গণিত

ষষ্ঠ শ্রেণী

শিক্ষক শিক্ষা নির্দেশালয় এবং
রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ,
ওড়িশা, ভুবনেশ্বর।

ওড়িশা বিদ্যালয় শিক্ষা
কার্য্যক্রম প্রাধিকরণ
ওড়িশা,ভুবনেশ্বর

গণিত

ষষ্ঠ শ্রেণী

সম্পাদক মণ্ডলী:

প্রফেসার দয়ানিধি পরিডা
ডঃ নলিনী কান্ত মিশ্র
শ্রী নগেন্দ্র কুমার মিশ্র
শ্রী তাপস কুমার নায়ক
শ্রী প্রশন্ন কুমার সাহু
শ্রী চতুর্ভুজ প্রধান

অনুবাদক মণ্ডলী:

প্রফেসার দিপাস্য কুণ্ডু (সমীক্ষক)
শ্রীমতী সুচিত্রা দাস
শ্রীমতী মধুমিতা ব্যানার্জ্জী (অনুবাদক)

সমীক্ষক মণ্ডলী:

শ্রী মদন মোহন মহান্তি
শ্রী তাপস কুমার নায়ক
ডঃ বামদেব ত্রিপাঠী

সংযোজনা:

ডঃ সবিতা সাহু

সংযোজনা:

ডঃ প্রীতিলতা জেনা
ডঃ তিলোত্তমা সেনাপতি
ডঃ সবিতা সাহু

প্রকাশক: বিদ্যালয় ও গণশিক্ষা বিভাগ, ওড়িশা

মুদ্রণ বছর: ২০২৩

মুদ্রণ: পাঠ্যপুস্তক উৎপাদন ও বিক্রয়, ওড়িশা, ভুবনেশ্বর

প্রস্তুতি: শিক্ষক শিক্ষা নির্দেশালয় এবং রাজ্য শিক্ষা গবেষণা প্রতিষ্ঠান ও প্রশিক্ষণ পরিষদ, ওড়িশা, ভুবনেশ্বর

ও

ওড়িশা রাজ্য পাঠ্যপুস্তক প্রনয়ন ও প্রকাশন সংস্থা, ওড়িশা, ভুবনেশ্বর

জগৎমাতার চরণে অদ্যাবধি আমি যা যা উপঢৌকন ভেট দিয়ে আসছি, তাদের মধ্যে মৌলিক শিক্ষা, আমায় সব থেকে বেশী ক্রান্তিকারী ও মহত্ত্বপূর্ণ মনে হচ্ছে। এর থেকে বড় মহত্ত্বপূর্ণ ও মূল্যবান ভেট, আমি যে জগৎ সম্মুখে রাখতে পারবো, তা' আমার প্রত্যয় হচ্ছে না। এর মধ্যে আছে আমার সমগ্র রচনাত্মক কার্য্যক্রমকে প্রয়োগাত্মক করার চাবিকাঠি। যে নতুন দুনিয়ার জন্যে আমি ছটফট করছি, তা' এ থেকেই উদ্ভব হতে পারবে। এটাই আমার অন্তিম অভিলাষ বললে চলে।

মহাত্মা গান্ধী

আমাদের জাতীয় সঙ্গীত

“জন-গণ-মন-অধিনায়ক জয় হে
ভারত - ভাগ্য - বিধাতা
পাঞ্জাব - সিন্ধু- গুজরাট - মারাঠা
দ্রাবিড় - উৎকল - বঙ্গ
বিন্ধ্য - হিমাচল - যমুনা গঙ্গা
উচ্ছল জলধি তরঙ্গ
তব শুভ নামে জাগে
তব শুভ আশীষ মাগে
গাহে তব জয় গাঁথা
জনগণ-মঙ্গল দায়ক জয় হে,
ভারত ভাগ্য বিধাতা,
জয় হে, জয় হে, জয় হে,
জয় জয় জয় জয় হে।”

ভারতের সংবিধান

প্রস্তাবনা

"আমারা, ভারতের জনগণ, ভারতকে সার্বভৌম সমাজতান্ত্রিক ধর্মনিরপেক্ষ গনতান্ত্রিক সাধারণতন্ত্র রূপে গড়ে তুলতে এবং তার সকল নাগরিকই যাতে সামাজিক অর্থনৈতিক ও রাজনৈতিক ন্যায়বিচার; চিন্তা, মত্‌প্রকাশ, বিশ্বাস, ধর্ম এবং উপাসনার স্বাধীনতার; সামাজিক প্রতিষ্ঠা অর্জন ও সুযোগের সমতা প্রতিষ্ঠা এবং জাতীয় ঐক্য ও সংহতি সুনিশ্চিতকরণের মাধ্যমে তাদের মধ্যে যাতে ভাতৃত্বের ভাব গড়ে ওঠে তার জন্য সত্যনিষ্ঠার সঙ্গে শপথ গ্রহন করে, আমাদের গণপরিষদ। আজ ১৯৪৯ সালের ২৬ নভেম্বর, এতদ্‌দ্বারা এই সংবিধান গ্রহণ, বিধিবদ্ধ এবং নিজেদের অর্পণ করছি।

সূচীপত্র

অধ্যায়	প্রসঙ্গ	পৃষ্ঠা
প্রথম	সংখ্যাদের জানব	1
দ্বিতীয়	সংখ্যা সম্বন্ধে অধিক আলোচনা	12
তৃতীয়	জ্যামিতির মৌলিক ধারনা	34
চতুর্থ	সাভাবিক সংখ্যা	57
পঞ্চম	ভগ্ন সংখ্যা	86
ষষ্ঠ	দশমিক সংখ্যা	109
সপ্তম	ব্যাবসায়িক গণিত	121
অষ্টম	পূর্ণ সংখ্যা	138
নবম	সমতলের উপরিস্থ জ্যামিতিক আকৃতি	158
দশম	বীজগনিতের সঙ্গে পরিচয়	177
একাদশ	পরিমিতি	197
দ্বাদশ	তথ্য পরিচালনা ও সংরচনা	209
ত্রয়োদশ	জ্যামিতিক অঙ্কন	220

প্রথম অধ্যায়

সংখ্যাদের জানব

1.1 আমরা যা জানি

আমরা পূর্বেই সংখ্যার সঙ্গে পরিচিত হয়েছি। বস্তুদের গোনার জন্য আমরা সংখ্যাদের ব্যাবহার করি। সেইরকমই দুটো ডালায় থাকা জিনিসের মধ্যে কোন্‌টায় কম ও কোন্‌টায় বেশী আছে সেটা জানতে আমরা সংখ্যার ব্যাবহার করে থাকি। তুমি কোন পরিস্থিতিতে সংখ্যার ব্যাবহার কর, তার দুটি উদাহরণ দাও।

অধিক সংখ্যক জিনিস গোনার সময় সাধারণত: আমরা বড় সংখ্যা ব্যাবহার করে থাকি।

যেমন—বাড়ী তৈরি করতে দরকারী ইটের সংখ্যা, ট্রাকে বোঝাই করা কমলা লেবুর সংখ্যা, তোমার ব্লক ও জেলার লোকসংখ্যা ইত্যাদি।

- নিম্নে দেওয়া উদাহরণটি লক্ষ কর।

  পাঁচজন ব্যক্তি তাঁদের জমা খাতায় কত কতটাকা রেখেছিলেন তা দেওয়া হল:

মহেশ	শুখবিন্দর	গরিতা	রঙ্কনাথ	জামিন
100000	456349	280593	350000	187532

এবার নীচে দেওয়া প্রশ্নদের উত্তর লেখো–

- কার কাছে কত টাকা আছে বলো। প্রত্যেকের কাছে থাকা টাকার পরিমাণ জমা ব্যাবহার করে লেখো।

  যেমন - 1,00,000
- কার জমা খাতায় সর্বাধিক টাকা আছে?
- কার জমা খাতায় সবচেয়ে কম টাকা আছে?
- পাঁচ জনের কাছে থাকা টাকার পরিমাণ বেশি থেকে কম অনুসারে সাজিয়ে লেখো।

আমরা জানি

1 লক্ষ = 10 অযুত
= 100 হাজার

1.2. এক কোটি পর্যন্ত সংখ্যা পরিচিত

লক্ষ করো:

- চার অঙ্ক বিশিষ্ট সবচেয়ে বড় সংখ্যা = 9999

  9999 + 1 = 10,000

  9999 এর সঙ্গে 1 যোগ করলে যোগফল হচ্ছে পাঁচ অঙ্ক বিশিষ্ট সবচেয়ে ছোটো সংখ্যা।

- সেই রকম পাঁচ অঙ্ক বিশিষ্ট সবচেয়ে বড় সংখ্যার সাথে 1 যোগ করলে যোগফল কত হবে?

  99, 999 + 1 = 1,00,000 (ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট সর্বক্ষুদ্র সংখ্যা)

নিজে করে দেখো:

ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট সবচেয়ে বড় সংখ্যার সাথে 1 যোগ করলে যোগফল কত হবে বল। পাওয়া সংখ্যাটি সাত অঙ্ক বিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যা হচ্ছে কি?

নিম্নে দেওয়ার মতো তোমার খাতায় লিখে শূন্যস্থানে উত্তর লেখো:

এক অঙ্ক বিশিষ্ট বৃহত্তম সংখ্যা (9)	+	1	=	10	(দুই অঙ্ক বিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যা)
দুই অঙ্ক বিশিষ্ট বৃহত্তম সংখ্যা (99)	+	1	=	100	(তিন অঙ্ক বিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যা)
তিন অঙ্ক বিশিষ্ট বৃহত্তম সংখ্যা (999)	+	1	=	1000	(চার অঙ্ক বিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যা)
চার অঙ্ক বিশিষ্ট বৃহত্তম সংখ্যা (9999)	+	1	=	_____	(পাঁচ অঙ্ক বিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যা)
পাঁচ অঙ্ক বিশিষ্ট বৃহত্তম সংখ্যা (_____)	+	1	=	_____	(ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যা)
ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট বৃহত্তম সংখ্যা (_____)	+	1	=	_____	(সাত অঙ্ক বিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যা)
সাত অঙ্ক বিশিষ্ট বৃহত্তম সংখ্যা (_____)	+	1	=	10000000	(আট অঙ্ক বিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যা)

কমা ব্যাবহার করে এক কোটি (10000000) কে 1,00,00,000 এর মতো লেখো।

বিভিন্ন ক্ষেত্রে আমরা এক কোটির চাইতে ও বড় সংখ্যাদের ব্যাবহার করে থাকি, যেমন—আমাদের রাজ্যের লোকসংখ্যা। এক কোটির সঙ্গে সংখ্যানাম পঠন পাঠনে ব্যাবহৃত অন্যান্য একক গুলোর সম্পর্ক দেওয়া হয়েছে। লক্ষ করো।

1 শত	=	10 দশ
1 হাজার	=	10 শত বা 100 দশ
1 লক্ষ	=	100 হাজার বা 1000 শত
1 কোটি	=	100 লক্ষ বা 10,000 হাজার

বল দেখি:

1এর পরে সাতটি শূণ্য দিলে এক কোটি হবে। 1এর ডান দিকে আটটি শূণ্য বসলে কোন সংখ্যা হবে?

অভ্যাস কার্য্য 1.1

1. আঠ অঙ্ক বিশিষ্ট সবচেয়ে ছোট সংখ্যা থেকে শুরু করে পরবর্তী পাঁচটি সংখ্যা উপযুক্ত স্থানে জমা ব্যাবহার করে লেখো ও সেগুলো পড়ো।

2.

1	0	2
5	6	3
7	4	8

পার্শ্বস্থ অঙ্ক গ্রীড থেকে অঙ্ক নিয়ে পাঁচটি আঠ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি কর। এবং তাদের সংখ্যা নাম লেখো।
(যেমন: 15 -র সংখ্যা নাম পনেরো।)

3. এ ভাবে আট অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করো। যার প্রত্যেক অঙ্ক সমান। এইভাবে যত সংখ্যা সম্ভব সেসব লেখো।

4. (ক) কেবল মাত্র দুটি অঙ্ক ব্যাবহার করে এমন একটি আঠ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো। যার অঙ্কগুলো বিপরীত ক্রমে লিখলে পাওয়া সংখ্যাটি মূল সংখ্যার সঙ্গে সমান হবে।

   (খ) তিনটি অঙ্ক ব্যাবহার করে এমন একটি আঠ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো, যার অঙ্কদের সমষ্টি ও 8 হবে। এরূপ আরও কিছু সংখ্যা লেখো।

1.3. বড় সংখ্যার স্থানীয় মান

সাকিনা বড় সংখ্যা লিখতে ও পড়তে একটা উপায় বের করল। 253 লেখার জন্য সে এক, দশ, ও শ ব্যাবহার করে কিভাবে লিখল সেটা এখানে দেখানো হয়েছে। লক্ষ কর:-

শ	দ	এ
2	5	3

বিস্তারিত রূপে কিভাবে লেখা হয়েছে দেখ।-

2 x 100 + 5 x 10 + 3

সেইরকম 3904 কিভাবে লিখবে?

হা	শ	দ	এ
3	9	0	4

বিস্তারিত রূপে লিখলে

3 x 1000 + 9 x 100 + 0 x 10 + 4

সেই ভাবে ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাদের লিখতে হলে কিভাবে একক সারণী ব্যাবহার করা যেতে পারে সেটা উদাহরণ- 1 এ দেখানো হয়েছে। (পরবর্তী পৃষ্টায়)

উদাহরণ -1

370659 কে বিস্তারিত রূপে লেখ।

সমাধান

লক্ষ	অযুত (দশ হাজার)	হাজার	শতক	দশ	এক
3	7	0	6	5	9

উপরোক্ত সংখ্যাকে বিস্তারিত ভাবে নিম্নমতে লেখা যেতে পারা যাবে।

3x100000 + 7x10000 + 0x1000 + 6x100 + 5x10 + 9

উদাহরণ -2

43513098 কে বিস্তারিত ভাবে লেখ।

সমাধান

প্রথমে 43513098 কে স্থানীয় মানের সারণীতে লিখবো:

কোটি	নিযুত (দশলক্ষ)	লক্ষ	অযুত (দশ হাজার)	হাজার	শতক	দশ	এক
4	3	5	1	3	0	9	8

একে বিস্তারিত রূপে নিম্নমতে লেখা যাবে।

4x10000000 + 3x1000000 + 5x100000 + 1x10000 + 3x1000 + 0x100 + 9x10 + 8

লক্ষ করো,

43513098 এর কোটির স্থানে 4 আছে, তাই 4 এর স্থানীয়মান 4 কোটি
নিযুতের স্থানে 3 আছে, তাই 3 এর স্থানীয়মান 3 নিযুত বা 30 লক্ষ
লক্ষের স্থানে 5 আছে, তাই 5 এর স্থানীয়মান 5 লক্ষ।

সেইরকম 1 এর স্থানীয়মান 1 অযুত বা 10 হাজার
3 এর স্থানীয়মান 3 হাজার
0 এর স্থানীয়মান 0 শ বা 0
9 এর স্থানীয়মান 9 দশ বা 90
8 এর স্থানীয়মান 8 এক বা 8

জানো কি?

43513098 এর
একক স্থানীয় অঙ্ক হচ্ছে 8,
দশক স্থানীয় অঙ্ক হচ্ছে 9,
শতক স্থানীয় অঙ্ক হচ্ছে 0,

সংখ্যা পড়া ও লেখাতে কমার ব্যাবহার:-

তোমারা নিশ্চই লক্ষ করে থাকবে যে, বড় সংখ্যাদের লেখার সময় কমা ব্যাবহার করা হয়ে থাকে। কমা ব্যাবহার করে আমরা সহজেই বড় বড় সংখ্যাদের পড়তে ও লিখতে পারি। ভারতীয় সংখ্যা লিখন প্রনালীতে হাজার, লক্ষ, ও কোটির স্থানকে দর্শানোর জন্যে কমার ব্যাবহার করা হয়ে থাকে। লক্ষ কর-

32579864 কে কমা ব্যবহার করে 3, 25, 79, 864 ভাবে লেখা যায়। এখানে প্রথম কমা ডান দিকের তিনটি অঙ্ক ছেড়ে ব্যাবহার করা হয়েছে। সেই ভাবে দ্বিতীয় কমা আর দুটো অঙ্ক ছেড়ে (ডান দিকের পাঁচটি অঙ্ক ছেড়ে) ব্যাবহার করা হয়েছে। তৃতীয় কমা আরও দুটো অঙ্ক ছেড়ে ব্যাবহার করা হয়েছে। উক্ত সংখ্যা 3,25,79,864 কে 3 কোটি 25 লক্ষ, 79 হাজার, 8 শ, 64 বলে পড়া হয়।

তুমি এরকম পাঁচটি আট অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লিখে সেগুলো পড়ার চেষ্টা কর।

কিন্তু আন্তর্জাতিক সংখ্যা লিখন পদ্ধতিতে হাজার ও নিযুত এর স্থানে কমার ব্যাবহার করা হয়। যথা: 50801792 কে জমা ব্যাবহার করে আন্তর্জাতিক সংখ্যা লিখন পদ্ধতিতে 50,801,792 ভাবে লেখা হয়। কিন্তু ভারতীয় সংখ্যা লিখন পদ্ধতিতে 5, 08, 01, 792 ভাবে লেখা হয়। এই শ্রেণীতে থাকা সংখ্যা সম্বন্ধীয় সমস্ত আলোচনায় ভারতীয় সংখ্যা পদ্ধতি ব্যাবহার করা হয়েছে।

জানো কি?
কোনো সংখ্যা নাম লেখার সময় কমার ব্যাবহার হয় না

অভ্যাস কার্য 1.2

1. উপযুক্ত স্থানে কমা ব্যাবহার করে নিম্নে দেওয়া সংখ্যাগুলো লেখ ও প্রত্যেকের সংখ্যার নাম লেখ।

   320418, 7538425, 13247819, 10702000, 53214803

2. তুমি কেবল 3,4,037 অঙ্ক ব্যাবহার করে পাঁচটি করে ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট ও আট অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করো।

   (ক) প্রত্যেক সংখ্যা সহজে পড়ার জন্য কমা ব্যাবহার করো।

   (খ) সংখ্যা গুলো বড় থেকে ছোটো ক্রমে সাজিয়ে লেখো।

3. কেবল ১,০,৮৩৪ ব্যাবহার করে আট অঙ্ক বিশিষ্ট সবচেয়ে বড় সংখ্যা ও আট অঙ্কের সবচেয়ে ছোটো সংখ্যা তৈরি কর। (প্রত্যেক সংখ্যায় চারটেই অঙ্কের ব্যাবহার হয়ে থাকবে)। তোমার তৈরি সংখ্যাদের বিস্তারিত রূপে লেখ।

4. ব্যাঙ্কে এক সপ্তাহের কোন দিন মোট কত টাকা জমা করা হয়েছিল তার বিবরণী দেওয়া হয়েছে। সেটা দেখে নিম্নের প্রশ্ন গুলির উত্তর লেখো-

সোমবার 1,23,64,072	মঙ্গলবার 86,92,945
বুধবার 89,80,001	বৃহস্পতিবার 1,08,72,666
বুধবার 90,72,709	শনিবার 60,12,010

(ক) কবে কতটাকা জমা হয়েছিল অক্ষরে লেখো।

(খ) কবে সবচেয়ে বেশি টাকা জমা করা হয়েছিল?

(গ) কবে সবচেয়ে কম টাকা জমা করা হয়েছিল?

(ঘ) কবে কবে 90 লক্ষের বেশি টাকা জমা করা হয়েছিল?

5. (ক) একটি সংখ্যার লক্ষের স্থানে 4, অযুতের স্থানে 7, হাজারের স্থানে 2, শতকের স্থানে 0, দশকের স্থানে 8 ও এককের স্থানে 5 আছে। সংখ্যাটি লেখো।

(খ) সবিতা একটি কাগজে একটা সংখ্যা লিখল। তার এককে 5, হাজার স্থানে 2, শতকের স্থানে 2, লক্ষের স্থানে 5, অযুতের স্থানে 3, কোটির স্থানে 1।

(গ) যোশেফ একটি আট অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লিখেছিল। এর হাজারের স্থানে 3, কোটির স্থানে 7, দশ ও একক স্থানে 4 ও অন্যান্য স্থঅনে 0 লেখা ছিল। সে কোন সংখ্যা লিখেছিল? সেটাকে উল্টে লিখলে কোন সংখ্যা হবে?

6. (ক) 32759084 তে 2, 9, 8, 4 এর স্থানীয় মান লেখো।

(খ) 375248 এর প্রত্যেক অঙ্কের স্থানীয় মান লেখো।

এই সংখ্যাকে উল্টে লিখলে যে সংখ্যা পেলে, তার প্রত্যেক অঙ্কের স্থানীয় মান কত হবে?

(গ) তোমার মন থেকে একটি আট অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো। সেই সংখ্যার প্রত্যেক অঙ্কের স্থানীয় মান লেখো।

(ঘ) আট অঙ্ক বিশিষ্ট সবথেকে ছোটো ও বড় সংখ্যা লেখো।

সংখ্যার মজা

11111111 এই অঙ্কদের সমষ্ঠি 8,
22222222 এদের সমষ্ঠি 16,
33333333 এদের সমষ্ঠি 24,
44444444 এদের সমষ্ঠি 32,
55555555 এদের সমষ্ঠি 40,
তলায় দেওয়া অঙ্কদের সমষ্ঠি কত হবে যোগ না করে বল।
66666666, 77777777, 88888888, 99999999

1.4 কে আগে, কে পরে

শিক্ষক পরের পৃষ্ঠায় ঘরের মধ্যে থাকা সংখ্যা গুলো বোর্ডে লিখেছিলেন। লিখিত সংখ্যা গুলো থেকে তিনটে করে ক্রমিক সংখ্যা বেছে একটি করে লাইনে লিখতে শিক্ষক ছাত্রদের বললেন প্রত্যেক লাইনে থাকা সংখ্যা তিনটি ছোটো থেকে বড় ক্রমে থাকা আবশ্যক।

532121	421969	6355971	800001
6355970	421970	481717	800000
481716	532122	799999	6355972
532123	421971	481715	

- শিক্ষকের সূচনা অনুযায়ী তুমি সংখ্যাদের সাজাও।
- শিক্ষক কয়টি সংখ্যা লিখেছিলেন ?
- তুমি সেই সংখ্যাদের কয়টি লাইনে সাজালে ?
- তুমি নিশ্চিত ভাবে একটি লাইনে 532121, 532122, 532123 লিখে থাকবে। এই সংখ্যা তিনটের মধ্যে মাঝে থাকা সংখ্যাটি কত ? ও তার পূর্ববর্তী ও পরবর্তী সংখ্যা কত ?
- তুমি প্রত্যেক লাইনে লেখা সংখ্যাদের মধ্যে মধ্যবর্তী সংখ্যাটি চিহ্নিত করো। সেই সংখ্যার ঠিক পূর্ববর্তী ও পরবর্তী সংখ্যা দুটি লেখো।

আমরা জানলাম-

কোনো সংখ্যায় ১ যোগ করলে ঠিক তার পরবর্তী সংখ্যা পেয়ে থাকি ও ১ বিয়োগ করলে ঠিক তার পূর্ববর্তী সংখ্যা পেয়ে থাকি।

নিজে করে দেখ :

123456 ও 123460 এর মধ্যবর্তী সংখ্যারা হচ্ছে 123457, 123458, 123459

9876539 ও 9876549 এর মধ্যবর্তী সংখ্যারা হল ....

4689432 ও 4689437 এর মধ্যবর্তী সংখ্যারা হল ....

8004315 ও 8004320 এর মধ্যবর্তী সংখ্যারা হল ....

7655458 ও 7655463 এর মধ্যবর্তী সংখ্যারা হল ....

7999998 ও 8000003 এর মধ্যবর্তী সংখ্যারা হল ....

অভ্যাস কার্য 1.3

1. উদাহরণ মতো প্রত্যেক সারিতে মাঝের ঘরের থাকা সংখ্যার পূর্ববর্তী ও পরবর্তী সংখ্যা লেখো।

পূর্ববর্তী সংখ্যা	সংখ্যা	পরবর্তী সংখ্যা
9999	10,000	10,001
	10090	
	29999	
	586452	
	358610	
	555555	
	708000	
	999999	

2. (ক) কোনো যুগ্ম সংখ্যার ঠিক পূর্ববর্তী ওপরবর্তী সংখ্যার মধ্যে অন্তর কত?

(খ) কোনো যুগ্ম সংখ্যার ঠিক পূর্ববর্তী ও পরবর্তী সংখ্যা যুগ্ম সংখ্যা হবে কি? একটি উদাহরণ নিয়ে পরীক্ষা কর।

(গ) এক কোটির ঠিক পূর্ববর্তী ও ঠিক পরবর্তী সংখ্যা লেখো।

(ঘ) তোমার মন থেকে পাঁচটি আট অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো। প্রত্যেক সংখ্যার ঠিক পূর্ববর্তী ও পরবর্তী সংখ্যা লেখো।

3. একটি তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা নাও। সেই সংখ্যার ঠিকপরবর্তী ও ঠিক পূর্ববর্তী সংখ্যা নির্ণয় করো। পূর্ববর্তী ওপরবর্তী সংখ্যাকে যোগ করো। যোগফলকে দুই দিয়ে ভাগ করো। কি পেলে? আর একটি ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা নিয়ে ঠিক এইভাবে করো।

1.5. কে বড়, কে ছোট

পাঁচটি শহরের জনসংখ্যা যথাক্রমে 89392, 72503, 124250, 120878, 210740 । এই শহরের জনসংখ্যা বড় থেকে ছোট অনুসারে সাজাবো।

- প্রথমে দুটি শহরের জনসংখ্যার তুলনা করব ।

  প্রথম শহরের জনসংখ্যা = 89392

  দ্বিতীয় শহরের জনসংখ্যা = 72503

এখানে উভয় সংখ্যা পাঁচ অঙ্ক বিশিষ্ট। প্রথম সংখ্যার অযুতের স্থানের অঙ্ক দ্বিতীয় সংখ্যার অযুতের স্থানের অঙ্ককে তুলনা করব। 8 > 7

অতএব 89392 > 72503

- এবার 89392 ও 124250 এর মধ্যে তুলনা করব।

এখানে 124250 > 89392 (কেন ?)

আমরা দেখলাম, 124250 > 89392

এবং 89392 > 72503

যদি তৃতীয় সংখ্যাটি আগে থেকে পাওয়া বড় সংখ্যার থেকে ছোট হয়, তাহলে সেটাকে আগে থেকে পাওয়া ছোট সংখ্যার সঙ্গে তুলনা করতে হবে।

তিনটে সংখ্যাকে (89392, 72503 ও 124250) ছোট থেকে বড় ক্রমে সাজিয়ে লিখলে 72503 < 89392 < 124250 লেখা হবে। সেগুলো বড় থেকে ছোট ক্রমে সাজালে 124250 > 89392 > 72503 লেখা হবে।

জানো কি ?

