جن دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے ان دونوں حصوں میں سے ہر ایک حصے کو نصف دائرہ کہا جاتا ہے۔

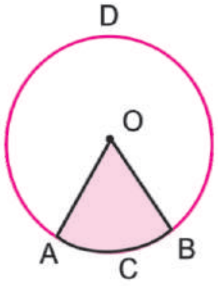


AB دائرہ کا قطر ہے۔ ACB اور ADB دو نصف دائرے ہیں۔ یعنی دائرہ کا قطر دائرہ کو دو نصف دائروں میں تقسیم کرتا ہے۔ ہر ایک قوس کی ایک لمبائی ہوتی ہے۔ ACB اور ADB قوس دونوں کی لمبائی برابر ہے۔ قوس ACB اور ADB کی لمبائی کا مجموعہ مکمل ABC دائرہ کے لمبائی کے برابر ہوتا ہے۔ پورے دائرہ کی لمبائی کو دائرہ کا محیط کہا جاتا ہے۔

قطعہ دائرہ:



بغل کے نقشے میں وتر PQ اور قوس PRQ کے ذریعہ تیار شدہ نقشے کو ایک قطعہ دائرہ کہتے ہیں۔ اس طرح PQ وتر اور PSQ قوس کے ذریعہ تیار شدہ نقشہ ایک اور قطعہ دائرہ ہے۔ اس لیے کسی بھی دائرہ کے ایک وقت اور ایک قوس کے ذریعہ بنا ہوا نقشہ اس دائرہ کا ایک قطعہ دائرہ کہلاتا ہے۔



بغل کے نقشے میں OA اور OB دو نصف قطر ہیں۔ A اور B نقطہ کے ذریعہ ACB اور ADB قوس تیار ہوا ہے۔ ACB قوس OA نصف قطر اور OB نصف قطر کے ذریعہ بنے نقشے کو ایک تراشہ دائرہ کہا جاتا ہے۔ AOB اس کا مرکزی زاویہ ہے۔ اسی طرح ADB قوس OA اور OB نصف قطر کے ذریعہ تیار شدہ نقشہ بھی ایک قطعہ ہے۔

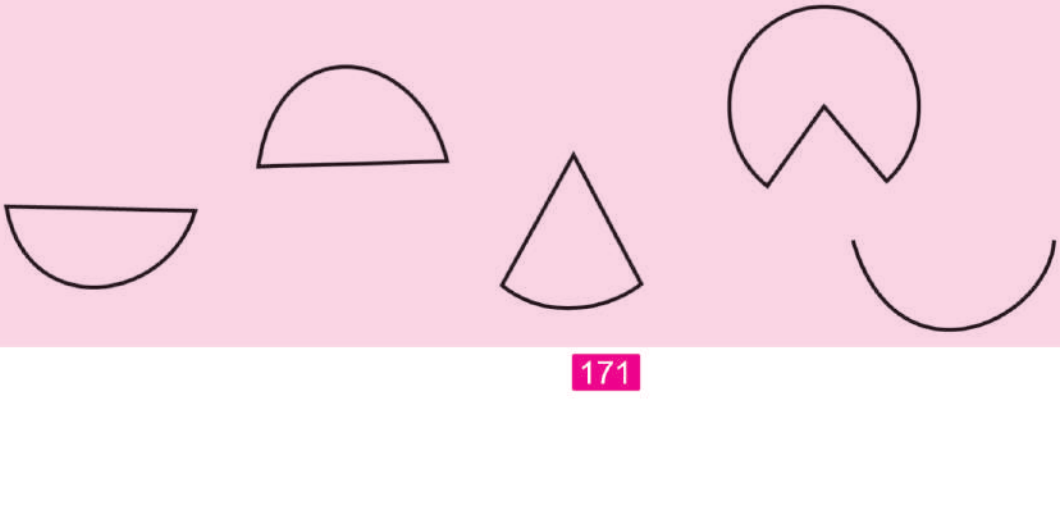
ایک قوس اور اس کے دوسروں سے کھینچے گیے دو نصف قطر کے ذریعہ تیار شدہ دائرے کا ایک تراشہ کہا جاتا ہے۔

قطعہ کا رقبہ:

مثلث نما علاقے اور چوکور نما علاقے کی طرح دائرہ اور دائرہ کا اندرونی حصہ مل کر دائروی علاقہ بناتے ہیں۔ دیے گیے نقشہ کو دیکھیے۔

خود کر کے دیکھیے:

نیچے دیے گیے نقشوں کی طرح کاغذ پر اسکیل اور کمپاس کے ذریعہ مختلف نقشے تیار کر کے قطعۂ دائرہ تراشۂ دائرہ اور نصف دائرہ کی نشاندہی کیجیے۔



مشق 9.6

1۔ C کومرکز کی حیثیت سے لے کر 4.5 سم قطر والا ایک دائرہ بنائیے۔ R,Q,P نقطوں کی نشاندہی کیجیے، جیسا کہ P نقطہ دائرہ کے اندرونی حصہ میں Q نقطہ دائرہ پر اور R نقطہ دائرہ کے بیرونی حصہ میں رہے گا۔

2۔ O کومرکزی نقطہ مان کر 4 سم نصف قطر والا ایک دائرہ بنائیے۔ AB نامی ایک وتر بنائیے۔ چھوٹے قوس پر ایک نقطہ X کی نشاندہی کیجیے۔

3۔ نیچے دی گئی عبارتوں میں سے صحیح عبارت کے پاس (   ) نشان اور غلط عبارت کے پاس (x) نشان لگائیے۔

(i) دائرے کا ہر نصف قطر ایک وتر ہے۔

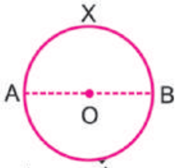
(ii) دائرے کا ہر قطر ایک وتر ہے۔

(iii) دائرے کا ہر ایک وتر مرکز میں نصف ہوتا ہے۔

(iv) دائرہ کا ہر ایک وتر ایسا قطعہ خط ہے جس کے دونوں سرے دائرہ پر واقع ہوتے ہیں۔

(v) ایک دائرہ میں ہر قطر کا نقطۂ منتصف دائرے کا مرکز ہوتا ہے۔

4۔ O کومرکز کی حیثیت سے لے کر 3.7 سم نصف قطر والا ایک دائرہ بنائیے۔ پروٹراکٹر استعمال کر کے ایک تراشۂ دائرہ بنائیے۔ جس کے مرکزی زاویہ کا ناپ 72^0 ہو۔



5۔ خالی جگہوں کو پر کیجیے: (>,<,= نشان میں سے مناسب نشان استعمال کر کے)

(i) OP، .... OQ جہاں O دائرہ کا مرکز ہے۔ P نقطہ دائرہ پر اور Q نقطہ دائرہ کے اندرونی حصہ میں واقع ہے۔

(ii) OR، .... OP جہاں O دائرہ کا مرکز ہے۔ P نقطہ دائرہ پر ایک نقطہ ہے اور R نقطہ دائرہ کے بیرونی حصہ میں موجود ہے۔

(iii) AXB کی لمبائی .... نصف دائرہ کی لمبائی ہے۔

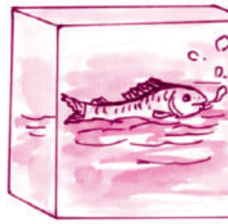
9.4۔ سہ ابعادی یا ثلاثہ ابعادی شکلیں: (Three Dimensional Figures)

روزمرہ زندگی میں نظر آنے والی چند شکلوں کے بارے میں بیان کیا جا رہا ہے۔

آپ نے بکسہ اور اینٹ دیکھا ہے۔ یہ بائیں سے دائیں، نیچے سے اوپر، آگے سے پیچھے تک پھیلا ہے۔ دیگر جن چیزوں کا نقشہ دیا گیا ہے وہ سب بکسے کی طرح پھیلی ہوئی ہیں۔ اس لیے ان سبھوں کو ثلاثہ ابعادی یا مکعب نما شکلیں کہا

9.4.4۔ مستطیل نما مکعب:

سہ البعادی شکلوں کو دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ جیسے ہموار سطح نما مکعب غیر ہموار سطح نما مکعب ۔لکڑی کا بکس، دیا سلائی بکس، کتاب، الماری ،لوڈو کا پاسا وغیرہ ایک ایک ہموار سطح نما مکعب کی مثالیں ہیں۔ ذیل کی چیزوں کو مستطیل نما مکعب کہا جاتا ہے۔

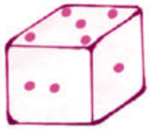


ان سب کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی ہے۔ایک مستطیل نما مکعب کے کچھ حصوں کی تفصیل درج ہیں۔

(i) پہلو: ایک مستطیل نما مکعب کے چھ مستطیل نما پہلو ہیں۔ مخالف پہلو بھی ایک ہی طرح کے اور برابر ماپ کے ہوتے ہیں۔

(ii) کنارا: نقشہ دیکھیے۔ دو آپس میں ملے ہوئے جگہ پر غور کیجیے۔ اسے مستطیل نما مکعب کا کنارا کہا جاتا ہے۔ ہر ایک کنارے کی شکل قطعہ خط کی شکل میں ہوتا ہے۔ایک مستطیل نما مکعب کے 12 عدد کنارے ہیں۔

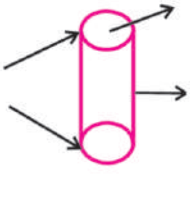
(iii) نقطۂ راس: بکس کے اوپری سطح کو دیکھیے ۔اس کے ہر اک نقطہ راس یا نقطۂ زاویہ پر غور کیجیے۔ آپ دیکھیں گے کہ ہر نقطہ راس کے پاس بکس کے تین کنارے ملتے ہیں۔ اسی نقطہ کو مستطیل نما مکعب کا ایک ایک نقطہ راس کہا جاتا ہے۔اس طرح ایک مستطیل نما مکعب میں 8 عدد نقطہ راس ہوتے ہیں۔



لوڈو پاسا کے نقشے کو دیکھیے ۔ یہ ایک ایسے مستطیل نما مکعب کا نقشہ ہے جس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی برابر ہے۔ یہ ایک مخصوص قسم کا مستطیل مکعب ہے ۔اس لیے اس قسم کے مستطیل نما مکعب کو ایک کعب کہا جاتا ہے۔ مستطیل نما مکعب کی طرح اس کا 6 عدد پہلو، 12 عدد کنارے اور 8 عدد نقطہ راس ہوتے ہیں۔اس کے تمام پہلو مربع کی شکل کے ہوتے ہیں۔

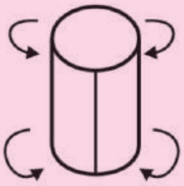
9.4.2۔ سیلنڈ یا اسطوانہ:

ذیل کے نقشوں پر غور کیجیے۔ پائپ، گیس، سلینڈر اور تیل کاٹن ہر ایک کی شکل سیلنڈر کی ہے۔



سیلنڈر کی ایک ہموار سطح اور دو دائروی سطحیں ہوتی ہیں۔ سیلنڈر کے دونوں سروں پر دو عدد دائرہ نما کنارے ہوتا ہے۔ سیلنڈر کا کوئی نقطہ راس نہیں ہوتا۔

خود کر کے دیکھیے :



☆ مستطیل نما ایک کاغذ کی پٹی لیجیے۔

☆ تصویر میں دیکھائی دینے والے نقشہ کی طرح کاغذ کے پٹی کو موڑ کر دونوں سروں کو ایک دوسرے سے ملائیے۔

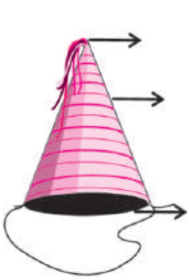
☆ دونوں سروں کو پن یا گوند سے جوڑ دیجیے۔

☆ اب کاغذ کی پٹی سے جو شکل تیار ہوئی وہ کس طرح کی شکل ہے۔

9.4.3۔ کرہ یا گولا:

بغل میں رہنے والی گیند کے نقشے پر غور کیجیے۔ اس طرح کے شکل کو کرہ یا گولا کہا جاتا ہے۔ اس کا ایک غیر ہموار پہلو ہوتا ہے کرہ کا نہ ہی نقطہ راس ہوتا ہے اور نہ کنارا۔

9.4.4۔ محروط:



بغل کا نقشہ ایک محروط کا ہے۔ اس کا ایک دائری شکل کا پہلو (اساس) ہوتا ہے۔ اور ایک ایک غیر ہموار سطح۔ ایک دائروی شکل کا کنارا اور صرف ایک نقطہ راس ہوتا ہے۔ دھان، مونغ وغیرہ اناج یا پھر کچھ خشک بالو کو جمع کر دینے سے وہ خود بہ خود کون کی شکل اختیار کر لیتا ہے۔ خود کر کے دیکھیے۔

آپ اپنے ماحول میں کہاں کہاں محروطی شکل کی ٹھوس چیزیں دیکھتے ہیں لکھیے۔

خود کر کے دیکھیے :

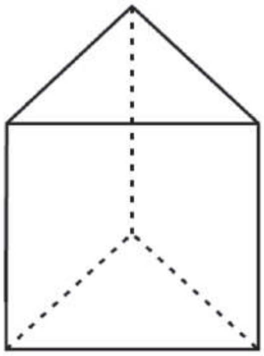
☆ ایک کاغذ کے ٹکڑے پر کمپاس کی مدد سے (نقشہ (i) کی طرح) ایک دائرہ بنائیے۔

☆ اس دائرہ پر دو نصف قطر بنائیے۔ (نقشہ (ii) کی طرح) اور اس نصف قطر کو قینچی سے کاٹ لیجیے۔ نقشہ (ii) کی طرح ایک تراشہ حاصل ہوگا،

☆ تراشے کو دھیرے دھیرے موڑیے جس طرح کہ کنارے ایک دوسرے کے قریب ہونگے۔ (نقشہ (iii) کی طرح) اور ایک دوسرے سے مل جائیں گے۔ (نقشہ (iv) کی طرح)۔

☆ دونوں کنارے کو گوند سے جوڑ دیجیے۔ کس طرح کی شکل حاصل ہوئی دیکھیے۔

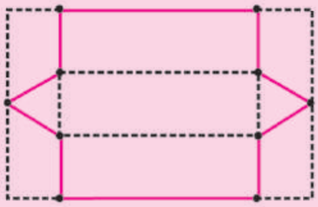
9.4.5۔ مثلث نما پریزم:



بغل کے نقشہ پر غور کیجیے ۔ یہ ایک پریزم کا نقشہ ہے ۔ اس کی دو سطحیں مثلث نما ہوتی ہیں ۔ اس لیے اسے مثلث نما پریزم کہا جاتا ہے ۔ مثلث نما دو سطحوں میں سے جو سطح نیچے کی طرف نظر آتی ہے اسے پریزم کی اساس یا قاعدہ کہا جاتا ہے ۔ پریزم کی دو مثلث سطحیں ہو بہو برابر ہوتی ہیں ۔ دیگر سطحوں کی شکل مستطیل نما ہوتی ہے ۔ اس کے تین عدد مستطیل نما سطحیں ہوتی ہیں ۔

ایک مثلث نما پریزم کے 6 عدد نقطہ راس، 3 عدد مستطیل نما سطحیں 2 عدد مثلث نما سطحیں اور 9 عدد کنارے ہوتے ہیں ۔

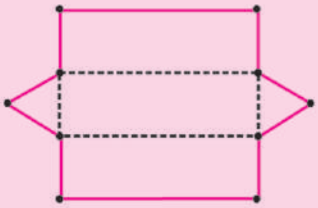
خود کر کے دیکھیے :



(A)

☆ بغل کے نقشے کو دیکھیے ۔ ABCD کی طرح مستطیل نما ایک کاغذ کی پٹی لیجیے ۔

☆ AB سرے سے اور CD سرے سے برابر کی دوری پر EF اور GH قطعہ خط بنائیے ۔ EF اور GH قطعہ خط کو تین برابر حصوں میں تقسیم کریں ۔ AB پر نقطہ M اور CD پر N نقطہ اس طرح لیجیے ۔ جس طرح کہ RN=QN=QR=OP=MP=MO ہوگا ۔



(B)

☆ اب EO اور OM پر لکیر کھینچو اور اس پر قینچی چلائیے ۔ اسی طرح MP اور PF پر لکیر کھینچ کر قینچی چلائیے پھر GQ اور QN پر لکیر کھینچ کر قینچی چلائیے ۔ HR اور RN پر بھی لکیر کھینچ کر قینچی چلائیے ۔ فی الحال نقشہ (B) شکل والا کاغذ کا ایک ٹکڑا حاصل ہوگا ۔

☆ اس کے بعد OQ اور PR لکیر کے پاس کاغذ کو اس طرح موڑیئے کہ EG اور FH کنارے آپس میں مل جائیں گے ۔ ان کناروں کو گوند سے جوڑیئے ۔

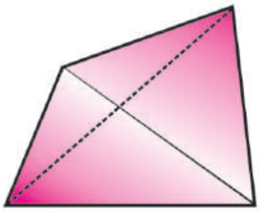
(C)

☆ اس کے مثلث نما MOP حصے کو OP لکیر کے پاس سے موڑ یئے ۔ اور مثلث نما QRN حصے کو QR لکیر کے پاس سے موڑ دیجیے ۔

☆ اب آپ نقشہ (C) کی طرح ایک شکل حاصل کیجیے گا ۔ آپ کو کس طرح کی شکل ملی ۔

9.4.6۔ پیرامڈ:

بغل کا نقشہ ایک پیرامڈ ہے۔اس کی اساس ایک مثلث ہے۔اس لیے اس کو مثلث نما پیرامڈ کہا جاتا ہے۔اسے ''ٹیٹرا ہیڈرن'' بھی کہا جاتا ہے۔ ABC سطح کو اس پیرامڈ کی اساس یا اس کا قاعدہ کہا جاتا ہے۔

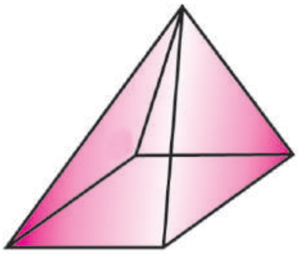


نقشہ دیکھ کر جواب دیجیے:

(i) مثلثی شکل والے پیرامڈ کی سطحوں یعنی پہلوں کی تعداد کیا ہے؟

(ii) مثلثی شکل والے پیرامڈ کی کناروں یعنی دھاروں کی تعداد کیا ہے؟

(iii) اس کے نقطہ راس کی تعداد کتنی ہے؟



بغل کے نقشہ پر غور کیجیے۔ یہ ایک چوکور نما پیرامڈ ہے۔اس کی اساس مربع نما ہے۔ ABCD سطح کو پیرامڈ کی اساس یا قاعدہ کہا جاتا ہے۔اس میں 4 عدد سطحیں (پہلو)، 8 عدد کنارے (دھاریں) اور ایک عدد نقطہ راس ہوتے ہیں۔

نیچے دیے گیے جدول کی طرح ایک نقشہ تیار کر کے خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

شکل کا نام	سطح کی تعداد	کنارے کی تعداد	نقطہ راس
مستطیل			
مکعب			
سیلنڈر			
کرہ			
مخروط			
پریزم			

مشق 9.7

1۔ ہر ایک کی دو دو مثالیں دیجیے:

مستطیل، مکعب، کرہ، پریزم، سلینڈر، مخروط

2۔ کس قسم کی شکل ہے لکھیے:

(i) تمہارے جیومٹری بکس (ii) ایک اینٹ

(iii) دیا سلائی بکس (iv) ایک اسطوئی ڈنڈا

(v) لوڈو کا پاسا (vi) کریکٹ کی گیند

دسواں باب:

الجبرا کا تعارف

10.1۔الجبرا کی صورت:

اب تک ہم اعداد سے متعلق مختلف ریاضاتی عمل مطالعہ کر چکے ہیں ۔ ہندسے کی بنیاد پر ہی اعداد کی تشکیل ہوتی ہے۔ہم نے سیکھا ہے کہ مختلف طریقہ کار کو استعمال کر کے کس طرح عدد کو عمل میں لا یا جا ہے۔

اعداد کے بجائے علامتوں کا استعمال کر کے کس طرح عدد کے مختلف طریقہ کو اپنایا جا سکتا ہے، اب اس کے بارے میں ہم سکھیں گے۔ c,b,a وغیرہ کو ہم عدد کی جگہ استعمال کریں گے۔اعداد کی جگہ علامتوں (یعنی نشانوں اور پہچانوں) استعمال کر کے مختلف ریاضیاتی عوامل کو بروئے کار لانے کا عمل الجبرا کہلاتا ہے۔