- দুটি সংখ্যার অঙ্ক সংখ্যা অসমান হলে, যার অঙ্কসংখ্যা বেশি সেটাই বড়।
- দুটি সংখ্যার অঙ্ক সংখ্যা সমান হলে

(ক) সংখ্যা দুটির মধ্যে যা বাঁ দিকের অঙ্ক বড়, সেই সংখ্যাটি বড়।

(খ) যদি সংখ্যা দুটির বাঁ পাশের অঙ্ক সমান হয়, তবে তার পরবর্তী অঙ্ক দুটির তুলনা করে সংখ্যা দ্বয় থেকে বড় ছোট বাছাতে পারা যাবে।

✍ **সেই ভাবে পূর্বে দেওয়া সংখ্যা থেকে দু দুটি সংখ্যা নিয়ে তুলনা করো। সংখ্যাগুলো বড় থেকে ছোট ক্রমে সাজিয়ে লেখো।**

অভ্যাস কার্য 1.4

1. **>, <** ও **=** থেকে উপযুক্ত চিহ্ন ঘরের মধ্যে দাও।

(ক) 34587	☐	10000	(ঙ) 965842	☐	965742
(খ) 100000	☐	99999	(চ) 1278942	☐	999985-2
(গ) 548421+2	☐	548121	(ছ) 478007+2	☐	478010-1
(ঘ) 875600	☐	915840	(জ) 488007	☐	4880002

2. দুটি সংখ্যার মধ্যে বড় ছোট চেনার জন্য নিম্নোক্ত কোনে উক্তি গুলো ঠিক ?

(ক) দুটি সংখ্যার অঙ্ক সংখ্যা অসমান হলে, যে সংখ্যার অঙ্ক সংখ্যা বেশি সেই সংখ্যাটি বড়।

(খ) যদি সংখ্যা দুটির অঙ্ক সংখ্যা সমান, তবে সংখ্যা দুটির বাঁ পাশের অঙ্ক দুটির মধ্যে যে সংখ্যার বাঁ পাশের অঙ্কটি বড়, সেই সংখ্যাটি বড়।

(গ) যদি সংখ্যা দুটির অঙ্ক সংখ্যা সমান, তবে কেবল ডান দিকে থাকা অঙ্ক দুটিকে তুলনা করে বড় সংখ্যা ও ছোট সংখ্যা বাছা যেতে পারা যাবে।

(ঘ) সংখ্যা দুটির অঙ্ক সংখ্যা অসমান হলে কেবল ডান পাশে থাকা অঙ্কদের তুলনা করে বড় সংখ্যা ও ছোট সংখ্যা নির্ণয় করা যাবে।

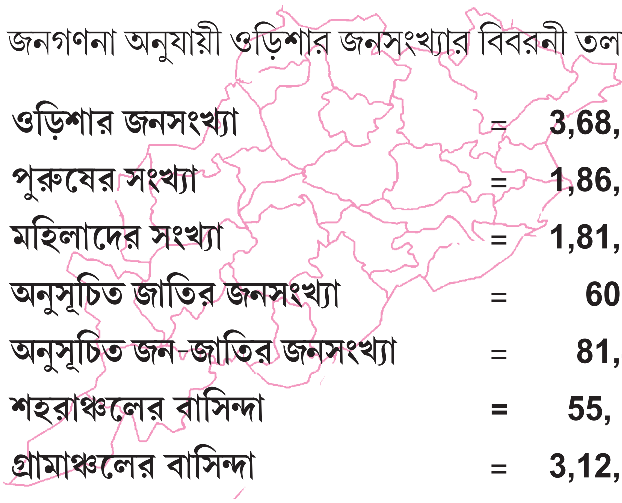
3. কেবল 1 ও 0 ব্যাবহার করে পাঁচটি আট অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করো। সেগুলো বড় থেকে ছোট ক্রমে সাজিয়ে লেখো।

1.6. বড় সংখ্যাদের বিভিন্ন গানিতিক প্রক্রিয়া:

নিম্নে দেওয়া উদাহরণটি লক্ষ করো

উদাহরণ 1 :

2001 সালের জনগণনা অনুযায়ী ওড়িশার জনসংখ্যার বিবরনী তলায় দেওয়া হয়েছে।



ওড়িশার জনসংখ্যা	=	**3,68, 04,660**
পুরুষের সংখ্যা	=	**1,86, 60,570**
মহিলাদের সংখ্যা	=	**1,81, 44,090**
অনুসূচিত জাতির জনসংখ্যা	=	**60,82,063**
অনুসূচিত জন-জাতির জনসংখ্যা	=	**81,45, 081**
শহরাঞ্চলের বাসিন্দা	=	**55, 17, 238**
গ্রামাঞ্চলের বাসিন্দা	=	**3,12,87, 422**

(ক) 2001 সালের জনগণনা অনুসারে পুরুষদের সংখ্যা মহিলাদের চেয়ে কত বেশি ?

উত্তর-পুরুষদের সংখ্যা = 1, 86, 60, 570

মহিলাদের সংখ্যা = 1, 81, 44, 090

পুরুষ ও মহিলাদের সংখ্যার অন্তর = 1,86,60,570 - 1, 81, 44, 090 = 5,16, 480

∴ 2001 জনগণনা অনুসারে পুরুষদের সংখ্যা মহিলাদের চেয়ে 5,16, 480 বেশি

(খ) ওড়িশায় শহরাঞ্চলে গ্রামাঞ্চল অপেক্ষা কত কম লোক থাকেন ?

ওড়িশায় শহরাঞ্চলে থাকা জনসংখ্যা = 55,17, 238

গ্রামাঞ্চলে থাকা জনসংখ্যা = 3, 12, 87, 422

গ্রামাঞ্চল ও শহরাঞ্চলে থাকা জনসংখ্যার পার্থক্য = 3, 12, 87, 422 - 55, 17, 238 = 2, 57, 70, 184

∴ ওড়িশায় শহরাঞ্চলে গ্রামাঞ্চলের তুলনায় 2, 57, 70, 184 জন কম লোক থাকেন।

নিজের প্রশ্নগুলোর উত্তর লেখো:

(ক) 2001 সালের জনগণনা অনুযায়ী ওড়িশার জনসংখ্যা চার কোটির থেকে কত কম ?

(খ) 2001 সালের জনগণনা অনুযায়ী ওড়িশায় অনুসূচীত জাতি ও অনুসূচীত জনজাতি লোকদের মধ্যে কাদের সংখ্যা বেশি ও কত বেশি ?

অভ্যাস কার্য 1.5

1. বই মেলাতে পাঁচদিনে কতটাকার বই বিক্রি হয়েছিল, সেটা নিম্নে দেওয়া হল।

প্রথম দিন	47, 22, 780 টাকা
দ্বিতীয় দিন	41, 01, 524 টাকা
তৃতীয় দিন	72, 24, 218 টাকা
চতুর্থ দিন	76, 55, 320 টাকা
পঞ্চম দিন	92, 70, 148 টাকা

(ক) কবে সবচেয়ে বেশি মূল্যের ও কবে সবচেয়ে কম মূল্যের বই বিক্রি হয়েছিল ?

(খ) চতুর্থ দিনের তুলনায় পঞ্চম দিনে কতটাকার বেশী বই বিক্রি হয়েছিল ?

(গ) বইমেলায় মোট কতটাকা মূল্যের বই বিক্রি হয়েছিল ?

(ঘ) প্রথম ও শেষ দিনের মধ্যে কবে কম টাকার বই বিক্রি হয়েছিল ও কত কম টাকার বই বিক্রি হয়েছিল ?

2. লোকসভা নির্বাচনে একজন বিজয়ী প্রার্থী 5, 45, 200টি ভোট পেয়ে তাঁর নিকটতম প্রতিদ্বন্দ্বীকে 1,78, 298 টি ভোটে হারিয়েছিলেন তাঁর নিকটতম প্রতিদ্বন্দ্বী কত ভোট পেয়েছিলেন ?

3. মহেশকে 22721কে 18 দিয়ে গুণ করতে বলা হয়েছিল। কিন্তু সে ভুলে 22721কে 81 দিয়ে গুণ করে ফেলল। তার উত্তর প্রকৃত উত্তর থেকে কত কম বা বেশি হবে ?

4. একটি পেরেকের কারখানায় রোজ 62, 736 পেরেক উৎপাদন হয়।

(ক) সেই কারখানায় এক সপ্তাহে কত পেরেক উৎপাদন করা হবে ? (রবিবার কারখানা বন্ধ থাকে)

(খ) জুলাই মাসে সেই কারখানায় কত পেরেক উৎপাদন হবে ? (যদি সেই মাসে চারটি রবিবার হয়)

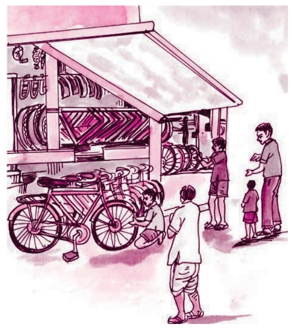
(গ) ২৪টি পেরেক একটা প্যাকেটে প্যাক করে বিক্রির জন্য বাইরে পাটানো হয় তাহলে একসপ্তাহে উৎপাদিত পেরেক কটি প্যাকেট করা হবে ?

দ্বিতীয় অধ্যায়

সংখ্যা সম্বন্ধীয় অধিক আলোচনা

প্রথম অধ্যায়ে আমরা বড় বড় সংখ্যাদের পড়া ও লেখার সম্পর্কে জেনেছি। সংখ্যাদের মধ্যে বিভিন্ন প্রক্রিয়া (যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ) ব্যবহার করে গাণিতিক সমস্যাদের সমাধান করেছি। এই অধ্যায়ে সংখ্যা সম্বন্ধে অধিক আলোচনা করব।

2.1. বন্ধনী ব্যবহার



একটি সাইকেল দোকানে 15 টি সাইকেল ছিল। তিনদিনে যথাক্রমে 3, 2 ও 4 টি সাইকেল বিক্রি হল। দোকানে আর কয়টি সাইকেল রইল?

এই প্রশ্নের সমাধান

দুই প্রণালীতে করা হয়েছে, লক্ষ করো।

প্রথম প্রণালী	দ্বিতীয় প্রণালী
♦ দোকানে কটি সাইকেল ছিল?	♦ দোকানে কটি সাইকেল ছিল?
♦ প্রথম দিনের পরে কটি সাইকেল রইল?	♦ কোনদিন কটা সাইকেল বিক্রি হল?
♦ দ্বিতীয় দিনের পরে কটি রইল?	♦ তিনদিনে মোট কটা সাইকেল বিক্রি হল?
♦ তৃতীয় দিনের পরে কটি রইল?	♦ তিনদিন পরে আর কটা সাইকেল রইল?

এই দুটি প্রণালীর মধ্যে কী পার্থক্য আছে?

লক্ষ করো, প্রথম প্রণালীতে মোট সংখ্যক সাইকেল সংখ্যা থেকে প্রথম দিন বিক্রি হওয়া সাইকেল সংখ্যা বিয়োগ করা হল। বিয়োগফল থেকে দ্বিতীয় দিনের বিক্রি হওয়া সাইকেল সংখ্যা বিয়োগ করা হল। পুনশ্চ বিয়োগ ফল থেকে তৃতীয় দিনে বিক্রি হওয়া সাইকেল সংখ্যা বিয়োগ করা হল।

কিন্তু দ্বিতীয় প্রণালীতে তিনদিনের মোট বিক্রি হওয়া সাইকেল সংখ্যা প্রথমে নির্ণয় করা হল এবং সেটা মোট সাইকেল সংখ্যা থেকে বিয়োগ করা হল।

এবার দেখি প্রশ্নটি দুই প্রণালীতেই কীভাবে সমাধান করা হয়েছে।

প্রথম প্রণালী

প্রথম দিনের পরে পড়ে থাকা সাইকেল সংখ্যা = 15 – 3 = 12

দ্বিতীয় দিনের পরে পড়ে থাকা সাইকেল সংখ্যা = 12 – 2 =10

তৃতীয় দিনের পরে পড়ে থাকা সাইকেল সংখ্যা। = 10 – 4 =6

তিন দিনে মোট বিক্রি হওয়া সাইকেলের সংখ্যা = 3 + 2 + 4=9

তিন দিন পরে পড়ে থেকে যাওয়া সাইকেলের সংখ্যা = 15 – 9 = 6

দ্বিতীয় প্রণালী

দ্বিতীয় প্রণালীতে তিন দিনে বিক্রি হওয়া মোট সাইকেলের সংখ্যাকে প্রথমে একটি সংখ্যায় প্রকাশ করা হয়েছে। ও পরে পূর্বে থাকা সাইকেলের সংখ্যা থেকে একে বিয়োগ করা হয়েছে।

বাকি থেকে যাওয়া সাইকেল সংখ্যাকে অন্যরূপে 15-(3+2+4) ভাবে লেখা যেতে পারবে।

এখানে 3, 2 ও 4 কে একত্র করতে **‘বন্ধনী’ ( )** চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

এবার আর একটি পরিস্থিতির আলোচনা করব।-

একটি খাতা 10 টাকা হিসেবে গীতা দোকান থেকে 7টি খাতা কিনল। ওর ভাই শোভন সেই ধরনের খাতা 5 টা কিনল। তারা দোকানীকে মোট কত টাকা দেবে? এই প্রশ্নের উত্তর পেতে শোভন ও গীতা নিম্ন উপায়ে সমাধান করল।

সরোজের হিসাব	মীনার হিসাব
মোট দেয় =7 x 10 টা. + 5 x 10 টা.	উভয়ে কেনা মোট খাতার সংখ্যা= 7 + 5 = 12
= 70 টা. + 50 টা. = 120 টা.	মোট দেয় = 12 x 10 টা. = 120 টা.

সরোজ ও মীনা উভয়ের হিসাব লক্ষ করো। উভয়েরই উত্তর সমান।

লিপি বলল আমার হিসাব দেখ 7 + 5 x 10 টা. = 7 + 50 টা. = 57 টা.

আমার উত্তর ওদের উত্তরের সঙ্গে মিলছে না।

সবাই সমস্যায় পড়ল। প্রকৃতপক্ষে ঠিক উত্তর কোন্‌টা?

শোভন ও গীতার পাওয়া উত্তরটা ঠিক।

বল দেখি:
লিপির হিসাব কেন ভুল?

এই অবস্থায় প্রশ্নের সমাধানে বন্ধনীর ব্যবহার করা হলে কার্যটি অধিক স্পষ্ট ও সংক্ষিপ্ত হয়। 7 ও 5 এর যোগকে বন্ধনীর মধ্যে রেখে একটি সংখ্যা রূপে বিবেচনা করা হয়। এটি হচ্ছে কেনা হওয়া মোট খাতার সংখ্যা। খাতার সংখ্যায় 10টাকা গুণন করা হয়েছে। একে নিম্নমতে লিখব।

মোট দেয় = (7 + 5) x 10 টাকা = 12 x 10 টাকা = 120 টাকা

আমরা কী জানলাম?

প্রথমে বন্ধনীর মধ্যে থাকা সমস্ত গাণিতিক প্রক্রিয়াকে সরল করা হবে। পরে বন্ধনীর বাইরে থাকা গাণিতিক প্রক্রিয়ার কার্য করা হবে।

এসো নিম্নে দেওয়া প্রত্যেক উক্তি বন্ধনী ব্যবহার করে প্রকাশ করব।

(ক) 27 থেকে 2, 5 এবং 4 এর যোগফল বিয়োগ করব।

(খ) ১৫ ও ৩-এর সমষ্টিকে ৬ দ্বারা গুন করব।

(গ) ১০ থেকে ৩ কমিয়ে পাওয়া সংখ্যাকে ৬ দ্বারা গুন করব।

(ঘ) ৬০ কে ৪ ও ৩-এর যোগফলের দুগুণ দ্বারা ভাগ করব।

তলায় তিনটে সংখ্যা থাকা পরিপ্রকাশ লক্ষ করো।

$(3+4)\times 7$

বন্ধনীর মধ্যে তিনকে চারের সঙ্গে যোগ করা হয়েছে ও যোগফলকে সাত দিয়ে গুণ করা হয়েছে। আমাদের দৈনন্দিন জীবনে ঘটা ঘটনার সঙ্গে একে সংপৃক্ত করব, যেমন—

রীতা সকালে তিন ঘণ্টা ও রাত্রে চার ঘণ্টা পড়াশোনা করে। সে সাতদিনে মোট কত ঘণ্টা পড়বে?

একটি ঘরে ৩ বস্তা চাল ও ৪ বস্তা ধান ছিল। সেইরকম সাতটি ঘরে থাকা মোট বস্তা সংখ্যা কত?

এমন দুটি পরিস্থিতির উদাহরণ দাও, যাতে ব্যবহৃত হবে।

2.1.1 চারটি মৌলিক প্রক্রিয়া সম্বলিত এক পরিপ্রকাশের সরলীকরণ।

নিম্নে থাকা বিভিন্ন প্রক্রিয়া সম্বলিত পরিপ্রকাশের সরলীকরন পদ্ধতি দেখো।

উদাহরণ 1

$$\begin{aligned}15\times 10\div 2+9-3 &= 15\times 5+9-3\\ &= 75+9-3\\ &= 84-3\\ &= 81\end{aligned}$$

ওপরে দেওয়া উদাহরণ লক্ষ করে নিম্নের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

- এখানে কোন্ গাণিতিক পরিপ্রকাশ সরল করতে বলা হয়েছে?
- সেই গাণিতিক পরিপ্রকাশে কোন্ কোন্ সংখ্যা ও কোন্ কোন্ গাণিতিক প্রক্রিয়ার ব্যবহার হয়েছে?
- সরলীকরণের প্রথম ধাপে কোন্ গাণিতিক প্রক্রিয়ার কার্য করা হয়েছে?

- দ্বিতীয় ধাপে কোন গাণিতিক প্রক্রিয়ার কার্য করা হয়েছে?
- গুণন প্রক্রিয়ার কাজ শেষ হওয়ার পরে কোন্ প্রক্রিয়ার কার্য করা হয়েছে?
- সবশেষে কোন্ প্রক্রিয়ার কার্য করা হয়েছে এবং কত উত্তর পাওয়া গেল?

এর থেকে আমরা জানলাম, **একাধিক প্রক্রিয়া থাকা পরিপ্রকাশকে সরল করার সময় ক্রমান্বয়ে হরণ, গুণন, যোগ ও বিয়োগ কার্য করা হয়।**

তুমি নিজে সরল করো:

(ক) $14-4\div2\times3$ (খ) $81\div9\times3+4-2$

কিন্তু কোনো সরলীকরণ প্রক্রিয়ায় বন্ধনী ব্যবহার করলে বন্ধনীর ভেতরে প্রক্রিয়া প্রথমে করতে হয়।

সরল করো:

(ক) $15+(10\div5)\times3-3$ (খ) $12\div(4\div2)\times3$

(গ) $18\div3-(4-2)$ (ঘ) $(6\times3)-9+(2\times3)$

বন্ধনী হচ্ছে চার প্রকার।

যথা: রেখাবন্ধনী ———

চন্দ্রবন্ধনী ( )

কুটিলবন্ধনী { }

বর্গবন্ধনী [ ]

জানো কি?

কতকগুলি সংখ্যার পরিপ্রকাশে একাধিক বন্ধনী ব্যবহার হয়ে থাকলে প্রথমে একদম ভেতরের বন্ধনীর সংখ্যা হিসাব করে ক্রমান্বয়ে সমস্ত বন্ধনী তুলে দেওয়া হয়।

সাধারণত বন্ধনীদের ক্রম নিম্ন মতে হয়।

$[\{(\overline{\qquad\qquad})\}]$

- যে পরিপ্রকাশে একটি বন্ধনী প্রয়োজন, সেখানে চন্দ্রবন্ধনী ( ) ব্যবহার হয়।
- দুটো বন্ধনীর আবশ্যক থাকলে চন্দ্র ও কুটিলবন্ধনী ব্যবহার করা হয়।
- তিনটি বন্ধনীর আবশ্যক হলে চন্দ্র, কুটিল ও বর্গবন্ধনী ব্যবহার করা হয়।
- চারটি বন্ধনীর আবশ্যকতার ক্ষেত্রে রেখা, চন্দ্র, কুটিল ও বর্গবন্ধনীর ব্যবহার করা হয়।

এসো নিম্নের উদাহরণগুলিতে বন্ধনীর ব্যবহার শিখব।

উদাহরণ- 1

$72 \div \{19 - (3+7)\}$

নিম্নে প্রশ্নগুলির উত্তর লেখো:

- এখানে কোন্ কোন্ বন্ধনীর ব্যবহার করা হয়েছে?
- সবচেয়ে ভেতরে কোন্ বন্ধনী আছে?
- এই বন্ধনীতে কোন্ গাণিতিক প্রক্রিয়া করা হয়েছে ও তার ফলাফল কত?

$72 \div \{19 - (3+7)\} = 72 \div \{19 - 10\}$

- পরবর্তী সরলীকরণ কার্যর জন্য আর কোন্ বন্ধনী রইল?
- এবার বন্ধনীর মধ্যে থাকা 19 -10 কে সরল করো।

$$72 \div \{19 - 10\} = 72 \div 9$$
$$= 8$$

উদাহরণ-2

সরল করো : $20 — [13 — \{7 \div 7 \times 5 — (2 — 1)\}]$

সমাধান : $20 — [13 — \{7 \div 7 \times 5 — (2 — 1)\}] = 20 — [13 — \{7 \div 7 \times 5 — 1\}]$

$$= 20 — [13 — \{1 \times 5 — 1\}]$$
$$= 20 — [13 — \{5 — 1\}]$$
$$= 20 — [13 — 4]$$
$$= 20 — 9$$
$$= 11$$

অভ্যাস কার্য 2.1

1. বন্ধনীর ব্যবহার করে লেখো:

(ক) 5 এবং 7 এর যোগফলকে 12 দ্বারা হরণ করো।

(খ) 12 কে 5 এবং 3 এর বিয়োগ ফল দিয়ে হরণ করো।

(গ) 15 থেকে 12 র বিয়োগফল থেকে 1 অধিক সংখ্যা সহ 20 গুণ করো।

(ঘ) 133 কে 4 এবং 5 এর গুণফল থেকে 1 কম হওয়া সংখ্যা দ্বারা হরণ করো।

2. ভুল থাকলে ঠিক করে লেখো:

(ক) $12 \div 4 - 1$ কে সরল করার সময় প্রথমে 12 কে 4 দ্বারা হরণ করতে হবে।

(খ) $(6 - 3) \times 2$ কে সরলী করার সময় প্রথমে $6 - 3$ এর বিয়োগফল নির্ণয় করবে।

(গ) $12 - \{8 \div (3 - 1)\}$ কে সরল করার সময় প্রথমে 12 থেকে 8 বিয়োগ করা হবে।

(ঘ) $20 \times \{6 \div (3 - 2)\}$ কে সরল করার সময় প্রথমে $6 \div 3$ এর কার্য করা হয়।

3. সরল করো:

(ক) $[9 \times \{7 - (2 + 3)\}]$

(খ) $1 - [1 - \{1 - (1 - \overline{1 - 1})\}]$

(গ) $5 - [5 - \{5 - (5 - \overline{5 - 5})\}]$

(ঘ) $[\{3 \times 2 - (2 \times \overline{6 - 3})\} - \{(15 \div \overline{8 - 3}) + (12 \div \overline{4 - 2})\}]$

2. 2 বিভাজ্যতার নিয়ম

আমরা আগে থেকেই জানি, একটি সংখ্যাকে অন্য একটি ছোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে একটি ভাগফল পাওয়া যায়, এবং ভাগশেষ থাকে বা ভাগশেষ থাকে না। নিম্নে দুটি উদাহরণ দেওয়া হয়েছে:

$124 \div 2 = 62$　　　　$83 \div 10 =$ ভাগফল 8 ও ভাগশেষ 3 ।

প্রথম ভাগক্রিয়ায় ভাগশেষ নেই। কিন্তু দ্বিতীয় ভাগক্রিয়াতে ভাগশেষ 3। আমরা বলি 124, 2 দ্বারা বিভাজ্য।

হরণ করে কোনো সংখ্যা 2 কিম্বা 3 দ্বারা সম্পূর্ণ রূপে বিভাজ্য কিনা সেটা জানতে পারি। কিন্তু বড় বড় সংখ্যাকে 2 কিংবা 3 দ্বারা হরণ করে তা ভাজক দ্বারা সম্পূর্ণ রূপে বিভাজ্য কি নয় জানতে হলে অনেক সময় লেগে যায়। তাই কোনো সংখ্যা 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 বা 11 দ্বারা বিভাজ্য কিনা তা জানতে কতকগুলি নিয়ম আছে। এসো সেসব আলোচনা করি:

(ক) 2 দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম:

নিম্ন সংখ্যাদের 2 দ্বারা ভাগ করো। যে সংখ্যাগুলো 2 দ্বারা বিভাজ্য সেই সংখ্যাদের চিহ্নিত করো।

20, 32, 33, 44, 55, 59, 76, 48, 91, 37, 95

যে সংখ্যা সংখ্যাগুলো 2 দ্বারা বিভাজ্য হল, তাদের একক ঘরে কোন্ কোন্ অঙ্ক আছে বলো।

আমরা দেখলাম:

যে সংখ্যার একক স্থানে কিম্বা 0, 2, 4, 6 কিংবা 8 থাকে, তাহা 2 দ্বারা বিভাজ্য।

জানো কি?