10.1.1۔الجبرا کیا ہے؟

ہم جانتے ہیں : 5+5=5x2=2x5

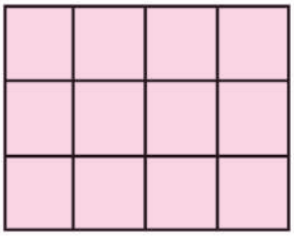
3+3=3x2=2x3

اسی طرح: a+a=ax2= 2xa

3(4+5)=3x4+3x5

2(6+4)= 2x6+2x4

اسی طرح: a(b+c)=axb+axc



ایک مستطیل علاقے کی لمبائی 4 اکائی اور چوڑائی 3 اکائی ہوتو

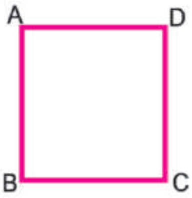
اس کا رقبہ = 3x4 مربع اکائی

اسی طرح ایک مستطیل علاقے کی لمبائی p اکائی اور چوڑائی q اکائی ہوتو

اس کا رقبہ = pxq مربع اکائی۔

مثال:1۔

(i) بغل کے نقشہ میں ABCD ایک مربع ہے جس کے ہر ضلع کی لمبائی 3 سم ہے۔

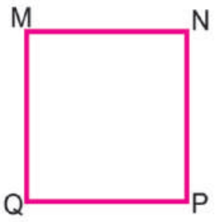


اس کا محیط = AB+BC+CD+DA سم

=(3+3+3+3) سم

= 4 x 3 = 12 سم

(ii) اسی طرح ایک مربع نما نقشے میں ایک ضلع 4 سم ہو تو



MNPQ مربع کا محیط = MN+NP+PQ+QM

= (4+4+4+4) سم

= (4x4) = 16 سم

(iii) ایک مربع جس کا ایک ضلع 6 سم، اس کا محیط = 6+6+6+6

= (4x6) = 24 سم

مذکورہ تین مثالوں میں سے جو نتیجے برآمد ہوئے ہیں انہیں ہم جدول کی شکل میں لکھیں گے:

ضلع کی لمبائی	محیط
3 سم	12 سم
4 سم	16 سم
6 سم	24 سم

غور کریں:
مختلف مربعے کا محیط اس کے ضلعے کی لمبائی کا 4 گنا ہوتا ہے۔

یعنی مربع کا محیط = ضلع کی لمبائی x4

ایک مربع کے ہر ایک ضلع کی لمبائی a سم ہو اور محیط P سم ہو تو P= 4xa کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

مذکورہ بیان مربع کے ضلع اور محیط کے درمیان رشتہ بتاتا ہے۔

☆ اب a =3 لینے سے، محیط P= 4xa

= 4 x 3 =12 سم

☆ اب a =4 لینے سے، محیط P= 4xa

= 4 x 4 =16 سم

اس لیے اوپر کی عبارت میں P=4xa کے ذریعہ ایک ریاضی کے قانون کو عام طریقے سے یا وسیع طریقے سے سمجھایا گیا ہے۔

علم اعداد کے عمومی یا وسیع تر طریقہ اظہار کو ہی الجبرا کہتے ہیں۔

10.2- متغیر مقدار یا متغیرہ:

مذکورہ بالا بحث سے ہمیں پتہ چلتا ہے کہ P= 4xa

اس عبارت میں a اور P دونوں کی قیمت متغیر ہوتی ہے۔ یعنی a کے لیے الگ الگ قیمت لینے سے P کی مختلف قیمتیں حاصل ہوں گی۔

جوعلامتیں اپنی قیمتیں بدل سکتی ہیں، انہیں متغیر مقدار یا مختصراً متغیرہ کہا جاتا ہے۔

یہاں a اور P دونوں ایک ایک متغیرہ ہیں۔

اسی طرح ایک اور مثال درج ذیل ہے۔

مثال :2۔

ایک آدمی فی گھنٹہ 30 کیلومیٹر کی رفتار سے اسکوٹر چلانے سے 4 گھنٹے میں کتنی دوری طے کرے گا؟

1 گھنٹہ میں آدمی 30 کیلومیٹر دوری طے کرتا ہے۔

4 گھنٹوں میں طے کی گئی دوری = 30 x 4 کیلومیٹر

= 120 کیلومیٹر

اس سے پتہ چلا کہ طے کی گئی دوری = 30 کیلومیٹر فی گھنٹہ x 4 گھنٹہ

ہم اس طرح بھی کہہ سکتے ہیں کہ طے کی گئی دوری = رفتار × وقت

رفتار کے لیے s وقت کے لیے t اور دوری کے لیے d علامت استعمال کرنے سے مزکورہ عبارت یا تعلق کو ہم کس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$d = s \times t$$

یہ بھی ریاضیاتی رستے ایک عام اور وسیع شکل ہے۔ یہاں s, t اور d ہر اک متغیر ہے۔

اوپر دی گئی دو مثالوں سے ہم نے دو الگ الگ قاعدے حاصل کیے۔

P(محیط مربع کا) = 4 x a (ضلع کی لمبائی)

d(دوری) = s(رفتار) x t(وقت)

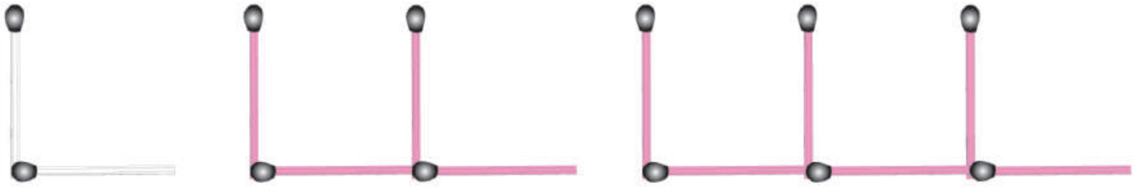
> کیا آپ جانتے ہیں؟
>
> متغیر کی کوئی ایک مخصوص قیمت نہیں ہوتی اس کے لیے 1,2,3,4 وغیرہ کوئی بھی قیمت لی جاسکتی ہے۔ متغیر کی پہچان دلانے کے لیے کوئی بھی حرف جیسے p,q,r...m,n وغیرہ استعمال کر سکتے ہیں۔

آیئے متغیر مقدار کو سمجھیں:

مثال :3۔

آمنہ اور سریتا ایک قطار میں دیاسلائی کی تیلیوں کو سجا کر L کی شکل بنانے لگیں۔ L کی شکل بنانے کے لیے دو ڈبیاں دیاسلائی کی ضرورت پڑی۔

پہلے آمنہ نے دو تیلیاں استعمال کر کے L شکل بنائی۔ (پہلا نقشہ)



اسی طرح سریتا نے دو تیلیاں لے کر اور پہلے نقشے کے ساتھ جوڑ کر ایک اور نقشہ بنایا۔ (دوسرا نقشہ)

بعد میں سریتا کی ایک سہیلی آپو نے پھر سے دو اور تیلیاں لے کر دوسرے نقشہ کے ساتھ جوڑ کر ایک اور نقشہ بنایا (تیسرا نقشہ)

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ، سات عدد L والا نقشہ تیار کرنے کے لیے کتنا عدد دیا سلائی کی تیلیوں کی ضرورت ہوگی؟

آمنہ، سریتا اور آپو نے دو دو تیلیاں لے کر زیادہ سے زیادہ شکل کے نقشے بنانے لگے۔ چلیے ایک جدول تیار کر کے اس میں تیار کیے گیے L کی تعداد اور اس میں استعمال کی گئی تیلیوں کی تعداد کو پر کریں۔

L کی تعداد	1	2	3	4	5	6	7			
استعمال کی گئی کاٹھی کی تعداد	2	4	6	8	10	12	14			

☆ اوپر کے جدول میں L کی تعداد اور اس کو تیار کرنے میں استعمال کی گئی تیلیوں کی تعداد کے درمیان کیا رشتہ نظر آتا ہے؟

اگر استعمال کی گئی تیلیوں کی تعداد کو S اور L شکل کی تعداد کو n نشان کے ذریعہ ظاہر کیا جایے۔ تو اس تعلق کو ثابت کرنے کے لیے کون سا ریاضیاتی عمل استعمال کیا جایے گا؟

تم ضرور 2n =s حاصل کروگے۔

> کھوتو دیکھیں:
> 50 عدد L تیار کرنے کے لیے کتنی دیا سلائی کاٹھی کی ضرورت ہوگی۔

n کی قیمت کے لیے 1,2,3,4,5 وغیرہ اعداد میں سے کسی کو بھی لے کر اس کی مطابقت سے S کی قیمت نکالی جاسکتی ہے۔

یہاں n کی کوئی مخصوص قیمت نہیں ہے اور نہ ہی s کی کوئی مخصوص قیمت۔ n کے لیے کسی بھی مکمل عدد کو لیا جاسکتا ہے۔ اور اس کے مطابق s کی قیمت دریافت کی جاسکتی ہے۔ اس لیے یہاں n اور s ایک ایک متغیر مقدار یا متغیرہ ہے۔

اب ہم مذکورہ مثالوں میں کہی گئی باتوں پر غور کریں گے۔

مثال 1	P= 4 x a	[4 x a کو 4a لکھا جاتا ہے]
مثال 2	d= s x t	[s x t کو st لکھا جاتا ہے]
مثال 3	S= 2 x n	[2 x n کو 2n لکھا جاتا ہے]

ان سبھوں کو ایک ایک ضابطہ یا فارمولا کہتے ہیں۔

غور کیجیے ہر ایک مثال میں ہر متغیرہ کو ایک ایک عدد کے ذریعہ ضرب کیا گیا ہے۔

نیچے دیے گیے سوالوں کے جواب لکھیے :

(i) ایک مربع کی ضلع کی لمبائی 5 سم ہوتو $P = 4 \times a$ ضابطہ استعمال کر کے اس مربع کا محیط معلوم کیجیے۔

(ii) ایک سائیکل سوار فی منٹ 220 میٹر سائیکل چلاسکتا ہے تو بتائیے 8 منٹ میں وہ کتنی دوری طے کر پایے گا۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ بغل کے نقشے کے لیے دیاسلائی کی تیلیوں کی تعداد کو دھیان میں رکھتے ہوئے ایک ایسا فارمولا تیار کیجیے جس کے ذریعہ کسی بھی تعداد کا نقشہ تیار کرنے کے لیے کا تیلیوں کی تعداد معلوم ہو سکے۔ (نقشے کے تعداد کے لیے n اور دیاسلائی کی تیلیوں کے لیے s نشان استعمال کریں)

☆ بغل کے نقشے کو تیار کرنے کے لیے دیاسلائی کی تیلیوں کی ضرورت کو دھیان میں رکھتے ہوئے ایک فارمولا تیار کیجیے جسے استعمال کر کے کسی بھی تعداد کا نقشہ تیار کرنے کے لیے دیاسلائی تیلیوں کی تعداد کا اندازہ ہو سکے۔

مذکورہ مثالوں میں متغیرہ کو کسی عدد کے ساتھ ضرب کیا جاتا ہے جیسے $2\ xn,\ 4 \times a$ وغیرہ۔اس کے علاوہ ایک اور حالت کو لے کر ہم متغیرہ کو سمجھنے کی کوشش کریں گے۔

مثال:4۔

سریتا بولی کہ اس کے پاس آمنہ کے روپوں سے 10 روپے زیادہ ہے۔

یعنی آمنہ کے پاس اگر 5 روپے ہوتو سریتا کے پاس 15 روپے رہے گا۔

اسی طرح آمنہ کے پاس اگر 20 روپے ہوتو سریتا کے پاس کتنا روپے ہوگا؟

حقیقت میں آمنہ کے پاس کتنا روپے ہے ہمیں معلوم نہیں۔فرض کیجیے آمنہ کے پاس x روپے ہے تو سریتا کی رقم کی مقدار ہوگی: $x+10$

یہاں x ایک متغیرہ ہے۔ x کی قیمت 1,2,3 وغیرہ میں سے کوئی بھی عدد ہوسکتی ہے۔

یہاں $x+10$ ایک اظہاریہ ہے جس میں x ایک متغیرہ ہے۔

$x+10$ کو کس طرح پڑھا جایے گا۔

☆ $x+10$ مزید آسان شکل میں نہیں آسکتا۔اگر x کی ایک مخصوص قیمت لی جائے تو مذکورہ عبارت کے لیے ایک خاص قیمت حاصل ہوگی۔

☆ $x+10$ اور $10 \times x$ مختلف اظہاریے ہیں۔کیوں کہ x کے ساتھ 10 ملنے سے $x+10$ ہوتا ہے۔لیکن

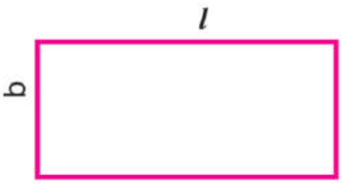
جواب لکھیے:

کسی اسکول میں لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد سے 35 زیادہ ہے۔ لڑکوں کی تعداد اگر x (متغیرہ) ہو تو اسکول میں لڑکیوں کی تعداد کتنی ہوگی؟

☆ لڑکیوں کی تعداد جاننے کے لیے ایک فارمولا بنائیے۔

☆ اگر لڑکوں کی تعداد 75 ہو تو یہ فارمولا استعمال کر کے لڑکیوں کی تعداد معلوم کیجیے۔

10.3: عمومی فارمولا بنانے میں متغیرہ کا استعمال:



(i) جیومیٹری:

مستطیل کا محیط = 2× لمبائی + 2× چوڑائی

اگر محیط کے لیے P لمبائی اور چوڑائی کے لیے بالترتیب l اور b لیا جایے تو عام ضابطہ کیا ہوگا۔

$$P = 2l+2b$$

یہاں پر l, b اور P ایک ایک متغیرہ ہیں۔ ان سب کو استعمال کر کے ایک عمومی ضابطہ لکھنا ممکن ہوا۔

(ii) علم الحساب: (Arithmetic)

☆ پہلے سے آپ لوگ تقلیبی اصول کے بارے میں جانتے ہیں۔

یہ اصول کسی دو اعداد کے لیے سچ ہے۔ یعنی 12+8 = 8+12، 25+27=27+25 وغیرہ

اس عمل کو عمومی طور پر ظاہر کرنا ہو تو دو متغیروں a اور b کا استعمال کرنا ہوگا۔ اس کی عمومی شکل ہوگا:

$$a+b = b+a$$

جہاں a اور b کوئی بھی فطری عدد یا گنتی کا عدد ہے۔ ضابطہ کو اس طرح لکھنے کی وجہ سے تمام فطری عدد کے جوڑے کے لیے جو یہ اصول سچ ہے، یہ بتایا جا سکا۔

☆ اسی طرح ضربی عمل میں تقلیبی اصول کو $a\times b = b\times a$ طور پر ظاہر کیا جاتا ہے۔

☆ آپ پہلے سے فطری عدد میں ضرب تلازمی اصول کے بارے میں جانتے ہیں۔ نیچے اس کی ایک مثال دی گئی ہے۔

$$3\times(4\times5) = (3\times4)\times5 = 4\times(3\times5)$$

یہاں 3 کے لیے a، 4 کے لیے b اور 5 کے لیے c استعمال کر کے تلازمی اصول کو درج ذیل کی حیثیت سے لکھا جا سکتا ہے۔

$$a\times(b\times c) = (a\times b)\times c = b\times(a\times c)$$

☆ $b+a=a+b$ اور $a\times b = b\times a$ ان دونوں اصولوں کو عمومی اور وسیع طور میں استعمال کر سکتے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ ایک مثلث متساوی الاضلاع کے ضلع کی لمبائی کو l متغیرہ کے طور پر لے کر اس کے محیط کو l کے توسط سے ظاہر کیجیے۔

☆ ایک متناسب مسدس الاضلاع کے ضلع کی لمبائی کو l متغیرہ کے طور پر لے کر اس کے محیط کو l کی مدد سے ظاہر کیجیے۔

الجبرا کی تاریخ

ہمارے ہندوستان کے پنڈت برہم گپت نے (پیدائش 598عسوی) ''برہم گپت سدھانت نامی ایک کتاب لکھی تھی۔ اسے دنیا کی سب سے پہلی الجبرا کی کتاب کہی جاسکتی ہے۔ اس کتاب میں اعداد کے لیے نامعلوم علامتوں کا استعمال کیا گیا تھا۔

برہم گپت سے پہلے بھی ہندوستان کے پنڈتوں نے اعداد کے لیے علامتوں کا استعمال کیا تھا۔ وہ لوگ اعداد کے بجائے ''حروف تہجی'' اور جذر کا استعمال کرکے ریاضی کے نتائج اخذ کیے تھے۔

اجّین کے کانک نامی ایک شخص نے پنڈت برہم گپت کی کتاب کو عرب ممالک میں واقع بغداد کے بادشاہ کو پیش کیا تھا۔

بعد میں عرب کے ماہر ریاضی داں محمد ابن موسیٰ الخوارزمی نے ''الجبر والمقابلہ'' نامی ایک ریاضی کتاب لکھی تھی۔ اس میں انہوں نے اعداد کے ساتھ حرف علامت یا جذر کا استعمال کیا تھا۔ مذکورہ نام سے الجبرا لفظ نکلا ہے۔ جذر کے استعمال سے ریاضی عبارتوں کو ظاہر کیا جانے کی وجہ سے اس شاخِ علم کا نام ''الجبرا'' رکھا گیا۔

بعد کے دور میں اہل یوروپ نے عربوں سے الجبرا کا علم حاصل کیا تھا۔

مشق 10.1

1۔ ایک دائرہ کا قطر، اس کے نصف قطر کا دوگنا ہے۔ قطر کے لیے d اور نصف قطر کے لیے r لے کر ضابطہ لکھیے۔

جواب:

قطر = نصف قطر×2

$2r = d$

اس میں متغیرے کیا گیا ہیں؟

2۔ علامتوں کا استعمال کر کے نیچے دی گئی عبارتوں کو ظاہر کیجیے۔ کسی متغیرہ کے لیے کون سا حرف استعمال کریں گے لکھیے۔

(i) مثلث متساوی الاضلاع کا محیط اس کے ہر ایک ضلع کا 3 گنا ہے۔

(ii) تمہارے کلاس میں ہر قطار میں بیٹھے ہوئے بچوں کی تعداد اور قطاروں کی تعداد کا حاصل ضرب کلاس کے کل بچوں کی تعداد کے برابر ہے۔

(iii) ایک مستطیل نما مکعب کی شکل میں بنی کوٹھری کا حجم اس کے لمبائی، چوڑائی اور اونچائی کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔

10.4 الجبرا کے بنیادی ریاضیاتی عوامل:

جس طرح اعداد کو لے کر جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کا عمل کیا جاتا ہے ہو بہو اسی طرح حرفی علامتوں اور اعداد دونوں کو لے کر بھی یہ عمل کیا جا سکتا ہے۔ ان عوامل کے تمام اصول اور قوانین الجبرا کے میدان میں بھی صحیح ثابت ہوتے ہیں۔

10.4.1: جمع کا عمل

3 اور 2 کے حاصل جمع دریافت کرتے وقت 3+2=5 لکھتے ہیں۔ لیکن a+5 کا حاصل جمع کتنا ہوگا؟

اگر a کی قیمت 4 ہو تو a اور 5 کا حاصل جمع a+5=4+5=9 ہوگا۔

اگر a کی قیمت 6 ہو تو a اور 5 کا حاصل جمع a+5=6+5= 11 ہوگا۔

اس لیے a کی قیمت اگر معلوم ہو جائے تو حاصل جمع کتنا ہوگا باسانی معلوم کر سکتے ہیں۔

اگر a کی قیمت معلوم نہ ہو تو a اور 5 کا حاصل جمع a+5 کا مطلب ہوا a سے 5 زیادہ۔

اسی طرح a سے b زیادہ کو a+b لکھا جا سکتا ہے۔

(a+b) سے c زیادہ کو کس طرح لکھا جائیگا کہیے۔

جس طرح کسی عدد کے ساتھ 0 کو جمع کرنے سے حاصل جمع وہی عدد ہوتا ہے۔ مثلاً

3 = 3+0، 7+0=7، اسی طرح a+0 = a

نیچے دی گئی عبارتوں کو کس طرح لکھا جائے گا:

- ☆ a اور 4 کا حاصل جمع
- ☆ 5 سے x زیادہ
- ☆ x سے y زیادہ
- ☆ (x+y) سے 6 زیادہ

> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
>
> ہم جانتے ہیں 4+3 = 3+4 اسے جمع کا تقلیبی اصول کیا جاتا ہے۔ اگر a اور b متغیرہ 0 ہو تو
>
>
>
> b+a = a+b ہوگا۔

10.4.2۔ تفریق کا عمل:

6 سے 4 کو گھٹاتے وقت ہم 6-4=2 لکھتے ہیں۔ حاصل تفریق 2 ہوتا ہے۔

لیکن x سے 4 گھٹا کر حاصل تفریق کو ہم x-4 لکھیں گے۔

x کی قیمت معلوم ہو تو ہم x-4 کتنا ہوگا یہ معلوم کر سکیں گے۔

اگر x کی قیمت نہ دی جائے تو x تفریق 4 کے لیے x-4 لکھیں گے۔

x-4 کا مطلب x سے 4 کم۔

اسی طرح a سے b تفریق کرنے پر حاصل تفریق کو a-b لکھا جائیگا۔

c-(a-b) لکھنے سے پتہ چلتا ہے کہ a سے b کو گھٹا کر حاصل تفریق سے پھر c کو تفریق کیا گیا ہے۔

> **کہیے تو دیکھیں**
>
> a-b اور b-a کیا برابر ہوں گے؟

مشق 10.2

1۔ جمع اور تفریق کا نشان استعمال کر کے درج ذیل عبارتوں کو لکھیے۔

(i) 10 سے t کم

(ii) m اور n کا حاصل تفریق (m>n)

(iii) z سے w کم

(iv) p سے q زیادہ اور اس سے r زیادہ۔

(v) b سے 3 کم اور اس سے c زیادہ۔

(vi) m سے l کم اور اس سے k زیادہ۔

(vii) x سے y کم اور اس سے z کم۔

2۔ بابو کے پاس m روپے ہیں۔ بے بی کی پاس اس سے 10 روپے زیادہ ہیں تو بتائیے بے بی کے پاس کتنے روپے ہیں؟

m=7 ہو تو بے بی کے پاس کتنے روپے ہیں؟

3۔ سیتا کی عمر 15 سال ہے، گیتا اس سے y سال بڑی ہے۔ ریتا کی عمر ان دونوں کی کل عمر سے z سال کم ہے۔ تو ریتا کی عمر کتنی ہوگی ظاہر کیجیے۔

y کی قیمت 5 اور z کی قیمت 2 ہو تو جمیلہ کی عمر کتنی ہوگی؟

10.4.3: ضرب کا عمل:

آپ جانتے ہیں کہ ضرب ترتیب وار جمع کا عمل ہے۔ 3+3+3+3 یا 4 عدد 3 کا حاصل جمع =4x3

اسی طرح a+a+a+a یا 4 عدد a کا حاصل جمع =4xa

لیکن 4xa لکھنے سے ضربی نشان x اور x کے درمیان غلط فہمی کا اندیشہ ہے۔ اس اندیشے کو دور کرنے کی خاطر 4 x a کو 4a لکھا جاتا ہے۔

ٹھیک اسی طرح: $b+b+b+b= 4b$

$c+c+c = 3c$

$x+x+x+x+x= 5x$

جس طرح جمع اور تفریق میں متغیرہ کی قیمت معلوم ہونے سے حاصل جمع یا حاصل تفریق معلوم کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح ضربی عمل میں بھی اگر متغیروں کی عددی قیمتیں معلوم ہو جائیں تو حاصل ضرب بہ آسانی معلوم کیا جاسکتا ہے۔

جیسے: $a = 5$ ہو تو، $4a = 4 \times 5 = 20$ ہوگا

$y = 2$ ہو تو، $11y = 11 \times 2 = 22$ ہوگا

$p = 10$ ہو تو، $8p = 8 \times 10 = 80$ ہوگا

ایک عدد اور ایک جذر (یعنی حرفی علامت) کا حاصل ضرب کس طرح ظاہر کیا جاتا ہے اس بارے میں ہم بیان کر چکے ہیں۔ اب اگر دونوں ہی جذر ہوں تو ان کا حاصل ضرب کس طرح ظاہر کیا جایے گا۔

x اور y کا حاصل ضرب کتنا ہوگا؟

x اور y کے حاصل ضرب xy یا yx طور پر لکھا جاتا ہے

xy میں دونوں x اور y اجزاے ضربی ہیں۔

x اور y کے حاصل ضرب کو xy یا yx کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

مگر a اور 4 کے حاصل ضرب کو صرف 4a کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

10.4.4: تقسیم کا عمل:

تقسیم کا عمل ضرب کا مخالف عمل ہے۔

چونکہ 2x3=6 اس لیے بہ انداز دیگر ہم لکھ سکتے ہیں۔ 6÷2=3 اور 2 =6÷3

اسی طرح 2x÷2= x اور 2x÷x=2

xy÷y=x اور xy÷x= y

ہم 3÷2 کو 2/3 کے طور پر لکھتے ہیں اور 2 بٹے 3 پڑھتے ہیں۔ اس طرح a÷3 کو a/3 لکھتے ہیں اور a بٹے 3 پڑھتے ہیں یا a کا تہائی حصہ کہتے ہیں۔ اس لیے x/4 کو x کا چوتھائی حصہ b/9 کو b کا نواں حصہ اور 2a/3 کو a کا دوتہائی حصہ کہا جاتا ہے، اسی طرح x÷y کو x/y لکھا جاتا ہے اور x بٹے y پڑھا جاتا ہے۔

10.4.5: چاروں عوامل سے متعلق چند سوالات کا حل:

مثال: 1

آپ کے پاس m روپے ہیں۔ آپ کے بھائی کے پاس اس کے 5 گنا سے n روپیے زیادہ ہیں۔ تو بتایئے آپ کے بھائی کے پاس کتنے روپے ہیں؟ اگر وہ ان سے p روپے خرچ کر دیں تو بتایئے ان کے پاس باقی کتنے روپے بچیں گے؟

حل: آپ کے پاس m روپیے ہیں۔

اس کا 5 گنا = 5xm روپے = 5m روپیے۔

آپ کے بھائی کے پاس اس سے n روپیے زیادہ ہیں۔

یعنی بھائی کے پاس (5m+n) روپیے ہیں۔

اس سے وہ p روپے خرچ کر دینے سے۔

ان کے پاس باقی رہیں گے (5m+n-p) روپیے۔

مثال: 2

مختصراً طور پر ظاہر کیجیے، a کے پانچوں حصے سے تین حصے سے b کا دو تہائی حصہ کم۔

حل: a کے پانچویں حصے سے تین حصے = 3a/5

b کا دو تہائی حصہ = 2b/3

a کے پانچویں حصے سے تین حصے سے b کا دو تہائی حصہ کم = 3a/5 - 2b/3

مشق 10.3

1۔ جذر کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔ کس کے لیے کون سا جذر استعمال کرتے ہیں لکھیے۔

(i) کسی چیز کی قیمت فروخت اس کی قیمت خرید اور فائدہ کے حاصل جمع کے ساتھ برابر ہے۔

(ii) ایک مستطیل کا محیط اس کی لمبائی کے دوگنے اور چوڑائی کے دوگنے کے جمع کے ساتھ برابر ہے۔

(iii) ایک مستطیل مکعب کا حجم اس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔ ضابطہ (فارمولا) لکھیے۔ اسی فارمولا کے تحت ایک ایسے مستطیل نما مکعب کا حجم معلوم کیجیے جس کی لمبائی 4 میٹر، چوڑائی 3 میٹر اور اونچائی 2 میٹر ہو۔

2۔ جذر اور عدد کا استعمال کر کے ذیل کی وضاحتوں کا اظہار یہ لکھیے۔

(i) b کے دوگنے سے c کا پانچ گنا زیادہ۔

(ii) x کے تین گنے سے p کا ایک چوتھائی حصہ کم۔

(iii) p کے پانچ چھٹواں حصے سے 7 زیادہ۔

(iii) m اور n کے حاصل جمع سے z کا تین گنا کم۔

(iv) b اور 4 کے حاصل تقسیم سے c کا تین چوتھائی حصہ کم۔

3۔ ذیل کے اظہاریوں کو لفظوں میں بیان کیجیے۔

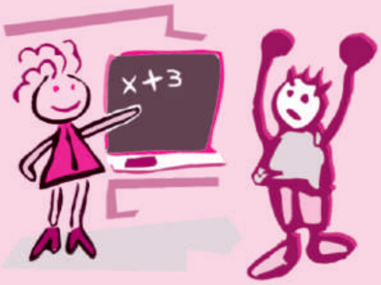
(i) $3x+2y$ (ii) $2a-7$ (iii) $2p+3q-r$ (iv) $3c/5+d$

4۔ ایک مستطیل نما فرش کی چوڑائی b میٹر اور لمبائی، چوڑائی کی دوگنی ہو تو بتائیے کہ اس کا رقبہ کتنا ہوگا؟ اسی (فارمولے) کو استعمال کرکے بتائیے کہ 8 میٹر چوڑے فرش کا رقبہ کتنا ہوگا؟

خود کرکے دیکھیے:

چنو اور منو ایک کھیل کھیلنے لگے

☆ ان لوگوں نے فیصلہ کیا کہ x اور ایک عدد 3 کو لےکر (جتنا ممکن ہو) اظہاریہ بنائیں۔ کھیل کا ضابطہ یہ تھا کہ چاروں ریاضی عوامل میں سے ہر بار صرف ایک کا استعمال کیا جایے۔



کیا آپ ان لوگوں کی مدد کرسکیں گے؟

چنو نے سوچا $(x+3)$، منو نے فوراً $(x-3)$ کہا

چنو نے کہا $3x$ منو نے کہا $x/3$

کیا اس طرح صرف چار اظہاریے ممکن ہیں؟

☆ اس کے بعد ان لوگوں نے x، 3 اور 5 کو لےکر کھیل شروع کیا۔ اس دفعہ قانون یہ بنایا گیا کہ ہر بار وہ لوگ جمع اور تفریق کے عوامل میں سے ایک یا پھر ضرب اور تقسیمی عمل میں سے ایک لیں گے اور ہر ایک اظاریہ میں x کا رہنا ضروری ہے جیسے $5x+5$، $3x+5$ وغیرہ۔

اسی ضابطے کے تحت چند اور اظہاریے لکھیے

10.5 جذر کی قوتیں:

آپ جانتے ہیں $3^2 = 3x3$ اور $4^3 = 4x4x4$۔ 3^2 کو 3 کا مربع یا 3 کی دوسری قوت اور 4^3 کو 4 کی تیسری قوت کہتے ہیں۔

اسی طرح

$axa=a^2$

$axaxa=a^3$

$axaxaxa=a^4$

$axaxaxaxaxaxaxa=a^8$

$axaxaxaxaxax.....(20)=a^{20}$

یاد رکھیے:

a^2, a^3, a^4 وغیرہ کو ایک ایک قوت نما جذر کہا جاتا ہے۔

a^2 میں اب ہیں یا قاعدہ اور ۲ کو قوت نما

a^3 میں a اب ہیں یا قاعدہ اور 3 کو قوت نما اور

a^{20} میں a اب یا قاعدہ اور 20 کو قوت نما کہتے ہیں۔

غور کیجیے:

☆ x^a میں x قاعدہ ہے اور a قوت نما ہے۔

☆ $a=a^1$ کسی جذر کا قوت نما 1 ہو تو اس 1 کو لکھا نہیں جاتا۔

مثال 1:

ذیل کے اظہاریہ میں کون قاعدہ ہے اور کون قوت نما۔

(i) y^7 (ii) $2x^3$ (iii) $3/5$ b^m

حل:

(i) y^7 میں قاعدہ y اور قوت نما 7 ہے۔

(ii) $2x^3$ میں قاعدہ x اور قوت نما 3 ہے۔

(iii) $3/5\ b^m$ میں قاعدہ b اور قوت نما m ہے۔

کہیے تو دیکھیں
قاعدہ a اور قوت نما 8 ہو تو قوت نما
جذ کتنا؟

مثال 2:۔

قوت نما جذر کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) $z\times z\times x\times x\times x$

(ii) 7xaxaxaxaxpxpxpxqxq

(iii) 4xmxmx....15 مرتبہ xnxnx....a

حل:

(i) ہم جانتے ہیں کہ $x\times x\times x = x^3$

اور $z\times z = z^2$

$x^3 z^2 = z\times z\times x\times x\times x$

(ii) ہم جانتے ہیں $axaxaxa=a^4$

$pxpxp=p^3$

اور $qxq=q^2$

$7xaxaxaxaxpxpxpxqxq = 7 \times a^4 \times p^3 \times q^2 = 7a^4p^3q^2$

(iii) ہم جانتے ہیں کہ $mxmx....\ 15 = m^{15}$

اور $nxnx\ .....a=n^a$

4xmxmx....15 xnxnx....a=

$4 \times m^{15} \times n^a = 4\ m^{15}n^a$

کہیے تو دیکھیں
کیا z^3x^3 اور x^3z^3 برابر ہیں؟
وجہ بتائیے۔

مثال:3

مفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) $3y^4$ (ii) $7a^8$ (iii) $5p^2q^3$

حل:

(i) $3 \times y \times y \times y \times y = 3y^4$

(ii) $7 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = 7a^8$

(iii) $5 \times p \times p \times q \times q \times q = 5p^2q^3$

مثال:4

ایک مستطیل نما مکعب کا حجم اس کی لمبائی، چوڑائی، اور اونچائی کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔ اس قسم کے جس مکعب کی چوڑائی x سم، لمبائی چوڑائی کی 3 گنا اور اونچائی چوڑائی کی آدھی ہو تو اس کا حجم کتنا ہوگا۔

حل:

دیے گیے مکعب کی چوڑائی = x سم

لمبائی = چوڑائی × 3 = $3 \times x = 3x$ سم

اونچائی = چوڑائی کا 1/2 = $1/2 \times x = x/2$ سم

اس کا حجم = اونچائی × چوڑائی × لمبائی =

حجم سم $= (3x \times x \times x/2)$

کعب سم $= 3x^3/2$

مشق 10.4

1۔ خالی جگہوں کو پر کیجیے:

(i) x^4 کا قاعدہ............اور قوت نما..................ہے۔

(ii) $3y^{10}$ کا قاعدہ............اور قوت نما..................ہے۔

(iii) m^n کا قاعدہ............اور قوت نما..................ہے۔

(iv) $2/5\ p^4q^3$ کا قاعدہ............اور قوت نما..................ہے۔

اور قاعدہ............اور قوت نما............ہے۔

> کہیے تو جانیں:
> x ایک قوت نما جذر ہو تو اس کا قاعدہ اور قوت نما کتنا ہوگا؟

2۔ مفرد اجزائے ضربی کے حاصل حرب کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) $8a^3$ (ii) a^5x^3 (iii) $9xy^3$ (iv) $25\ a^2x^4y^2$

3۔ قوت نما جذر کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) x x x x x x x

(ii) axaxaxbxb

(iii) pxpxp.....10

(iv) 20 x (mxmx...7) x (nxnx..... 25)

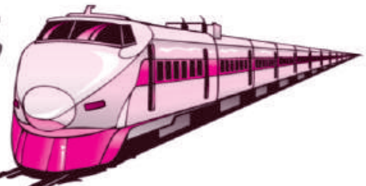
(v) 32 x (x x x x ...5) x (yxyxy.....8) x z

4۔ $4a^3$ اور $3a^4$ کے درمیان فرق واضح کیجیے۔

5۔ کسی خاص قسم کے کیڑوں کی موجودہ تعداد x ہے ہفتہ بھر کت بعد انکی تعداد y گنی ہو جاتی ہے۔
اگر اسی شرح سے انکی تعداد میں اضافہ ہوتا ہے
تو تین ہفتوں کے اخیر میں کیڑوں کی تعداد کتنی ہوگی۔

10.6: الجبری عبارت اور اس کا رکن:

چھٹی جماعت کے طلباء اپنے اسکول کی جانب سے دلّی سیر کے لیے نکلے۔ ان لوگوں نے 4 کیلومیٹر پیدل، 3y کیلومیٹر بس سے اور 2x کیلومیٹر ریل گاڑی کے ذریعہ راستہ طے کیا۔ تو بتایے ان لوگوں کو کل کتنا راستہ سفر کرنا پڑا :



پیدل راستہ = 4 کیلومیٹر

بس کے ذریعہ= 3y کیلومیٹر

ریل گاڑی کے ذریعہ= 2 x کیلومیٹر

کل راستہ (4+3y+2x) کیلومیٹر

اس صورت میں 4+3y+2x کو ایک الجبری عبارت کہتے ہیں۔

2x، 3y، 4 میں سے ہر ایک کو اس عبارت کا ایک ایک رکن کہا جاتا ہے۔

اس لیے 4+3y+2x ایک عبارت ہے۔ اس کے تین رکن ہیں۔

3a+b ایک عبارت ہے۔ اس کے دو رکن ہیں۔

c بھی ایک عبارت ہے۔ اس میں ایک رکن ہے۔ اسے ایک رکنی عبارت کہتے ہیں۔

نیچے دیے گیے جدول میں یک رکنی دو رکنی، کثیر رکنی عبارت پر غور کیجیے۔

ایک رکنی	دو رکنی	کثیر رکنی
4	4+3	4+3+7
a	a+b	a+b+c

اسی طرح آپ یک رکنی، دو رکنی اور کثیر رکنی عبارت کی دو دو مثالیں پیش کیجیے۔

الجبری عبارت اور اسکے ارکان کے متعلق کچھ سیکھنے کی باتیں:

☆ کسی عبارت میں صرف ایک رکن بھی رہ سکتا ہے۔ یہ رکن ایک عدد یعنی مستقلہ یا ایک جذر ہوسکتا ہے۔ 4,3,2,1 وغیرہ اعداد مستقلہ اعداد کہلاتے ہیں کیوں کہ ان کی مستقل قیمت ہوتی ہے۔

☆ ایک عبارت میں ایک سے ذائد رکن ہوں تو وہ +، - نشانات سے وابستہ ہوسکتے ہیں۔

☆ ایک عبارت صرف مستلہ دد پر بھی مستمل ہوسکتی ہے۔

☆ ایک عبارت صرف جذر کو لے کر بھی بنائی جاسکتی ہے۔

☆ ایک عبارت مستقلہ اعداد اور جذر دونوں کو لے کر بن سکتی ہے۔

☆ a^2,a,3, a/2 یا (a÷ 2), ab یا (axb)، 1/a یا (1÷a) وغیرہ اظہار یہ عبارت کا ایک ایک رکن ہوتا ہے

a x b یا a÷2 کو دو رکن کہا نہیں جاتا۔

☆ ارکان کے اعتبار سے عبارتوں کو یک رکنی عبارت، دو رکنی عبارت، سہ رکنی عبارت کثیر رکنی عبارت وغیرہ نام سے جانا جاتا ہے۔

☆ a-b میں a پہلا درجہ اور b- دوسرا درجہ یعنی رکن کے ساتھ اسکی علامت (-،+) کو لیا جاتا ہے۔ a+c میں پہلا رکن a اور دوسرا رکن c+ یا c کہلاتا ہے۔ یعنی رکن سے + کا نشان ہو اس نشان کو چھوڑ کر رکن لکھا جاتا ہے۔

مشق 10.5

1۔ کون سی عبارت صحیح ہے اور کون سی عبارت غلط قوسین میں لکھیے۔

(i) axb+c میں

☆ axb یک رکنی ہے ()

☆ b یک رکنی ہے ()

☆ c یک رکنی ہے ()

☆ axb+c یک رکنی ہے ()

(ii) a÷b-p میں

☆ a÷b ایک رکنی ہے ( )

☆ b-p ایک رکنی ہے ( )

☆ a ایک رکنی اور p- دوسرا رکن ہے ( )

☆ a ÷b یک رکنی اور p- دوسرا رکن ہے ( )

☆ a ÷b پہلا رکن اور p دوسرا رکن ہے ( )

2۔ ہر ایک عبارت کے ارکان کو الگ الگ کر کے لکھیے:

(i) p+q (iii) -p+r (v) pxb+c

10.7: رکن کا ضرب :(Co- efficient)

رکن 2ab کے بارے میں ہم بات کریں گے۔

$2ab = 2xaxb$

2ab رکن میں ab،2 کا ضرب ہے۔

2b،a کا ضرب [کیوں کہ ax2b = 2ab]

2a،b کا ضرب [کیوں کہ bx2a = 2ab]

b،2a کا ضرب [کیوں کہ 2axb = 2ab]

a،2b کا ضرب [کیوں کہ 2bxa = 2ab]

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> کسی رکن کا ضریب اگر 1 یا 1- ہوتا ہے تو 1 کو رکن کے ساتھ نہیں لکھا جاتا۔ جیسے 1a کو a کے طور پر اور 1b- کو b- کے طور پر لکھا جاتا ہے۔

اسی طرح 8xy- رکن میں 8y،x- کا ضرب ہے۔

8-،xy کا ضرب ہے۔

8x-،y کا ضرب ہے۔

بعض اوقات ضرب عددی اجزائے ضربی کو ہی رکن کا ضرب کہا جاتا ہے۔ اس لحاظ سے 2ab رکن کا ضرب 2 اور 8xy- رکن کا ضرب 8- کہا جاتا ہے۔

ایک رکن کے دو اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کرنے سے ایک کو دوسرے کا ضریب 8- کہا جاتا ہے۔

مثال 1:

$8x^4y-7x^3yz+4/3\ x^2yz^2-5xyz$

اس عبارت میں $4/3\ x^2yz^2$ رکن کا ضریب کتنا ہے؟

پھر $4/3\ x^2yz^2$ رکن میں x^2 کا ضریب کیا ہے؟

حل: ہم جانتے ہیں کہ $4/3\ x^2yz^2$ رکن 4/3 ضریب ہے۔(عددی اجزائے ضربی)

$4/3\ x^2yz^2$ رکن میں x^2 کا ضریب $4/3\ yz^2$ ہے۔

کیونکہ $4/3\ x^2yz^2$ کو $4/3\ x^2yz^2$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

3x - y +5b کے الگ الگ ارکان کا ضرب لکھیے۔

10.8 یکساں اور غیر یکساں ارکان:

الجبرا میں یکساں اور غیر یکساں ارکان کو پہچاننا نہایت ضروری ہے۔ درج ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔

(i) 2/7a, 5a, 2a یہ تمام ارکان یکساں ہیں۔ وجہ یہ کہ ہر ایک میں ایک جیسا اجزائے ضربی a ہے۔ اور اس کا قوت نما 1 ہے۔

(ii) $\frac{5}{11}xy$, $10xy$, xy یہ تمام ارکان یکساں ہیں۔ وجہ یہ ہے کہ ہر ایک میں اجزائے ضربی x اور y ہیں۔ اور تمام ارکان میں x اور y ہر ایک کا قوت نما 1 ہے۔

(iii) a^2b, $2/3a^2b$, $3a^2b$ یہ تمام ارکان یکساں ہیں، وجہ یہ ہے کہ ہر ایک میں اجزائے ضربی a اور b ہے۔ اور ہر ارکن میں a کا قوت نما 2 اور b کا قوت نما 1 ہے۔

ارکان میں دو یا دو سے زائد اجزائے ضربی کی ترتیب الگ الگ ہونے کے باوجود وہ یکساں ہو سکتے ہیں۔ مثلاً