যে পূর্ণ সংখ্যা 2 দ্বারা বিভাজ্য তাকে যুগ্ম সংখ্যা বলা হয়। যে সংখ্যা 2 দ্বারা বিভাজ্য নয় তাকে অযুগ্ম সংখ্যা বলা হয়।

নিজে করে দেখো:

- তোমার খাতায় নিম্নে থাকা সংখ্যাগুলো দুলাইনে যেভাবে লেখা হয়েছে সেইভাবে লেখো:

11,	12,	13,	14,	15,	16,	17,	18,	19,	20,
21,	22,	23,	24,	25,	26,	27,	28,	29,	30

- যে সংখ্যাগুলো দ্বারা বিভাজ্য সেগুলো গোল দাগ দিয়ে চিহ্নিত করো।
- 2 দ্বারা বিভাজ্য কোনো সংখ্যা ও তার ঠিক পরবর্তী 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার মধ্যে কত পার্থক্য হচ্ছে লক্ষ করো।
- 5 ও 6 অঙ্ক বিশিষ্ট দুটো যুগ্ম সংখ্যা নিয়ে ওপরে পাওয়া সিদ্ধান্ত ঠিক হচ্ছে কি না পরীক্ষা করো।

নিম্নের প্রশ্নের উত্তর লেখো:

1. ভাগক্রিয়া না করে তলার সংখ্যার মধ্যে যুগ্ম সংখ্যা বেছে লেখো:

   120, 497, 6179, 1429, 1689, 18179, 24492, 2988,

   20000, 92723, 4872, 579871, 94700, 4444, 654324

2. (ক) এমন পাঁচটি ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো, যেগুলো দ্বারা বিভাজ্য হবে।

   (খ) দুই দ্বারা বিভাজ্য না হওয়া পাঁচটি ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো।

(খ) 3 দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম:

তলায় দেওয়া প্রত্যেক সংখ্যাকে 3 দ্বারা ভাগ করো।

24, 30, 32, 65, 70, 72, 10.213, 21.219, 300

যে সংখ্যাগুলো 3 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ থাকছে না সেগুলো চিহ্নিত করো।

3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়া প্রত্যেক সংখ্যার অঙ্কদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

3 দ্বারা বিভাজ্য না হওয়া প্রত্যেক সংখ্যার অঙ্কদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

এখন বল ভাগক্রিয়া না করে কোনো সংখ্যা দ্বারা 3 বিভাজ্য বলে কীভাবে জানবে?

আমরা জানলাম: **যে সংখ্যার অঙ্কদের সমষ্টি 3 দ্বারা বিভাজ্য, সেই সংখ্যাটি 3 দ্বারা বিভাজ্য।**

নিম্ন প্রশ্নের উত্তর লেখো:

3. (ক) 15342, 21304, 30000, 12401এর মধ্যে 3 দ্বারা বিভাজ্য কোন্‌গুলো ভাগ না করে বলো।

   (খ) 135 *278 এ থাকা তারকা চিহ্নিত স্থানে কোন্ অঙ্ক বসালে 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে?

   (গ) 357024 য়ে থাকা শূন্যের বদলে কোন্ অঙ্ক বসালে 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে না?

   (ঘ) তিনটি আট অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যার উদাহরণ দাও যারা 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে?

   (ঙ) তিনটি আট অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো যারা 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে না?

   (চ) পূর্ববর্তী (গ) ও (ঘ) প্রত্যেক প্রশ্নের জন্য কতটি উত্তর সম্ভব লেখো।

(গ) 4 দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম:

120, 125, 310, 312, 318, 410, 416, 515, 600, 620

ওপরে দেওয়া প্রত্যেক সংখ্যাকে 4 দ্বারা ভাগ করো।

কোন্ সংখ্যাগুলো 4 দ্বারা বিভাজ্য হল ? কোন্গুলো 4 দ্বারা বিভাজ্য হল না।

4 দ্বারা বিভাজ্য প্রত্যেক সংখ্যার দশক ও একক অঙ্ক নিয়ে গঠিত সংখ্যাদের তালিকা করো।

4 দ্বারা বিভাজ্য না হওয়া প্রত্যেক সংখ্যার দশক ও একক অঙ্ক নিয়ে গঠিত সংখ্যাদের নাম লেখো।

লক্ষ করো:

যে সংখ্যার দশক ও একক স্থানে থাকা অঙ্ক নিয়ে গঠিত সংখ্যাটি 4 দ্বারা বিভাজ্য, সেই সংখ্যাটি 4 দ্বারা বিভাজ্য।

212 এর দশক স্থানে 1 ও একক স্থানে 2 আছে। এ দুটির অঙ্ক দুটির দ্বারা গঠিত সংখ্যা হচ্ছে 12। 12, 4 দ্বারা বিভাজ্য, তাই 212 ও 4 দ্বারা বিভাজ্য।

নিম্ন প্রশ্নের উত্তর লেখো:

4. (ক) তুমি মন থেকে চারটি চার অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা নাও, যেগুলো 4 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

(খ) শূন্যস্থানে কী লিখলে সংখ্যাটি 4 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

3142—2, 21343—4, 40036—, 2458342—

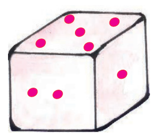
জানো কি?

যে সংখ্যার ডাইনে দুটি বা দুটির বেশি শূন্য থাকে সেট 4 দ্বারা বিভাজ্য।

- 300, 500, 800ক নিয়ে উপরিস্থ নিয়মের পরীক্ষা করো।

(ঘ) 5 দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম:

লুডো খেলার সময় একজন ছক্কা ফেলার সময় আট বার কেবল 5 পড়ল। যদি ঘুঁটি 0 স্থানে থাকে, তবে প্রতিবার ছক্কা পড়ার পরে ঘুঁটি কোন্ কোন্ সংখ্যা দিয়ে যাবে ও শেষে কোথায় পৌঁছবে।



সেই সংখ্যাগুলো 5 দ্বারা বিভাজ্য কি?

এই সংখ্যাদের একক ঘরে কোন্ কোন্ অঙ্ক আছে? একক ঘরে 0 এবং 5 না থাকা কয়েকটি দুই বা তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা নিয়ে সেগুলো 5 দ্বারা ভাগ করো, সংখ্যাগুলো 5 দ্বারা বিভাজ্য হচ্ছে কি? কোনো সংখ্যা 5 দ্বারা বিভাজ্য হচ্ছে বলে কীভাবে জানবে?

যে সংখ্যার একক ঘরের অঙ্ক 0 বা 5, সেই সংখ্যা 5 দ্বারা বিভাজ্য।

লক্ষ করো: 5 x 1 = 5
5 x 2 = 10
5 x 3 = 15
5 x 4 = 20 ইত্যাদি

জানো কি?

যে কোনো সংখ্যাকে 5 দ্বারা গুনলে গুণফলের একক 5 কিংবা 0 হয়ে থাকে।

নিম্ন প্রশ্নের উত্তর লেখো:

5. (ক) পাঁচ দ্বারা বিভাজ্য হওয়া 4টি পাঁচ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো।

(খ) পাঁচ দ্বারা বিভাজ্য হওয়া 3টি সংখ্যা লেখো, যেগুলো উলটে লিখলে সৃষ্টি হওয়া সংখ্যাটিও 5 দ্বারা বিভাজ্য হবে। (যেমন: 5386450)।

(ঙ) 6 দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম:

নিজে করে দেখো:

- উভয় 2 এবং 3 প্রত্যেকের দ্বারা বিভাজ্য হওয়া পাঁচটি তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো। প্রত্যেক সংখ্যাকে 6 দ্বারা ভাগ করো এবং সেগুলো 6 দ্বারা বিভাজ্য হয় কিনা দেখো।
- তিনটি তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো, যেগুলো 2 দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে না।
- তিনটি তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো, যেগুলো 3 দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু 2 দ্বারা বিভাজ্য নয়।
- নিম্নে দেওয়ার মতো করে একটি সারণী তৈরি করো। উপরে লেখা সংখ্যাগুলো সারণীর বাঁদিকের ঘরে তলায় তলায় লিখে সারণীর অন্য ঘরগুলি পূরণ করো।

সংখ্যা	2 দ্বারা বিভাজ্য কি?	3 দ্বারা বিভাজ্য কি?	6 দ্বারা বিভাজ্য কি?

আমরা জানলাম:

যে সংখ্যাটি উভয় 2 এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য, সেই সংখ্যা 6 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

বলো দেখি:
6 দ্বারা বিভাজ্য হওয়া একটি সংখ্যার যে কোনো স্থানে 6 লিখলে যে নতুন সংখ্যাটি পাবে, সেটা 6 দ্বারা বিভাজ্য হবে কি?

নিম্ন প্রশ্নের উত্তর লেখো:

6. দুটি ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো, যেগুলো **6** দ্বারা বিভাজ্য।

(চ) 8 দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম:

1808, 3104, 3424 সংখ্যাগুলো 8 দ্বারা বিভাজ্য কি? প্রত্যেক সংখ্যাকে 8 দ্বারা ভাগ করার পর তুমি লক্ষ করবে যে প্রত্যেক সংখ্যা 8 দ্বারা বিভাজ্য। এসো এই সংখ্যাগুলোয় থাকা বিশেষত্ব খুঁজে বের করব।

এই সংখ্যাদের শতক, দশক ও একক স্থানে থাকা অঙ্কদের দ্বারা গঠিত সংখ্যাদের লক্ষ করো। সেগুলি হল 808, 104 ও 424। এ সংখ্যাগুলি 8 দ্বারা বিভাজ্য।

এবার তুমি দুটি সংখ্যা তৈরি করো, যাদের শতক, দশক ও একক ঘরের অঙ্ক নিয়ে গঠিত সংখ্যা 8 দ্বারা বিভাজ্য হবে। সেই সংখ্যা দুটি 8 দ্বারা বিভাজ্য কিনা পরীক্ষা করো। দেখবে সে দুটো 8 দ্বারা বিভাজ্য।

জানো কি?

এক দুই ও তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাগুলো 8 দ্বারা বিভাজ্য কিনা জানতে হলে, হরণ প্রক্রিয়ার ব্যবহার করা হয়।

যে চার অঙ্ক বা তার থেকে অধিক অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যার শতক, দশক ও একক অঙ্ক দ্বারা গঠিত সংখ্যা 8 দ্বারা বিভাজ্য, সেই সংখ্যাটি 8 দ্বারা বিভাজ্য।

নিম্নের প্রশ্নের উত্তর লেখো:

7. (ক) 512, 8 দ্বারা বিভাজ্য। এর বাঁদিকে আর দুটো করে অঙ্ক লিখে যে নতুন সংখ্যাগুলো পাবে, সেগুলো 8 দ্বারা বিভাজ্য হবে কি? পরীক্ষা করে দেখো।

(খ) তিনটে চার অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো, যেগুলো 8 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

(ছ) 9 দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম:

9 এর গুণিতকগুলো হচ্ছে 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63......ইত্যাদি, সেইরকম 5211, 31014, 2232 সংখ্যাগুলো ও 9 দ্বারা বিভাজ্য (পরীক্ষা করে দেখো)

উপরে লেখা প্রত্যেক সংখ্যায় থাকা অঙ্কদের সমষ্ঠির বিশেষত্ব লক্ষ করো।

1+8=9, 2+7=9, 3+6=9, 4+5=9, 5+4=9, 6+3=9

প্রত্যেক সংখ্যার অঙ্কদের সমষ্টি ও 9 দ্বারা বিভাজ্য।

নিম্ন প্রশ্নের উত্তর লেখো:

8. (ক) চারটি পাঁচ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো, যেগুলো ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

(খ) এমন দুটি চার অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো যেগুলো উভয় ৬ এবং ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

9. বিভিন্ন সংখ্যা নিয়ে পরীক্ষা করে দেখো:

৯ দ্বারা বিভাজ্য যে কোনো সংখ্যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য কি?

৩ দ্বারা বিভাজ্য প্রত্যেক সংখ্যা ৯ দ্বারা বিভাজ্য কি?

(জ) 11 দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম:

121, 308, 1331, 61809, 251130 কে 11 দ্বারা ভাগ করো এবং লক্ষ করো, যে এই সংখ্যাগুলো 11 দ্বারা বিভাজ্য। পরের পৃষ্ঠায় দেওয়া সারণী থেকে এই সংখ্যাগুলোর অঙ্কদের মধ্যে থাকা সম্পর্ক লক্ষ করব ও তার বিশেষত্ব জানব।

সংখ্যা	ডানদিক থেকে অযুগ্ম স্থানে থাকা অঙ্কদের সমষ্টি	ডানদিক থেকে যুগ্ম স্থানে থাকা অঙ্কদের সমষ্টি	পূর্বের দুই ঘরে পাওয়া ফলাফলের পার্থক্য
121	1+1= 2	2	2-2=0
308	8+3=11	0	11-0=11
1331	1+3=4	3+1=4	4-4=0
61809	9+8+6=23	0+1=1	23-1=22
251130	0+1+5=6	3+1+2=6	6-6=0

আমরা লক্ষ করলাম যে, প্রত্যেক ক্ষেত্রে পার্থক্য 0 কিম্বা 11 র গুণিতক হচ্ছে। এইসব সংখ্যা 11 দ্বারা বিভাজ্য।

এবার 89244 নেব। এই সংখ্যার ডাইনে থেকে বাঁয়ে গেলে প্রথম, তৃতীয় ও পঞ্চম স্থানে থাকা অঙ্কগুলি হচ্ছে যথাক্রমে 4, 2 এবং 8,ওদের সমষ্টি হচ্ছে 4 + 2 + 8 = 14 । সেইরকম দ্বিতীয় ও চতুর্থ স্থানে থাকা অঙ্ক দুটি হচ্ছে 4 এবং 9, ওদের সমষ্টি হচ্ছে 4 + 9 = 13 ।

এখানে পার্থক্য হচ্ছে 14 - 13 = 1, এটি 11 দ্বারা বিভাজ্য কিনা পরীক্ষা করে দেখ।

আমরা জানলাম:

যে সংখ্যার ডানদিক থেকে অযুগ্ম স্থানীয় অঙ্কদের সমষ্টি ও যুগ্ম স্থানে থাকা অঙ্কদের সমষ্টির পার্থক্য শূন্য (0) বা 11-র এক গুণিতকের সঙ্গে সমান, সেইসংখ্যা 11 দ্বারা বিভাজ্য।

অভ্যাসকার্য 2.2

১. বিভাজ্যতা নিয়ম ব্যবহার করে নীচে দেওয়া সংখ্যাগুলো 2 দ্বারা, 3 দ্বারা, 4 দ্বারা, 5 দ্বারা, 6 দ্বারা, 8 দ্বারা, 9 দ্বারা, 11 দ্বারা বিভাজ্য কিনা পরীক্ষা করো ও যে সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য সেই সংখ্যার নীচের ঘরে টিক চিহ্ন দাও।

সংখ্যা	কার দ্বারা বিভাজ্য							
	2	3	4	5	6	8	9	11
990								
1586								
400								
6666								
639210								
429714								
2856								
900000								
999999								

2.3 গুণনীয়ক ও গুণিতক:

তোমরা গুণনীয়ক ও গুণিতক-এর বিষয়ে পূর্ব শ্রেণীতে শিখেছ। এবার এসো সেসব মনে করব।

♦ 12 কে দুটি সংখ্যার গুণন ভাবে প্রকাশ করতে পারব।

যেমন- 12 = 1 x 12

= 2 x 6

= 3 x 4

12 র গুণনীয়কগুলো হচ্ছে - 1, 2, 3, 4, 6 এবং 12।

সেইরকম 18 র গুণনীয়ক নির্ণয় করলে পাব - 1, 2, 3, 6, 9 এবং 18।

এবার বলো কোন্‌গুলো 12 ও 18 র সাধারণ গুণনীয়ক।

♦ এখন 8 ও 9 এর সাধারণ গুণনীয়কগুলো নির্ণয় করব।

8 এর গুণনীয়কগুলো হচ্ছে - 1, 2, 4 ও 8, সেইরকম 9 এর গুণনীয়কগুলো- 1, 3 ও 9

8 ও 9 এর সাধারণ গুণনীয়ক কোন্ সংখ্যা?

এখানে কেবল '1' হচ্ছে 8 ও 9 এর সাধারণ গুণনীয়ক।

এই রকম জোড়া সংখ্যাগুলোকে **পরস্পর মৌলিক** সংখ্যা বলা হয়।

8 ও 9 সংখ্যা দুটি পরস্পর মৌলিক।

বলো দেখি:

তুমি দু জোড়া পরস্পর মৌলিক সংখ্যার উদাহরণ দাও।

♦ কতকগুলি সংখ্যা আছে, যাদের কেবলমাত্র দুটি গুণনীয়ক আছে।

যেমন 7 এর গুণনীয়ক = 1 ও 7 11এর গুণনীয়ক = 1 ও 11

- এইভাবে কেবল দুটি মাত্র গুণনীয়ক থাকা সংখ্যাকে মৌলিক সংখ্যা বলা হয় এরকম তুমি আর পাঁচটা মৌলিক সংখ্যার উদাহরণ দাও।
- যসব সংখ্যার দুটির বেশি সংখ্যক গুণনীয়ক আছে সেগুলোকে যৌগিক সংখ্যা বলা হয়।

15 এর গুণনীয়ক হচ্ছে 1, 3, 5,15। তাই 15 একটি যৌগিক সংখ্যা। তুমি এরকম চারটে যৌগিক সংখ্যা লেখো।

4 x 1 = 4, 4 x 2 = 8, 4 x 3 = 12, 4 x 4=16.......

এখানে 4, 8, 12, 16.......... হচ্ছে 4 এর এক একটি গুণিতক।

♦ সেইভাবে 6 এর গুণিতকদের মান নির্ণয় করতে পারব। 6 এর গুণিতকগুলো হচ্ছে 6, 12, 18, 24..........

বলো দেখি:

একটি সংখ্যার ক'টি গুণিতক আছে?

একটি সংখ্যার সবচেয়ে ছোট গুণিতক কত?

একটি সংখ্যার সবচেয়ে বড় গুণিতক কত?

- 3 এর গুণিতকগুলো হচ্ছে – 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24.............

  4 এর গুণিতকগুলো হচ্ছে – 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28,32...........

  3 ও 4 এর সাধারণ গুণিতকগুলো হচ্ছে – 12, 24......... ইত্যাদি।

নিজে করে দেখো:

- 6 এর গুণনীয়কদের লেখো।
- 6 এর সমস্ত গুণনীয়কদের সমষ্টি কত ?
- 6 এর দুই গুণ কত বলো।
- 6 এর সমস্ত গুণনীয়ক সমষ্টি ও 6 এর দুই গুণের মধ্যে কী সম্পর্ক দেখলে ?

যে সংখ্যার গুণনীয়কদের সমষ্টি সেই সংখ্যার দুগুণের সঙ্গে সমান, সেটাকে পরিপূর্ণ সংখ্যা বলা হয়।

1 থেকে 30 এর মধ্যে থাকা সংখ্যাগুলো নিয়ে পরীক্ষা করো এবং আর কোন্ সংখ্যা এক পরিপূর্ণ সংখ্যা তা স্থির করো।

গোল্ডবাক তথ্য

4 থেকে বড় প্রত্যেক যুগ্ম সংখ্যাকে দুটি মৌলিক সংখ্যার যোগফল রূপে প্রকাশ করা যাবে।

যথা:- 6 = 3+3

18 = 7+11 ইত্যাদি

গোল্ডবাক নামে একজন গণিতজ্ঞ প্রথমে এটা লক্ষ করেছিলেন।

অভ্যাস কার্য 2.3

1. 10 ও 30 এর মধ্যে থাকা মৌলিক সংখ্যাগুলি লেখো।
2. 3, 4 ও 5 এর তিনটি সাধারণ গুণিতক লেখো।
3. 60 ও 75 এর সাধারণ গুণনীয়কগুলোকে লেখো।
4. নিম্নে দেওয়া প্রত্যেক উক্তিকে পড়ে তা ভুল না ঠিক বলো।
   (উপযুক্ত কারণ দর্শিয়ে তোমার উত্তরের যথার্থতা প্রতিপাদন করো।)
   (ক) কোনো সংখ্যার অসংখ্য গুণনীয়ক থাকে।
   (খ) 4 ও 9 পরস্পর মৌলিক সংখ্যা।

বলো দেখি:
1 থেকে 20 র মধ্যে কতগুলি মৌলিক সংখ্যা আছে ?

(গ) কোনো সংখ্যা সেই সংখ্যার ক্ষুদ্রতম গুণনীয়ক।

(ঘ) 9 ও 13 র কোনো সাধারণ গুণনীয়ক নেই।

(ঙ) কোনো সংখ্যার নির্দিষ্ট সংখ্যক গুণনীয়ক থাকে।

(চ) 12 হচ্ছে একটি পরিপূর্ণ সংখ্যা।

2.4. মৌলিক গুণনীয়ক

কোনো যৌগিক সংখ্যাকে অনেক প্রকারে গুণনীয়কদের গুণফলরূপে প্রকাশ করা যেতে পারে। উদাহরণস্বরূপ- 60 এর গুণনীয়ককে আমরা এইভাবে লিখতে পারি।

(ক) 2 x 30 (খ) 3 x 20 (গ) 4 x 15

(ঘ) 5 x 12 (ঙ) 6 x 10 (চ) 2 x 2 x 3 x 5

এই গুণনীয়ক বিভিন্ন প্রকারের। প্রথম, দ্বিতীয় ও চতুর্থর ক্ষেত্রে গুণনীয়ক থেকে প্রতিটিতে একটি গুণনীয়ক মৌলিক ও অন্যটি যৌগিক। তৃতীয় ও পঞ্চম ক্ষেত্রে থাকা গুণনীয়কের মধ্যে উভয় গুণনীয়ক যৌগিক, কিন্তু ষষ্ঠ ক্ষেত্রে প্রত্যেক গুণনীয়ক মৌলিক।

কোনো যৌগিক গুণনীয়ক অপেক্ষা মৌলিক গুণনীয়কের গুরুত্ব অধিক। কোনো সংখ্যার গুণনীয়ক নির্ণয় করার সময় যৌগিক গুণনীয়ক বিভিন্ন প্রকারে সম্ভব। কিন্তু উক্ত সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়ক কেবল একপ্রকার। গুণনীয়কদের ক্রম বদলাতে পারে। কিন্তু গুণনীয়কগুলো অপরিবর্তিত থাকবে। নীচে থাকা উদাহরণটি দেখো।

6 = 2 x 3 ও 25 = 5 x 5

একে সংখ্যার অনন্য উৎপাদকীকরণ নিয়ম বলা হয়।

উদাহরণ - 1 : সংখ্যা 420 কে মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ করো।

সমাধান: সংখ্যা 420, 2 দ্বারা বিভাজ্য ও 2 সবচেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যা

সুতরাং, 420 = 2 x 210

পুনর্বার 210 = 2 x 105

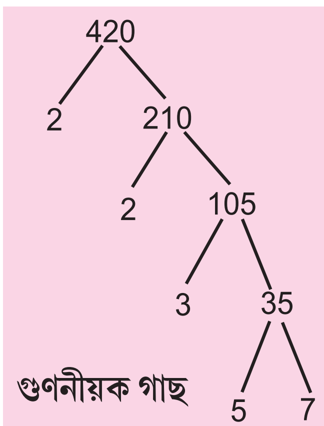
তাই, 420 = 2 x 2 x 105

105 একটি যৌগিক সংখ্যা যা 3 দ্বারা বিভাজ্য ও 105 = 3 x 35

সেইরকম, 420 = 2 x 2 x 3 x 35

এখনও 35 একটি যৌগিক সংখ্যা যেটাকে 5 x 7 রূপে লেখা যাবে।

এইরকম, 420 = 2 x 2 x 3 x 5 x 7



গুণনীয়ক গাছ

এখানে সমস্ত গুণনীয়ক মৌলিক। তাই আমরা 420 কে মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ করলাম। উপরোক্ত প্রণালীকে নিম্নরূপে দেখাতে পারব।

$$\begin{array}{r|r} 2 & 420 \\ \hline 2 & 210 \\ \hline 3 & 105 \\ \hline 5 & 35 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$$420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

উত্তর লেখো:

(ক) পাঁচ অঙ্ক বিশিষ্ট সবচেয়ে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা লেখো ও সেটাকে মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ করো।

(খ) চার অঙ্ক বিশিষ্ট সবচেয়ে বৃহত্তম সংখ্যা লেখো ও সেটাকে মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ করো।

(গ) 1729 এর মৌলিক গুণনীয়ক নির্ণয় করো ও সেগুলো ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে লেখো। এতে গুণনীয়কদের মধ্যে থাকা সম্বন্ধ প্রকাশ করো।

2.5 গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু)

দুটি বা দুটির অধিক সংখ্যার গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা গ.সা.গু একটি অদ্বিতীয় সংখ্যা। যা প্রত্যেক সংখ্যার গুণনীয়ক অর্থাৎ এটা সমস্ত সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক হয়ে থাকে ও সমস্ত সাধারণ গুণনীয়কের মধ্যে সবচেয়ে বড় হয়ে থাকে।

উদাহরণস্বরূপ: এসো সংখ্যা 12 ও 16 সম্বন্ধে আলোচনা করব।

12 এর গুণনীয়ক: 1, 2, 3, 4, 6, 12

16 এর গুণনীয়ক: 1, 2, 4, 8, 16

এখানে সাধারণ গুণনীয়ক হচ্ছে , 1, 2 ও 4 । এর মধ্যে 4 সবচেয়ে বড় সাধারণ গুণনীয়ক। অর্থাৎ সংখ্যা 12 ও 16 এর গ.সা.গু. 4 হচ্ছে।

দুই বা অধিক সংখ্যার গ.সা.গু জানার জন্য সাধারণত যে প্রণালী প্রয়োগ করা হয়, সেগুলো হল মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ প্রণালী, সাধারণ ভাগ ক্রিয়া প্রণালী ও নিরন্তর ভাগক্রিয়া প্রণালী।

এখন আমরা এই প্রণালীর সম্বন্ধে আলোচনা করব।

2.5.1. মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ প্রণালী:

এই প্রণালী তিনটি সোপানে সম্পাদিত হয়:

সোপান 1 : দেওয়া সংখ্যা থেকে প্রত্যেককে মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ করো। (মৌলিক গুণনীয়কদের গুণফল রূপে লেখো।)

সোপান 2 : সমস্ত গুণনীয়ক থেকে সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক নাও।

সোপান 3 : তোমার পাওয়া সাধারণ গুণনীয়কদের গুণফল নির্ণয় করলে গ.সা.গু পাবে।

উদাহরণ-1 : সংখ্যা 24 ও 40 এর গ.সা.গু নির্ণয় করো।

সমাধান: সোপান 1 : 24 = 2 x 2 x 2 x 3

40 = 2 x 2 x 2 x 5

সোপান 2 : সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলো হচ্ছে 2, 2 ও 2

সোপান 3 : গ.সা.গু . = 2 x 2 x 2 = 8

উদাহরণ -2 : 144, 180, 192 এর গ.সা.গু নির্ণয় করো।

সমাধান: সোপান 1 : 144 = 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 3

180 = 2 x 2 x 3 x 3 x 5

192 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 3

সোপান 2 : সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক হচ্ছে : 2 ও 3

সোপান 3 : গ.সা.গু. = 2 x 2 x 3 = 12

উদাহরণ -3 : 27 ও 80 র গ.সা.গু নির্ণয় করো।

সমাধান: সোপান1 : 27 = 3 x 3 x 3

80 = 2 x 2 x 2 x 2 x 5

সোপান 2 : এখানে কোনো গুণনীয়ক সাধারণ নয়। তাই গ.সা.গু 1 হবে ।

2.5.2. ক্রমিক ভাগক্রিয়া প্রণালী:

সাধারণ ভাগক্রিয়া প্রণালীতে 24 ও 40 এর গ.সা.গু নিম্নমতে নির্ণয় করা যায়।

2	24, 40
2	12, 20
2	6, 10
2	3, 5

উভয় সংখ্যা যে মৌলিক সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য, সেই সংখ্যা সংখ্যা দ্বারা উভয় সংখ্যাকে ক্রমিক ভাবে ভাগ করা হয়েছে।

গ.সা.গু= 2 x 2 x 2 = 8

উপরোক্ত দুটি প্রণালীর দ্বারা গ.সা.গু জানার জন্য আমরা প্রত্যেক সংখ্যা মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ করা উচিত। ছোট ছোট সংখ্যার ক্ষেত্রে এই কার্য সহজ হয়। কিন্তু বড় বড় সংখ্যার ক্ষেত্রে এই কার্য অর্থাৎ মৌলিক গুণনীয়ক বিশ্লেষণ করার কাজ এত সহজ নয়। এই পরিস্থিতিতে গ.সা.গু জানার জন্য আমরা বিকল্প প্রণালী **নিরন্তর ভাগক্রিয়া** প্রণালী প্রয়োগ করি।

জানো কি?