(i) $1/5\ ba$, $-3ba$, ab یکساں ارکان ہیں۔

(ii) $5/3\ rpq$. $15qrp$, $2pqr$ یکساں ارکان ہیں۔

(iii) $-5yx^2z$, $3yzx^2$, x^2yz یکساں ارکان ہیں۔

☆ درج ذیل غیر یکساں ارکان پر گور کیجیے:

غیر یکساں ارکان:

$-4m$, $3/5p$, $2a$, x	ارکان میں یکساں جذر نہیں ہیں۔
ab, bc, ca	ارکان میں یکساں جذر نہیں ہیں۔
xyz, $2axy$, $5ayz$	ارکان میں یکساں جذر نہیں ہیں۔
x^2, x^3, x^4	ارکان میں یکساں جذر رہنے کے باوجود ان کے قوت نما مختلف ہیں۔

جن ارکان میں مختلف قسم کے جذر یا ایک ہی جذر کے مختلف قوت نما ہوتے ہیں انہیں غیر یکساں ارکان کہا جاتا ہے۔

آئیے یکساں اور غیر یکساں ارکان پہچاننے کے لیے کچھ سوالات حل کریں:

مثال 1: درج ذیل الجبری عبارت میں یکساں ارکان کو چن کر ہر ایک کا عددی ضریب لکھیے۔

$$2x-xy+3yx+8x-3x+xyz$$

حل: مذکورہ بالا الجبری عبارت میں

$2x$, $8x$, $-3x$ یکساں ارکان ہیں۔ ان کے عددی ضریب بالترتیب 2, 8, -3 ہیں۔

پھر $-xy$, $3yx$ یکساں ارکان ہیں۔ ان کے عددی ضریب بالترتیب -1, 3 ہیں۔

اس عبارت میں $2x$, $-xy$ غیر یکساں ارکان اور x, y, z دوسرے تمام ارکان کے ساتھ غیر یکساں ہیں۔

مثال:2 الجبری عبارت کے یکساں ارکان کو یکجا کر کے سجا کر لکھیے۔

a+2b-ab-1/2a+3ba+5a-b

حل: مذکورہ الجبری عبارت میں،

a, 5a, -1/2a یکساں ارکان ہیں۔

2b,-b دونوں یکساں ارکان ہیں۔

اور -ab, 3ba ارکان دونوں یکساں ہیں۔

یکساں ارکان کو یکجا کر کے اور سجا کر لکھنے سے عبارت کی شکل ہوگی۔

a+5a-1/2a+2b-b-ab+3ba

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> ab اور ba دونوں یکساں رکن ہے abc,
> bca اور cab ارکان بھی یکساں ہیں۔

مشق 10.6

1۔ درج ذیل ارکان کا عددی ضریب لکھیے۔

$3y, 5/7p, -4ab, y^2, -abc, 23x^3y^3$

2۔ درج ذیل الجبری عبارت میں رہنے والے مختلف ارکان کا عددی ضریب لکھیے۔

(i) ab-2bc+7ca (ii) x-xy/3+3yz/4

3۔ درج ذیل کون سا جوڑا یکساں اور کون سا جوڑا غیر یکساں ارکان ہے۔

(i) 3x,7x (ii) 5y,5z (iii) 2ab,2/3ba

(iv) $1/2\ a^3, a^3$ (v) 6pq,6q

4۔ یکساں ارکان کو یکجا کر کے درج ذیل عبارت کو سجا کر لکھیے۔

(i) a-3b-4a+2b+7a

(ii) 5p+2pq-4p+7qr-3pq+5rq-1/2 qp

(iii) xyz-xy+yz+zxy-35yzx-3zy

10.9 الجبری عبارت کی قیمت معلوم کرنا:

ایک الجبری عبارت میں ایک یا ایک سے زائد جذر ہوتے ہیں۔اس طرح عبارت کی مناسب قیمت معلوم کرنی ہو تو اس میں استعمال ہونے والے ہر ایک جذر کی عددی قیمت کا معلوم ہونا ضروری ہے۔اس کے بعد عبارت میں ہر ایک جذر کی جگہ انکی مناسب عددی قیمت لکھنے سے مستقلہ عدد دی کی ایک عبارت حاصل ہوتی ہے۔اس عبارت کو اگر سہل کیا جایے تو اسکی قیمت حاصل ہوتی ہے۔

جذر کی جگہ انکی عددی قیمت رکھنے کے طریقہ کو ڈالنے کا طریقہ یا قائم کرنا کہتے ہیں۔

مثال 1: اگر $x=4$، $y=2$، $z=5$ ہو تو درج ذیل عبارتوں کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $2x+5y-3z$ (ii) $x^2-3xy+z^2$

حل:

(i) $2x+5y-3z$

$= 2x4+5x2-3x5$ (ہر ایک جذر کی عددی قیمت ڈالنے سے)

$= 8+10-15$

$= 18-15=3$

(ii) $x^2-3xy+z^2$

$= (4)^2 - 3x4x2+(5)^2$ (ہر ایک جذر کی عددی قیمت قائم کرنے سے)

$= 16-24+25$

$= 16+25-24$ (یکساں نشان والے عددوں کو اکٹھا کرکے)

$= 41-24=17$

مشق 10.7

1۔ $a=3$ اور $b=5$ ہو تو درج ذیل عبارتوں کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $2a+b$ (ii) $2b-3a$ (iii) $1+ab$ (iv) $(a+3b)/6$

2۔ $x=8$، $y=3$ اور $z=4$ ہو تو درج ذیل عبارتوں کی قیمت معلمو کیجیے۔

(i) $x+2y+3z$ (ii) $2x+3y-5z$ (iii) $7z-4y-2x$

3۔ $x=2$ اور $y=3$

ایک بچے کو xy کی قیمت نکالنے کے لیے کہا گیا۔

اس نے xy کی قیمت 23 لکھی کیا اس نے صحیح لکھا تھا؟ کیوں

4۔ $a=4$، $b=3$ اور $c=5$

$2a+3b+6c$ کی قیمت نکالنے کے لیے گینا نے $24+33+45$

لکھا۔ اس کا جواب صحیح تھا؟ وجہ لکھیے۔

کیا لکھنے سے صحیح ہوگا؟

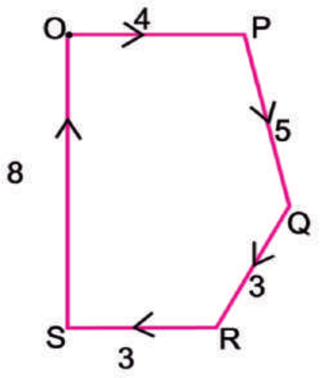
گیارھواں باب:

پیمائش

11.1 ہم جو سیکھا ہے:

کھیتی باڑی سے متعلق جب باتیں ہونے لگتی ہیں تو عام طور پر ہمارا دھیان کھیت اور اس کی سرحد (ہیڑ) کی طرف جاتا ہے ۔کھیت کو اس کی ہیڑ گھیرے ہوئے رہتا ہے۔کاشتکاری کے قابل کھیت اور اس کی سرحد (ہیڑ) کو ملا کر ایک علاقہ بنتا ہے۔البتہ اس کھیت کے پیڑ کی کچھ چوڑائی ضرور ہوتی ہے۔لیکن جیومیٹری میں ہم جس علاقے کے متعلق باتیں کرتے ہیں اس کی سرحدی لکیروں کی کوئی چوڑائی نہیں ہوتی۔انہیں لکیروں (ضلعوں) کی کل لمبائی کو اس علاقے کا محیط کہلاتا ہے۔سرحدی ضلیعوں کے ذریعہ گھیرے ہوئے علاقے کی مقدار اس علاقے کا ''رقبہ'' کہا جاتا ہے۔یہ آپ پہلے سے جانتے ہیں۔

11.2: محیط اور اس کی ایک حقیقی مثال:



ایک کشان نے اپنی زمین کے چاروں طرف باڑا گھیرنا شروع کیا۔ اس نے پہلے O سے شروع کر کے P تک پھر P سے شروع کر کے Q تک Q سے R تک اور R سے S تک اور S سے O تک ترتیب سے باڑا لگا دیا۔اس کے لگایے گیے باڑے کی لمبائی کتنی ہے؟اس زمین کے O نقطہ سے شروع کر کے S,R,Q,P نقطوں سے گزر کر نقطے تک چل کر پہنچنے میں جتنی دوری طے کرنی پڑتی وہی اس زمین کا محیط ہے۔

ہم نے سیکھا:

محیط ایک گھرے ہوئے علاقے کے سرحدی ضلیعوں کے لمبائی کا حاصل جمع ہے۔

ہم اپنے روزمرہ کی زندگی میں محیط کے تصویر کا وافر استعمال کرتے ہیں۔

اس کی کچھ مثالیں درج ذیل ہیں:

- ☆ اسکول کے احاطہ کے چاروں طرف دیوار اٹھانا۔
- ☆ کسی علاقے کے چاروں تار کی جالی لگانا۔
- ☆ کسی فوٹو کو بندھانے کے لیے اس کے چاروں طرف لکڑی لگوانا۔

اسی طرح کی دو مثالیں اور دیجیے جن سے محیط کی جانکاری کی ضرورت پڑتی ہے۔

خود کر کے دیکھیے :

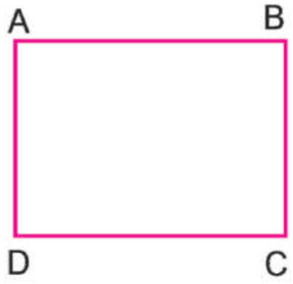
☆ 3 سم، 4 سم، 5 سم، اور 6 سم ماپ کے چار سیدھی تیلیاں لیجیے۔

☆ سائیکل میں استعمال ہونے والے والوٹیو کو استعمال کر کے کاٹھیوں کو جوڑ کر ایک چوکور نما شکل تیات کیجیے۔

☆ اب اسی چوکور کے کسی ایک سرے پر ارہنے والے ٹیو کو کھول دیجیے اور تیلیوں کو درج ذیل نقشہ کی طرح ایک خط مستقیم پر سجا کر رکھیے۔

☆ پہلے استعمال شدہ چار عدد کاٹھیوں کو جوڑ دینے پر ایک قطعہ خط کی شکل حاصل ہوئی۔ اسی قطعہ خط کی لمبائی مذکورہ چوکور کا محیط ہے۔

11.2.1: محیط معلوم کرنے کا طریقہ:



(i) مستطیل کا محیط:

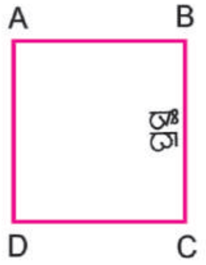
مستطیل ABCD کا محیط = DA+CD+BC+AB

= لمبائی + چوڑائی + لمبائی + چوڑائی

= لمبائی + لمبائی + چوڑائی + چوڑائی

= لمبائی ×2 + چوڑائی ×2

= (لمبائی + چوڑائی) 2x



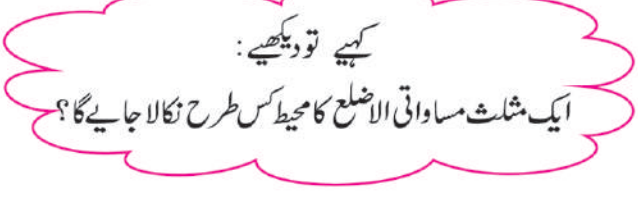
(ii) مربع کا محیط:

مربع ABCD کا محیط = DA+CD+BC+AB

= لمبائی + لمبائی + لمبائی + لمبائی

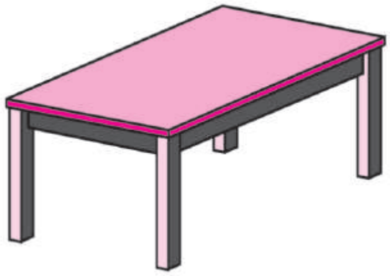
= لمبائی ×4

مستطیل کا محیط	= (لمبائی + چوڑائی) 2x
مربع کا محیط	= لمبائی ×4



مشق 11.1

1۔ اپنے کلاس میں رکھے ہوئے ایک ٹیبل کی اوپری سطح کے چاروں کناروں کی لمبائی ماپیے اور حاصل کیے گیے ماپوں کو درج ذیل خالی جگہوں میں لکھیے۔



پہلے کنارے کی لمبائی = ...سم

دوسرے کنارے کی لمبائی = ...سم

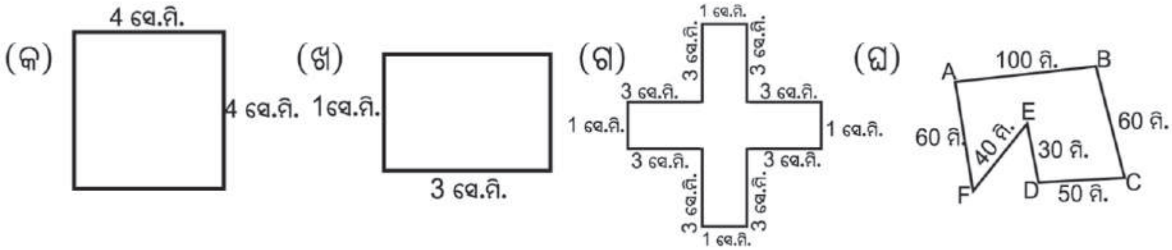
تیسرے کنارے کی لمبائی = ...سم

چوتھے کنارے کی لمبائی = ...سم

اس کے چاروں کناروں کی کل لمبائی = ...سم + ...سم + ...سم + ...سم

ٹیبل کی اوپری حصہ کا محیط کتنا ہے؟

2۔ درج ذیل نقشوں کا محیط دریافت کیجیے؟



3۔ ایک مستطیل نما پارک کی لمبائی 50 میٹر اور چوڑائی 35 میٹر ہے۔ ایک کھلاڑی نے اس پارک کے چاروں طرف 10 دفعہ دوڑ لگائی تو بتایئے اس نے کل کتنا راستہ دوڑا ہوگا؟

4۔ ایک چوکور نما زمین کے چاروں طرف کی لمبائی بالترتیب 17,12,15 اور 11 میٹر ہے۔ اس کے چاروں طرف باڑا گھرانے کے لیے فی میٹر 6 روپے کے حساب سے کتنا خرچ ہوگا؟

5۔ 3 میٹر لمبے ایک مستطیل نما ٹیبل کے اوپری حصے کی لمبائی 3 میٹر اور چوڑائی 1 میٹر 50 سم ہو تو اس کے چاروں کنارے پر رنگین جھالر لگانے کے لیے کتنے میٹر جھالر کی ضرورت ہوگی؟

6۔ ایک مربع نما ٹیبل جس کا محیط 3 میٹر 20 سم ہے۔ اس کے ہر ایک ضلع کی لمبائی کتنی ہوگی معلوم کیجیے؟

> کیا آپ جانتے ہیں؟
> مربع نما ضلعوں کو لمبائی برابر ہوتی ہے۔

7۔ درج ذیل کن کن حالات میں محیط دریافت کرنے کی ضرورت پیش آیے گی؟

(i) ایک کھیت میں کاشتکاری کے لیے جگہ کی ماپ معلوم کرنا۔

(ii) ایک میدان کے چاروں طرف سائیکل سے گھوم کر آنا۔

(iii) ایک گھر کے فرش پر ماربل بچھانا۔

(iv) ایک فوٹو کو بندھانے کے لیے جتنی لکڑی فریم کی ضرورت ہوگی اس کی لمبائی جاننا۔

8۔ اگر 30 میٹر لمبے ایک پتلے تار کو لا کر درج ذیل نقشے تیار کیے جائیں تو ان نقشوں کے ہر ایک ضلع کی لمبائی کتنی ہوگی؟

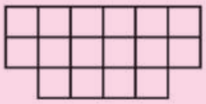
(i) مربع ▲ (ii) متانسب مسدس الاضلاع ⬢ (iii) مثلث متساوی الاضلاع ■

خود کر کے دیکھیے:

☆ آپ ایک ٹکڑا موٹا کاغذ لیجیے۔

☆ اس میں سے 1 سم لمبے اور 1 سم چوڑے 16 عدد مربع نقشے تیار کیجیے۔

☆ 16 عدد ٹکڑوں کو پاس پاس رکھ کر مختلف قسم کے نقشے تیار کیجیے۔ جس طرح کہ ان کے بیچ میں کوئی خالی جگہ نہ رہے۔ جس طرح کہ:



☆ آپ نے جو نقشے بنائیے ہیں ان کے محیط معلوم کیجیے۔

☆ اپنی کاپی پر ان نقشوں کی شکل تیار کر کے ان کے دائیں جانب ان کا محیط لکھیے۔

آپ کے لیے کام:

اپنے چاروں طرف دکھائی دینے والی مستطیل اور مربع نما چیزوں کی ایک فہرست تیار کیجیے۔ ہر ایک کا محیط دریافت کر کے ایک جدول بنائیے اور اس جدول کو اپنے جماعت کے دوسرے بچوں کو دکھائیے۔

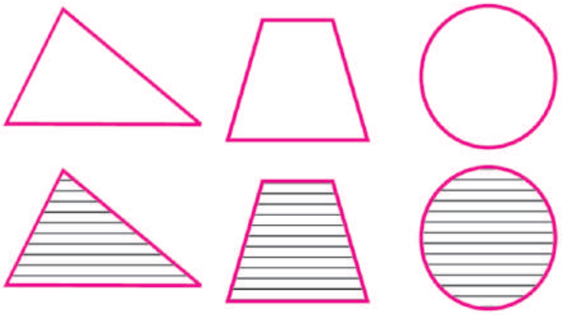
11.3: رقبہ۔

اگلے صفحے پر دیے گیے نقشوں پر غور کیجیے۔ ہر ایک نقشہ کے ذریعہ اسی صفحہ کا کچھ حصہ گھرا ہوا ہے۔ نقشے اور انکے ذریعہ گھرے ہوئے خطے کے مجموعہ کو علاقہ کہا جاتا ہے۔ اسی علاقے کی مقدار (ماپ) کو اس علاقے کا رقبہ کہتے ہیں۔

کیا آپ جانتے ہیں؟
کسی گھرے ہوئے علاقہ کی مقدار کو اس علاقے کا رقبہ کہا جاتا ہے۔

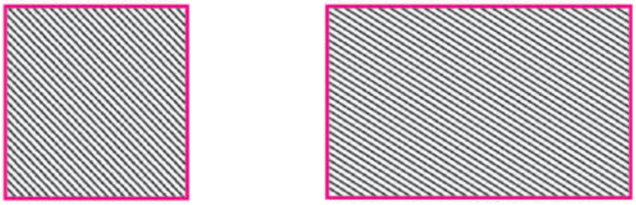
درج ذیل نقشوں اور ان سے وابستہ علاقوں پر غور کیجیے۔

نقشہ:



علاقہ:

درج ذیل دونوں نقشوں پر غعر کیجیے۔ پہلے نقشے اور دوسرے نقشے کے ذریعہ مخصوص علاقوں کو لکیروں کے مدد سے بتا یا گیا ہے۔



کسی کھیت کے کاشت کیے جانے والے علاقے کی مقدار ہی اس زمین کا رقبہ ہے۔ چاروں دیواروں کے ذریعہ محدود فرز کی مقدار ہی اس فرش کا رقبہ ہے۔

پہلا نقشہ دوسرا نقشہ

رقبہ کو مربع سنٹی میٹر، مربع میٹر وغیرہ ماپ کی اکائی کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔

آپ کے روزمرہ زندگی میں جن حالات میں رقبہ ماپنے کی ضرورت پیش آتی ہے۔ ان کی تین مثالیں دیجیے۔

11.3.1: جیومیٹری کی چند شکلوں کا رقبہ:

(i) مستطیل کا رقبہ:

اس سے قبل کی جماعت میں مستطیل کا رقبہ کس طرح معلوم کیا جاتا ہے آپ نے سیکھا ہے اب ہم رقبہ سے متعلق حسابوں فارمولوں کی شکل میں لکھیں گے۔

☆ مستطیل کا رقبہ = (لمبائی × چوڑائی) مربع اکائی

لمبائی = (رقبہ ÷ چوڑائی) اکائی

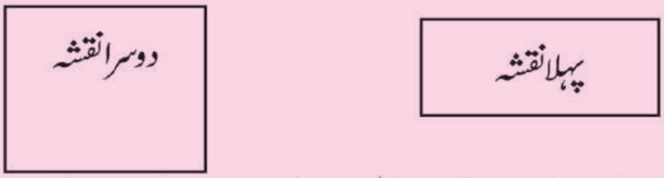
چوڑائی = (رقبہ ÷ لمبائی) اکائی

☆ مربع کا رقبہ = (ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی) مربع اکائی = ^{2}(ضلع کی لمبائی) مربع اکائی

ایک ضلع کی لمبائی = رقبہ کا جذر المربع

خود کر کے دیکھیے:

ذیل کے دونوں گھرے ہوئے (محصور) نقشوں پر غور کیجیے۔ کس کا رقبہ زیادہ ہے چلیے دیکھیں۔



☆ ایک موٹے کاغذ کو کاٹ کر 1 سینٹی میٹر ضلع والے کچھ مربع تیار کیجیے۔ (تقریباً 30 عدد)

☆ پہلے نقشے کے احاطے کے اندران مربع نما ٹکڑوں کو اس طرح سجائیے جس سے کہ یہ ٹکڑے کنارے سے کنارہ لگ کے رہیں۔