যখন দুটি সংখ্যার মধ্যে কোনো গুণনীয়ক সাধারণ হয় না। তখন গ.সা.গু হয়। এই রূপ সংখ্যাদের পরস্পর মৌলিক বলা হয়।

2.5.3 নিরন্তর ভাগক্রিয়া প্রণালী

এই প্রণালীর দ্বারা আমরা দুটি সংখ্যার গ.সা.গু নিম্ন সোপান পেতে পারব:

সোপান 1 : বড় সংখ্যাকে ছোট সংখ্যায় ভাগ করে ভাগশেষ নির্ণয় করো।

সোপান 2 : যদি ভাগশেষ শূন্য হয়, তবে ছোট সংখ্যাটি গ.সা.গু। যদি ভাগশেষ শূন্য না হয়, ছোট সংখ্যাকে পূর্ব ভাগশেষ দ্বারা ভাগ করে নতুন ভাগশেষ নির্ণয় করো।

সোপান 3 : যদি নতুন ভাগশেষ শূন্য হয়, তবে পূর্ব ভাজক গ.সা.গু। যদি ভাগশেষ শূন্য না হয়, পূর্ব ভাজককে এই ভাগশেষ দ্বারা ভাগ করো। এই প্রণালী বারম্বার করো। যেখানে ভাগশেষ শূন্য হবে, সেখানে কার্য শেষ হবে। ভাগশেষ শূন্য হলে শেষ ভাজক গ.সা.গু হবে।

উদাহরণ -4 : 24 ও 40 র গ.সা.গু নির্ণয় করো:

সমাধান: সোপান 1 :

24)40(1
24
—
সোপান 2 :

16)24(1
16
—

সোপান 3 :

8)16(2
16
—
0

বলো দেখি:
মৌলিক গুণনীয়ক বিশ্লেষণ প্রণালীতে 24 ও 40র গ.সা.গু কত হবে?

এই ভাবে 24 ও 40 র গ.সা.গু. হচ্ছে 8।

যদি দু'য়ের অধিক সংখ্যা থাকে, তবে প্রথমে আমরা যে কোনো দুটি সংখ্যার গ.সা.গু বের করব। তারপরে অবশিষ্ট সংখ্যা থেকে একটা সংখ্যা ও পূর্বে গ.সা.গু র গ.সা.গু নির্ণয় করব। সব সংখ্যার বিচার না হওয়া পর্যন্ত এই প্রণালী বারবার করে যাও। শেষ গ.সা.গু.ই নির্ণেয় গ.সা.গু হবে। এই শেষ গ.সা.গু সংখ্যার ক্রমের ওপরে নির্ভর করে না। কিন্তু যদি আমরা সংখ্যাকে উর্ধ্বক্রমে নিই, তবে কার্যপ্রণালী সরল হয়ে যাবে।

উদাহরণ -5 : 144, 180 ও 192 এর গ.সা.গু. নির্ণয় করো।

সমাধান:

```
144)180(1
    144
    ----
     36)144(4
        144
        ---
          0
```

144 ও 180 এর গ.সা.গু. 36 । এবার আমরা 36 ও 192 এর গ.সা.গু. বের করব।

```
36)192(1
   180
   ---
    12)36(3
       36
       --
        0
```

36 ও 192 এর গ.সা.গু. 12

$\therefore$ 144, 180 ও 192 এর গ.সা.গু. 12 ।

অভ্যাস কার্য 2.4

1. 65610 সংখ্যাটি 27 দ্বারা বিভাজ্য। 65610 এর নিকটতম এমন দুটি সংখ্যা বের করো যা। 27 দ্বারা বিভাজ্য হবে
2. দুটি ক্রমিক সংখ্যার গ.সা.গু নির্ণয় করো।
3. কোনো বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা 245 ও 1029 কে ভাগ করলে প্রত্যেক স্থানে 5 ভাগ শেষ থাকবে?
4. দুটি ট্যাঙ্কারে যথাক্রমে 850 লিটার ও 680 লিটার পেট্রোল আসে তুমি এমন পাত্র নিয়ে এসো যাতে প্রত্যেক ট্যাঙ্কার পেট্রল পূর্ণ মাপে মাপ করা যাবে।
5. কোনো বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা 398, 436 ও 542 কে ভাগ করলে যথাক্রমে 7, 11 ও 15 ভাগশেষ থাকবে?

   (সূচনা: 398-7, 436-11, 542-15 এর গ.সা.গু নির্ণয় করো।)
6. একটা ঘরের মাপ দৈর্ঘ্যেপ্রস্থে ও উচ্চতায় যথাক্রমে 5 মি. 25 সেমি, 6 মি. 75.সেমি ও 4 মি. 50 সেমি । তুমি এরকম একটি বড় মাপের লাঠি ঠিক করো, যাতে ঘরের লম্ব, প্রস্থ, উচ্চতা পূর্ণ ভাবে মাপা যাবে।
7. উদাহরণ নিয়ে প্রত্যেক উক্তি ঠিক কিনা পরীক্ষা করো। (প্রতিটির জন্য তিনটে উদাহরণ নাও)

   (ক) দুটি ভিন্ন মৌলিক সংখ্যার গ.সা.গু হচ্ছে 1।

   (খ) দুটি পরস্পর মৌলিক সংখ্যার গ.সা.গু. 1 থ6ে।

   (গ) একটি যুগ্ম সংখ্যা ও একটি অযুগ্ম সংখ্যার গ.সা.গু. একটি যুগ্ম সংখ্যা হচ্ছে।

   (ঘ) দুটি ক্রমিক যুগ্ম সংখ্যার গ.সা.গু. 2 ।

   (ঙ) দুটি ক্রমিক অযুগ্ম সংখ্যার গ.সা.গু. 2 ।

2.6. লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)

দুই বা ততোধিক সংখ্যার লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.) হচ্ছে সেই সংখ্যা যা–

- এই সমস্ত সংখ্যার গুণিতক
- সমস্ত সাধারণ গুণিতকের মধ্যে সবচেয়ে ছোট হয়

বলো দেখি:
দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতকের মধ্যে বড় গুণিতককে স্থির করতে পারবে কি? কেন?

উদাহরণ স্বরূপ 8 এর গুণিতক 8, 16, 24 ....

ও 12 এর গুণিতক 12, 24, 36 ....।

এখানে সাধারণ গুণিতক হচ্ছে: 24, 48 ......। এর মধ্যে সবচেয়ে ছোট বা লঘিষ্ঠ সংখ্যা 24। তাই 8 ও 12 এর ল.সা.গু. 24 নজর দাও, ল.সা.গু. ।সংখ্যাটি 8 ও 12 থেকে বড়। ল.সা.গু. নির্ণয় করতে সাধারণত দুটি প্রণালী প্রয়োগ করা হয়। এই প্রণালীগুলো হল: মৌলিক গুণনীয়ক প্রণালী ও সাধারণ ভাগক্রিয়া প্রণালী।

2.6.1. মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ প্রণালী:

এই প্রণালীতে আমরা প্রত্যেক সংখ্যাকে মৌলিক গুণনীয়কদের গুণফল রূপে লিখি। প্রদত্ত সংখ্যাগুলোতে থাকা মৌলিক গুণনীয়কদের তুলনা করে তাদের মধ্যে প্রত্যেক গুণনীয়ক সর্বাধিক যতবার থাকে ততবার নেওয়া হয় ও সেগুলোকে গুনন করা হয়। এই গুণফলই ল.সা.গু. হবে।

নিম্নে উদাহরণ দেখো:

উদাহরণ -1 : ল.সা.গু. নির্ণয় করো:

(ক) 24 ও 40 এর (খ) 40, 48 ও 75 এর

সমাধান : (ক) এখানে $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$
ও
$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

এখানে মৌলিক গুণনীয়ক হচ্ছে 2, 3 ও 5 । মধ্যে গুণনীয়ক 2 এর সর্বাধিক সংখ্যা তিন, সর্বাধিক সংখ্যা এক, র সর্বাধিক সংখ্যা এক।

তাই ল.সা.গু. = 2 x 2 x 2 x 3 x 5 =120

(খ) এখানে
$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$
$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
$75 = 3 \times 5 \times 5$

এখানে মৌলিক গুণনীয়ক হচ্ছে 2, 3 ও 5। তাই ল.সা.গু হচ্ছে

= 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 5 x 5 = 1200

2.6.2 ক্রমিক ভাগক্রিয়া প্রণালী:

এই প্রণালীতে আমরা এই প্রকারে ল.সা.গু নির্ণয় করি:

- সমস্ত সংখ্যাকে আলাদা করে এক সারিতে লিখি।
- আমারা এমন মৌলিক সংখ্যা নির্ণয় করি, যার দ্বারা পূর্বোক্ত সারিতে লেখো। সংখ্যাদের মধ্যে থেকে খুব কমে একটি সংখ্যা বিভাজ্য হয়ে থাকবে।
- এই মৌলিক সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হয়ে থাকা সংখ্যাকে ভাগ করে ভাগফল সোপান সংখ্যার নীচে দ্বিতীয় সারিতে লেখা হয়। যে সংখ্যা এই মৌলিক সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয়, তাকে দ্বিতীয় সারিতে সেই ভাবে লেখা হয়।
- এখানে ও পরবর্তী সোপানে 2য় ও 3য় সোপানের প্রক্রিয়া প্রয়োগ করে পরবর্তী সারিতে যাব। যখন সব স্থানে 1 পাওয়া যাবে তখন এই প্রক্রিয়া শেষ হবে
- এইরকম পাওয়া সমস্ত মৌলিক ভাজকের গুণফলই ল.সা.গু.

উদাহরণ-2 : সংখ্যা 20, 25, 30 ও 40 এর ল.সা.গু. নির্ণয় করো।

সমাধান: সংখ্যাগুলো হল 20, 25, 30 ও 40 ।

2	20,	25,	30,	40,
2	10,	25,	15,	20,
2	5,	25,	15,	10,
3	5,	25,	15,	5,
5	5,	25,	5,	5,
5	1,	5,	1,	1,
	1,	1,	1,	1,

জানো কি?

মৌলিক ভাজক স্থির করার সময় সেগুলো ছোট থেকে বড় ক্রমে নিলে কাজটি সংক্ষিপ্ত হবে।

ল.সা.গু. = 2 x 2 x 2 x 3 x 5 x 5 = 600

উদাহরণ -3 : কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে 12, 16, 24 ও 36 দ্বারা আলাদা আলাদা ভাগ করলে ভাগশেষ প্রতিটি স্থানে 7 থাকবে।

সমাধান: যে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে 12, 16, 24 ও 36 দ্বারা ভাগ করলে প্রত্যেক ক্ষেত্রে 0 ভাগশেষ থাকে সেটা হচ্ছে এই সংখ্যার ল.সা.গু. । তাই নির্ণেয় সংখ্যা হচ্ছে ল.সা.গু. থেকে 7 বেশি।

12, 16, 24 র 36 র ল.সা.গু. কত নির্ণয় করে বলো।

তুমি নিশ্চয় ল.সা.গু. 144 পেয়েছ।

তাই নির্ণেয় সংখ্যা = 144 + 7 = 151

2.7. গ.সা.গু. ও ল.সা.গু র ধর্ম:

- কোনো দত্ত সংখ্যার গ.সা.গু. সেই সংখ্যার মধ্যে সবথেকে ছোট সংখ্যার সঙ্গে সমান বা তার থেকে কম হয়।
- কোনো দত্ত সংখ্যার ল.সা.গু. সেই সংখ্যার মধ্যে সবথেকে বড় সংখ্যার সঙ্গে সমান বা তার থেকে বড় হয়।
- দুটি সংখ্যার গ.সা.গু. দ্বারা তাদের ল.সা.গু. বিভাজ্য। অর্থাৎ সংখ্যা দুটির ল.সা.গু. তাদের গ.সা.গু র গুণিতক।
- যদি দুটি সংখ্যার গ.সা.গু. সেই দুটি সংখ্যার মধ্যে কোনো একটির সহিত সমান হয়। তবে সেই সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু. দ্বিতীয় সংখ্যার সঙ্গে সমান হয়।

দুটি মৌলিক সংখ্যার ল.সা.গু. সে সংখ্যাদ্বয়ের গুণফলের সঙ্গে সমান।

উপরোক্ত প্রত্যেক ধর্মের সত্যতা জানার জন্য দু-দুটি সংখ্যা নিয়ে তাদের গ.সা.গু. ও ল.সা.গু নির্ণয় করে পরীক্ষা করো।

নিজে করে দেখ:

- যে কোনো দুটি সংখ্যা নিয়ে খাতায় লেখো।
- তোমার নেওয়া সংখ্যা দুটির গ.সা.গু. নির্ণয় করো।
- তোমার নেওয়া সংখ্যা দুটির ল.সা.গু. নির্ণয় করো।
- তোমার পাওয়া ল.সা.গু. ও গ.সা.গু.র গুণফল নির্ণয় করো।
- এখন তোমার নেওয়া সংখ্যা দুটির গুণফল কত হচ্ছে স্থির করো।
- সংখ্যা দুটির গুণফলের সঙ্গে ল.সা.গু. ও গ.সা.গু-র গুণফলের কি সম্পর্ক পাচ্ছ?
- সেইভাবে আরও দুজোড়া সংখ্যা নিয়ে উপরোক্ত সোপানে কাজ করো।

উপরোক্ত কাজ থেকে তুমি নিশ্চয় লক্ষ করে থাকবে যে—

ল.সা.গু. ল গ.সা.গু. গু উভয় সংখ্যার গুণফল।

বলো দেখি:

- দুটি সংখ্যার গুণফল ও তাদের ল.সা.গু. দেওয়া থাকলে, সংখ্যা দুটির গ.সা.গু. নির্ণয় করেত পারবে কি? কীভাবে?

উদাহরণ – 1 : দুটি সংখ্যার গ.সা.গু. 5 ও ল.সা.গু. 280 । যদি একটি সংখ্যা 35 হয়, তাহলে অন্য সংখ্যাটি কত ?

সমাধান: ল.সা.গু. x গ.সা.গু.গু = 280 x 5 = 1400

∴ প্রথম সংখ্যা x দ্বিতীয় সংখ্যা = 1400

প্রথম সংখ্যা 35

∴ 35 x দ্বিতীয় সংখ্যা = 1400

তাই অন্যসংখ্যাটি = 1400 ÷ 35 = 40

বলো দেখি:

দুটি পরস্পর মৌলিক সংখ্যার গুণফল হলে সংখ্যা দুটির ল.সা.গু. কত ?

উদাহরণ -2 : দুটি সংখ্যার গুণফল 3000 । যদি সংখ্যাদুটির গ.সা.গু. 10 হয়, তবে ল.সা.গু. নির্ণয় করো।

সমাধান: ল.সা.গু. x গ.সা.গু. গু সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল

এখানে সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু = 10, সংখ্যা দুটির গুণফল = 3000

∴ 10 x ল.সা.গু = 3000

তাই ল.সা.গু. = 3000 ÷ 10 = 300

অভ্যাস কার্য 2.5

1. যদি দুটি সংখ্যার ল.সা.গু. 16 ও সে দুটির গুণফল 64 হয়, তবে তার গ.সা.গু. কত ? নির্ণয় করো।
2. তিনটি সংখ্যার গুণফল সর্বদা তার গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. -র গুণফলের সঙ্গে সমান হয় কি ?
3. দুটি সংখ্যার গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. যথাক্রমে 13 ও 1989 । যদি তার ভেতরে একটি সংখ্যা 117 হয়, তবে অন্য সংখ্যাটি কত ?
4. দুটি সংখ্যার গ.সা.গু. 14 ও ল.সা.গু. 204 হবে কি ? কারণ সহ উত্তর দাও।
5. বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণীতে দুটো বিভাগ আছে। সে দুটো A ও B । A বিভাগের ছাত্রছাত্রীরা প্রতি 32 দিনের ব্যবধানে প্রতিযোগিতার আয়োজন করে। Bবিভাগের ছাত্রছাত্রীরা এই প্রতিযোগিতা 36 দিনের ব্যবধানে আয়োজন করে। দুটি বিভাগ বছর শুরুর প্রথম দিন প্রতিযোগিতার আয়োজন করে। এখানে ক্ষুদ্রতম দিনের সংখ্যা নির্ণয় করো, যতদিন পরে উভয় বিভাগের প্রতিযোগিতা একই দিনে হবে।
6. 10,000 এর নিকটতম দুটি সংখ্যা নির্ণয় করো, যা 2, 3, 4, 5, 6 ও 7 প্রত্যেকের দ্বারা সম্পূর্ণ ভাবে বিভাজ্য হবে।

তৃতীয় অধ্যায়

জ্যামিতিতে মৌলিক ধারণা

3.1 আমরা যা জানি

আমরা পূর্ব শ্রেণীগুলোতে বিভিন্ন প্রকার সামতলিক বা দ্বিমাত্রিক চিত্রের সঙ্গে পরিচিত হয়েছি। ত্রিভুজ, আয়তচিত্র ও বর্গচিত্রর মতো সামতলিক চিত্রদের শীর্ষ বিন্দু, বাহু, কোণ ইত্যাদি চিনেছি। কয়েক প্রকার ত্রিমাত্রিক আকৃতি যথা: সমঘন ও আয়তঘন সহ পরিচিত হয়েছি।

বৃত্তর মতো বক্র রেখা দ্বারা গঠিত চিত্রসহ পরিচিত হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে এর কেন্দ্র, ব্যাসার্ধ ও ব্যাসকে চিহ্নিত করতে শিখেছি।

বিভিন্ন মাপবিশিষ্ট কোণের বিভাগীকরণ ও ত্রিভুজের বিভাগীকরণ সমন্ধেও জেনেছি। এসো সেগুলো মনে করব।

অভ্যাস কার্য 3.1

1. একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করে নামকরণ করো। তার শীর্ষ বিন্দু বাহু ও কোণগুলোর নাম লেখো।
2. বৃত্তে তার ব্যাসার্ধ ও কেন্দ্রকে দেখাও।
3. নিম্ন মাপ বিশিষ্ট কোণগুলোকে সূক্ষ্মকোণ, সমকোণ ও স্থূলকোণে বর্গীকরণ করো।
   $30^0, 175^0, 90^0, 45^0, 89^0, 115^0, 95^0, 20^0$

3.2 জ্যামিতিতে কিছু মৌলিক ধারণা:

আধুনিক পৃথিবীতে করতে থাকা যত নির্মাণ কার্য যথা: বাঁধ নির্মাণ, কারখানা নির্মাণ, অট্টালিকা নির্মাণ ইত্যাদি সহ জমির মাপের সঙ্গে অন্য ত্রিমাত্রিক বস্তুর পরিমাপ ও জ্যামিতি সহ সম্পৃক্ত। এই সব নজরে রেখে জ্যামিতির রূপরেখাকে ব্যাপক করা হয়েছে।

জানো কি?

জ্যামিতি গণিতশাস্ত্রের একটি মুখ্য অংশ। জ্যামিতি জ্যা ও মিতি দুটি শব্দের সংযোজনায় সৃষ্টি হয়েছে। 'জ্যা' মানে ভূমি, ও মিতির অর্থ পরিমাপ। এর থেকে জানা যায় যে ভূমির পরিমাপ সম্বন্ধীয় আলোচনা থেকে জ্যামিতি শাস্ত্রের উৎপত্তি।

দৈনন্দিন জীবনে আমাদের ব্যবহার করা, ঘরদোর, আসবাবপত্র, পেশাক পরিচ্ছদ, বিভিন্ন বস্তু ইত্যাদির নির্মাণ করার ক্ষেত্রে জ্যামিতি সম্বন্ধীয় জ্ঞান আমাদের সাহায্য করে। ছাত্র-ছাত্রীদের জ্যামিতিক তথ্যাবলীর ধারণা দেওয়ার জন্য সর্বদা স্থূলবস্তুর ধারণা থেকে আরম্ভ করে সূক্ষ্ম জ্যামিতিক তথ্যের অধারণা করার প্রয়াস করা হয়েছে।

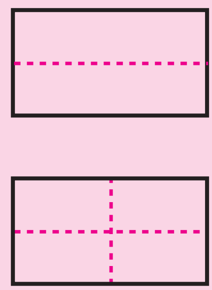
3.2.1. বিন্দু :

কলম বা পেনসিলের ডগা দিয়ে ছোট একটা ফুটকি দিলে (.) আমরা সেটাকে বিন্দু বলব। মাঠে গোল পোস্ট পোঁতার জন্য শিক্ষকমশাই যে চিহ্ন দেন, সেটাকে বিন্দু বলব কি না ভেবে দেখো। বাগানে গাছ পোঁতার জন্য যে স্থান চিহ্নিত করা হয় তাকে বিন্দু বলব কি না ভেবে দ্যাখো।

বোর্ডে শিক্ষকমশাই যে আকারের দাগ দিয়ে বিন্দু বলে বলেন, তোমার খাতায় সেই আকারের বিন্দু আঁকলে শিক্ষকমশাই সেটা কেন অপছন্দ করেন? (জিজ্ঞাসা করো।)

জ্যামিতিক তথ্য আলোচনা করতে একটি বিন্দুর আকার কত বড়, সেটা জানার আবশ্যকতা নেই। বিন্দুর বিষয়ে যা জানলাম, সেই ধারণাকে জ্যামিতির ক্ষেত্রে কীভাবে ব্যবহার করতে পারব, সেটা পরে পড়ব।

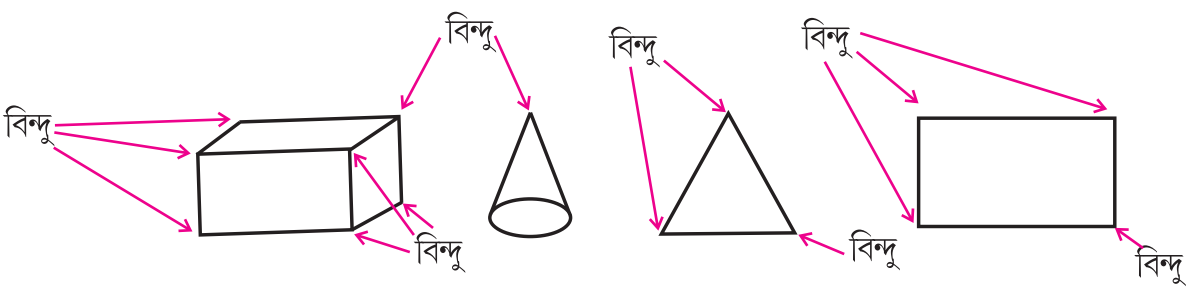
নিজে করে দেখো:



- একটি কাগজ নিয়ে ছবির মতো লম্বালম্বি ভাঁজ করো।
- একে আবার প্রস্থের দিকেও ভাঁজ করো।
- ভাঁজের দাগ দুটি যেখানে পরস্পরকে ছেদ করছে, সেই স্থানে একটি বিন্দুকে দেখাচ্ছে। প্রতিটি ভাঁজের দাগ এক-একটি রেখার রূপ ধারণ করে।
- তাই আমরা জানলাম,

দুটি রেখার ছেদবিন্দু হচ্ছে একটি বিন্দু।

আমরা কোথায় বিন্দুদের দেখি?

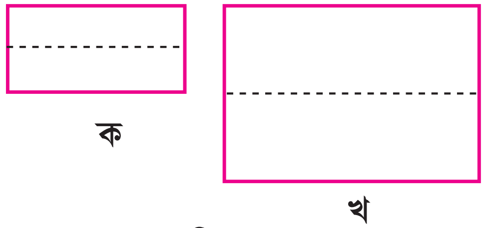


একটি আয়তঘনর প্রত্যেকটি শীর্ষ একটি বিন্দু। একটি কোণ এর শীর্ষ একটি বিন্দু। একটি ত্রিভুজ বা আয়তচিত্রর প্রত্যেক শীর্ষ একটি করে বিন্দু।

তোমাদের চারপাশে কোথায় কোথায় বিন্দু সৃষ্টি হওয়া লক্ষ করেছ লেখো।

3.2.2 সরল রেখা:

পাশের চিত্র 3.1 (ক)-তে একটা ছোট কাগজ ভাঁজ করলে তার ওপর সৃষ্ট ভাঁজের দাগটি দেখা যাচ্ছে। সেই রকম চিত্র 3.1 ((খ)-তে একটা বড় কাগজেও ভাঁজের দাগটা দেখা যাচ্ছে। এর থেকে বোঝা যায় কাগজটি যত বড় হবে, তার ওপরে থাকা ভাঁজের দাগটাও তত বড় হবে।



চিত্র 3.1

মনে করা যাক, এমন একটা কাগজ আছে, যার লম্বা এত বেশি যে সেটাকে মাপা যাবে না। সেই কাগজকে লম্বালম্বি ভাঁজ করলে যে দাগের সৃষ্টি হবে, তার শেষ কোথায় জানা যাবে না। সেইরূপ ভাঁজ দাগের চিত্র নিম্নমতে দেখানো যেতে পারে।


চিত্র 3.2

এখানে থাকা প্রত্যেক তীরচিহ্ন চিত্রের অসীম বিস্তৃতিকে বোঝাছে। চিত্র ৩.২-তে দেখানো চিত্রকে আমরা এক সরলরেখা বলে ধরে নিই।

3.2.3. সরল রেখা ও বিন্দুর মধ্যে সম্পর্ক:

অসংখ্য বিন্দুর সমারোহে বা সমাহারে এক সরলরেখা গঠিত বলে আমরা গ্রহণ করে নিয়েছি। দুটি বিন্দু ব্যবহার করে আমরা একটি সরলরেখার নামকরণ করে থাকি। চিত্র 3.3 য়ে থাকা সরলরেখার উপরিস্থ দুটি বিন্দুকে A ও B রূপে নামাঙ্কিত করা হয়েছে। এখানে সরলরেখাটিকে AB সরলরেখা বলে নামাঙ্কিত করা হয়। সরলরেখা AB কে সংকেত $\overleftrightarrow{AB}$ লিখে প্রকাশ করা হয়।

চিত্র 3.3

চিত্র 3.4

চিত্র 3.4য়ে থাকা সরলরেখার উপরিস্থ তিনটি বিন্দুকে A, B, C ভাবে নামিত করা হয়েছে ও এক্ষেত্রে সরলরেখাকে $\overleftrightarrow{AB}$ সলররেখা বা $\overleftrightarrow{AB}$, অথবা AC সরলরেখা বা $\overleftrightarrow{AC}$, BC সরলরেখা বা $\overleftrightarrow{BC}$ নামিত করা যেতে পারে।

সরলরেখা যে উভয় দিকে অসীম ভাবে বিস্তৃত এটা দেখানোর জন্য রেখার দুদিকে দুটি তীর চিহ্ন দেওয়া হয়। অনেক সময় ইংরেজি ছোট অক্ষর লিখেও একটি সরলরেখার নামকরণ করা হয়ে থাকে।

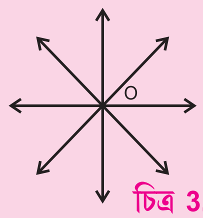
যেমন চিত্র 3.5 তে দেখানো হয়েছে। চিত্র থেকে একটাকে l রেখা ও অন্যটিকে m রেখা ভাবে নামিত করা হয়েছে।

চিত্র 3.5

জানো কি?

সরলরেখাকে আমরা রেখা বলেও বলে থাকি, সরল না হওয়া রেখাকে বক্র রেখা বলা হয়। বক্ররেখার নমুনা নিম্নে দেখানো হয়েছে।

নিজে করে দেখো:



চিত্র 3.6

- তোমার খাতার পাতায় একটি বিন্দু চিহ্নিত করে তার নাম দাও ।
- O বিন্দুর ওপর দিয়ে একটি সরলরেখা অঙ্কন করো।
- O বিন্দুর ওপর দিয়ে আরও একটি সরলরেখা আঁকতে পারবে কি?
- যদি পারো তাহলে O বিন্দু ওপর দিয়ে আরও একটি সরলরেখা আঁকো।
- O বিন্দু দিয়ে দুটি সরলরেখা আঁকার পর যদি আরও সরলরেখা আঁকতে পারছ তবে অঙ্কিত করো। চিত্র ৩.৬ য়ের মতো চিত্র দেখতে পাবে।
- এবার বলো একটা বিন্দুর ওপর দিয়ে কটি সরলরেখা অঙ্কন করা যেতে পারবে?

এই কাজটি থেকে আমরা কী জানলাম?

- একটি বিন্দুর ওপর দিয়ে অসংখ্য সরলরেখা অঙ্কন করা যেতে পারে।
- একটি বিন্দু দিয়ে তিনটি বা অধিক সংখ্যক সরলরেখা অঙ্কিত হলে তাদেরকে **একবিন্দুগামী** রেখা বলা হয়।

নিজে করে দেখো:

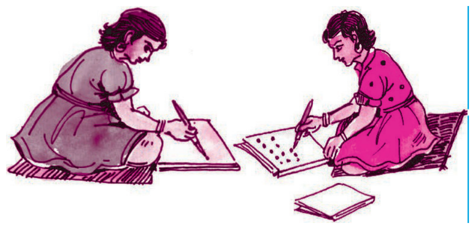
- তোমার খাতায় A ও B নামে দুটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু চিহ্নিত করো। A বিন্দু নিয়ে কয়েকটি রেখা অঙ্কন করো।
- A বিন্দু দিয়ে আঁকা রেখাদের থেকে কোনো রেখা B বিন্দু দিয়ে অঙ্কন করতে পারবে কি?

- দুটি ভিন্ন বিন্দু দিয়ে কতগুলি সরলরেখা অঙ্কন করা যেতে পারে?

আমরা জানলাম **সমতলের উপরিস্থ দুটি ভিন্ন বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র সরলরেখা অঙ্কন করা যেতে পারে।** এই কারণে একটি সরলরেখাকে এর উপরিস্থ দুটি বিন্দু দ্বারা নামিত করা হয়।

তোমার খাতার প্রতিটি পৃষ্ঠা এক-একটি সমতল। পাকা দেওয়াল পড়ার টেবিলের ওপর ভাগ ইত্যাদি সমতলের নমুনা। পৃথিবী গোলাকার বিশিষ্ট হলে ও এর বিশাল পৃষ্ঠের একটি ছোট অংশ আমাদের চোখে পড়ে বলে এটা আমাদের চোখে সমতল বলে মনে হয়। তাই খেলার মাঠটাকে তোমার চোখে সমতল দেখায়। এসো নীচে দেওয়া কাজটি করি:

- তোমার খাতায় এক পাতায় কিছু বিন্দু চিহ্নিত করো। নিশ্চয় অনেক বিন্দু দিয়েছ?
- তোমার কাছে বসা ছেলের খাতার সঙ্গে তুলনা করে বলো, কার খাতায় বেশি বিন্দু দেওয়া আছে।
- সীমা তার নিজের খাতা ও রাণুর খাতা দেখে বলল—



আমরা উভয়ের খাতায় এত বিন্দু দিয়েছি যে সেগুলো গোনা সম্ভব হচ্ছে না।

সীমা বলল রাণু তোমার খাতায় আরও বেশি বিন্দু দেওয়া যাবে কি?

রাণু বলল আরও অনেক বিন্দু দেওয়া যেতে পারা যাবে। এই পিরিয়ড্ শেষ হলেও পৃষ্ঠায় আরও বিন্দু বসাবার জায়গা থাকবে।

আমরা জানলাম— **একটি সমতলে অসংখ্য বিন্দু থাকে।**

নিজে করে দেখো:

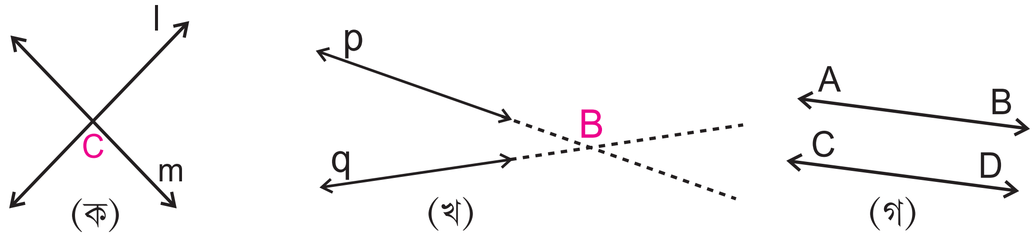
- তোমার খাতার একটি পাতায় স্কেল দিয়ে সরলরেখা সকল অঙ্কন করো।
- একটার পরে একটা যত পারছ বিভিন্ন সরলরেখা অঙ্কন করো।
- তুমি ও তোমার বন্ধু সমান সংখ্যক সরলরেখা অঙ্কন করেছ কি?
- তোমার শ্রেণীর সব ছেলেই সমান সংখ্যক সরলরেখা এঁকেছে কি?
- আরও বেশি সরলরেখা আঁকা সম্ভব কি?
- এ থেকে আমরা কী জানলাম।

একটি সমতলে অসংখ্য সরলরেখা থাকে।

3.3 একটি সমতলে উপরিস্থ দুটি সরলরেখা:

আমরা ওপরে জানলাম যে এক সমতলে অসংখ্য সরলরেখা থাকে। তার থেকে যে কোনো দুটি সরলরেখার অবস্থিতির ওপরে নির্ভর করে কী সব পরিস্থিতি সৃষ্টি হয়, এসো তা দেখব।

নিম্নস্থ চিত্র 3.7 কে দেখো।



(চিত্র 3.7)

চিত্র 3.7 কে লক্ষ করো:

(ক) চিত্র l ও m সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে বিন্দুতে C ছেদ করেছে। C বিন্দুটি l ও m উভয় সরল রেখার অন্তর্ভুক্ত। তাই C কে l ও m রেখাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু বা **ছেদবিন্দু** বলা হয়।

(খ) চিত্রে p ও q রেখাদ্বয়ের ও সাধারণ বিন্দু আছে এবং এই সাধারণ বিন্দু হচ্ছে B। এই ধরনের রেখাদ্বয়কে **পরস্পর ছেদী** রেখা বলা হয়।

(গ) চিত্রে থাকা সরলরেখা AB ও CD দ্বয়কে উভয় দিকে যত বাড়ালেও তারা পরস্পরকে ছেদ করবে না। এরকম রেখাদ্বয় (যার কোনো সাধারণ বিন্দু নেই)-কে **সমান্তর সরলরেখা** বলা হয়।

আমরা জানলাম—

একই সমতলে থাকা দুটি সরলরেখা কেবল একটি বিন্দুতে ছেদ করে, অর্থাৎ তাদের এক সাধারণ বিন্দু থাকে অথবা সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে ছেদ করবে না। সেক্ষেত্রে সরলরেখাদ্বয়কে সমান্তর বলা হয়।

তোমার চারপাশে কোন্ কোন্ জিনিসে তুমি সমান্তর সরলরেখা লক্ষ করছ, লেখো।

3.4 একরেখী বিন্দু:

(ক) চিত্র 3.8 (খ)

পূর্বেই আমরা জেনেছি যে এক সমতল উপরিস্থ দুটি দত্ত বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র সরলরেখা সম্ভব এবং এটি সম্পূর্ণভাবে উক্ত সমতলের ওপরে থাকে।

আমরা বর্তমানে এই কাগজের সমতলের ওপরে থাকা তিনটি বিন্দু A B ও C-র সম্বন্ধে চিন্তা করব। A ও B বিন্দুদ্বয় দিয়ে আমরা তো নিশ্চয় এক সরলরেখা অঙ্কন করতে পারব এবং এই রেখা l হোক।

3.8 (ক) চিত্রে C বিন্দুটি ঙ্ম রেখার উপর অবস্থিত হতে আমরা দেখেছি। কিন্তু 3.8 (খ) চিত্রে C বিন্দুটি / রেখার ওপরে অবস্থিত নয়।

(ক) চিত্রে থাকা বিন্দু A, B ও C- একই রেখার ওপরে অবস্থিত। তাই এদেরকে একরেখী বিন্দু বলা হয়।

(খ) চিত্রে থাকা বিন্দু A, B ও C একটি রেখার ওপর অবস্থিত নয়। তাই তাদের অ-রেখী বিন্দু বলা হয়।

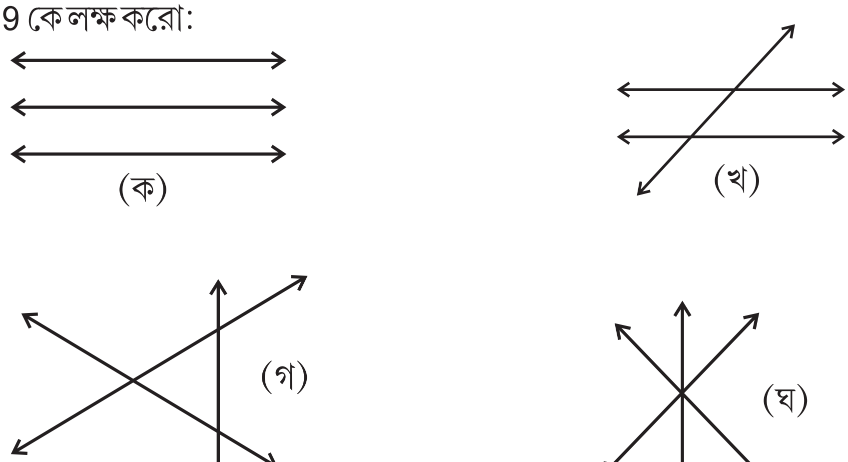
আমরা জানলাম:

একটি সমতল উপরিস্থ তিন বা অধিক বিন্দু একটি রেখা উপরিস্থ হলে, তাদের একরেখী বিন্দু বলা হয়। যারা একরেখী নয় তাদের অ রেখী বিন্দু বলা হয়।

একটা কাগজে তিনটি বা ততোধিক বিন্দু থাকলে সেটা একরেখী বা অ রেখী জানব কী করে। বিন্দুদের ভেতর থেকে যে কোনো দুটো বিন্দু দিয়ে স্কেলের সাহায্যে একটি রেখা অঙ্কন করো। যদি অবশিষ্ট সমস্ত বিন্দু সেই রেখার ওপরে থাকে তবে উক্ত বিন্দুগুলি একরেখী বলা যাবে। যদি কোনো একটি বিন্দু ও রেখার বাইরে থাকে তাহলে বিন্দুরা অ রেখী হবে। আকাশে চন্দ্র না থাকার সময় তুমি সপ্তর্ষিমন্ডল নিশ্চয় দেখেছ। সেই সাতটি তারার মধ্যে ক্রতু ও পুলস্থকে যোগ করা রেখাটিও ধ্রুবতারা দিয়ে যায়। তাই ক্রতু (ক্রতু) পুলস্থ ও ধ্রুবতারা একরেখী।

3.5 সমতলে তিন বা ততোধিক সরলরেখা:

চিত্র 3.9 কে লক্ষ করো:



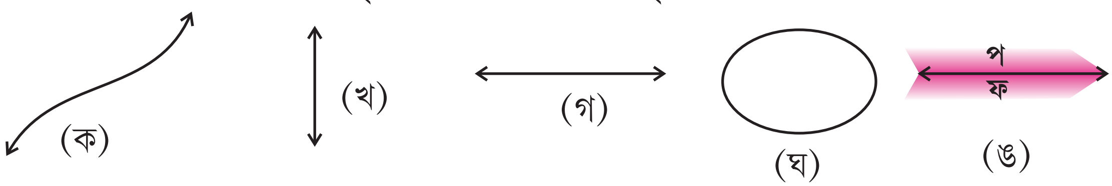
চিত্র 3.9

আগে আমরা জানতাম যে এক সমতলে থাকা দুটি সরল হয়তো পরস্পর ছেদী হবে অথবা পরস্পর সমান্তর হবে। চিত্র ৩.৯ (ক) তে থাকা তিনটে সরলরেখাই পরস্পর সমান্তর।

মনে রাখো: দুটি সরলরেখা পরস্পরকে খুব বেশি হলে একটি বিন্দুতে ছেদ করবে। পরস্পরকে একটি বিন্দুতে ছেদ করতে থাকা সরলরেখা দুটিকে পরস্পরছেদী সরলরেখা বলা হয়।

অভ্যাস কার্য্য 3.2

1. খাতায় তিনটে বিন্দু চিহ্নিত করে তাদের নাম দাও।
2. দুটো সরলরেখা অঙ্কন করে তাদের নাম দাও।
3. তোমার আশপাশে দেখতে পাওয়া তিনটে সরলরেখা, তিনটে বক্রতল ও তিনটে সমতলের উদাহরণ দাও।
4. নিম্নে থাকা দাগেদের মধ্যে কোন্‌গুলো সরলরেখা ও কোন্‌গুলো বক্ররেখা চিহ্নিত করো।



লক্ষ করো: চিত্র 'ঙ'-তে থাকা রেখাটি বইয়ের পৃষ্ঠাকে দুভাগে পরিণত করেছে ও ভাগ দুটিকে 'প' ও 'ফ' দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে। প্রত্যেক ভাগকে রেখার একটি পার্শ্ব বলে বলা হয়।

5. তোমার খাতায় একটি বিন্দু চিহ্নিত করো ও তার ওপর দিয়ে সাতটি সরলরেখা অঙ্কন করো। সেই বিন্দু দিয়ে আর কত সরলরেখা অঙ্কন করতে পারবে?
6. তোমার খাতায় A ও B নামে দুটি বিন্দু নাও ও উভয় বিন্দুদের ধারণ করতে থাকা সরলরেখা অঙ্কন করো। এরকম কতকগুলো সরলরেখা অঙ্কন করতে পারবে?
7. (ক) সাধারণ বিন্দু থাকা দুটি সরলরেখা অঙ্কন করো। সেদুটিকে নামকরণ করো। সাধারণ বিন্দুর নাম দাও P।

   (খ) তোমার খাতার পাতায় যে কোনো সাতটা বিন্দু নাও। তাদের নাম দাও। সেগুলো একরেখী হচ্ছে কি? কি করে জানলে?
8. একটি সমতলে থাকা তিনটি সরলরেখা পরস্পরকে কতটি অতি কম বিন্দুতে ছেদ করবে? অতি বেশি হলে কতটি বিন্দুতে ছেদ করবে?
9. স্কেল ব্যবহার করে দুটি সরলরেখা অঙ্কন করো যেন সরলরেখা দুটো সমান্তর হয়।

10. নিম্নস্থ বাক্যগুলির মধ্যে থেকে ঠিক বাক্য বেছে লেখো:

(ক) ‘রেখা’ বললে আমরা কেবল ‘সরলরেখা’কে বুঝি।

(খ) একটি বিন্দু দিয়ে অসংখ্য সরলরেখা অঙ্কন করা যেতে পারবে।

(গ) এক সমতলে থাকা দুটি বিন্দু দিয়ে অসংখ্য সরলরেখা আঁকা যেতে পারবে।

(ঘ) এক সমতলে উপরিস্থ একটি বিন্দু দিয়ে মাত্র একটি সরলরেখা আঁকা যাবে।

(ঙ) এক সমতলে থাকা দুটি বিন্দু ধারণ করা একটা মাত্র সরলরেখা আঁকা সম্ভব।

(চ) এক সমতলে উপরিস্থ দুটি অসমান্তর সরলরেখা পরস্পরকে একটি মাত্র বিন্দুতে ছেদ করে।

(ছ) দুটি সমান্তর সরলরেখার কোনো ছেদ বিন্দু নেই।

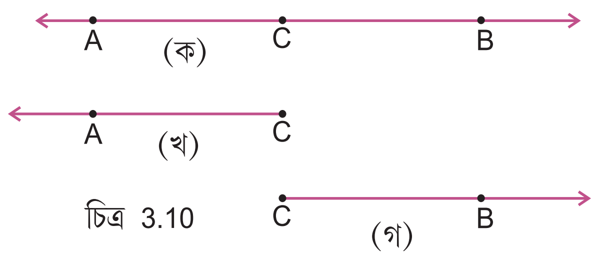
3.6. রশ্মি ও রেখা খণ্ড:

তুমি সরলরেখার সম্পর্কে অনেক কথা জানলে। বর্তমান একটি সরলরেখার বিভিন্ন অংশ নিয়ে গঠিত হওয়া চিত্র সম্বন্ধে জানাব।

3.6.1. রশ্মি

নিম্নে থাকা চিত্র 3.10 (ক)-তে $\overleftrightarrow{AB}$ রেখার ওপরে C বিন্দু চিহ্নিত করা হয়েছে, যেন C-র অবস্থিত A ও B-র মধ্যবর্তী হয়।

চিত্র (খ)-তে C বিন্দু C থেকে A-র দিকে যাওয়া $\overleftrightarrow{AB}$-র অংশকে ভিন্নভাবে দেখানো হয়েছে। সেইরকম চিত্র (গ)-তে C থেকে B-র দিকে থাকা $\overleftrightarrow{AB}$-র অংশকে ভিন্ন ভাবে দেখানো হয়েছে।



চিত্র 3.10

চিত্র (খ) ও চিত্র (গ)-তে দেখানো $\overleftrightarrow{AB}$ অংশ দুটিকে রশ্মি বলে বলা হয়।

চিত্র (খ)-তে দেখানো রশ্মিকে CA রশ্মি ও চিত্র (গ) তে থাকা রশ্মিকে CB রশ্মি রূপে নামিত করা হয়।

CA রশ্মিকে সংকেতে $\overrightarrow{CA}$ রূপে ও CB রশ্মিকে সংকেতে $\overrightarrow{CB}$ রূপে লেখা হয়।

$\overrightarrow{CA}$ র C বিন্দুকে উক্ত রশ্মির মূল বিন্দু (আদ্যবিন্দু, আরম্ভবিন্দু বা শীর্ষ বিন্দু) বলা হয়।

রশ্মি তার আদ্যবিন্দু থেকে আরম্ভ হয়ে একদিকে অসীম ভাবে বিস্তৃত হয়ে থাকে। চিত্র (ক) তে থাকা $\overrightarrow{CA}$ ও $\overrightarrow{CB}$কে লক্ষ করো। সেই দুটিকে পরস্পর বিপরীত রশ্মি বলে বলা হয়। বিপরীত রশ্মি CA ও $\overrightarrow{CB}$-র সমাহারে $\overleftrightarrow{AB}$ গঠিত হয়।

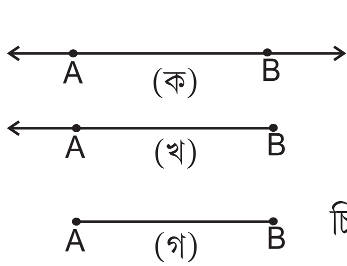
জানো কি?

দুটি বিপরীত রশ্মি একত্র একটি সরলরেখা গঠন করে।

$\overrightarrow{CA}$ কে $\overrightarrow{AC}$ ও $\overleftarrow{AC}$ ও রূপে লেখা যায় না।

3.6.2. রেখা খণ্ড :

চিত্র ৩.১১ (ক) তে $\overleftrightarrow{AB}$-র চিত্র দেখছ। যদি B বিন্দুর ডাইনে থাকা $\overleftrightarrow{AB}$-র অংশ মুছে দেওয়া হয়, তবে আমরা $\overleftrightarrow{AB}$ র অবশিষ্টাংশ যে রূপে দেখব, তা চিত্র (খ)-তে দেখানো হয়েছে এবং তুমি জানো যে এটা হচ্ছে BA রশ্মি।



চিত্র 3.11

বর্তমান BA রশ্মির A বিন্দুর বাঁদিকের অংশ মুছে দেওয়া হয় তবে $\overrightarrow{BA}$-র যে অবশিষ্টাংশ থাকবে, তা চিত্র (গ)-তে দেখানো হয়েছে। চিত্র (গ)-তে $\overleftrightarrow{AB}$-র যে অংশটি দেখছ, সেটাকে এক রেখাখণ্ড বলে বলা হয়। এই রেখাখণ্ডকে AB রেখাখণ্ড রূপে নামিত করা হয়। সংকেতে AB রেখাখণ্ডকে $\overline{AB}$ রূপে লেখা যায়।

A ও B বিন্দুকে $\overline{AB}$ প্রান্ত বিন্দু বলে বলা হয়। চিত্র 3.11-তে A ও B প্রান্ত বিন্দু থাকা AB (বা $\overline{AB}$ রেখা) দেখছ। স্কেল ব্যবহার করে A থেকে B পর্যন্ত দূরত্ব মাপলে যে মাপ পাব, সেটাকে AB-র দৈর্ঘ্য বলা হয়। আমরা জানলাম—

একটি রেখাখণ্ডের দৈর্ঘ্য হচ্ছে এর প্রান্ত বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব।

জানো কি?

রেখাখণ্ড $\overline{AB}$ দৈর্ঘ্যকে AB রূপে লেখা হয়, অর্থাৎ $\overline{AB}$র মতো ওপরে দাগ দেওয়া হয় না।

$\overline{AB}$:রেখাখণ্ড AB-র সঙ্কেত।

AB : রেখাখণ্ড AB-র দৈর্ঘ্যের সঙ্কেত।

যদি 5 সেমি দীর্ঘ $\overline{AB}$ অঙ্কন করা হয়ে থাকে, তবে আমরা লিখব

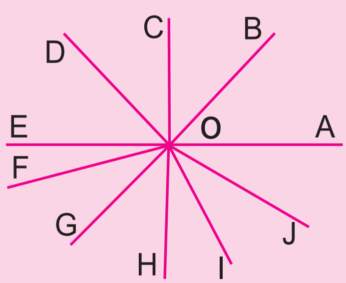
$\overline{AB}$-র দৈর্ঘ্য = 5 সেমি।

অথবা AB=5 সেমি।

নিজে করে দেখো:

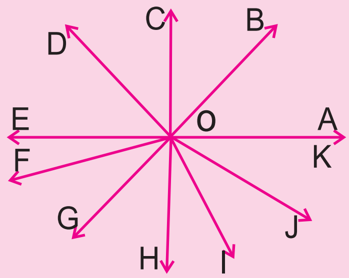
- তোমার খাতার পাতায় একটি বিন্দু দাও এবং তার নাম দাও O।
- O-কে একটি প্রান্তবিন্দু রূপে নিয়ে যতগুলো রেখা আঁকতে পারছ আঁকো।
- আঁকা রেখার সংখ্যা গুণতি করে কটা এঁকেছ বলো।
- প্রত্যেক রেখার অপর প্রান্তের নাম দাও A,B,C......J।

বর্তমান একটি সাধারণ প্রান্ত বিন্দু থাকা 10 টি রেখার চিত্র তুমি পেয়েছ (চিত্র 3.12 (ক)) এবং প্রত্যেক রেখার O ছাড়া অন্য প্রান্ত বিন্দু গুলিকে তীর চিহ্ন দাও।



চিত্র 3.12 (ক)

- বর্তমান পূর্বচিত্রে থাকা রেখাদের চিত্র রশ্মির চিত্রে পরিণত হল ও সেটা চিত্র 3.12 (খ)-এর মতো দেখাবে।
- 'O'কে আদ্যবিন্দু রূপে নিয়ে পূর্বের মতো আরও বেশি রশ্মি অঙ্কন করতে পারবে কি?
- নিশ্চিতভাবে আরও বেশী রশ্মি অঙ্কন করা যেতে পারবে।



চিত্র 3.12 (খ)

আমরা কী জানলাম? যেমন একটি বিন্দু দিয়ে অসংখ্য সরলরেখা অঙ্কন করা সম্ভব বলে জানতাম, সেইরকম একটি সাধারণ আদ্যবিন্দু থাকা অসংখ্য রশ্মি অঙ্কন করা সম্ভব হবে। অর্থাৎ একটি সাধারণ আদ্যবিন্দু থাকা অসংখ্য রশ্মি অঙ্কন সম্ভব।

নিজে করে দেখো:

- খাতার পাতায় একটি সরলরেখা আঁকো। তাতে A, B ও C তিনটে বিন্দু দাও যেন স্কবিন্দুটি A ও C এর মধ্যবর্তী হবে।
- এখন $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, ও $\overline{AC}$ র মাপ নির্ণয় করো।
- এইরকম আরও তিনটে আলাদা চিত্র অঙ্কন করে $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ও $\overline{AC}$র মাপ নির্ণয় করো।
- পার্শ্বস্থ তালিকার মতো একটি তালিকা প্রস্তুত করে তাতে পাওয়া মাপগুলো লেখো।

চিত্রের নাম	AB	BC	AC
প্রথম			
দ্বিতীয়			
তৃতীয়			
চতুর্থ			

তোমার পূরণ করা তালিকায় কী লক্ষ করছ?