☆ اسی طرح دوسرے نقشہ میں مربع نما ٹکڑوں کو پہلے کی طرح سجائیں۔

☆ کس نقشہ پر زیادہ تعداد میں کاغذ کے ٹکڑے رہے؟

☆ کس علاقے کا رقبہ زیادہ ہے کیسے معلوم ہوا؟

مثال: 1

ایک مستطیل کی لمبائی 8 سم اور چوڑائی 6 سم ہو تو اس کا رقبہ کتنا ہوگا؟

حل:

مستطیل کی لمبائی = 8 سم

چوڑائی = 6 سم

مستطیل کا رقبہ = (لمبائی × چوڑائی) مربع اکائی

= 6x8 مربع سم

= 48 مربع سم

مستطیل کا رقبہ 48 مربع سم

> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
> مستطیل کی لمبائی سم کی اکائی اور چوڑائی سم اکائی میں ہو تو اس کا رقبہ مربع سم اکائی میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

ذیل کے جدول میں خالی جگہوں کو پُر کیجیے:

سلسلہ وار نمبر	مستطیل کی لمبائی	مستطیل چوڑائی	محیط	رقبہ
1	5 سم	4 سم		
2		7 سم	30 سم	
3	7 سم			28 مربع سم
4	12 سم		42 سم	

خود کر کے دیکھیے :

☆ ایک گرافت کاغذ لیجیے (سفید کاغذ پر گراف تیار کیا جا سکتا ہے)

☆ موٹے کاغذ کو کاٹ کر ایک مربع تیار کیجیے۔

☆ آپ نے جو مربع تیار کیا ہے اسے گراف کاغذ پر اس طرح رکھیے کہ مربع کا ہر اک کنارہ گراف کے کسی کنارے کے ساتھ مل کر رہے گا۔

☆ مربع کے چاروں طرف لکیر کھینچنے آپ کو گراف کے کاغذ پر ایک مربع ملے گا۔

☆ گراف کاغذ پر کھینچے گیے مربع کے محیط کے اندر گراف کاغذ کے کتنے عدد ایک سنٹی میٹر ضلع والے مربع موجود ہیں۔ گن کر بتائیے۔

☆ ایک سنٹی میٹر ضلع والے مربع کی تعداد (جو آپ کو گننے پر ملی ہے) معلوم ہونے سے مربع نما کاغذ کے ٹکڑے کا رقبہ معلوم ہو سکے گا۔

مثال:2

ایک مربع نما علاقے کے ضلع کی لمبائی 6 سم ہے۔ اس علاقے کا رقبہ کتنا ہوگا؟

حل :

مربع نما علاقے کا ہر ایک ضلع کی لمبائی = 6 سم

اس کا رقبہ = (ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی) مربع سم

= 6 × 6 مربع سم

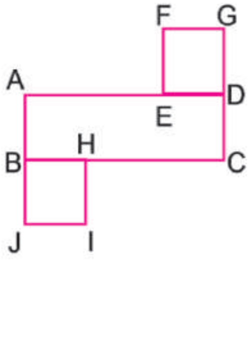
= 36 مربع سم

> کہیے تو دیکھیں:
> 6x6 کو 6^2 شکل میں لکھا جاتا ہے اور 6 کو مربع بھی کہا جاتا ہے۔ کیا آپ 8 اور 10 کا مربع دریافت کر سکتے ہیں؟

مشق 11.2

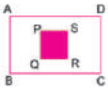
1۔ ایک مربع کے ہر ایک ضلع کی لمبائی 7 سم ہو تو اس کا رقبہ کتنا ہوگا؟

2۔ ذیل کے نقشے میں ABCD ایک مستطیل ہے اور EDGF اور BJIH ایک ایک مربع ہیں۔ AD=20 سم، AB=9 سم، ED=7 سم اور BJ=8 سم ہو تو تمام علاقے کا محیط اور رقبہ دریافت کیجیے۔



3۔ ایک مربع نما علاقے کا رقبہ 64 مربع میٹر ہے۔اس کے ہر ایک ضلع کی لمبائی کتنی ہے؟

(ہدایت: یہاں 64 کو مفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کرکے 64 کو دو برابر اعداد کے حاصل ضرب میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔انہیں دو اعداد میں سے ہر ایک ہوگا 64 کا جذر المربع)

4۔ ABCD ایک مستطیل نما باغ ہے۔اس میں کھودے گیے ایک مربع نما تالاب کا نقشہ PQRS ہے۔ 

AB=40 میٹر، AD=50 میٹر اور PQ= 22 میٹر ہو تو باغ کی باقی زمین کا رقبہ کتنا ہوگا؟

5۔ ایک مستطیل نما زمین کی لمبائی 30 میٹر اور چوڑائی 28 میٹر ہے۔اگر ایک مربع میٹر زمین کی قیمت 275 روپے ہو تو اس زمین کو فروخت کرکے زمین کا مالک کتنے روپے پایے گا؟

6۔ ایک ٹیبل کا اوپری حصہ مربع نما ہے۔اس کے ہر ایک کنارے کی لمبائی 1 میٹر 20 سم ہو تو اس کے اوپری حصے کا رقبہ

کتنا ہوگا؟

7۔ نیچے تین عدد مستطیل کی لمبائی اور چورائی دی گئی ہے۔

(i) 9 میٹر اور 6 میٹر (ii) 17 میٹر اور 3 میٹر (iii) 15 میٹر اور 4 میٹر

☆ کس مستطیل کا رقبہ سب سے زیادہ ہے؟

☆ کس مستطیل کا محیط سب سے زیادہ ہے؟

8۔ ایک مستطیل کارڈ بورڈ کا رقبہ 36 مربع سم ہے۔اس کی لمبائی 9 سم ہو تو اس کی چوڑائی کتنی ہوگی؟

اوپر دیے گیے سوال کو اچھی طرح پڑھ کر درج ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

☆ مستطیل نما کارڈ بورڈ کا رقبہ کتنا ہے؟

☆ اس کی لمبائی کتنی ہے؟

☆ کسی مستطیل کا رقبہ اور لمبائی معلوم ہو تو اس کی چورائی کس طرح نکالی جاتی ہے؟

☆ یہاں مستطیل نما کارڈ بورڈ کی چورائی کتنی ہے؟

9۔ 16 میٹر لمبے اور 12 میٹر چوڑے گھر کے فرش پر سنگ مرمر بچھایا گیا ہے۔اس کام کے لیے کتنا عدد 2 میٹر ضلع والے مربع کی ضرورت پڑے گی؟

10۔ایک مربع نما زمین کا محیط 124 میٹر ہے۔اس زمین پر کاشت کرنے کے لیے فی مربع میٹر 4 روپے کے حساب سے کل کتنے روپے کی ضرورت ہوگی؟

11۔12 میٹر والی ایک مستطیل نما زمین کا رقبہ 120 مربع میٹر ہے۔اس کے چاروں طرف باڑ لگانے کے لیے اگر فی میٹر 10 روپے کی ضرورت ہو تو زمین کے چاروں گرد باڑ لگانے میں کل کتنے روپے کا خرچ آئے گا؟

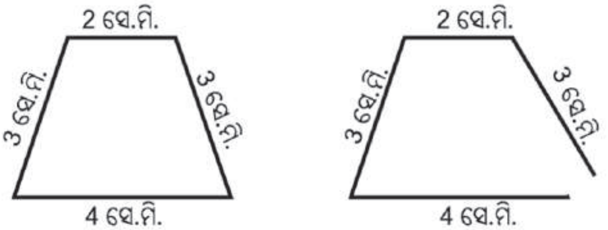
12۔20 سم لمبا ایک تار لے کر اسے مختلف ماپ کے مستطیل میں تبدیل کرنا ہوگا۔(جس طرح ہر ایک کی لمبائی اور چوڑائی کی ماپ مکمل عدد سم میں ہو)۔تار کو کتنے مختلف مستطیل میں تبدیل کرنا ممکن ہوگا؟ ان میں سے کتنا مربع نما ہوگا؟ ہر ایک حالت میں محیط اور رقبہ دریافت کیجیے۔

آپ کے لیے کام:

کاغذ کاٹ کر پہلے تین عدد مستطیل کا نقشہ تیار کیجیے۔جس کی لمبائی اور چوڑائی حسب ذیل ہے۔4 سم اور 3 سم، 5 سم اور 2 سم، 4 سم اور 2 سم۔ان سب کو گوند سے جوڑ کر مختلف قسم کے علاقے تیار کیجیے اور ان سب علاقوں کا رقبہ دریافت کیجیے۔

11.4 محیط اور رقبہ سے متعلق چند غلط فہمیوں کا بیان:

مستطیل نما اور مربع نما علاقوں کے محیط اور رقبہ کے متعلق مسائل کا حل کرتے وقت کبھی کبھی ہم غلط فہمی کا شکار ہو جاتے ہیں۔ذیل میں اس کی ایک مثال دی گئی ہے۔غور کیجیے۔محیط کہنے سے کسی گھرے ہوئے (یعنی بند) نقشہ کے محیط کو ہی سمجھا جاتا ہے۔لیکن بعض اوقات گھرے ہوئے نقشے کو نہ لے کر کھلے نقشوں کے ضلعوں کے حاصل جمع کے بارے میں ہم یہ کہتے ہیں کہ ہمیں اس کا محیط حاصل ہوگیا۔حقیقت میں اس طرح کے نقشے کا کوئی محیط نہیں ہوتا ہے۔



دوسرا نقشہ پہلا نقشہ

یہاں پہلا نقشہ گھرا ہوا (بند) نقشہ ہے۔اس کے چار عدد ضلعوں کی لمبائی 2 سم، 3 سم، 4 سم اور 3 سم ہے۔

اس لیے اس نقشہ کا محیط ہے: 2 سم + 3 سم + 4 سم + 3 سم = 12 سم

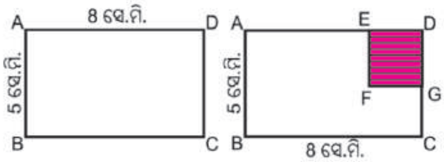
دوسرا نقشہ گھرا ہوا نقشہ نہیں ہے۔اس کے لیے ''محیط'' کا استعمال کوئی مطلب نہیں رکھتا۔

ایک اور مثال:

ABCD ایک مستطیل نما کاغذ کا ٹکڑا ہے۔ اس کی لمبائی 8 سم، چوڑائی 5 سم ہے۔ اس کے D کونے سے 2 سم ضلع والا مربع نما کاغذ کا ٹکڑا کاٹ لیا گیا۔ باقی حصہ کا محیط کتنا ہوگا؟

باقی کاغذ کا محیط = بنیادی مستطیل کا محیط - کاٹے گیے مربع کا محیط

= 2(5+8) سم - 4x2 سم



= 26 سم - 8 سم

= 18 سم

لیکن یہ غلط جواب ہے۔ اس کا صحیح جواب ہوتا ہے:

صرف CG = CD-DG = (5-2) سم = 3 سم

AE = AD-DE = (8-2) سم = 6 سم

باقی بچے ہوئے کاغذ کے ٹکڑے کا محیط = EA+FE+GF+CG+BC+AB

= 6+2+2+3+8+5 سم

= 26 سم

مشق 11.3

نیچے لکھے چند سوال دیے گیے ہیں۔ انہیں سوالوں کو کچھ بچوں نے جس طرح حل کیا ہے، اسے لکھا گیا ہے۔ اس حل میں کیا غلطیاں ہیں ان کی نشاندہی کیجیے۔ اس طرح کی غلطی ہونے کا سبب کیا ہے لکھیے۔

1۔ ایک مستطیل نما باغیچہ کا نقشہ کھینچ کر اس کے محیط کی نشاندہی کیجیے۔

رنجیتا نے نقشہ میں کس طرح رنگ بھر کر محیط کی نشاندہی کی ہے اسے نیچے دکھایا گیا ہے۔

2۔ ایک مستطیل نما رومال کی لمبائی 24 سم اور چوڑائی 18 سم ہو تو اس کا محیط کتنا ہوگا؟

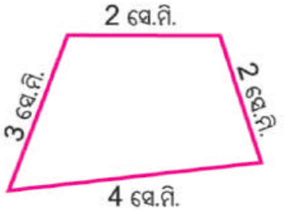
اس کا محیط = 24 سم + 18 سم = 42 سم

3۔ ایک مربع کے ضلع کی لمبائی 3 میٹر ہو تو اس کا رقبہ کتنا ہوگا؟

مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع

= 3 میٹر × 3 میٹر

= 9 مربع میٹر



4۔ بغل میں دیے گیے نقشے کا محیط کتنا ہوگا؟

اس کی لمبائی = 2 سم

چوڑائی = 3 سم

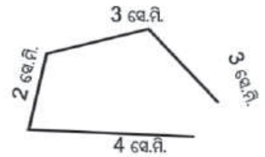
محیط = لمبائی اور چوڑائی کے مجموعہ کا دوگنا

= (2 سم + 3 سم) 2x

= 5 سم 2x

= 10 سم

5۔ ایک دفعہ مدھومیتا نے کہا ''میں نے اپنی کاپی میں ایک نقشہ کھینچ کر اس کا محیط دریافت کیا ہے؟



محیط = 2 سم + 3 سم + 3 سم + 4 سم = 12 سم

6۔ ایک مستطیل نما کاغذ کی لمبائی 1 میٹر اور چوڑائی 80 سم ہو تو اس کا محیط کتنا ہوگا؟

رادھیکا نے سوال کا حل ذیل کے طریقہ پر کیا۔

لمبائی = 1 میٹر، چوڑائی = 80 سم

محیط = 2× (لمبائی + چوڑائی)

= 2× (1 میٹر + 80 سم)

= 2× 81 میٹر

= 162 میٹر

7۔ ایک مستطیل نما علاقے کا نقشہ کھینچ کر اس کے رقبہ کو لال رنگ سے نشاندہی کرنے کے لیے تین بچوں کو کہا گیا۔ وہ بچے کس طرح دیکھائے ہیں۔ چلیے دیکھیں۔

راجو　　منجو　　سنجو

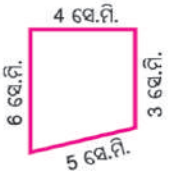
7۔ ایک مستطیل نما نقشہ کھینچ کر اس کا رقبہ دریافت کیجیے۔

رمیش نے کس طرح نقشہ کھینچ کر اس کا رقبہ دریافت کیا تھا دیکھیے:

لمبائی = 4 سم، چوڑائی = 2 سم

رقبہ = 4 سم × 2 سم = 8 سم

8۔ نیچے ایک گھرا ہوا نقشہ دکھایا گیا ہے۔ اس کا محیط کتنا ہوگا؟



اس علاقے کا محیط = 5 x 6 x 3 x 4 مربع سم

= 360 مربع سم

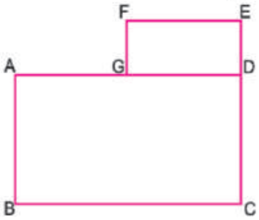
9۔ ایک مستطیل نما علاقے کی لمبائی 1 میٹر اور چوڑائی 40 سم ہو تو اس کا رقبہ کتنا ہوگا؟

ایک مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 1 میٹر × 40 سم

= 40 سم

10۔ 12 سم لمبا اور 8 سم چوڑا ایک مستطیل نما نقشہ ABCD کھینچا گیا تھا۔ (نقشہ (i)) اس کو لگا کر 6 سم لمبا اور 3 سم چوڑا ایک اور مستطیل نما نقشہ کھینچا گیا (نقشہ (ii))۔ (نقشہ (ii)) کا محیط کتنا ہوگا۔ بھابنا نے حسب ذیل طریقے پر اس سوال کا حل پیش کیا۔



ABCD کا محیط = 2 (لمبائی + چوڑائی) = 2×(8+12) سم

= 2×20 سم = 40 سم

DEFG کا محیط = 2 (لمبائی + چوڑائی) = 2×(3+6) سم

= 2×9 سم = 18 سم

تمام علاقے کا محیط = ABCD کا محیط + DEFG کا محیط

= 40 سم + 18 سم = 58 سم

معلومات کی فراہمی اور ان کا ساختیاتی تحفظ

EPXQYK

12.1 ہم لوگ جو جانتے ہیں:

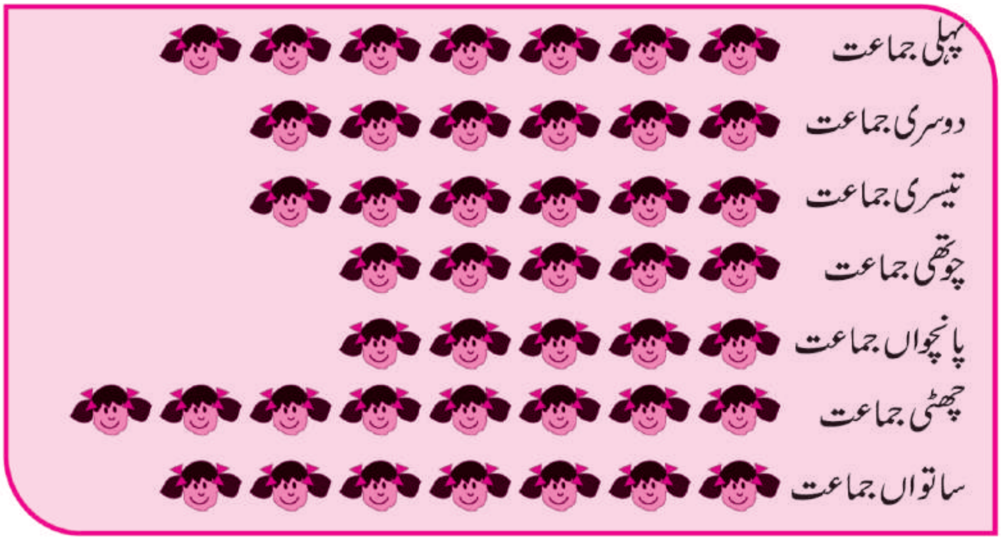
ہمیں اپنی روزمرہ کی زندگی میں مختلف قسم کی معلومات کا استعمال کرنا پڑتا ہے۔ انہیں معلومات کو مختلف طریقوں سے محفوظ کر پیش کرنا بھی آپ جانتے ہیں۔ روزانہ اخبار اور ٹیلیویزن می بھی مختلف قسم کی معلومات کو تصویر، گراف اور جدول کی شکل میں پیش کیا جاتا ہے۔ ذیل میں اس کی ایک مثال دی گئی ہے اس پر غور کریں۔

مثال 1 :

کسی اسکول کی مختلف جماعتوں میں پڑھنے والے طلباء کی تعداد نیچے جدول میں دیا گیا ہے۔ ان معلومات کو نقشوں کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔

پہلی جماعت	دوسری جماعت	تیسری جماعت	چوتھی جماعت	پانچواں جماعت	چھٹی جماعت	سایواں جماعت
35	30	30	25	25	40	35

حل: اگر پانچ بچوں کے لیے نقشے کا استعمال کیا جایے تو اسکول کی مختلف جمعتوں کے بچوں کی تعداد کو نقشوں کی مدد سے حسب ذیل طریقے پر ظاہر کیا جا سکے گا۔



ایک دوکاندار نے پانچ دنوں میں بالترتیب 18,14,16,12 اور 10 پتنگ فروخت کیے۔ اگر دو پتنگ کے لیے نقشہ استعمال کیا جایے تو الگ الگ دن فروخت ہونے والے پتنگوں کی تعداد کو نقشوں اور کالم کے ذریعہ کس طرح ظاہر کیا جایے گا۔

12.2 معلومات کی فراہمی:

20over کے کرکٹ میچ میں ایک ٹیم کے رن بورڈ ذیل میں درج کیا گیا ہے۔اس پر گور کریں۔

بلے بازی کی تفصیل — پرنیا کلب

بلے بازوں کے نام	کھیلی گئی گیندوں کی تعداد	حاصل کردہ رن	چوکے کی تعداد	چھکے کی تعداد
ڈھبل	24	30	2	2
بھوتی	35	21	3	0
ہرپرشاد	25	27	3	1
سنجے	3	2	0	0
ستیہ پرکاش	12	24	2	2
امیش	18	17	2	0
فاضل رن 2		کل:123 (4 وکٹ میں)		

گیند بازی کی تفصیل — اسٹار کلب

گیند بازوں کے نام	اوور	میڈن اوور	رن	وکٹ
جتن	4	0	22	1
سلیمان	4	0	31	0
اقبال	4	1	16	2
مہیش	4	0	29	0
چندن	4	0	25	1

کرکٹ کھیل میں کس ٹیم نے کھیل جیتا یا ہارا یہ اہم نہیں ہے۔ بلکہ اسکور بورڈ کو دیکھ کر اس میچ کے متعلق بہت ساری دیگر معلومات حاسل کی جاسکتی ہے۔ مثلاً کس نے زیادہ رن کیا ہے، کس نے زیادہ سیز یادہ گند بازی کی ہے۔ کس نے زیادہ ویکٹ لیا ہے وغیرہ۔

ہمارے روزمرہ زندگی میں اسی طرح کے مختلف قسم کے جدول سے تعداد، تصویر اور نام سے متعلق مختلف معلومات حاصل ہوتی رہتی ہیں۔

کئی فراہم شدہ اعداد کا مجموعہ جس سے کسی بھی حالت سے متعلق معلومات حاصل کرتے ہیں اسے ڈاٹا کہا جاتا ہے۔

مثال:2

سالانہ امتحان کے متعلق چونی کو پوچھنے سے اس نے اپنے نمبروں کے ساتھ ساتھ چیکو کے حاصل کردہ نمبر بھی بتائیے۔