এক রেখায় থাকা তিনটি বিন্দু A, B ও Cর মধ্যে B বিন্দুটি A ও Cর মধ্যবর্তী হলে AB+BC=AC হবে।

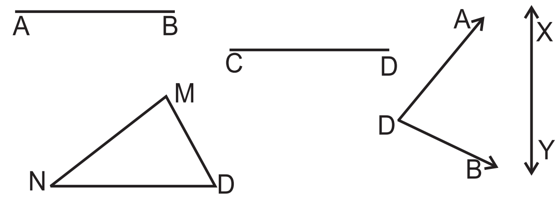
মনে রাখো: সরলরেখায় থাকা তিনটি বিন্দু A, B ও Cর মধ্যে B বিন্দুটি A ও Cর মধ্যবর্তী হলে আমরা লিখি: A,B,C

এইভাবে লেখা থাকলে আমরা পড়ব B বিন্দুটি A ও C বিন্দু দুটির মধ্যবর্তী।

অভ্যাস কার্য 3.3

1. পার্শ্বস্থ চিত্রে থাকা সরলরেখা, রেখাখণ্ড ও রশ্মিদের নাম নিম্ন সারণী মতো একটি সারণী করে তাতে লেখো।

সরলরেখা	রেখাখণ্ড	রশ্মি



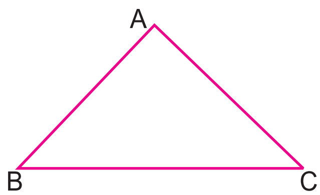
2. তোমার খাতায় তিনটে রেখাখণ্ড $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{EF}$ অঙ্কন করো। প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য প্রথমে স্কেলের সাহায্যে ও পরে ডিভাইডার ও স্কেলের সাহায্যে মেপে নিম্নস্থ সারণীর মতো সারণী করে তাতে পূরণ করো।

রেখাখণ্ডের নাম	কেবল স্কেলের সাহায্যে পাওয়া দৈর্ঘ্য	ডিভাইডার ও স্কেলের সাহায্যে পাওয়া দৈর্ঘ্য
$\overline{AB}$		
$\overline{CD}$		
$\overline{EF}$		

3. (ক) পার্শ্বস্থ ত্রিভুজের নাম কী?

   (খ) যে তিনটি রেখার দ্বারা ত্রিভুজটি সৃষ্টি তাদের নাম লেখো।

   (গ) স্কেলের সাহায্যে প্রত্যেক রেখার দৈর্ঘ্য মেপে লেখো।



4. নিম্নোক্ত বাক্যগুলির মধ্যে ঠিক বাক্যগুলি বেছে লেখো।

   (ক) একটি সরলরেখা একটি রেখাখণ্ডের এক অংশ।

   (খ) একটি রেখাখণ্ডের দুটি প্রান্ত বিন্দু থাকে।

   (গ) একটি সরলরেখার দুটি প্রান্ত বিন্দু থাকে।

   (ঘ) একটি রশ্মির একটি আদ্যবিন্দু থাকে।

   (ঙ) 1 সে.মি. = 10 মি.মি.

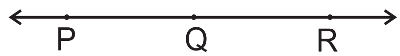
বলো দেখি:
সরলরেখা, রশ্মি ও রেখাখণ্ডের মধ্যে কার নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য আছে? কেন?

5. ডানদিকে থাকা চিত্র থেকে মেপে দেখো যে:

   (ক) AB + BD = AC + CD

   (খ) AB + CD = AD - BC

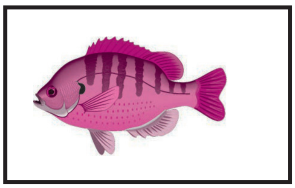
6. তোমার খাতায় তিনটে সরলরেখা অঙ্কন করো। প্রত্যেক রেখার ওপরে তিনটে করে বিন্দু নাও। বাঁদিক থেকে ডানদিকে বিন্দু তিনটের P, Q ও R নাম দাও।

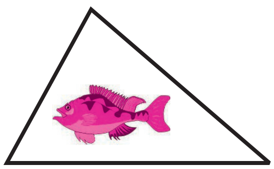


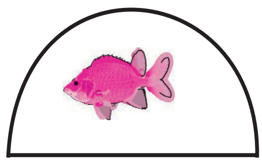
কোন্ বিন্দুটি অন্যদুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী বল। বর্তমান বল PQ, QR ও PR মধ্যে থেকে কোন্টা অন্য দুটির সমষ্টির সহ সমান।

3.7 আবদ্ধ চিত্র

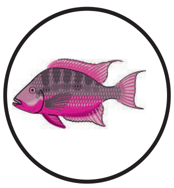
নীচে দেওয়া চিত্রে কেবল সোজা দাগ, বাঁকা দাগ ও সোজাবাঁকা দাগের মধ্যে একটি মাছের ছবি আছে। এইসব দাগের বাইরে একটা বিড়ালের ছবি রয়েছে। সিধে দাগ বা বাঁকা দাগ প্রতিটি এক একটা তারের জাল দিয়ে ঘেরা স্থানকে বোঝাচ্ছে। তারের জাল এত উঁচু যে বেড়ালটা লাফিয়ে মাছের কাছে পৌঁছতে পারবে না।

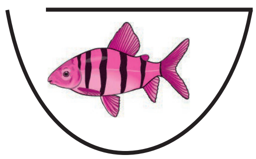

(ক)

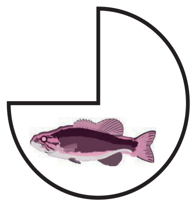

(খ)


(গ)


(ঘ)


(ঙ)


(চ)


(ছ)

বর্তনাম (ক) (খ) (গ) (ঘ) (ঙ) (চ) (ছ) দ্বারা সূচিত চিত্রগুলো ভালোভাবে দেখে নিম্ন প্রশ্ন দুটির উত্তর স্থির করো।

- কত নম্বর চিত্রে তারের জাল ঘেরা স্থানে ঢুকে বেড়ালটা মাছ আনতে পারবে? ও কেন?
- কত নম্বর চিত্রে জাল ঘেরা স্থানে বেড়াল ঢুকতে পারবে না? কেন?

তোমার স্থির করা উত্তর নিশ্চয় নিম্নমতে হবে।

চিত্র নম্বর (ঘ) ও (চ) দিয়ে বেড়াল ভেতর থেকে মাছটা নিয়ে আসতে পারবে। কারণ এই দুটো ঘর সম্পূর্ণ আবদ্ধ নয়। ভেতরে প্রবেশ করার রাস্তা খোলা আছে। সেইরকম চিত্র নং (ক) (খ) (গ) (ঙ) (ছ)-তে থাকা তারের জালের ভেতরে প্রবেশ করার রাস্তা নেই, সম্পূর্ণ আবদ্ধ। তাই বেড়ালটা ভেতরে প্রবেশ করতে পারবে না।

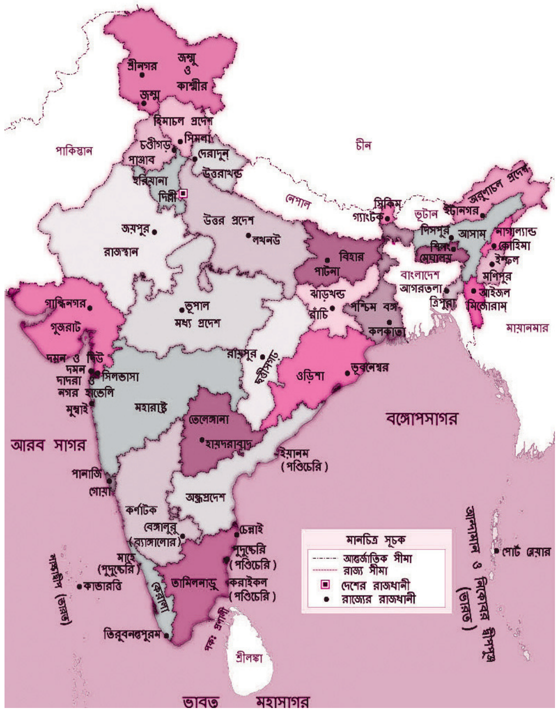
এ থেকে আমরা কী জানলাম:

যদি একটি সমতলে থাকা এক জ্যামিতিক চিত্র সমতলের এক অংশকে সম্পূর্ণ আবদ্ধ করে তবে সেই চিত্রকে আবদ্ধ চিত্র বলা হয়।

3.7.1. সরলরেখী ও বক্ররেখী সীমারেখা:

তুমি অনেক মানচিত্র দেখেছ। মানচিত্র দেখে তুমি নিশ্চয় বলতে পারবে যে মানচিত্রে কোন্ শহর কোথায় অবস্থিত।

মানচিত্র দেখে বল কোন্ রাজ্যে পুরী শহর অবস্থিত? ভারত মানচিত্রে কোথায় পুরী লেখা আছে লক্ষ করো। তুমি দেখবে ওড়িশা রাজ্যে পুরী শহর আছে। ওড়িশার মানচিত্র রেখা দ্বারা আবদ্ধ। সেইরকম অন্ধ্রপ্রদেশের মানচিত্র রেখা দ্বারা আবদ্ধ। এই রেখাকে সম্পৃক্ত রাজ্যের সীমারেখা বলা হয়।ওড়িশার মানচিত্রের সীমারেখা থেকে আমরা জানতে পারব যে, ওড়িশা সেই সীমারেখা পর্যন্ত বিস্তৃত। ওড়িশার সীমারেখা ওড়িশাকে তার চারপাশে থাকা রাজ্যদের থেকে আলাদা করেছে।



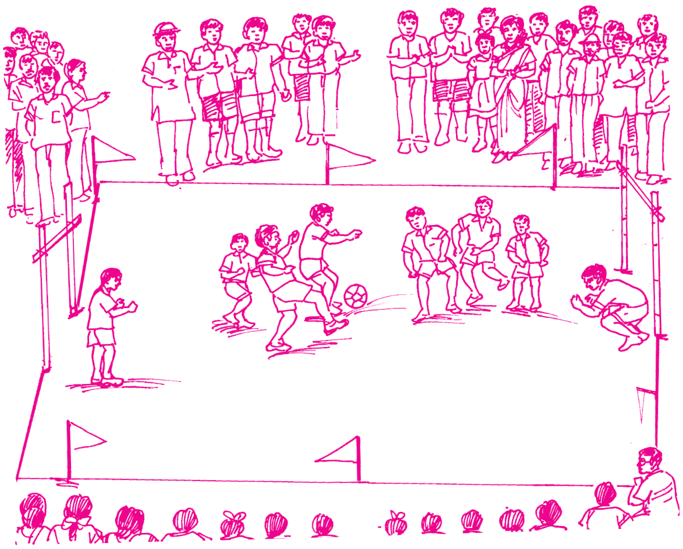
ভারতের মানচিত্র লক্ষ করো। কোন্ কোন্ রাজ্য ওড়িশার লাগোয়া বলো। ওড়িশার সীমারেখা ওড়িশাকে সেইসব রাজ্য থেকে আলাদা করছে।

চিত্রে বিদ্যালয়ের সীমারেখা চেনাও। লক্ষ করো বিদ্যালয়ের হাতা সীমারেখা দ্বারা আবদ্ধ। এই প্রকার সীমারেখা হচ্ছে সরলরেখী।

সীমারেখা দুই প্রকার—সরলরেখী ও বক্ররেখী। চিত্রে থাকা বিদ্যালয়ের সীমা সরলরেখী ও ওড়িশার সীমারেখা বক্ররেখী।

3.7.2. অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থ বিন্দু

খেলার মাঠের চিত্র দেখে নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।



(ক) খেলার মাঠের ভেতরে কীসব আছে?

(খ) খেলার মাঠের বাইরে কে আছে?

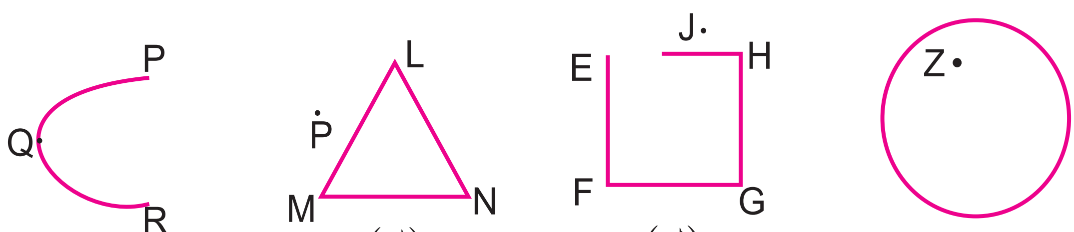
(গ) খেলার মাঠের সীমায় কারা আছে? (কিন্তু মাঠের ভেতরে ও বাইরে নেই?)

- যারা ভেতরে আছে তারা খেলার মাঠের অন্তঃস্থ।
- যারা বাইরে আছে তারা খেলার মাঠের বহিঃস্থ।
- যারা সব ভেতরে নেই কি বাইরেও নেই তারা খেলার মাঠের সীমা উপরিস্থ।

আমরা কী জানলাম?

সীমারেখা দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলে যে কোনো বিন্দু সেই অঞ্চলে অন্তঃস্থ বিন্দু। সীমারেখার ওপরে অবস্থিত যে কোনো বিন্দু সীমারেখা উপরিস্থ বিন্দু। অন্তঃস্থ বিন্দু ও সীমা উপরিস্থ বিন্দুদের বাদ দিলে অন্য বিন্দুগুলো আবদ্ধ অঞ্চলের বহিঃস্থ বিন্দু।

নীচে দেওয়া ছবিগুলো দেখে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



(ক) (খ) (গ) (ঘ)

◆ চিত্র (ক), (খ), (গ) ও (ঘ)-তে প্রদর্শিত অঞ্চলদের মধ্যে কোন্ অঞ্চল আবদ্ধ ?

◆ শূন্যস্থান পূরণ করো:

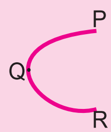
- ________ ও ________ আবদ্ধচিত্র
- ________ ও ________ আবদ্ধচিত্র নয়
- ________ চিত্রের সীমা বক্ররেখী
- ________ চিত্রের সীমা সরলরেখী
- ________ চিত্রে এক বহিঃস্থ বিন্দু আছে এবং ________ হচ্ছে বহিঃস্থ বিন্দু
- ________ চিত্রে এক অন্তঃস্থ বিন্দু আছে এবং ________ হচ্ছে অন্তঃস্থ বিন্দু

◆ নিম্নলিখিত প্রশ্নের উত্তর দাও:

- চিত্র (ক)-তে এক বহিঃস্থ বিন্দু দেখাতে পারবে কি ?
- কোন্ কোন্ চিত্রে অন্তঃস্থ বিন্দু বা বহিঃস্থ বিন্দু দর্শাতে পারবে না ?

তুমি লক্ষ করে থাকবে যে চিত্র (খ) ও (ঘ)-তে অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থ বিন্দু দেখানো যাবে কিন্তু চিত্র (ক) ও (গ)-তে অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থ বিন্দু দেখানো যাবে না। কেবল আবদ্ধ চিত্রে অন্তঃস্থ তথা বহিঃস্থ বিন্দু আছে।

জানো কি ?



আমি আবদ্ধ চিত্র নই। আমায় উন্মুক্ত চিত্র বলা হয়। আমার অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থ বিন্দু নেই।

অভ্যাস কার্য 3.4

1. (ক) একটি সরলরেখী সীমা থাকা আবদ্ধ চিত্র ও একটি বক্ররেখী সীমাবিশিষ্ট আবদ্ধ চিত্র অঙ্কন করো।

   (খ) অঙ্কন করা প্রত্যেক চিত্রে দু'টি অন্তঃস্থ বিন্দু ও দু'টি বহিঃস্থ বিন্দু চিহ্নিত করো। সরলরেখী সীমাবিশিষ্ট চিত্রের অন্তঃস্থ বিন্দু দুটিকে K ও L নাম দাও এবং বহিঃস্থ বিন্দু দু'টিকে M ও N নাম দাও। বক্ররেখী সীমাবিশিষ্ট চিত্রের অন্তঃস্থ বিন্দু দু'টিকে P ও Q নাম দাও এবং বহিঃস্থ বিন্দু R ও (নাম দাও।

   (গ) প্রত্যেক আবদ্ধ চিত্রের সীমার ওপরে একটি করে বিন্দু চিহ্নিত করো। সরলরেখী চিত্রে এই বিন্দুর নাম দাও Y এবং বক্ররেখী সীমা থাকা চিত্রে এই বিন্দুর নাম দাও Z।

2. এমন একটি চিত্র অঙ্কন করো যার অন্তঃস্থ বা বহিঃস্থ বিন্দু দর্শানো সম্ভব নয়।

3.8. কোণ

3.8.1. কোণের ধারণা

(ক) (খ) (গ) (ঘ) (ঙ)

ওপরে দেওয়া চিত্রগুলো লক্ষ করো :

- বইয়ের প্রত্যেক পৃষ্ঠার ধার এক একটি রেখাখণ্ড। দু'টি ধার যেখানে মিলিত হয়েছে, সেখানে একটি কোণ সৃষ্টি হয়েছে।
- ডিভাইডারের চিত্রকে দেখো। ওর বাহুদ্বয় মিলিত হওয়ার স্থানে একটি কোণ সৃষ্টি হয়েছে।
- ওপরে থাকা ঘড়ির ছবিটি লক্ষ করো। বড় কাঁটা ও ছোট কাঁটা কীভাবে আছে? কাঁটাদ্বয় একটি কোণ গঠন করেছে।
- সেইরকম সেটস্কোয়ারের প্রত্যেক শীর্ষে এর দু'ধার মিলিত হয়ে একটি কোণের সৃষ্টি হয়েছে।

বর্তমান বল

(ক) তোমার শ্রেণীর ব্ল্যাকবোর্ডে ক'টা কোণ আছে?

(খ) তোমার শ্রেণীর মেঝেতে কতকগুলি কোণ আছে?

এতগুলো কোণ দেখার পরে আমরা জানলাম যে **সাধারণ আদ্যবিন্দু বিশিষ্ট দুটি রশ্মি (এক সরলরেখার অংশ না হয়ে থাকলে) একটি কোণ গঠন করে।**

✍ **তোমার পরিবেশে তুমি কোথায় কোথায় কোণ সৃষ্টি হতে দেখেছ লেখো।**

3.8.2 কোণের শীর্ষবিন্দু, বাহু ও নামকরণ:

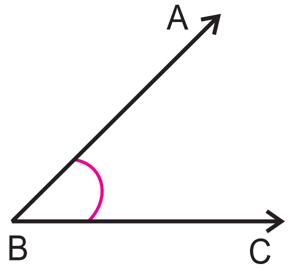
চিত্র দেখে প্রশ্নগুলির উত্তর দাও:

(I) চিত্রে থাকা রশ্মিদ্বয়ের নাম কী?

(ii) রশ্মিদ্বয়ের সাধারণ আদ্যবিন্দু কে?

(iii) রশ্মি BA কোন্‌দিকে অসীম?

(iv) $\overrightarrow{BC}$ কোন্‌দিকে সসীম?

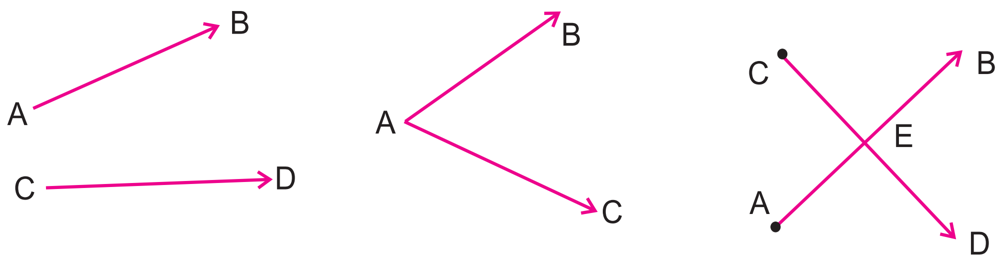


চিত্র 3.13

চিত্র 3.13 তে রশ্মি দ্বয়ের মিলনে একটি কোণের চিত্র উৎপন্ন হয়েছে। রশ্মিদ্বয়ের সাধারণ আদ্যবিন্দু B কে উৎপন্ন কোণের **শীর্ষবিন্দু** বলে। $\overrightarrow{BA}$ ও $\overrightarrow{BC}$ রশ্মিদ্বয়কে উৎপন্ন কোণের বাহু বলা হয়। এই কোণকে ∠ABC বা ∠CBA (কোণ ABC বা CBA) বলে পড়া হয়।

> **জানো কি?**
>
> '∠ 'চিহ্নটি হচ্ছে কোণ শব্দের সাংকেতিক চিহ্ন। কোণের নাম দেওয়ার সময় শীর্ষবিন্দুর নাম সর্বদা মাঝখানে থাকে।
>
> ∠ABC কে ∠B ও বলা যায়। কিন্তু একটি শীর্ষবিন্দুতে একাধিক কোণ থাকলে দ্বিতীয় প্রকার নামকরণ করা যায়না।

নিম্নে দেওয়া চিত্র তিনটে লক্ষ করো:

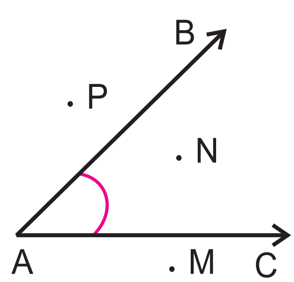


(ক) (খ) (গ)

- চিত্র (ক)-তে $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ দুটো রশ্মি থাকলেও কোণ উৎপন্ন হচ্ছে না।
- চিত্র (খ)-তে A হচ্ছে $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ উভয় রশ্মির সাধারণ আদ্যবিন্দু। এই রশ্মিদ্বয় এক রেখার অংশ নয়। তাই এই রশ্মিদ্বয় একটি কোণ উৎপন্ন করে।
- চিত্র (গ)-তে থাকা $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ রশ্মিদ্বয়ের আদ্যবিন্দু যথাক্রমে A ও C। কিন্তু উভয় রশ্মির এক সাধারণ বিন্দু হচ্ছে E। $\overrightarrow{EB}$ ও $\overrightarrow{ED}$ রশ্মিদ্বয়ের সাধারণ আদ্যবিন্দু E হওয়াতে ∠BED উৎপন্ন হয়েছে। এই চিত্রে $\overline{EC}$ ও $\overrightarrow{EB}$ উভয়ের সাধারণ বিন্দু E হেতু $\overline{EC}$ ও $\overrightarrow{EB}$-র মিলনে কোণ ∠CEB উৎপন্ন হয়েছে সেইভাবে ∠AEDও উৎপন্ন হয়েছে। $\overline{EC}$ ও $\overline{EA}$ র সাধারণ বিন্দু E হেতু সে দ্বয়ের মিলনে ∠AEC উৎপন্ন হচ্ছে বলে ধরে নেওয়া যায়।

3.8.3. কোণের অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থ বিন্দু:

- পার্শ্বস্থ চিত্রে ∠BAC দেখানো হয়েছে। কোণটি বইয়ের এই পৃষ্ঠার সমতলে অবস্থিত।
- N বিন্দুটি কোণের অন্তঃস্থ বিন্দু।
- N বিন্দুর মতো ∠BAC-র অন্তঃস্থ হওয়ার মতো আরও অসংখ্য বিন্দু আছে। অবশ্য তাদের নামকরণ হয়নি।



চিত্র 3.14

এই বিন্দুদের ($\angle BAC$ র অন্তঃস্থ বিন্দুদের) সমাহার, এই সমতলের এক অংশ এবং সমতলের উক্ত অংশটিকে কোণের অন্তর্দেশ বলা হয়। কোণের বাহুদ্বয়ের বিস্তৃতি অসীম হওয়ায় $\angle BAC$র অন্তর্দেশ ও অসীম।

- P এবং M বিন্দুরা $\angle BAC$ র বহিঃস্থ বিন্দু। P এবং M বিন্দুর মতো $\angle BAC$ র অসংখ্য বহিঃস্থ বিন্দু আছে।
- এই বিন্দুদের ($\angle BAC$ র বহিঃস্থ বিন্দুদের) সমাহার, এই সমতলের এক অংশ এবং সমতলের উক্ত অংশকে কোণের বহির্দেশ বলা হয়। $\angle BAC$ কোণের বহির্দেশও অসীম।
- $\overrightarrow{AB}$ তথা $\overrightarrow{AC}$ র উপরিস্থ প্রত্যেক বিন্দু $\angle BAC$ র অন্তর্ভুক্ত বিন্দু। অন্তর্ভুক্ত বিন্দুদের সমাহারে কোণ গঠিত। অর্থাৎ $\angle BAC$ হচ্ছে $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ উপরে থাকা সমস্ত বিন্দুর সমাহার।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে আমরা কী জানলাম?

- একটি কোণ ইহার অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থকে পৃথক করে।
- কোণের কোনো বহিঃস্থ বিন্দু ও অন্তঃস্থ বিন্দুর সংযোজক রেখাখণ্ড (যথা—$\overline{PN}$ বা $\overline{MN}$) $\overrightarrow{AB}$ বা $\overrightarrow{AC}$ কে ছেদ করবে।

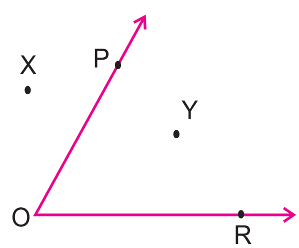
জানো কি?

কোনো সমতলে একটি কোণ অঙ্কিত হলে, সমতলটি তিনভাগে বিভক্ত হয়ে যায়। (i) কোণ, (ii) কোণের অন্তর্দেশ, (iii) কোণের বহির্দেশ।

তুমি একটি কোণ অঙ্কন করে তার অন্তর্দেশ রং দিয়ে চেনাও। কোণের একটি অন্তঃস্থ বিন্দু ও একটি বহিঃস্থ বিন্দুকে দর্শাও।

অভ্যাস কার্য 3.5

1. চিত্র দেখে খাতায় উত্তর লেখো।



(ক) চিত্রে থাকা কোণটির নাম কী লেখো।

(খ) এর শীর্ষ বিন্দু ও বাহুদের নাম লেখো।

(গ) এই কোণের অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থ বিন্দুর নাম লেখো।

2. নিম্নস্থ বাক্যদের মধ্যে থাকা শূন্যস্থান পূরণ করো।

(ক) একটি কোণের ————টি শীর্ষবিন্দু ও ————টি বাহু থাকে।

(খ) ———— চিহ্নটি হচ্ছে চিত্রে থাকা কোণের সাংকেতিক চিহ্ন।

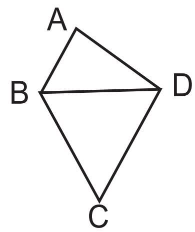
(গ) দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে ————টি কোণ উৎপন্ন হয়।

3. স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে তোমার খাতায় দুটি কোণ অঙ্কন করে তাদের নাম দাও।

4. (ক) পার্শ্বস্থ চিত্রে কয়টি কোণ আছে?