چیکو کے حاصل کردہ نمبر	
حساب	97
ایم ائی ایل	75
سائنس	75
انگریزی	91
جغرافیہ	40
تاریخ	27

چونی کے حاصل کردہ نمبر	
حساب :	85
ایم ائی ایل	65
سائنس	75
انگریزی	84
جغرافیہ	42
تاریخ	38

دونوں کے درمیان میں کس نے زیادہ نمبر حاصل کیا اسی طرح بہت ساری معلومات اس جدول سے حاصل ہوتی ہیں۔

اسی طرح اپنا فون نمبر، گاڑی نمبر اور بہت سارے لوگوں کے نام بھی ہم یاد رکھتے ہیں۔ کبھی کبھی ہم ان تمام معلومات کو زیادہ دنوں تک اپنے ذہن میں نہیں رکھ سکتے جس کی وجہ سے پریشانیوں کا سامنا کرنا پڑتا ہے۔

کیا کسی معلومات کو یاد نہ رکھنے کی وجہ سے آپ کو کبھی مصیبت کا سامنا کرنا پڑا ہے؟ اس طرح کی حالت کی ایک مثال پیش کیجیے۔

12.3: معلومات اور ان کی تحلیل:

گوپ بندھو ہائی اسکول کی چھٹی جماعت کے الگ الگ بچوں نے سالانہ امتحان میں علم ریاضی میں جو نمبر ھاسل کیے ہیں وہ حسب ذیل جدول میں درج ہیں۔

	نام	حاصل کردہ نمبر		نام	حاصل کردہ نمبر
1	سنگرام سیناپتی	95	6	اسیت اگروال	59
2	نرملا بہرا	75	7	سائنہ پردھان	90
3	زنبیر کپور	97	8	وسیم اکرم	55
4	بنیتا مہانتی	98	9	ممتا خرا	60
5	سید علی	65	10	مندکھورانا	49

مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب لکھیے:

(i) کتنے بچوں نے ریاضی میں 90 سے زاید نمبر رکھے ہیں؟

(ii) کتنے بچوں نے ریاضی میں 60 سے کم نمبر رکھے ہیں؟

(iii) جن بچوں نے 90 سے زائد نمبر حاصلکیے ہیں ان کو حاصل کرنے کے لیے ان بچوں نے کیا کیا ہوگا، اس بات کا کیا خیال ہے؟

(iv) 60 سے کم نمبر رکھنے والے بچوں نے کس وجہ سے کم نمبر رکھے ہیں، اس کے بارے میں آپ کیا سوچتے ہیں؟

سوال (iii) اور (iv) میں آپ نے جو جواب لکھا ہے وہ کہاں تک صحیح ہے یہ بات جاننے کے لیے درج ذیل جدول پر غور کریں۔ اس جدول میں بچے ریاضی کتاب کے علاوہ اور کون کون سی کتابیں پڑھتے تھے اور گھر پر کتنا وقت ریاضی کا مطالعہ کرتے تھے اس کی تفصیل میں دی گئی ہے۔

ترتیب	بچوں کے نام	حاصل کردہ نمبر	مطالعہ کی کتابیں	گھر پرُ پڑھنے کا وقت (گھنٹا منٹ) صبح	شام
1	سنگرام سیناپتی	95	ٹیسٹ پیپر، گنت بچترا	2	1
2	نرملا بہرا	75	سوال بینک	1	1
3	زنبیر کپور	97	ٹیسٹ پیپر، ریاضی، سوال بینک	2	11/2
4	بنیتا مہانتی	98	ٹیسٹ پیپر، سوال بینک	2	1
5	سید علی	65	–	1	-
6	اسیت اگروال	59	–	1	-
7	سائنہ پردھان	90	ٹیسٹ پیپر، گنت بچترا	2	1
8	وسیم اکرم	55	-	-	1
9	ممتا خرا	60	-	1	-
10	مند کھورانا	49	-	1	-

اس جدول پر گور کر کے ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے :

(i) جن لوگوں نے ریاضی میں 90 سے زائد نمبر رکھے ہیں۔ ان سب کے درمیان کون کون روازنہ کتنا وقت ریاضی کا مطالعہ کرتا ہے؟

(ii) ریاضی میں 90 سے زائد نمبر رکھنے والے بچے اور کون کون سی کتابوں کا مطالعہ کرتے تھے؟

(iii) جن لوگوں نے ریاضی میں 60 سے کم نمبر رکھے ہیں وہ سب ہر دنم کتنا وقت ریاضی پڑھتے تھے؟

(iv) جن لوگون نے ریاضی میں 60 سے کم نمبر رکھے ہیں وہ لوگ ریاضی کے کتاب کے علاوہ اور کون کون سی کتابوں کا مطالعہ کرتے تھے؟

کیا آپ کا قیاس صحیح ثابت ہوا؟

اس سے ہم لوگوں نے کیا سیکھا؟

اس اسکول میں ریاضی میں زیادہ نمبر رکھنے والے بچے گھر پر روازنہ زیادہ وقت ریاضی پڑھنے میں گذارتے تھے۔ اور ریاضی کے علاوہ دوسری کتابوں کا بھی مطالعہ کرتے تھے۔

اس بابت معلومات جدول میں درج کی وجہ سے ہم بہ آسانی صحیح نتیجہ پر پہنچ سکے۔ اس لیے معلومات یکجا کرنے سے پہلے اس کے مقصد پر غور کر کے ایسا کرنے سے ممکنہ حل کی سچائی کو بآسانی پرکھا جاسکتا ہے۔

خود کر کے دیکھیے :

☆ نیچے دیے گیے حالت کا مطالعہ کیجیے۔

ویدیادھر پور گاؤں کے آدھے آدمی کاشتکاری کرتے ہیں۔ آدھے سے کچھ کم آدمی روزانہ مزدوری پر کام کرتے ہیں اور باقی نوکری کرتے ہیں عورتوں میں سے کچھ سرکاری نوکری کرتی ہیں تو کچھ روزانہ مزدوری پر کام کرتی ہیں۔ اور کچھ گھریلو کام کے ساتھ ساتھ بری اور پاپڑ تیار کر کے کچھ پیسے روزگار کر لیتی ہیں۔ کچھ عورتیں جنگل سے سوکھی لکڑی اور پتے اکٹھا کر کے اسے فروخت کرتی ہیں۔ ایسی بھی کچھ عورتیں ہیں جو دوسروں کے گھر کا کام کاج کر کے روپے کماتی ہیں۔ ایک دن ایسی گاؤں کی سیما دیو نے عورتوں کو اکٹھا کر کے ایک مٹنگ منعقد کی، اور اس مٹنگ لڑکیوں کے لیے اسکول کھولنے کی بھی صلاح دی۔ سب اس مشورہ سے کوش ہویے۔ اسکول کے لیے پیسے جمع کرنے کے لیے سبھی راضی ہویے۔ ہر ایک شخص اپنی اپنی حیثیت کے مطابق کچھ مقدار میں مالی امداد کرنے کا فیصلہ لیا۔

☆ اس لیے سمیا دیو نے گاؤن کی عورتوں کا نام، کام اور ان کے متعلق معلومات حاصل کرنے کے لیے کس کس طرح کا جدول تیار کیا ہوگی؟ اپنے تیار کردہ جدول کیساتھ اپنے ساتھیوں کے جدول کا موازنہ کیجیے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

ہمارے روزمرہ کی زندگی میں بہتسارے وقعات گذرتے ہیں جو ہمارے لیے اہمیت رکھتے ہی۔ ان واقعات سے متعلق ضروری معلومات کو پہلے تحریر کرنے اور بعد میں ان پر غور کرنے میں بڑی سہولت ہوتی ہے۔

12.4 :معلومات کو قلم بند کرنا:

اسکول میں یون آزادی منانے کے لیے ہیڈ ماسٹر نے ایک مٹنگ بلائی۔ یوم آزای میں مختلف کام انجام دینے کے لیے بچوں کو ذمہ دیا گیا۔

پہلے مشورہ سے کام ٹھیک کیا گیا۔ جیسے۔ اسکول کے احاطہ کی صفائی۔ سویرے کی گشت، کھیل کود کا مقابلہ۔ مٹھائی کی تقسیم، کس بچے کو کون سا کام دیا گیا حسب ذیل جدول میں درج کیا گیا ہے۔

استاد نے پوچھا: کن کن ذمہ داریوں میں کتنے بچے رہے؟

☆ پمی نے فہرست اور حساب کر کے بتایا:

کھیل کود کا مقابلہ	6
مٹھائی کی تقسیم	3
سویرے کی گشت	4
صفائی	8

ہر کام کے لیے بچوں کی تعداد جاننے کی خاطر پمی نے 3 دفعہ گن کر بچوں کی تعداد بتائی۔

☆ سرلا نے فرش پر 4 عدد گھر بنایے اور اس میں الگ الگ ذمہ داریوں کا نام لکھا دیا پھر ہر اک ذمہ داری کے گھر میں اسی کام سے جڑے ہر ایک بچے کے لیے ایک عدد کنکر رکھ دیا۔

صفائی   کھیل کود کا مقابلہ   مٹھائی کی تقسیم   سویرے کی گشت

استاد کو پوچھنے پر سرلا نے صرف ہر اک کام کے لیے بنایے گیے گھر میں رکھے ہوئے کنکروں کو گن کر فوراً ذمہ داریوں کے مطابق بچوں کی تعداد کہہ دی۔ اور اسے پوری فہرست سے ڈھونڈ نکالنے کی طرح وقت برباد نہیں کرنا پڑا۔

☆ ماریہ اچانک کھڑی ہو کر کہنے لگی میں نے ایک دوسرے طریقے سے اس کا پتہ لگالیا ہے ؛ اس نے جو جدول تیار کیا تھا اسے سب کو دیکھایا۔

صفائی 8 کا کام	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓
سویرے 4 کی گشت	✓ ✓ ✓ ✓
کھیل 6 کود کا مقابلہ	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓
مٹھائی 3 کی تقسیم	✓ ✓ ✓

ماریہ کے ذریعہ تیار کیے گیے جدول کو کیا آپ سمجھ سکتے ہیں؟

اس جدول میں نشان سے کیا مراد ہے؟

چار بچوں کو سویرے کی گشت کی ذمہ داری دی گئی تھی اس لیے سویرے کی گشت کے بائیں طرف چار عدد نشان لگایا گیا ہے۔

کہیے تو دیکھیے:

پمی، سرلا اور ماریہ نے مختلف طریقوں سے معلومات کو پیش کیا۔ کس کا طریقہ آپ کو اچھا لگا اور کیوں؟

خود کر کے دیکھیے :

☆ اپنی جماعت کے بچوں کے نام کی فہرست تیار کیجیے۔

☆ ہر ایک کے والد کیا کام کر کے پیسے کماتے ہیں اسے سمجھیے ۔

☆ ایک جدول تیار کر کے اسے دیکھائیے۔

چلیے ایک اور صورت حال پر غور کریں:

آپ کی جماعت کے بچے صبح کیا کیا کھاتے ہیں، اس کی ایک فہرست بنائیے۔

☆ میتا نے کس طرح اسے جدول میں دکھایا اس پر غور کیجیے۔

خوراک کا نام	بچوں کی تعداد
بھات	IIIIIIIIIIIIIIIIIII III I
ناشتہ	IIIIIIII IIIIIIII
پھل	IIIIII

یگر لکھ ئیں

اس نے خوراک کے نام کو نیچے کی جانب یکے بعد د ے کر ہراک کے با جانب نشان لگائیے۔ ہراک بچے کے لیے (I) نشان لگا کر دکھایا۔

اوپر کی جدول کو دیکھ کر درج ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

☆ کتنے بچے صبح سے بھات کھا کر آیے ہیں؟

☆ کتنے بچے صبح سے ناشتہ کر کے آیے ہیں؟

☆ کتنے بچے صبح سے پھل کھا کر آیے ہیں؟

☆ میتا کے جدول کو دیکھ کر جیتو نے اسے ایک اور طرح سے سجایا۔ اس پر گور کیجیے۔

خوراک کا نام	بچوں کی تعداد	بچوں کی تعدا
بھات	(IIIIIIIIIIII)(IIIIIIIIIII)	23
ناشتہ	IIIIIIII IIIIIIII	16
پھل	IIIIII	6

جیتو نے دس عدد (I) نشان کے چاروں طرف ایک ایک گول گھمایا۔

میتا اور جیتو کے ذریعہ سجایے گیے طریقے میں سے کس کا طریقہ آپ کو اچھا لگا اور کیوں؟

☆ دلیپ اسے اور آسان کرنے کے خاطر ہر 5 عدد (|) نشان کے اوپر ایک ایک گول گھمایا۔

خوراک کا نام	نشان	بچوں کی تعدا
بھات	|||||||||||||||||||||||	23
ناشتہ	|||||||| ||||||||	16
پھل	||||||	6

☆ دلیت کے جول کو دیکھ کر استاد نے کہا کہ ہر ایک لوگائی کے اندر 5 عدد (|) کو اگر |||| اس طرح لکھا جایے تو حساب لگانے میں آسانی ہوگی۔ اسے ٹالی نشان کہا جاتا ہے۔ اس لیے |||| ||| کو پانچ جمع تین یعنی آٹھ گنا جاتا ہے۔ اسی طرح |||| |||| کو دس گنا جایے گا۔

خوراک کا نام	بچوں کی تعداد	بچوں کی تعدا
بھات	|||||||||||||||||||||||	23
ناشتہ	|||||||| ||||||||	16
پھل	||||||	6

کہیے یو دیکھیں:

استاد کے بتایے طریقہ پر جدول تیار کرنے سے کیا کیا آسانیاں ہوں گی؟

مشق 12.1

1۔ کسی اسکول کی چھٹی جماعت کے بچوں کی اونچائی (سم) میں درجذیل جدول میں دیا گیا ہے۔

135	125	145	120	125	135	120
145	135	120	145	135	120	125
125	135	125	135	120	145	135
145	145	135	120	145	120	145
135	125	135	120	125	135	145

☆ اوپر کی معلومات کو ٹالی نشان استعمال کرتے ہویے ایک اور جدول تیار کیجیے

☆ کتنے سم اونچائی کے بچے جماعت میں سب سے زیادہ تعداد میں ہیں؟

☆ کتنے سم اونچائی کے بچے جماعت میں سب سے کم تعداد میں ہیں؟

2۔ اپنی جماعت کے ہر بچے کے بھائی بہن کی تعداد (خود کو چھوڑ کر) کے بارے میں پوچھ کر اپنی کاپی پر تالی نشان کے استعمال سے ایک جدول تیار کیجیے۔

مختلف تعداد میں بھائی بہن والے بچے	ٹالی نشان	تعدا
وہ بچے جن کے بھائی بہن نہیں ہیں		
1 عدد بھائی بہن		
2 عدد بھائی بہن		
3 عدد بھائی بہن		
4 عدد بھائی بہن		
4 سے زیادہ بھائی بہن		

ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے۔

☆ کتنے بچوں کے کوئی بھائی بہن نہیں ہیں؟

☆ کتنے بچوں کے چار سے زیادہ بھائی بہن ہیں؟

☆ اسی طرح آپ نیچے اس جدول کو دیکھ کر کچھ اور سوال تیار کیجیے اور اپنے ساتھیوں کو دکھائیے۔

3۔ ارچیتا نے اسکول کے سامنے کھڑی ہو کر اسکول کے عام جلسہ میں مختلف قسم کا لباس پہن کر آنے والے لوگوں کو گن کر لباس کے اعتبار سے ایک جدول بنایا۔

لباس کے اقسام	ٹالی نشان	لوگوں کی تعدا
لنگی شرٹ پہننے والے لوگ		
دھوتی کچھا پہننے والے لوگ		
دھوتی قمیض پہننے والے لوگ		
پینٹ اور شارٹ پہننے والے لوگ		

ذیل کے سوالوں کے جواب لکھیے۔

☆ کس طرح کا لباس پہن کر کتنے لوگ آیے تھے؟

☆ زیادہ لوگ کس قسم کا لباس پہن کر آیے تھے؟

☆ کل کتنے لوگ اسکول کو آیے تھے؟

☆ پینٹ اور شارٹ پہننے والے لوگوں کی تعداد لنگی اور شارٹ پہننے والے لوگوں کی تعداد سے کتن ءزیادہ ہے؟

☆ اس طرح کچھ سوالات تیار کیجیے اور اپنے ساتھی سے پوچھیے۔

12.5 بے جوڑ (طاق) عددوں سے متعلق کچھ مزے دار معلومات:

☆ پہلے دو بے جوڑ اعداد لیجیے۔

☆ ان دونوں اعداد کو ملائیے۔ حاصل جمع 4 ہے۔

بے جوڑ عدد ہوئے 1 اور 3۔ لہٰذا 1 اور 3 کا حاصل جمع 4 ہے۔

$$1 + 3 = 4 = 2 \times 2$$

غور کیجیے: پہلے دو بے جوڑ اعداد کا حاصل جمع ایک جوڑ (جفت) عدد ہونے کے علاوہ ایک مکمل مربع عدد بھی ہوتا ہے۔

اب پہلے تین بے جوڑ اعداد لے کر ان کا حاصل جمع دریافت کیجیے۔

کیا دیکھتے ہیں یہ کس کا مربع ہے؟

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3 \times 3$$

اسی طرح بعد کی قطاروں میں ایک ایک طاق عدد لے کر آپ کیا حاصل کرتے ہیں، دیکھیے۔

$$1 + 3 = 4 = 2 \times 2$$
$$1 + 3 + 5 = 9 = 3 \times 3$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4 \times 4$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = __ = __ \times __$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = __ = __ \times __$$

آپ اس طرح کتنی دور تک جا سکتے ہیں جائیے۔

12.6: مکمل مربع کے بارے میں کچھ مزے دار معلومات:

ہم پہلے سے یہ جانتے ہیں کہ ......1,4,9,16 جیسے مکمل عدد مربع اعداد بھی ہیں۔ آیئے ہم ان سب اعداد کو نقشے کی شکل میں ظاہر کریں۔

نقشہ ایک اکائی کو ظاہر کرتا ہے۔ اس لیے 1 کو ظاہر کرنے کے لیے کا استعمال ہوگا۔ اسی طرح عدد 2 کو بتانے کے لیے کا استعمال کیا جایے گا۔ عدد 3 کے لیے تین عدد اکائی کی ضرورت ہوگی۔ اسے مختلف طریقوں سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ مثلاً

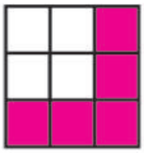
☆ اسی طرح 4 کو نقشوں کے ذریعہ مختلف طریقوں سے ظاہر کیا جا سکتا ہے؟

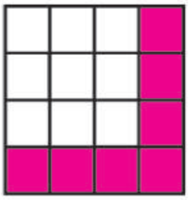
آپ اسی طرح 5,6,7,8 اور 9 کو مختلف طریقوں سے نقشے کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔

غور کیجیے 4 اور 9 کی طرح مکمل مربع اعداد کو بھی مربع نما نقشوں میں طاہر کیا جا سکتا ہے۔ ترتیب وار اعداد کے مربع کو مربع نما نقشوں میں طاہر کرنے کے عمل پر غور کیجیے۔

$(1)^2 =$ $= 0 + 1 = 1$

$(2)^2 =$ $= 1 + 3 = 4$

$(3)^2 =$  $= 4 + 5 = 9$

$(4)^2 =$  $= 9 + 7 = 16$

غور کیجیے: ہر مکمل مربع عدد کو دو اعداد کے حاصل جمع کے طور پر ظاہر کیا گیا ہے۔

اسی ترتیب سے $(5)^2$ اور $(6)^2$ کو مربع نما نقشوں میں دکھا کر ایک مکمل مربع اور ای طاق عدد کے حاصل جمع کے طور پر ظاہر کیجیے۔

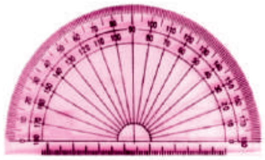
جیومیٹری کی بناوٹ

EQ7M18

13.1 ہم جو جانتے ہیں:

جیومیٹری بکس میں رکھے گیے تمام آلوں کے نام آپ جانتے ہیں۔ چلیے ان کے استعمال کے بارے میں جانکاری حاصل کریں۔

ସ୍କେଲ୍



ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର

ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର

آلے کا نام	استعمال
اسکیل	☆ خط مستقیم اور قطعہ خط کھینچنا ☆ قطعہ خط کی لمبائی دریافت کرنا ☆ مخصوص ماپ کا قطعہ خط کھینچنا
پروٹراکٹر	☆ دیے ہوے زاویہ کی ماپ جاننا ☆ مخصوص ماپ کا زاویہ بنانا
سیٹ اسکوائر	☆ قطعہ خط پر واقع کسی نقطے پر عمود کھینچنا
کمپاس (راونڈر)	☆ دائرہ بنانا مناسب ماپ کا قطعہ خط کھینچنا

କମ୍ପାସ୍

ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର

ଡିଭାଇଡର

کہیے تو دیکھیں:

ڈیوائڈر کو کس کام میں استعمال کیا جاتا ہے؟

اس سے قبل کی جماعت میں آپ نے اسکیل کی مدد سے مناسب ماپ کا قطعہ خط کھینچنا سیکھا ہے۔ کمپاس (راونڈر) استعمال کر کے ایکمناسب لمبائی کا قطعہ خط کس طرح کھینچا جاتا ہے اس پر گفتگو کیجیے۔

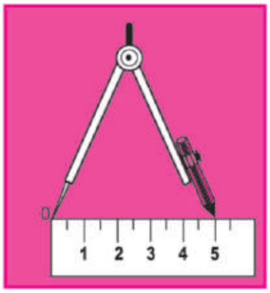
مثال 1:

کمپاس (راؤنڈر) استعمال کر کے 5 سم لمبائی کا ایک قطعہ خط بنائیے۔

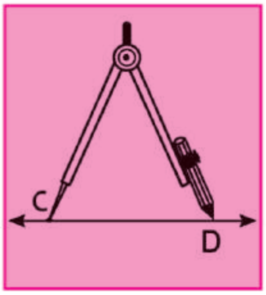
پہلا زینہ : پہلے ایک خط خط مستقیم بنائیے۔

دوسرا زینہ : اس سیدھی لکیر پر ایک نقطہ کا نشان بنا کر اس کا نام c دیجیے۔

تیسرا زینہ : ایک اسکیل لیجیے۔ اسکیل کے 0 نشان پر راؤنڈر کا ایک کانٹے کی نوک رکھیں اور راؤنڈر کھول کر پنسل کی نوک کو 5 سم پر رکھیں۔



چوتھا زینہ : اب کمپاس (راؤنڈر) کو اسکیل سے اٹھالیں۔ پہلے سے کھینچے گیے خط مستقیم کے C نقطہ پر راؤنڈر کے کانٹے کی نوک کو رکھیے۔ پنسل کی نوک خط مستقیم پر جہاں رہے گی اس کا نام D دیجیے۔ اب CD قطعہ کی لمبائی 5 سم ہوگی۔



مشق 13.1

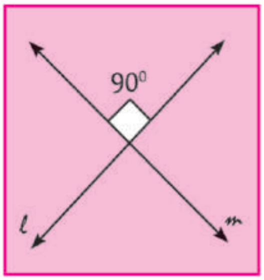
1۔ صرف اسکیل استعمال کر کے 4.2 سم اور 6 سم ماپ کے دو قطعہ خط بنائیے۔

2۔ اسکیل اور کمپاس استعمال کر کے 6.8 سم لمبا ایک قطعہ خط بنائیے۔

3۔ اسکیل استعمال کر کے 8 سم لمبائی کا AB قطعہ بنایے۔ اسی AB قطعہ سے 4.5 سم لمبا کا ایک AC قطعہ خط کاٹ لیجیے۔ BC کی لمبائی کتنی ہے ماپیے۔

4۔ صرف اسکیل استعمال کر کے ایک 5 سم لمبا قطعہ خط کھینچتے وقت کن کن زینوں ست گزریں گے لکھیے۔

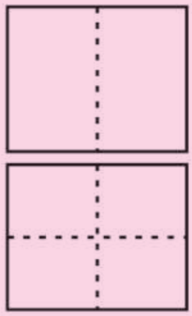
13.2 عمود اور تنصیفی عمود:



دو قطعات خط کب آپس میں عمود ہوں گے؟

اگر دو قطعات خط آپس کو کاٹتے ہوں اور نقطہ قطع پر 90 کا زاویہ بنتا ہو تو اس حالت میں دونوں قطعات خط آپس میں ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔ بغل کے نقشے میں l اور m مستقیم آپس میں عمود ہیں۔

خود کر کے دیکھیے:



☆ ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجیے۔

☆ اسے پہلے موڑ کر تہہ کر دیجیے۔ اور دبا کر اس پر نشان لگائیے۔

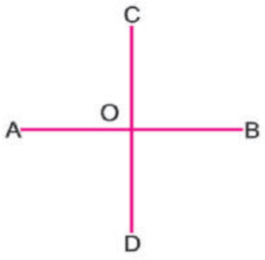
☆ اس کے ٹھیک درمیان میں دوسری سمت سے موڑ کر تہہ کر دیجیے اور دبا کر نشان لگائیے۔

☆ اب کاغذ کے ٹکڑے کو کھول کر دیکھیے۔

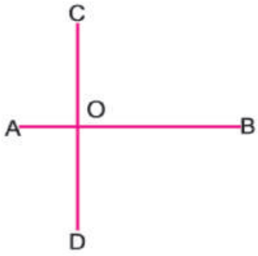
☆ کاغذ میں نظر آنے والے دونوں نشان آپس میں عمود ہیں۔

آپ اپنے گرد و پیش میں کسی کس جگہ پر عمودی بناوٹیں دیکھتے ہیں لکھیے۔

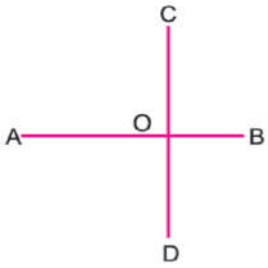
13.2.1 تنصیفی عمود:



پہلا نقشہ



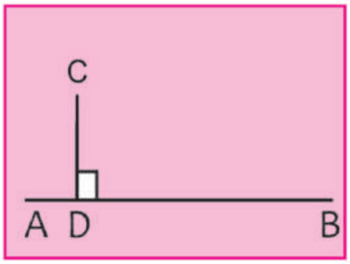
دوسرا نقشہ



تیسرا نقشہ

اوپر دیے گئے تینوں نقشوں پر غور کیجیے۔ ہر ایک نقشہ میں AB اور CD پر نظر ڈالیے۔ AB پر CD عمود ہونے کی وجہ سے O نقطہ AB کو AO اور OB دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ پہلے اور دوسرے نقشوں میں AO اور OB کی لمبائی برابر نہیں ہیں۔ (ماپ کر دیکھیے) لیکن تیسرے نقشے میں AO اور OB کی ماپ برابر ہے۔ تیسرے نقشے میں AB, CD کا تنصیفی عمود ہے۔ چلیے تنصیفی عمود کو کس طرح کھینچا جاتا ہے اس کا طریقہ سیکھیں۔

13.2.2 قطعہ خط کے تنصیفی عمود کی بناوٹ:



دیے گئے نقشہ پر گور کیجیے۔

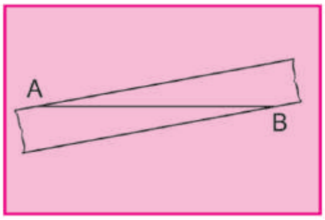
یہاں AB ایک قطعہ خط ہے۔ AB قطعہ خط پر D ایک نقطہ ہے۔ D نقطے پر CDB تیار ہوا ہے۔ CDB کی ماپ 90 ہے۔ یہاں CD، AB پر عمود ہے ۔اسے اس طرح لکھا جاتا ہے۔ CD AB

پہلا زینہ:

AB قطعہ خط بنائیے۔

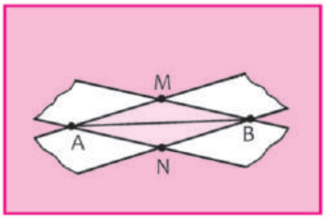
دوسرا زینہ:

ایک شفاف مستطیل نما فیتے (ٹیپ) کو اس طرح ڈالیے کہ قطعہ خط کے دونوں کنارے کے نقطے A اور B فیتے کے دونوں کناروں کو چھوئیں گے۔ (ٹیپ کے بدلے ٹریسنگ پیپر کا بھی استعمال کیا جاسکتا ہے)۔



تیسرا زینہ:

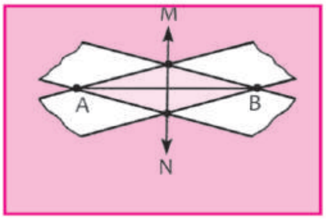
ایک اور مستطیل نما فیتے لیجیے۔ دوسرے زینے کی طرح فیتے کو اس طرح رکھیے کہ A اور B نقطے ٹیپ کے کنارے کو چھولیں گے اور نقشے کی طرح ٹیپ دونوں آپس کو M اور N نقطوں میں کاٹیں گے۔



چوتھا زینہ:

MN بنائیے۔ AB اور MN جس نقطے پر آپس کو کاٹتے ہیں۔ اس کا نام P دیجیے۔ P نقطے پر بننے والے چاروں زاویوں کی مقدار بتائیے۔ AP اور BP کی لمبائی دریافت کیجیے۔ کیا حاصل کیے۔

یہاں MN، AB کا تنصیفی عمود ہے۔



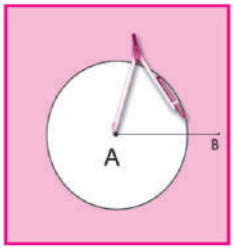
13.2.3: اسکیل اور کمپاس کا استعمال کے تنصیفی عمود کھینچنا:

پہلا زینہ:

کسی بھی لمبائی کا ایک قطعہ خط AB بنائیے۔

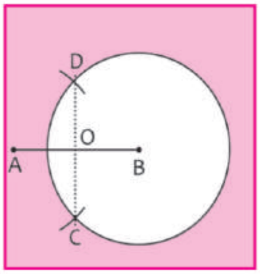
دوسرا زینہ:

A کو مرکزی نقطہ اور AB کی لمبائی کے آدھے سے زیادہ ماپ کا نصف قطر لے کر ایک دائرہ بنائیے۔



تیسرا زینہ:

پہلے جے نصف قطر کو تبدیل نہ کر کے B کو مرکز کی حیثیت سے لے کر ایک اور دائرہ بنائیے۔ یہ دائرہ پہلے سے بنایے گیے دائرے کو C اور D نقطوں پر قطع کرے گا۔



چوتھا زینہ:

CD بنائیے۔ یہ AB کو O نقطہ پر کاٹے۔ O نقطہ AB کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے یا نہیں پرکھیے۔

O نقطے کے پاس بنے زاویوں کی مقدار بتائیے۔

کیا ہم CD کو AB کا تنصیفی عمود کہیں گے؟ کیوں؟

مشق 13.2

1۔ 7.6 سم لمبائی کا ایک قطعہ خط کھینچ کر اس کا تنصیفی عمود بنائیے۔

2۔ 8.4 سم لمبائی کا ایک قطعہ خط AB بنائیے۔ اسے تنصیف کر کے درمیان کی نقطے کا نام C دیجیے۔ اب AC اور BC ہر ایک کو تنصیف کیجیے۔ لکیر برابر لمبائی کی کتنے ٹکڑوں میں تبدیل ہوا۔ ہر ایک ٹکڑے کی مان کتنی ہے ماپ کر دیکھیے۔

3۔ (i) 4 سم نصف قطر والا ایک دائرہ بنائیے۔ اس دائرے کا ایک وتر بنائیے۔ اس وتر کا ایک تنصیفی عمود بنائیے۔ کیا یہ عمود دائرے کے مرکز سے ہو کر گذرتا ہے؟

(ii) کسی بھی ماپ کا تصنیف قطر لے کر ایک دائرہ بنائیے۔ اس میں ایک وتر کھینچ کر اس پر ایک تنصیفی عمود بھی بنائیے۔ کیا یہ تنصیفی عمود دائرہ کے مرکز سے ہو کر گذرتا ہے۔

13.3 دیے گیے زاویے کا خطِ تنصیف:

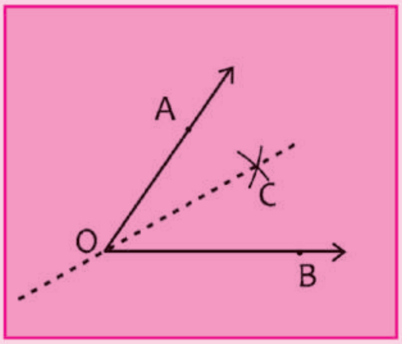
کاغذ کو توڑ کر، اسکیل اور کمپاس استعمال کر کے ہم کسی بھی زاویے کا خط تنصیف کھینچ سکتے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے:

☆ ایک مستطیل نما کاغذ کا ٹکڑا لیجیے۔

☆ اس میں ایک نقطہ لیجیے اور اس کا نام O دیجیے۔

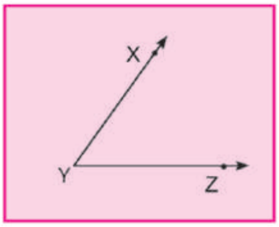
☆ O کو نقطہ آغاز مان کر اس سے OA اور OB شعاعیں بنائیے۔



☆ O نقطہ پر سے کاغذ کو اس طرح موڑیئے کہ OA اور OB شعاعیں ایک دوسرے سے مل جائیں گی۔

☆ کاغذ کو تہہ کی گئی جگہ پر دبائیں اور اس کا نام OC رکھیں۔

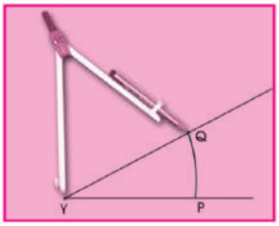
☆ اب دیکھیے AOC اور BOC کی مقدار برابر ہے کیا؟
یعنی OC ہوتا ہے AOB کا تنصیفی شعاع۔



بغل کے نقشے میں Y دکھایا گیا ہے۔

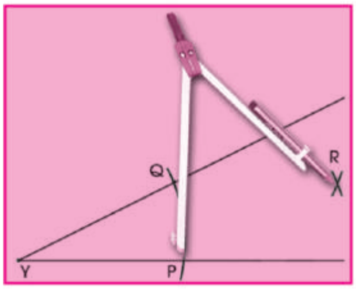
اب کہیے Y کا نقطہ راس اور متصل ضلعوں کا نام کیا ہے؟

آیئے اب اسکیل اور کمپاس کے استعمال سے زاویہ کا خط تنصیف بنائیں۔



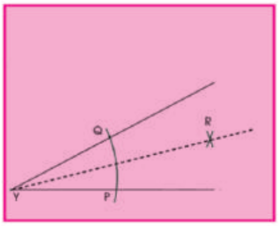
پہلا زینہ:

Y نقطہ کو مرکز کی حیثیت سے لے کر کمپاس کے مدد سے ایک قوس بنائیے۔ جو Y کے دو متصلہ شعاعوں کو دو نقطوں میں کاٹے گا۔ ان دونوں نقطوں کا نام P اور Q دیجیے۔



دوسرا زینہ:

اب P کو مرکز کی حیثیت سے Y کے اندرونی حصہ میں ایک قوس بنائیے۔ (یاد رکھیں۔ اس قوس کا نصف قطر PQ کی لمبائی کے آدھے سے زیادہ ہونا چاہیے۔)



اسی طرح Q کو مرکز کی حیثیت سے لرکر اندرونی حصہ میں برابر نصفقطر والا ایک اور قوس بنائیے۔ جیسا کہ دوسرے زینہ میں بنایا گیے قوس کو یہ کاٹے گا۔

تسرا زینہ:

کاٹنے والے نقطے کا نام R دیجیے۔ Y اور R کو ملائیے۔

(تجربہ کر کے دیکھیے YR ہوتا ہے Y کا خط تنصیف)

تجربہ کر کے دیکھیے:

P اور Q نقطوں سے Y کے اندرونی حصے میں قوس کھینچتے وقت دونوں مرتبہ برابر نصف قطر نما قوس لینا پڑتا ہے۔ الگ الگ نصف قطر والا قوس لینے سے زاویے کا خط تنصیف ملتا ہے یا نہیں تجربہ کر کے دیکھیے۔

مشق 13.3

1۔ پرٹراکٹر کی مدد سے 50 ماپ کا ایک زاویہ بنائیے۔ اس کا تنصیف بنائیے۔

2۔ ایک زاویہ قائمہ کا خط تنصیف بنائیے۔

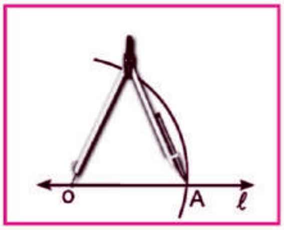
3۔ 80 مقدار کا ایک زاویہ کھینچ کر اسے چار برابر حصوں میں تقسیم کیجیے۔

13.4: کمپاس کی مدد سے زاویہ بنانا:

پروٹراکٹر کی مدد سے زاویہ کھینچنا ہم پہلے سے جانتے ہیں۔

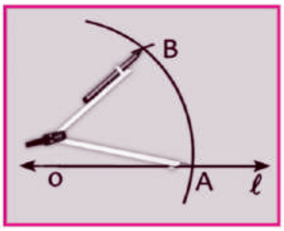
پروٹراکٹر کو استعمال کر کے 60 مقدار کا ازویہ کھینچنے کے زینے لکھیے۔

13.4.1: کمپاس کی مدد سے 60 مقدار کا زاویہ کھینچنا:



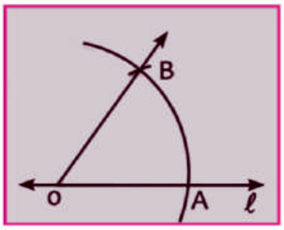
پہلا زینہ:

ایک خط مستقیم بنائیے ۔ اس کا نام L دیجیے ۔ L خط مستقیم پر O نامی ایک نقطے کی نشان دہی کیجیے۔



دوسرا زینہ:

کمپاس کے کانٹے کی نوک کو O نقطہ پر رکھیں۔ کسی بھی نصف قطر کے ذریعہ ایک قوس بنائیے۔ جو L خط مستقیم کو A نقطہ پر کاٹے گا۔



تیسرا زینہ:

اب کمپاس کے کانٹے کو A پر رکھ کر اس طرح کا ایک قوس بنائیے جو کہ A نقطہ دیگر پہلے سے بنایے گیے قوس کو B نقطہ پر کاٹے گا۔

چوتھا زینہ:

O اور B نقطوں کو ملائیے۔ آپ AOB پائیں گے۔ جس کی مقدار ہے 60۔ پروٹراکٹر کی مدد سے ماپ کے دیکھیے۔

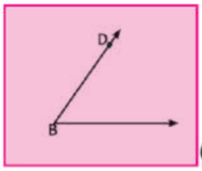
> **کیا آپ جانتے ہیں؟**
>
> دوسرے زینے میں قوس بناتے وقت اور تیسرے زینے میں قوس بناتے وقت قوس کا نصف قطر برابر ہوگا۔

13.4.2: 120 مقدار کا زاویہ کھینچنا:

ہمیں معلوم ہے کہ 120 ہوتا ہے 60 کا دو گنا۔ اس لیے ایک 60 کا زاویہ کھینچ کر اس کے ساتھ ایک اور 60 مقدار کا زاویہ کھینچنے سے دونوں زاویے مل کر 120 ماپ کا ایک زاویے بنائیں گے۔

☆ پہلے 60 ماپ کا زاویہ بنائیے۔ جیسا کہ CBD=60 ہو۔

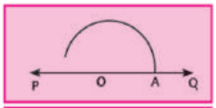
☆اب BD کے نقطہ پر ایک اور 60 کا زاویہ کھینچنے سے آپ 120 مان والا زاویہ پائیں گے۔

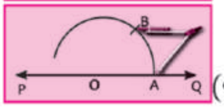


(ଙ)

آئیے اسکیل اور کمپاس استعمال کر کے نقشہ کھینچیں:

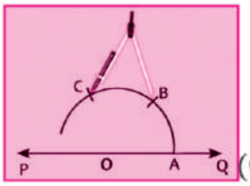
پہلا زینہ:





(ଖ)

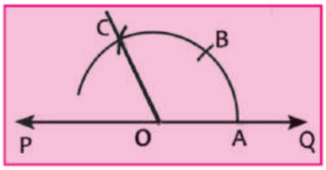
PQ خط مستقیم کھینچ کر اس پر O نقطہ لیجیے۔ O نقطےک مرکز کی حیثیت سے لے کر کسی ماپ کا نصف قطر لے کر ایک قوس بنائیے۔ وہ قوس PQ خط مستقیم کو A نقطہ پر قطع کرے گا۔ A کو مرکز کی حیثیت سے لے کر پہلے کی طرح ایک نصف قطر لے کر دوسرا ایک قوس بنائیے۔ تا کہ یہ پہلے قوس کو قطع کرے گا۔ اس نقطے کا نام B دیجیے۔



(ଗ)

دوسرا زینہ:

پھر B کو مرکز کی حیثیت سے لے کر اور اسی مقدار کا نصف قطر لے کر ایک اور قوس بنائیے۔ جو کہ پہلے قوس کو کاٹے گا۔ اس نقطہ کا قطع کا نام C دیجیے۔



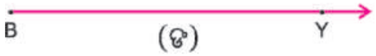
(ଘ)

تیسرا زینہ:

C اور O کو ملا کر OC بنائیے۔ COA کی مقدار 120 ہوگی۔

(پروٹراکٹر استعمال کر کے تجربہ کیجیے)۔

150 مقدار کا زاویہ کس طرح کھینچیں گے؟

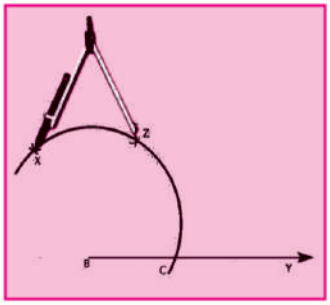


(ଙ)

13.4.3: 90 مقدار کا زاویہ کھینچنا:

پہلا زینہ:

BY شعاع بنائیے۔



دوسرا زینہ:

B کو مرکز مان کر اور مناسب ماپ کا نصف قطر لے کر شعاع کے اوپر کی جانب ایک لمبا قوس بنائیے۔ یہ BY کو C نقطے پر کاٹے گا۔

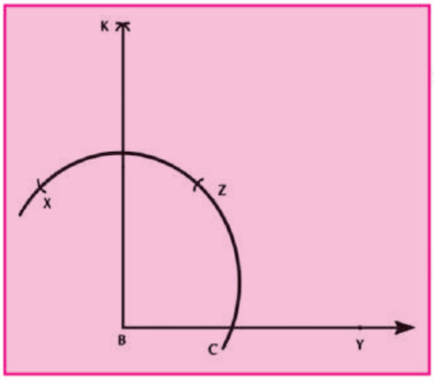
تیسرا زینہ:

اس کے بعد C نقطہ کو مرکز کی حیثیت سے لے کر ایک قوس بنائیے جو کہ پہلے قوس کا کاٹے گا۔ اس نقطہ کا نام Z دیجیے۔

Z نقطے پر کمپاس کا نوک رکھ کر پھر سے برابر مقدار کے نصف قطر والا ایک اور قوس بنایے جو کہ لمبے قوس کو X نقطے پر قطع کرے گا۔

چوتھا زینہ:

اب Z نقطے پر کمپاس کی نوک رکھ کر ایک قوس بنائیے۔



X نقطہ پر کمپاس کی نوک رکھ کر ایک اور قوس بنائیے۔ تاکہ قوس دونوں آپس کو K نقطہ میں قطع کریں گے۔

پانچواں زینہ:

اب KB کھینچا جایے۔ KBY کی ماپ 90 ہے۔ KBY کی مقدار 90 ہے کہ نہیں پروٹراکٹر سے ماپ کر دیکھیے۔

کہیے تو دیکھیں:

KBY کی مقدار 90 ہے کہ نہیں معلوم کرنے کے لیے پرٹراکٹر کے علاوہ اور کون سا آلہ استعمال کیا جا سکتا ہے؟

مشق 13.4

1۔ ذیل میں چند زاویوں کی مقدار لکھی گئی ہے۔ صرف اسکیل اور کمپاس کی مدد سے کون کون سی ماپ کا زاویہ کھینچا جا سکتا ہے لکھیے۔

150,100,75,15,20,45,110,30,90,40,35,60

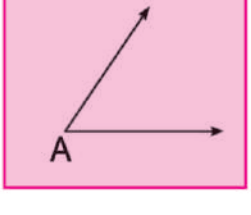
2۔(i) کمپاس کی مدد سے 60 اور 120 مقدار کے زاویے بنائیے۔

(ii) 60 مقدار کا زاویہ آپ نے کس طرح بنایا اس کے زینے لکھیے۔

3۔ اسکیل اور پروٹراکٹر کا استعمال کر کے 90 مقدار کا زاویہ بنائیے۔ کمپاس کی مدد سے اسے تنصیف کیجیے۔

13.5: کسی زاویہ کے برابر مقدار کا ایک اور زاویہ بنانا:

فرض کیجیے کہ ایک زاویہ دیا گیا ہے۔ جس کی مقدار ہمیں معلوم نہیں۔ اسی زاویہ کے برابر والا ایک اور زاویہ ہمیں بنانا ہے۔ کس طرح بنائیں گے؟

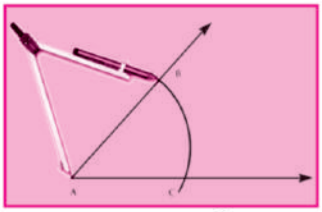


نقشہ میں A دیا گیا ہے۔ جس کی مقدار معلوم نہیں۔

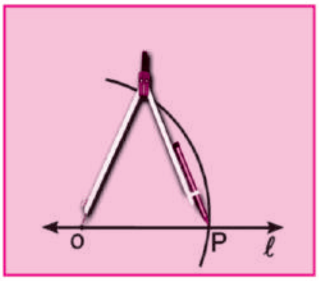
پہلا زینہ:

ہم ایک خط مستقیم L کھینچیں گے۔

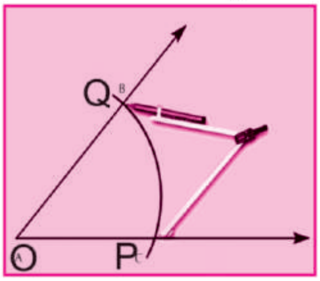
L خط مستقیم پر O نقطہ لیں گے۔ (اس کے نقطہ O پر A کے برابر مقدار والا ایک زاویہ کھینچنا ہے۔



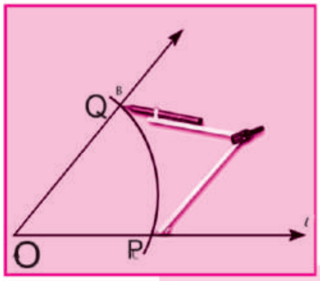
୨ୟ ସୋପାନ ଚିତ୍ର



୩ୟ ସୋପାନ ଚିତ୍ର



୪ର୍ଥ ସୋପାନ ଚିତ୍ର



دوسرا زینہ:

اب A کے نقطہ راس پر کمپاس کی نوک رکھ کر ایک قوس کھینچیں گے؟ جو A کو دو متصلہ شعاعوں کو بالترتیب نقطہ B اور C میں قطع کرے گا۔

تیسرا زینہ:

کمپاس کو اسی طرح رکھ کر (یعنی بغیر تبدیل کیے) O کو مرکز مان کر ایک قوس کھینچیں گے، جو کہ L کو P نقطہ کرے گا۔

چوتھا زینہ:

اب کمپاس کی نوک اور پنسل کی نوک کو اس طرح سکائیں جس سے کہ کانٹے کی نوک C پر اور پنسل کی نوک B پر رہے گی۔

پانچواں زینہ:

چوتھے زینے میں کمپاس جس حالت میں تھا اسے اسی حالت میں (یعنی کانٹے اور پنسل کی دوری میں تبدیلی کے بغیر) اٹھا کر کمپاس کی نوک کو P نقطہ پر رکھیں گے۔ پنسل کی نوک پہلے سے کھینچے گے قوس کو جس نقطہ پر قطع کرتا ہے، اس کا نام Q دیجیے۔

چھٹا زینہ:

Q اور O کو ملائیے۔ اب POQ کی مقدار BAC کی مقدار کے برابر ہوگا۔

خود کر کے دیکھیے:

- ☆ ایک سفید کاغذ لے کر اس پر ایک زاویہ بنائیے۔
- ☆ اور ایک ٹرسنگ کاغذ لے کر اس زاویہ پر ڈالیے۔
- ☆ اب آپ کے ذریعہ بنایا گیا زاویہ ٹرسنگ کاغذ میں صاف نظر آئے گا۔
- ☆ اب آپ نے جو زاویہ تیار کیا تھا اسے ٹرسنگ کاغذ پر بنایا۔ (اسکیل استعمال کر کے)
- ☆ اب آپ نے سفید کاغذ اور ٹریسنگ کاغذ پر برابر مقدار کے زاویہ حاصل کیے۔

مشق 13.4

1۔ (i) اپنی کاپی پر ایک زاویہ حادہ اور ایک زاویہ منفصر بنائیے۔ لمپاس کی مدد سے ان دونوں زایوں کے برابر مقدار والے زاویے تیار کیجیے۔

(ii) اب حاصل شدہ زایوں کو تنصف کیجیے۔

2۔ کاغذ کاٹ کر ایک مثلث تیار کیجیے۔ اس کا نام ABC دیجیے ۔ اس مثلث کے تینوں زایوں کے برابر مقدار والے زاویے اپنی کاپی پر بنائیے۔

13.6۔ قطعہ خط واقع نقطے سے عمود کھینچنا:

(i) کاغذ توڑنے کا م:

خود کر دیکھیے :

☆ ایک سفید (ٹرسنگ) کاغذ لیجیے۔

☆ اس پر ایک قطعہ خط بنائیے۔ اس کا نام L دیجیے۔

☆ L پر ایک نقطہ A لیجیے۔

☆ اب A نقطے کے پاس کاغذ کو موڑ دیجیے تاکہ کاغذ کے دونوں طرف کے قطعہ کا حصہ ایک دوسرے پر رہے گا۔

☆ اب کاغذ کو کھول دیجیے۔

☆ کاغذ پر پڑی تہہ کا نشان ہی قطعہ خط کا عمود ہے۔

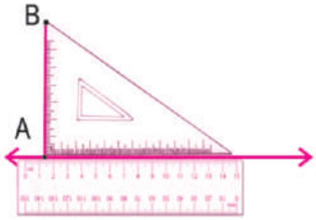
☆ یہ عمودی خط ہے یا نہیں تجربہ کر کے دیکھیے ۔

(ii) سیٹ اسکوائر کی مدد سے عمود کھینچنا:

☆ آیئے اب اسکیل اور سیٹ اسکوائر کی مدد سے قطعہ خب پر واقع کسی نقطے سے قطعہ خط پر عمود کھینچیں۔

☆ اس کام کے لیے ایک سفید کاغذ، اسکیل، سیٹ اسکوار اور پنسل کا اپنے پاس رکھیے۔

☆ پہلے سفید کاغذ پر L کا ایک خط مستقیم بنائیے۔ اس پر A نامی ایک نقطہ لیں۔



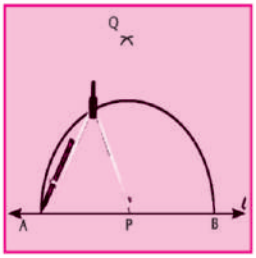
☆ ایک اسکیل کے کنارے کو L سے لگا کر زور سے دبا کر رکھیں۔

☆ نقشے میں دکھایے گیے طریقہ پر سیٹ اسکوائر کو اسکیل کے کنارے سے لگا کر رکھیں۔ جس طرح سیٹ اسکوائر کے 90 کا زوایہ اسکیل سے لگا رہے گا۔

☆ اب سیٹ اسکوائر کو اس طرح سجا کر رکھیئے۔ جس طرح سیٹ اسکوئر کے 90 والا راس A نقطپ کے پاس رہے گا۔

☆ اب سیٹ اسکوائر کو اچھی طرح دبا کر رکھیے اور B نقطہ کو A نقطہ کے ساتھ ملا کر قطعہ بنائیے۔

☆ BA ہی وہ مطلوبہ عمودی خط ہے۔

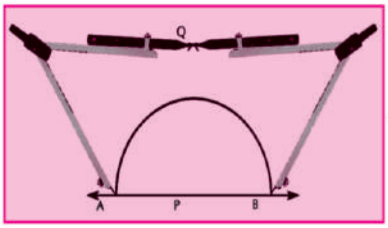


(iii) اسکیل اور کمپاس کی مدد سے قطعۂ خط کے کسی خاص نقطے پر عمود کھینچنا

پہلا زینہ:

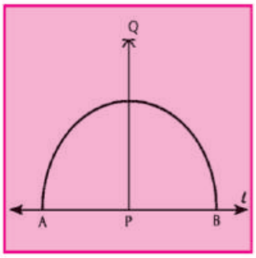
L خط مستقیم پر P ایک نقطہ لیجیے۔

دوسرا زینہ:



P کو مرکز نقطہ مان کر کسی ایک ماپ کا نصف قطر لے کر قوس بنائیے۔ تا کہ وہ L کو دو نقطوں پر قطع کرے گا۔ ان نقطوں کا نام A اور B دیجیے۔

تیسرا زینہ:



اب A اور B کو مرکز کی حیثیت سے لے کر اور مناسب نصف قطر لے کر بغل کے نقشے کی طرح دو قوس بنائیے۔ جو آپس کو Q نقطہ پر قطعہ کریں گے۔

چوتھا زینہ: اب P اور Q کو ملائیے۔ یہاں PQ مطلوبہ عمودی خط ہے۔

تجربہ کر کے دیکھیے :

آپ نے اوپر کے چار زینوں میں جو جو کام کیے، خط مستقیم کے نیچے کی طرف چاروں زینوں میں اسی طرح کا عمل کر کے ایک اور عمودی خط بنائیے۔ آپ کیا دیکھتے ہیں کہیے۔

13.6.2: خطِ مستقیم کے بیرونی حصے میں رہنے والے نقطہ سے خطِ مستقیم پر عمود کھینچنا:

(i) کاغذ توڑنے کا کام

خود کر کے دیکھیے:

☆ ایک سفید کاغذ لیجیے۔اس پر ایک خطِ مستقیم بنائیے۔اس کا نام L دیجیے۔

☆ خطِ مستقیم کے بیرونی حصہ میں X نام کا ایک نقطہ لیجیے۔

☆ اب کاغذ کو X نقطے کے پاس اس طرح موڑیے کہ تہہ کیے ہوئے کاغذ کے دونوں جانب خطِ مستقیم کا حصے آپس میں ایک دوسرے پر رہیں گے۔

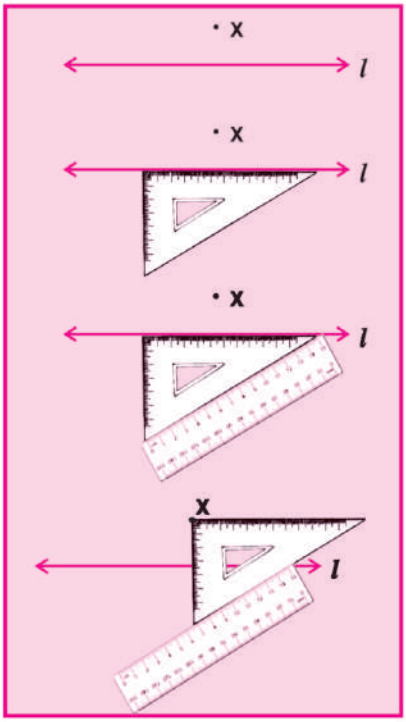
☆ جہاں آپ نے کاغذ کو موڑ رہے وہاں دبا دیجیے۔

☆ اب کاغذ کو کھول دیجیے۔

☆ یہاں کاغذ پر تیار ہونے والا نشان L خطِ مستقیم پر عمود ہے۔

(ii) سیٹ اسکوائر استعمال کر کے عمود کھینچنا:

اب سیٹ اسکوائر اور اسکیل کی مدد سے خطِ مستقیم کے باہر واقع کسی نقطے سے خطِ مستقیم پر کس طرح عمود کھینچا جاتا ہے یہ معلوم کریں گے۔



☆ L نام کا ایک خطِ مستقیم بنائیے۔اس کے بیرونی حصہ میں ایک نقطہ X لیجیے۔

☆ L کے اوپر سیٹ اسکوائر اس طرح رکھیئے کہ اس کے زاویہ قائمہ کا ایک متصلہ کنارہ L کے ساتھ لگا رہے۔

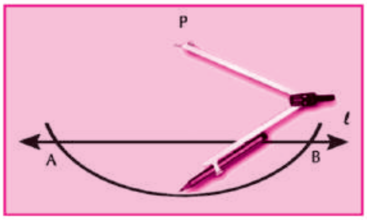
☆ سیٹ اسکوائر کے زاویہ قائمہ کے مخالف کنارے (یعنی وتر) کے ساتھ اسکیل کو لگا کر رکھیں۔

☆ اسکیل کو ساکت رکھ کر سیٹ اسکوائر کو اسکیل کے کنارے پر اس طرح چلائیں کہ سیٹ اسکوائر کا 90 والا نقطہ راس X نقطے کو چھوئے گا۔

☆ اب XY بنائیے۔ جو کہ L کو Y نقطہ پر قطع کرے گا۔ اب XY مطلوبہ عمود ہے۔یعنی L XY

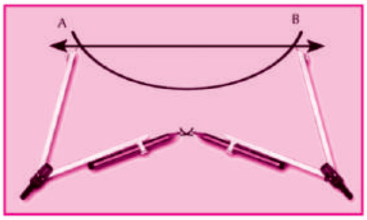
(iii) اسکیل اور کمپاس استعمال کر کے خط مستقیم کے بیرونی نقطے سے خط مستقیم پر عمود کھینچنا:

پہلا زینہ:



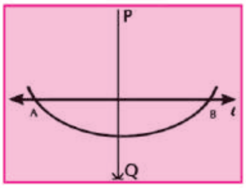
L نام کا ایک خط مستقیم لیجیے۔ P ایک ایسا نقطہ لیجیے جو خط مستقیم پر واقع نہ ہو۔

دوسرا زینہ:



P کو مرکزی نقطہ مان کر اس طرح ایک قوس تیار کیجیے جو L کو A اور B نامی دو نقطوں پر قطع کرے گا۔

تیسرا زینہ:



نصف قطر کو بغیر تبدیل کیے A اور B نقطوں کو مرکزی نقطہ مان کر دو قوس بنائیے۔ جس طرح کہ وہ آپس کو Q نقطہ پر قطع کریں گے۔ (جس طرح نقشے میں دکھایا گیا ہے)

چوتھا زینہ:

اب PQ کو ملائیے۔ PQ مطلوبہ عمود ہے۔ یعنی L   PQ

مشق 13.6

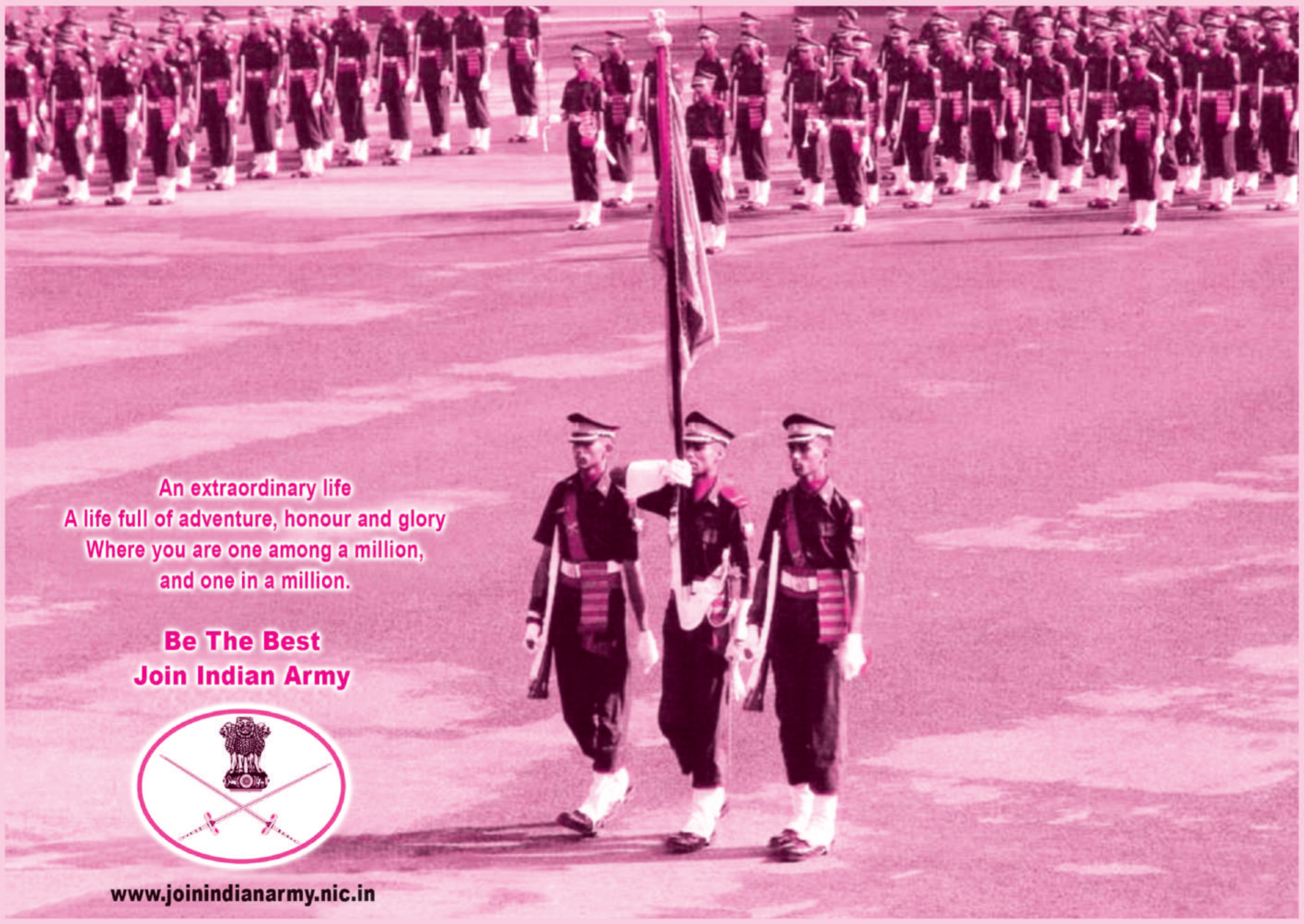
1۔ AB قطعہ خط بنائیے۔ اس پر X نام کا ایک نقطہ لیجیے۔ X نقطہ پر AB قطعہ خط پر ایک عمود بنائیے۔ (صرف اسکیل اور کمپاس کا استعمال کیجیے)

2۔ XY قطعہ خط بنائیے۔ A ایک نقطہ لیجیے جو قطعہ خط پر نہ ہو۔ A نقطہ سے XY پر عمود کھینچنے کے لیے مختلف زینوں کی تشریح کیجیے۔

3۔ PQ قطعہ خط بنائیے۔ اس پر S نام کا ایک نقطہ لیجیے۔ S نقطہ میں PQ پر عمود بنائیے۔ PS اور QS کی لمبائی ماپیے۔

4۔ 9 سم لمبائی کا ایک قطعہ بنائیے۔ اس کا نام AB دیجیے۔ AB پر واقع نہ ہونے والا ایک نقطہ S لیجیے اور S نقطہ سے AB قطعہ خط پر عمود بنائیے۔

☆☆☆


An extraordinary life
A life full of adventure, honour and glory
Where you are one among a million,
and one in a million.
Be The Best
Join Indian Army
www.joinindianarmy.nic.in