(খ) কেবল শীর্ষবিন্দু নিয়ে কোন্ কোন্ কোণের নামকরণ করা যেতে পারবে?

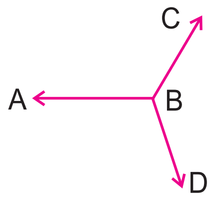
(গ) কোন্ কোণেদের এক সাধারণ বাহু আছে?



3.9 কোণেদের মধ্যে সম্বন্ধ:

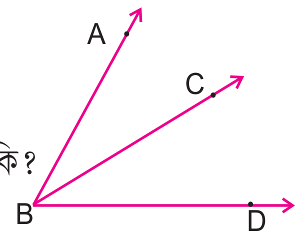
এক শীর্ষবিন্দু বিশিষ্ট একাধিক কোণেদের কয়েকটি উদাহরণ এখানে দেওয়া যাবে। সেগুলো লক্ষ করো।

3.9.1. সন্নিহিত কোণ



পার্শ্বস্থ চিত্র দেখে উত্তর লেখ।

- $\angle ABC$ ও $\angle CBD$ র শীর্ষবিন্দুদের নাম কী?
- এই কোণদ্বয়ের সাধারণ বাহু কে?
- কোন্ রশ্মির বিপরীত পার্শ্বে কোণদ্বয়ের অন্তর্দেশদ্বয় অবস্থিত?
- $\angle ABC$ ও $\angle CBD$ কোণদ্বয়েব অন্তর্দেশের কোনো সাধারণ অংশ আছে কি?



প্রশ্নগুলোর উত্তর তুমি নিশ্চয় নিম্নমতে ভেবেছ।

উভয় কোণের শীর্ষবিন্দু B, কোণ দুটির সাধারণ বাহু হচ্ছে $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BC}$-র বিপরীত পার্শ্বে কোণদ্বয়ের অন্তর্দেশ অবস্থিত ও কোণদুটির অন্তর্দেশের কোনো সাধারণ অংশ নেই।

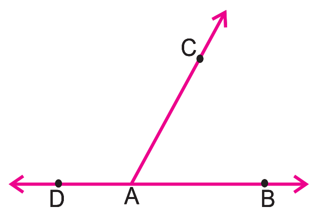
একটি সমতলে থাকা দুটি কোণের একটি সাধারণ শীর্ষবিন্দু, একটি সাধারণ বাহু থাকলে এবং তাদের অন্তর্দেশদ্বয়ের কোনো সাধারণ অংশ না থাকলে, সেই কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলা হয়। এখানে $\angle ABC$ ও $\angle CBD$ দ্বয় সন্নিহিত কোণ।

তুমি দুটি সন্নিহিত কোণ অঙ্কন করে তাদের নামকরণ করো।

3.9.2. সরলরৈখিক জুড়ি।

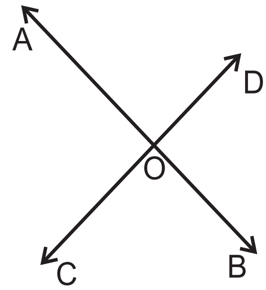
পার্শ্বস্থ চিত্রটি দেখো। চিত্রটি বর্ণনা করো। লক্ষ করো—

চিত্রে থাকা $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ কোণদ্বয়ের অসাধারণ বাহুদ্বয় $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AD}$ পরস্পর বিপরীত রশ্মি। এই প্রকার কোণদ্বয়কে সরলরৈখিক জুড়ি বা সরল জুড়ি বলা হয়।



তোমার খাতায় সরলরৈখিক জুড়ি অঙ্কন করো। কোণদুটির পরিমাণের সমষ্টি নির্ণয় করো।

3.9.3. প্রতীপ কোণ বা বিপরীত কোণ-



প্রদত্ত চিত্র দেখে নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

- $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ দ্বয় পরস্পরকে কোন্ বিন্দুতে ছেদ করছে?
- $\angle AOD$ র কটি সন্নিহিত কোণ আছে ও সেই কোণগুলোর নাম কী?
- চিত্রস্থ কোন্ কোণ $\angle AOD$ র সন্নিহিত নয়?

চিত্রে তুমি লক্ষ করতে থাকবে যে–

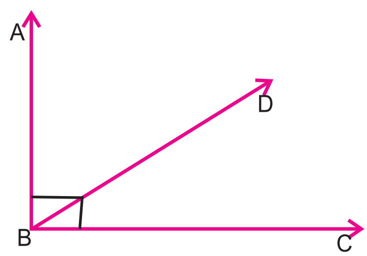
- $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ পরস্পরকে ‘O’ বিন্দুতে ছেদ করছে। $\angle AOD$ র দুটি সন্নিহিত কোণ আছে। ও সে দুটি হল $\angle DOB$ ও $\angle AOC$ ।
- $\angle COB$, $\angle AOD$ র সন্নিহিত কোণ নয়। এখানে $\angle AOD$ র প্রতীপ বা বিপরীত কোণ হচ্ছে $\angle BOC$।

দুটি সরলরেখা পরস্পরকে একটি বিন্দুতে ছেদ করলে যে কোণ চারটি উৎপন্ন হয়, তাদের মধ্যে যে কোণদ্বয়-এর মধ্যে কোনো সাধারণ বাহু থাকে না। (অর্থাৎ যে কোণদ্বয় পরস্পর সন্নিহিত নয়) সেই কোণদ্বয়কে পরস্পর প্রতীপ বা পরস্পর বিপরীত কোণ বলা হয়।

তুমি দুটি সরলরেখা $\overleftrightarrow{XY}$ ও $\overleftrightarrow{PQ}$ নাও। যেন তারা পরস্পরকে ‘ঙ্ড’ বিন্দুতে ছেদ করবে। তোমার পাওয়া চিত্রে দু’জোড়া প্রতীপ বা বিপরীত কোণ চেনাও।

3.9.4. অনুপূরক কোণ:-

চিত্রে $\angle ABC$ একটি সমকোণ। এই চিত্র দেখে নিম্ন প্রশ্নগুলিব উত্তর স্থির করো।

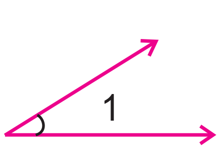


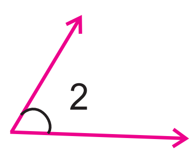
- $\angle ABC$ ব্যতীত চিত্রে দেখা অন্য দুটি কোণের নাম কী?
- $\angle ABD$ র পরিমাণ + $\angle DBC$ র পরিমাণ = কত ?

আমরা দেখলাম-

$\angle ABD$ ও $\angle DBC$ র পরিমাণের সমষ্টি 90^{0} । সেই কোণদুটিকে পরস্পর অনুপূরক কোণ বলা হয়।

নিম্নস্থ চিত্রে থাকা $\angle 1$ ও $\angle$ 2 র মাপের সমষ্টি 90° । তাই $\angle 1$ ও $\angle$ 2 পরস্পর অনুপূরক।



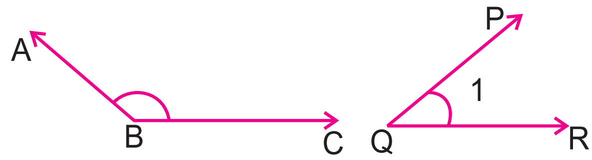


> **জানো কি?**
>
> দুটি অনুপূরক কোণ সন্নিহিত হতে পারে অথবা ভিন্ন ভিন্ন স্থানে অবস্থিত হতে পারে।

দুটি কোণের পরিমাণের সমষ্টি 90^0 হলে তার থেকে একটি কোণ অন্যটির অনুপূরক হয় অথবা কোণদুটি পরস্পর অনুপূরক।

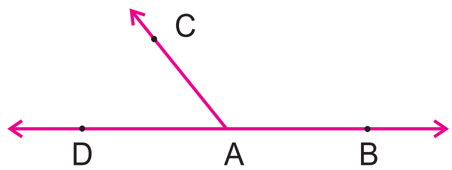
3.9.5. পরিপূরক কোণ:-

পার্শ্বস্থ চিত্রটি দেখ



চিত্রে দেখতে পাওয়া কোণদ্বয়ের নাম কী?

এই কোণদ্বয়ের পরিমাণের সমষ্টি নির্ণয় করো। যে কোণদ্বয়ের পরিমাণের সমষ্টি 180^0 হয় সেই কোণদ্বয়কে পরস্পর পরিপূরক কোণ বলা হয়। এখানে $\angle ABC$ ও $\angle PQR$ পরস্পর পরিপূরক। সরল জুটি গঠন করতে থাকা দুটি কোণকে মেপে দেখলে সে দুটির মাপের সমষ্টি 180^0 হবে। সুতরাং সে দুটি পরস্পর পরিপূরক।



> জেনে রাখো: পরস্পর পরিপূরক হওয়া দুটি কোণ ভিন্ন ভিন্ন স্থানে অবস্থান করতে পারে বা সন্নিহিত হতে পারে।

অভ্যাস কার্য 3.6

1. (ক) নিম্নলিখিত মাপবিশিষ্ট কোণদের অনুপূরক কোণের মাপ নির্ণয় করো।

   6^0, 15^0, 29^0, 30^0, 45^0, 75^0

   (খ) নিম্নলিখিত মাপবিশিষ্ট কোণদের পরিপূরক কোণের মাপ নির্ণয় করো।

   $27^0, 52^0, 70^0, 110^0, 145^0, 150^0$

2. (ক) 45^0 45' মিনিট মাপবিশিষ্ট কোণের অনুপূরক ও পরিপূরক কোণের মাপ নির্ণয় করো। ($1^0 = 60'$)।

   (খ) 48^0 মাপবিশিষ্ট কোণের অনুপূরক কোণের পরিপূরক কোণের পরিমাণ কত?

3. নিম্ন মাপবিশিষ্ট জুড়িদের মধ্যে কোন্ জুড়ি পরস্পর অনুপূরক ও কোন্ জুড়ি পরস্পর পরিপূরক চিহ্নিত করো।

   (ক) 68^0, 22^0 (খ) 163^0, 17^0 (গ) 73^0, 17^0

   (ঘ) 80^0, 10^0 (ঙ) 42^0, 138^0 (চ) 90^0, 90^0

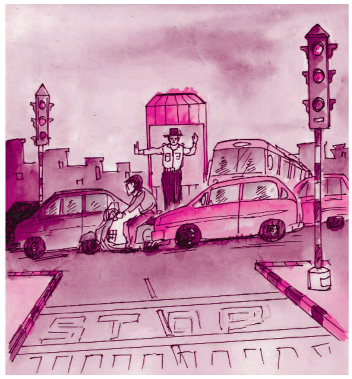
4. চিত্র অঙ্কন করে অনুপূরক ও পরিপূরক কোণের জুড়িদের উদাহরণ দাও।

5. তোমার চারপাশে থাকা বস্তুগুলির মধ্যে থেকে পরস্পর সমকোণে থাকা বস্তুগুলির তিনটি উদাহরণ দাও

6. একজন ট্রাফিক পুলিশ পূর্বদিকে মুখ করে দাঁড়িয়ে আছে। যদি সে তার বাঁয়ে ক্রমান্বয়ে

(ক) এক সমকোণ (খ) দুই সমকোণ (গ) তিন সমকোণ

(ঘ) চার সমকোণ ঘোরে, তবে প্রতিবার ঘোরার পরে তার মুখ কোন্ দিকে থাকবে?



7. কী ধরনের কোণ সৃষ্টি হবে?

(ক) একটি বিন্দুর পূর্ব ও দক্ষিণে দুটি রশ্মি অঙ্কন করলে।

(খ) একটি বিন্দুর উত্তর ও উত্তর পূর্বে দুটি রশ্মি অঙ্কন করলে।

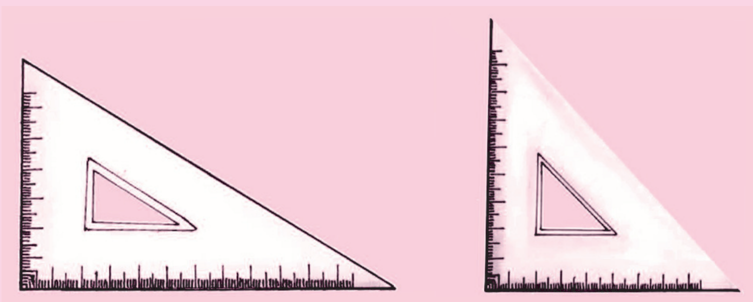
(গ) একটি বিন্দুর পূর্ব ও উত্তরে দুটি রশ্মি অঙ্কন করলে।

8. ক) যে কোণের পরিমাণ তার অনুপূরক কোণের পরিমাণের দুই গুণ। তার পরিমাণ কত?

(খ) যে কোণের পরিমাণ তার পরিপূরক কোণের পরিমাণের দুই গুণ। তার পরিমাণ কত?

সেটস্কোয়ারের কিছু তথ্য

কয়েকটি নির্দিষ্ট পরিমাণ বিশিষ্ট কোণ অঙ্কন করার জন্যে সেটস্কোয়ার ব্যবহার করা হয়। এর অন্যান্য ব্যবহার সম্পর্কে দেওয়া তথ্য পড়ো।



30^0 সেটস্কোয়ার 45^0 সেটস্কোয়ার

তোমার জ্যামিতি বাক্সে দুটো সেটস্কোয়ার লক্ষ করো। একটার কোণগুলির পরিমাণ 30^0,90^0, 60^0 ও অন্যটির কোণের পরিমাণ 45^0, 90^0,45^0। প্রথমটির নাম 30^0 সেটস্কোয়াব ও দ্বিতীয়টির নাম 45^0 সেটস্কোয়ার। এগুলো প্লাস্টিক বা ধাতুতে নির্মিত। এর ধারে দূরত্ব বা দৈর্ঘ্য মাপার জন্য সেন্টিমিটারের দাগ দেওয়া থাকে।

30^0,45^0,60^0 ও 90^0 মাপবিশিষ্ট কোণগুলো অঙ্কন করার জন্যে এগুলোর প্রয়োজন হয়। দত্ত এক সরলরেখার প্রতি লম্ব (সমকোণ অঙ্কন করতে থাকা রেখা) এবং দত্ত রেখা সহ সমান্তর সরলরেখা অঙ্কন করতে একে ব্যবহার করা হয়।

চতুর্থ অধ্যায়

স্বাভাবিক সংখ্যা

4.1. আমরা যা জানি:

তুমি বস্তুদের গোনার জন্য সংখ্যার ব্যবহার শিখেছ। দুটি বস্তু সমূহের সংখ্যা জানা থাকলে সেই বস্তু সমূহতে থাকা বস্তুদের মোট সংখ্যা জানার জন্য যোগ প্রক্রিয়া জানো। এক বস্তুসমূহের থেকে কিছু বস্তু বের করে নিলে, বাকি থাকা বস্তুর সংখ্যা জানার জন্য বিয়োগ প্রক্রিয়া শিখেছ। একটি সংখ্যাকে নিজের সঙ্গে বারংবার যোগ কার্যকে সংক্ষেপে সম্পাদন করতে গুণন প্রক্রিয়া জেনেছ। একটি সংখ্যা থেকে তার চেয়ে ছোট সংখ্যাকে বারংবার বিয়োগ প্রক্রিয়ার ফলাফলকে সহজে জানতে হলে ভাগ প্রক্রিয়াও জেনেছ। সংখ্যা ও তাহা সহ সম্পৃক্ত প্রক্রিয়াগুলোর উপযোগে দৈনন্দিন জীবনের বহু সমস্যার সমাধান করতে পারছ। এই অধ্যায়ে সংখ্যার ক্রমবিকাশ কীভাবে ঘটল, সেটা এখানে আলোচনা করব।

4.2. ঐতিহাসিক পৃষ্ঠভূমি:

আদিমকাল থেকে মানুষ নিজের জীবন ধারণ করার জন্যে খাদ্য সংগ্রহ করা, সুরক্ষিত জীবনযাপন করার জন্য বাসস্থানের ব্যবস্থা করা, এবং বাহ্য শক্তির কবল থেকে নিজেকে রক্ষা করার জন্য গোষ্ঠীগত জীবন যাপন করার ব্যবস্থায় অভ্যস্ত হয়েছিল। প্রথম প্রথম সে কেবল আজকের কথাই চিন্তা করত। ক্রমে সে ভবিষ্যতের কথা চিন্তা করতে আরম্ভ করল। যখন সে ভবিষ্যৎ জীবনের জন্য পশুপালন, বৃক্ষরোপণ করার কথা চিন্তা করল, তখন মানুষ পালন করল একাধিক পশু, রোপণ করল অনেক বৃক্ষ। যে পশুদের পালন করল, যে বৃক্ষ সকল সে রোপণ করল, সেগুলোর হিসাব রাখার আবশ্যিকতা সে অনুভব করল।

4.2.1. হিসাব রাখার ব্যবস্থা:

তার গোয়াল থেকে যে পশুগুলো বাইরে গেল, সেগুলো পুনরায় সন্ধেবেলায় গোয়ালে ফিরল কিনা তার হিসেব রাখার জন্য সম্ভবত পশুগুলো বাইরে যাবার সময় সে দেওয়ালে একটা পশুর জন্য একটা দাগ টানল, ও পশুগুলো ফিরে আসার পর গোয়ালে ঢুকলে এক একটা পশুর জন্য একটা করে দাগ মুছে দিল। শেষে যদি দেখে একটা দাগ থেকে গেল, সে জানতে পারল যে তার

একটা পশু ফেরেনি। যদি সমস্ত দাগ মুছে যায় আর গোয়ালের বাইরে আর কোনো পশু না থাকে, তাহলে সে জানতে পারল যে তার সমস্ত পশু ফিরে এসেছে।

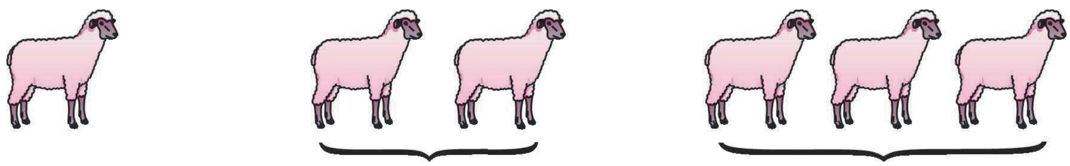
বলো দেখি:
তা'র সব দাগ মুছে যাওয়ার পরেও গোয়ালের বাইরে আরও পশু থেকে গেল, তাহলে সে কি জানবে ?

দাগ টানা ও মোছার কাজকে সহজ সরল করার জন্য সে একটা বস্তুকে একটা দাগের দ্বারা চিহ্নিত করার পরিবর্তে সে একটা পশু বা বস্তুর জন্য একটা কাঠি বা ছোট নুড়ি বা শুকনো বীজ ব্যবহার করল। এবার তার যতগুলো পশু ততটাই কাঠির গোছা রইল। আবার তার বাগানে ফলের হিসেবের জন্য আরও এক বিড়া কাঠি রইল। এইভাবে যত প্রকার পশু বা বস্তুর হিসেব রাখার দরকার হল, ততবিড়ে কাঠি সে রাখল। এমন একটা সময় এল, যখন তার কাছে অনেক বিড়ে কাঠি হয়ে গেল। তখন আবার এই অনেক কাঠির বিড়ে সমস্যার সৃষ্টি করল।

4.3 সংখ্যা সৃষ্টি:

দেওয়ালে দাগ টানা, বা কাঠির বিড়ে রাখা বা নুড়ির থলের পরিবর্তে সমস্ত বস্তুর হিসেব রাখতে একটি সাধারণ ব্যবস্থা করা জন্য মানুষ চেষ্টা করল। শেষে এই আবশ্যকতা পূরণ করতে সে সৃষ্টি করল সংখ্যার। এই সংখ্যাগুলো হচ্ছে—

এক, দুই, তিন, চার, পাঁচ, ছয়, সাত, আট, নয়, দশ........। এই শব্দগুলোর বলে সে বস্তুদের গণনা করল।



এক দুই তিন

সংখ্যা সংকেত সৃষ্টি

থাবার্তা বলার সময় বা বস্তুদের গোনার সময় দুটো নারকেল, পাঁচটা কলা আদি বলা হল। কিন্তু সেগুলো সহজে লিখতে প্রত্যেক সংখ্যার জন্য একটি স্বতন্ত্র সংকেত সৃষ্টি করার আবশ্যকতা হল।

এই আবশ্যকতা পূরণ করতে সৃষ্টি হল সংখ্যা সংকেত। যত বেশি বস্তু তত বেশি সংখ্যা ও তত বেশি সংকেত সৃষ্টি করা হল। পৃথিবীর বিভিন্ন অঞ্চলে থাকা লোকেরা ভিন্ন ভিন্ন সংকেত সৃষ্টি করল।

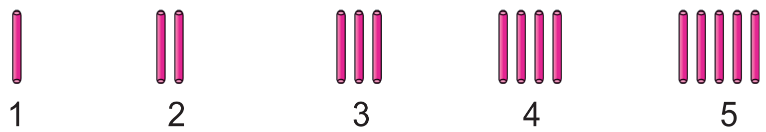
বলো দেখি:
অধিক সংখ্যার জন্য অধিক সংকেত সৃষ্টি হওয়ার পরে মানুষ কোন্ সমস্যার সম্মুখীন হয়ে থাকবে ?

4.4 স্থানীয় মান ব্যবস্থা:

পূর্বোক্ত সমস্যা (অনেক সংখ্যার জন্য অনেক সংকেতের ব্যবহার)-র সমাধান করতেন ভারতীয় পণ্ডিতগণ। তাঁরা অল্প কয়েকটি সংখ্যার জন্য সংকেত সৃষ্টি করলেন, সেগুলো হচ্ছে:

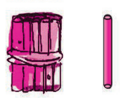
	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
হিন্দিতে	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ইংরেজিতে	1	2	3	4	5	6	7	8	9

কেবল এই সংকেতগুলো ব্যবহার করে আরও বড় সংখ্যার সংকেত সৃষ্টি করতে তাঁরা কাঠি গোনার সময় বিড়ে বেঁধে গোনার ব্যবস্থা অনুসরণ করলেন।

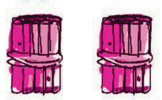


বেশি কাঠি থাকলে গোনার ব্যবস্থা–

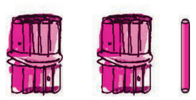
একবিড়া



একবিড়া ও একটি কাঠি

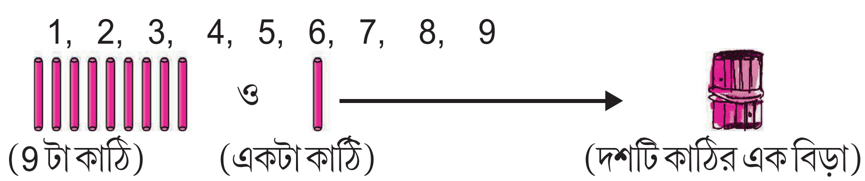


দুই বিড়া

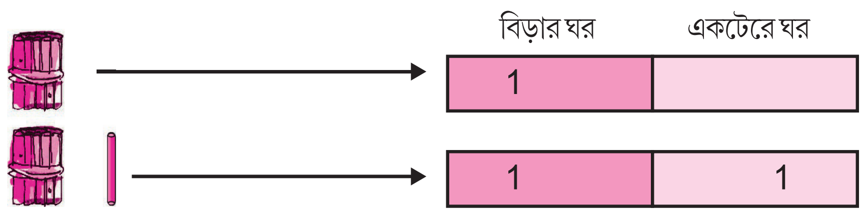


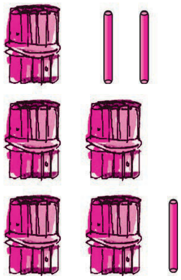
দুই বিড়া ও একটি কাঠি

এইভাবে গোনার ব্যবস্থা অনুসরণ করে সংখ্যা লিখন প্রণালী সৃষ্টি করার জন্য ঘর বা স্থানের কল্পনা করা হল।



দশটি কাঠির একটা বিড়া লেখার জন্য একটি ঘর বা স্থানের সৃষ্টি করা হল। তা হল:





	বিড়ার ঘর	একটার ঘর
→	1	2
→	2	
→	2	1

একটার ঘর খালি থাকায় এই সংখ্যা লিখন ব্যবস্থায় আবার সমস্যা দেখা দিল। তা হল:

দশ →	1	
কুড়ি →	2	

দশ, কুড়ি আদি সংখ্যা লেখার সময় একটার ঘর খালি থাকছে। তাই ঘর দুটি না করলে একখানি ঘর খালি থাকার কথা দেখানো যাবে না। মাত্র অন্য সংখ্যার ক্ষেত্রে ঘর না দেখিয়েও সংখ্যা লেখা সম্ভব হচ্ছে। যথা—

এগারো →	1	1	→ 11
বারো →	1	2	→ 12

11 লিখলে দুটি ঘর থাকার কথা বোঝা যাচ্ছে। 12, 13, 25, 27 ...... ইত্যাদি লেখার সময় ঘর না কাটলেও দুটি সংখ্যা দুটো ঘরের ধারণা দিচ্ছে। মাত্র দশ, কুড়ি, তিরিশ প্রভৃতি সংখ্যার ক্ষেত্রে একটেরে ঘর যে খালি আছে সেটা কেবল ঘর কাটলে জানা যাবে। যেমন:

	বিড়া ঘর	একটা ঘর	
দশ →	1		একটার ঘরে কিছু নেই
কুড়ি →	2		একটার ঘরে কিছু নেই
তিরিশ →	3		একটার ঘরে কিছু নেই।

এই সমস্যারও সমাধান করলেন ভারতীয় পণ্ডিতগণ।

4.5 শূন্যের পরিকল্পনা

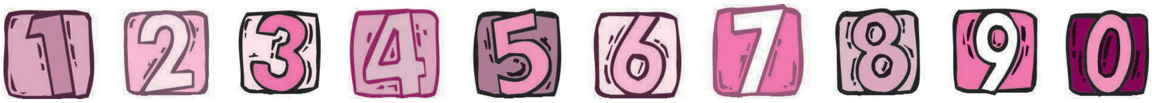
কিছু না থাকাকে শূন্য বলা হয়। অতএব কিছু নেই বা শূন্যর জন্যে তাঁরা সঙ্কেত '**শূন্য**' (0) সৃষ্টি করলেন ও এর নাম দিলেন শূন্য। যার ফলে পূর্বোক্ত অসুবিধা দূর হল:

বর্তমানে লিখব-

দশ →		1	→	0	10	→

এবার সংখ্যা লেখার সময় ঘর কাটবার আবশ্যকতা নেই। সংখ্যা লিখনে সংখ্যা ব্যবহার হয়ে থাকলে সেটা দুটি ঘর বা দুটি স্থানের সূচনা দেয়।

প্রত্যেক স্থানের এক ‘মূল্য’ বা ‘মান’ রইল। তাই এই ব্যবস্থাকে স্থানীয় মান ব্যবস্থা বলা হয়। এই ব্যবস্থায় সংখ্যা লিখন প্রণালীতে পূর্ণতা আনতে শূন্যের (0)সৃষ্টি করার কথা তুমি জেনে গেছ। তাই বর্তমান আমাদের কাছে সংখ্যা লিখনের জন্য যে সব সংকেতগুলো পেলাম সেগুলো হল-



4.5.1. অঙ্ক, সংখ্যা ও দশমিক সংখ্যা ব্যবস্থা

পূর্বোক্ত দশটি সংকেতের ব্যবহার দ্বারা যে কোনো বড়সংখ্যা লেখা সম্ভব হল। যেমন-

তিনশো পঁয়তাল্লিশ এর জন্য সংকেত 345

এখানে এককের স্থানে 5, এর মূল্য বা মান = 5 x 1 = 5 ;

দশকের স্থান 4, এর মূল্য বা মান = 4 x 10 = 40 ;

শতকের স্থানে 3, এর মূল্য বা মান = 3 x 100 = 300 ।

এখানে সংখ্যাটি হচ্ছে, 345 l এই সংখ্যা লেখার সময় একক, দশক ও শতকের স্থানে রইল যথাক্রমে। 5, 4 ও 3 l এই 5, 4 ও 3 কে 345 এ ব্যবহৃত **অঙ্ক** বলা হল

1, 2, 3, 4,5 , 6, 7, 8, 9 ও 0 কে ব্যবহার করে গঠিত হওয়া সংখ্যায় সেগুলোকে অঙ্ক বলা হয়, কিন্তু আমরা যখন বলি 5 টা কলম, তখন কলমের সংখ্যা। = 5 l এখানে 5 এক সংখ্যা। এই সংখ্যা একটি অঙ্ক নিয়ে গঠিত এবং অঙ্কটি হচ্ছে। 5 l

জানো কি?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ও 0 কে ব্যবহার করে সংখ্যা গঠন করা হলে এগুলো উক্ত সংখ্যার অঙ্ক বলে বলা হয় এবং সেগুলোও সংখ্যা রূপে ব্যবহার করা হয়।

4.6 গণন সংখ্যা

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 .... আদি সংখ্যাগুলো গণনার কার্যে উপরোক্ত সংখ্যাগুলো ব্যবহার করার জন্যে এদের **গণন সংখ্যা** বলা হয়।

উত্তর লেখো :

- গণন সংখ্যার সমূহে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা কে ?
- প্রত্যেক গণন সংখ্যা থেকে তার পরবর্তী গণন সংখ্যা কত বড়।
- এ সংখ্যা সমূহের শেষ কোথায়।

গণন সংখ্যা সম্বন্ধে কয়েকটি তথ্য

- গণন সংখ্যা সমূহের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা 1, সংখ্যা 1 এর পূর্বে আর কোনো সংখ্যা নেই।
- প্রত্যেক সংখ্যার একটি পরবর্তী সংখ্যা আছে। একটি সংখ্যার পরবর্তী সংখ্যা পূর্বোক্ত সংখ্যার চেয়ে 1 বড়। প্রত্যেক সংখ্যার পূর্ববর্তী সংখ্যা পূর্বোক্ত সংখ্যার চেয়ে 1 ছোট। কিন্তু 1-এর কোনো পূর্ববর্তী সংখ্যা নেই।
- গণন সংখ্যা সমূহে কোনো বৃহত্তম সংখ্যা নেই। যতবড় সংখ্যা হলেও তার পরবর্তী সংখ্যা আছে। ও এটা পূর্বোক্ত সংখ্যার চেয়ে 1 বড়।
- গণন সংখ্যা লেখার জন্য দশটি অঙ্ককে ব্যবহার করতে থাকায় একে দশ আধার বিশিষ্ট সংখ্যা বা দশমিক সংখ্যা ব্যবস্থা বলে বলা হয়।

4.7 স্বাভাবিক সংখ্যা :

দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন পরিস্থিতিতে এই গণন সংখ্যাদের অধিক উপযোগের আবশ্যকতা হল। নিম্নে কয়েকটি পরিস্থিতি বর্ণনা করা হয়েছে।

পরিস্থিতি - 1

ঘরে 5 টা লেবু ছিল । আবার গাছ থেকে পাড়া হল 7টা লেবু। তাহলে মোট কটা হল? এই পরিস্থিতি থেকে মানুষ যোগ প্রক্রিয়ার ব্যবহার করার কথা চিন্তা করল।

পরিস্থিতি- 2

ঘরে 20টি নারকেল ছিল। তার থেকে ঘরের পুজোয় খরচা হয়ে গেল 8টি নারকেল । বাকী কত রইল জানার জন্য মানুষ বিয়েকগ করার কথা চিন্তা করল।

পরিস্থিতি - 3

জমি থেকে প্রতিবার বাড়িতে এল, 15টি ধানের কলাই গোছা, তাহলে 7 বারে কত গোছা ধানকলাই ঘরে এল? এটা জানার জন্য সব গোছা খুলে গোনার পরিবর্তে সে গুণন প্রক্রিয়ার কথা চিন্তা করল।

পরিস্থিতি - 4

বিদ্যালয়ে 20টি খাতা এসেছিল। প্রত্যেক ছাত্রকে 3 টে করে খাতা দেওয়া আবশ্যক। তাহলে কটা ছাত্র 3টে করে খাতা পাবে এবং কটা খাতা বেশি হবে?

একটা একটা ছাত্রকে খাতা বিলি করার পূর্বে ক'জন 3টে করে খাতা পাবে ও ক'টি খাতা বেশি হবে জানার জন্য ভাগ প্রক্রিয়ার কথা চিন্তা করা হল।

গণন সংখ্যা ও সেগুলোর সঙ্গে যোগ, বিয়োগ প্রভৃতি প্রকৃয়ার ব্যবহারকে শামিল করে সৃষ্টি হল **স্বাভাবিক সংখ্যা ব্যবস্থা** (সংকেত N দ্বারা স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহ হল – 1, 2, 3, 4, ...

গণন সংখ্যার সম্বন্ধে দেওয়া তথ্য তিনটিও স্বাভাবিক সংখ্যার জন্য সত্য। অর্থাৎ

- ক্ষুদ্রতম স্বাভাবিক সংখ্যা হচ্ছে 1। এর কোনো পূর্ববর্তী স্বাভাবিক সংখ্যা নেই।
- প্রতিটি সংখ্যার একটি পরবর্তী সংখ্যা আছে। একটি সংখ্যার পরবর্তী সংখ্যা পূর্বোক্ত সংখ্যার চেয়ে 1 বড়। প্রত্যেক সংখ্যার পূর্ববর্তী সংখ্যা পূর্বোক্ত সংখ্যার চেয়ে 1 ছোট। অবশ্য এটা কিন্তু 1এর জন্য সত্য নয়, কারণ 1এর কোনো পূর্ববর্তী সংখ্যা নেই।
- স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহে কোনো বৃহত্তম সংখ্যা নেই। যত বড় সংখ্যাই হোক তার পরবর্তী সংখ্যা আছে ও এটা পূর্বোক্ত সংখ্যার চেয়ে 1 বড়।

অভ্যাস কার্য 4.1

1. ক্ষুদ্রতম স্বাভাবিক সংখ্যা কত?
2. প্রত্যেক সংখ্যার বাঁদিক তার পূর্ববর্তী ও ডানদিক পরবর্তী সংখ্যা লেখো ঃ—

   (ক) ___ , 28, ___ (খ) ___, 248, ___ (গ) ___, 567, ___

   (ঘ) ___, 3856, ___ (ঙ) ___, 5000, ___ (চ) ___, 99999, ___
3. (ক) 57 এর থেকে ক্ষুদ্রতর কতগুলো স্বাভাবিক সংখ্যা আছে?

   (খ) 48 ও 216 এর মধ্যে কতগুলো স্বাভাবিক সংখ্যা আছে?

   (গ) 5729 এর পরবর্তী তিনটে ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা লেখো।
4. (ক) একক অঙ্ক 5 হওয়া ক্ষুদ্রতম ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো।

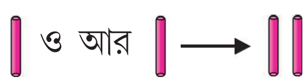
   (খ) একক অঙ্ক 7 হওয়া বৃহত্তম সাত অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা লেখো।

   (গ) ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যা থেকে সাত অঙ্ক বিশিষ্ট বৃহত্তম সংখ্যা পর্যন্ত (উভয় সংখ্যাকে মিশিয়ে) কতটি স্বাভাবিক সংখ্যা আছে?

4.8 স্বাভাবিক সংখ্যার বিভিন্ন প্রক্রিয়া ও সম্পৃক্ত নিয়ম।

4.8.1. যোগ প্রক্রিয়া:

প্রত্যেক স্বাভাবিক সংখ্যা থেকে তার পূর্ববর্তী সংখ্যাটি 1 বেশি, এই গুণটিকে ব্যবহার করে যোগ প্রক্রিয়ার সৃষ্টি। নিম্ন উদাহরণ দেখো—



(একটি কাঠি ও আর একটি কাঠি একত্র।)

1 + 1 = 1 এর পরবর্তী সংখ্যা। = 2

2 + 1 = 2এর পরবর্তী সংখ্যা = 3

3 + 1 = 3 এর পরবর্তী সংখ্যা = 4

জানো কি?

কোনো স্বাভাবিক সংখ্যায় 1 যোগ করলে ঠিক তার পরবর্তী সংখ্যা পাওয়া যায়।

এবার 5 + 4 এর মূল্য নির্ণয় করব। 5 + 4 এর মূল্য জানার জন্য আমরা পাঁচটি কাঠিতে চারটি কাঠি মেশাব।

5টি কাঠি   4টি কাঠি

5 এর সাথে 4 কে যোগ করার অর্থ 4টি এককে একবার একবার করে একত্র করা। এরকম করলে আমরা 5 + 4 = 9 পাবো। তাই 5 + 4 = 9

4.8.2. যোগ প্রক্রিয়া সম্পৃক্ত নিয়ম

নিজে করে দেখো

- তুমি ও তোমার বন্ধু একত্রে বসো। দুজনেই ছটি করে সংখ্যা কার্ড নাও।
- তোমার বন্ধুর কাছে থাকা সংখ্যা কার্ড থেকে একটা নাও। তোমার কাছে থাকা সংখ্যা কার্ড থেকে একটা নাও।
- সংখ্যা কার্ড দুটিতে লেখা সংখ্যা দুটিকে যোগ করো ও যোগফল খাতায় লেখো। মনে করা যাক তোমার বন্ধুর কাছ থেকে তুমি এনেছ 7 ও তোমার কাছে থাকা সংখ্যা কার্ড থেকে নিয়েছ 6। সংখ্যা দুটির যোগফল হল 7 + 6 = 13।
- তুমি যেরকম কাজ করলে, তোমার বন্ধুরও সেরকম কাজ করতে বল।
- তোমার কাছে থাকা সব সংখ্যা কার্ড শেষ হওয়া পর্যন্ত এইভাবে কর এবং যোগফল খাতায় লেখো।
- প্রত্যেক বার প্রতি জোড়া সংখ্যার যোগফল স্বাভাবিক সংখ্যা হচ্ছে কি?

এই ভাবে দেখা যাবে যে, প্রত্যেক জোড়া স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল এক স্বাভাবিক সংখ্যা।

আমরা জানলাম—

যে কোনো দুটি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল এক স্বাভাবিক সংখ্যা। এই নিয়মকে **যোগ প্রক্রিয়ার সম্বৃত্তি নিয়ম** বলা হয়।

যোগফল নির্ণয় কর।

(ক) 12 + 5   (খ) 45 + 12

উভয়ক্ষেত্রে যোগফল স্বাভাবিক সংখ্যা হচ্ছে কি? এ থেকে স্বাভাবিক সংখ্যায় যোগ প্রক্রিয়ার কোনো নিয়ম পালন করতে থাকা মনে হচ্ছে?

নিজে করে দেখো

- তুমি ও তোমার বন্ধু একসঙ্গে বসো। দশটি সংখ্যা কার্ড নাও।
- তোমাদের নেওয়া দশটি সংখ্যা থেকে যে কোনো দুটো সংখ্যা তোমার খাতায় লেখো। উক্ত সংখ্যা দুটিকে সেই ক্রমে নিয়ে যোগ করো। পাওয়া যোগফলকে খাতায় লেখো

  উদাহরণস্বরূপ 8 + 6 = 14
- তোমার বন্ধুকে সংখ্যা দুটো উল্টো ক্রমে যোগ করে যোগফল খাতায় লিখতে বলো।

  এখন সে লিখবে 6 + 8 = 14।
- দু প্রকার যোগক্রিয়ার ফলাফলকে তুলনা করো।
- প্রত্যেকবার দুটি দুটি করে সংখ্যা নিয়ে এরকম করো। কী পাচ্ছ বলো।

দুটি স্বাভাবিক সংখ্যার ক্রম বদল করে যোগ করলে যোগফল সমান থাকে এক যোগ প্রক্রিয়ার ক্রম বিনিময়ী নিয়ম বলা হয়।

নিম্ন উক্তগুলো খাতায় লিখে তাতে থাকা শূন্যস্থান পূরণ করো।

(ক) 2038 + 352 = 352 + ______ (খ) 365 + ______ = 148 + 365

নিজে করে দেখো

- তোমার খাতায় / শ্রেণির মেঝেতে তিনটি ঘর কাটো। সেগুলোকে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় ভাবে নাম দাও, খুব কমকরে 10 টা সংখ্যা কার্ড নাও

4	5	7

প্রথম পর্যায়:

- প্রত্যেক ঘরে একটা করে সংখ্যা কার্ড রাখ।
- এবার প্রথম ও দ্বিতীয় ঘরে থাকা সংখ্যা দুটিকে যোগ করো। যোগফল কত পেলে লেখো। পেয়ে থাকা যোগফল তৃতীয় ঘরে থাকা সংখ্যাকে মেশাও। একে এভাবে লেখা যেতে পারবে। (4 + 7) + 5 = 16 একে রূপে লেখা হবে।
- এবার দ্বিতীয় ও তৃতীয় ঘরে থাকা সংখ্যা দুটি যোগ করো। যোগফল কত হল যোগ ফলে প্রথম ঘরে থাকা সংখ্যা মেশাও। মোটযোগফল কত হল ? একে 4 + (7 + 5) = 16 রূপে লেখা হবে।

দ্বিতীয় পর্যায়:

- এখন আর তিনটে সংখ্যা কার্ডকে তিনটে ঘরে রেখে প্রথম পর্যায়ে যেভাবে কাজ করেছিলে সেইরূপ করো।
- প্রথম পর্যায় ও দ্বিতীয় পর্যায় করে থাকা কাজ থেকে কী পাচ্ছ ?

4, 7 ও 5 কে যোগ করার জন্য প্রথম প্রণালীতে, 4 ও 7 এর যোগফলের সঙ্গে 5 মিশিয়ে দেওয়া হল। কিন্তু দ্বিতীয় প্রণালীতে 4 এর সঙ্গে 7 ও 5 এর যোগফল মিশিয়ে দেওয়া হল। প্রত্যেক ক্ষেত্রে যোগফল হল16 ।

$$(4 + 7) + 5 = 4 + (7 + 5)$$

তাই তিনটে সংখ্যার যোগ করার প্রণালী আমরা জানতে পারলাম। তিনটি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগের ক্ষেত্রে আমরা যে নিয়ম দেখলাম, সেটাকে যোগের ক্ষেত্রে **সহযোগী নিয়ম** বলা হয়।

4.8.3. বিয়োগ প্রক্রিয়া ও সম্পৃক্ত নিয়ম:

এসো বিয়োগ ক্রিয়ার একটি উদাহরণ দেখব

- একটি খড়ির বাক্সে 8টি খড়ি রাখো।
- সেই বাক্স থেকে 3টি খড়ি নেওয়ার জন্য তোমার বন্ধুকে বল।
- সে 3 টি খড়ি নেওয়ার পরে আর কতগুলো খড়ি রইল দেখব।

8 টি খড়ি থেকে ছেলেটি একটা নিল। অর্থাৎ খড়ির সংখ্যা 8 থেকে 1 কমেছে। 8 থেকে 1 কম হচ্ছে 8 এর পূর্বসংখ্যা = 7।

7থেকে আবার 1 একটা নিয়ে গেল। অর্থাৎ খড়ির সংখ্যা 7 থেকে 1 কমে গেল। 7থেকে 1 কম হচ্ছে 7 সাত-এর পূর্বসংখ্যা = 6

সেইভাবে ছেলেটা আরও একটা খড়ি নেওয়ার পর বাকি থাকা খড়ির সংখ্যা = 6 থেকে 1 কম বা 6 এর পূর্বসংখ্যা = 5 অতএব 8 - 3 = 5

সেইভাবে আমরা পেতে পারব।

8 - 1 = 7
8 - 2 = 6
8 - 3 = 5
8 - 4 = 4
8 - 5 = 3
8 - 6 = 2
8 - 7 = 1

জানো কি?

কোনো সংখ্যা থেকে এক (1) বিয়োগ করলে তার পূর্ববর্তী সংখ্যা পাওয়া যায়।

আমাদের স্বাভাবিক সংখ্যা জগতে 1 হচ্ছে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা 8 - 8 = কত?

এই ফলাফল লেখার জন্য আমাদের কাছে থাকা সংখ্যা সমূহে কোনো সংখ্যা নেই।

তাই আমরা জানলাম 8 থেকে 8 বা 8 অপেক্ষা বড় কোনো সংখ্যাকে বিয়োগ করা যেতে পারবে না।

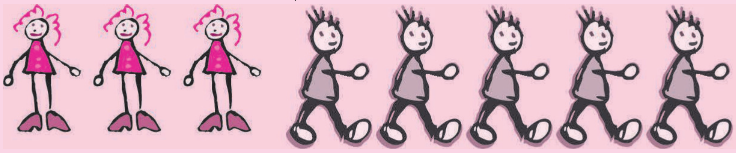
অন্য কথায় বললে, স্বাভাবিক সংখ্যার পরিসরের মধ্যে একটি সংখ্যা থেকে তার চেয়ে ছোট সংখ্যা বিয়োগ করা যেতে পারবে এবং বিয়োগ ফল এক স্বাভাবিক সংখ্যা হবে।

যোগ প্রক্রিয়ার সঙ্গে বিয়োগ প্রক্রিয়ার সম্বন্ধ।

নীচে থাকা চিত্রে আমরা দেখছি—

ছিল কত ছেলে, তা থেকে চলে গেল কত ছেলে, ও বাকি থাকল কত ছেলে।

ছিল 8



$8 - 5 = 3$

বাকিরইল 3 গেল 5

$3 + 5 = 8$

বাকি থাকা ছেলে 3 ফিরে এল 5

বাকি থাকা ছেলেদের সঙ্গে ফিরে আসা ছেলে, $3 + 5 = 8$

অতএব আমরা দেখলাম, $8 - 5 = 3$ থেকে পাওয়া গেল $3 + 5 = 8$

আমরা বলি। $8 - 5 = 3$ এই বিয়োগ কথার যোগ কথা হচ্ছে।$3 + 5 = 8$।

◆ এসো দুটি স্বাভবিক সংখ্যা নিয়ে বড় থেকে ছোট সংখ্যাকে বিয়োগ করব।

মনে করো আমরা নিলাম 8 ও 10।

$10 - 8 = 2$ $8 - 10 =$ কত?

আমরা পূর্বেই আলোচনা করেছি যে ছোট সংখ্যা থেকে বড় সংখ্যা বিয়োগ করা যেতে পারে না।

তাই 8-10 এর জন্য আমাদের কাছে কোনো উত্তর নেই।

তাই যোগ প্রক্রিয়া যেমন ক্রম বিনিময় নিয়ম পালন করে, বিয়োগ প্রক্রিয়া সেরকম ক্রম বিনিময়ী নিয়ম পালন করে না।

5+8+3কে সরল করার সময় আমরা সহযোগী নিয়ম প্রয়োগ করে থাকি, কারণ

$(5+8) + 3 = 5 + (8+3)$ ।

তবে $9 - 5 - 2$ র ক্ষেত্রে কী হচ্ছে দেখব।

$(9 - 5) - 2 = 4 - 2$
$= 2$

$9 - (5-2) = 9 - 3$
$= 6$

তাই $(9 - 5) - 2 \neq 9 - (5-2)$

জানো কি?

সমান নয়কে '$\neq$' চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয়, $4 - 3 \neq 0$

সুতরাং বিয়োগের ক্ষেত্রে **সহযোগী নিয়ম প্রযোজ্য নয়।**

তাহলে 9 - 5 - 2কে কীভাবে সরল করব?

বাস্তব জীবনের একটি পরিস্থিতি ভাবব। যেখানে 9 - 5 - 2 কে সরল করার আবশ্যকতা পড়ে থাকে।

চকের বাক্সে 9 টি চক ছিল, তার থেকে সুমন্ত তার শ্রেণির জন্য 5টি চক নিল, এবং রশ্মি তার শ্রেণির জন্য 2 টি চক নিল। আর কতটি চক পড়ে রইল।

সুমন্ত 5 টি চক্ নেওয়ার পরে বাকি রইল

$$9 - 5 = 4$$

রশ্মি 2 টি চক নেওয়ার পরে বাকি রইল

$$4 - 2 = 2$$

এখানে আমরা দেখলাম

9 - 5 -2 এ থাকা প্রথম বিয়োগ কার্য প্রথমে সম্পাদিত হল এবং দ্বিতীয় বিয়োগ কার্য (অর্থাৎ 2 বিয়োগ কার্য) পরে সম্পাদিত হল।

তাই $9 - 5 - 2 = (9 - 5) - 2 = 4 - 2 = 2$ অন্যভাবেও কার্যটি সম্পাদন করা যেতে পারত। ছিল 9 টি চক সুমন্ত নিল 5টি ও রশ্মি নিল 2টি। সুমন্ত ও রশ্মি একত্র মিশে নিল (5 + 2) টি। 9 টি থেকে (5 + 2) টি চলে যাবার পরে বাকি রইল। 9 - (5 + 2)

$$\therefore 9 - 5 - 2 = 9 - (5 + 2)$$
$$= 9 - 7 = 2$$

তুমি সেইভাবে 6 - 1 -2 র জন্য বাস্তব জীবনের পরিস্থিতির উদাহরণ দিয়ে বিয়োগফল নির্ণয় কর।

অভ্যাসকার্য 4.2

1. সহযোগী নিয়ম অনুযায়ী দুটি উপায়ে যোগফল নির্ণয় করো।

   (ক) 12 + 9 + 8 = (12 + 9) + 8 = ... + ... = ...

   (খ) 12 + 9 + 8 = 12 + (9 + 8) = ... + ... = ...

2. (ক) স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহের অন্তর্ভুক্ত প্রত্যেক সংখ্যা, তার পূর্ববর্তী সংখ্যার চেয়ে কত অধিক?

   (খ) সবচেয়ে ছোট স্বাভাবিক সংখ্যা কোনটা?

   (গ) সবচেয়ে বড় স্বাভবিক সংখ্যা কে বলতে পারবে?

   (ঘ) খুব বড় একটা সংখ্যা ভাবো। তার ঠিক পরবর্তী সংখ্যাটি তোমার ভাবা সংখ্যার চেয়ে কত বড়?

3. 536 + 718 + 464 এর যোগফল নির্ণয় করতে দেওয়া হয়েছে। ক্রম বিনিময়ী ও সহযোগী নিয়ম প্রয়োগ করো। যেন যোগ ক্রিয়াটি সহজ হয়।

4. নিম্ন যোগ কার্যগুলি সহজ হওয়ার মতো সংখ্যাগুলো সাজিয়ে যোগ করো।

(ক) 417 + 384 + 583 (গ) 654 + 333 + 346

(খ) 2536 + 1205 + 7464 (জ্জ) 2062 + 353 + 1438 + 547

5. নীচের বিয়োগ কথাগুলি যোগ কথায় লেখো।

(ক) 9 - 5 = 4 (খ) 12 - 7 = 5 (গ) 316 - 285 = 31

6. একটি গ্রামের লোকসংখ্যা 1500। যদি সেই গ্রামে পুরুষের সংখ্যা 489 ও মহিলার সংখ্যা 512 হয়, তাহলে বাচ্চাদের সংখ্যা কত?

7. শোভনের কাছে 52,718 টাকা ছিল। সে ধার শোধ করল 5000 টাকা, ও 2500 টাকা দামের একটা সাইকেল কিনল। তার কাছে আর কত টাকা রইল?

4.8.4 গুণন প্রক্রিয়া ও সম্পৃক্ত নিয়ম

(ক) গুণন প্রক্রিয়া

তুমি জানো 5 + 5 কে লেখা হয় 5 x 2;

5 + 5 + 5 কে লেখা হয় 5 x 3;

5 + 5 + 5 + 5 কে লেখা হয় 5 x 4

অর্থাৎ একটি স্বাভাবিক সংখ্যাকে সেই সংখ্যার সঙ্গে বারম্বার যোগ করতে গুণনের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়।

5 x 2 এর ফল জানতে আমরা 5 + 5 এর যোগফল নির্ণয় করি।

সেই রকম 5 x 3র ফল জানতে আমরা তিনটি 5 কে যোগ করি। অর্থাৎ 5 x 3 র অর্থ হচ্ছে 3 টি র যোগ।

তাই সাধারণভাবে আমরা বলি

$$4 \times 7 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28$$

গুণনকে যোগে পরিণত করে দুটি সংখ্যার গুণফল আমরা নির্ণয় করি এবং সেই ফলগুলো গুণন খোঁদলে লিখে সেগুলো মনে রাখি। আমরা মনে রাখা সেই গুণন ঘরগুলি ব্যবহার করে বড়বড় সংখ্যার গুণন করি।

গুণন প্রক্রিয়া সম্পৃক্ত বিভিন্ন নিয়ম:

(ক) নিম্নে থাকা গুণন কার্য করে গুণফল নির্ণয় করো।

5 x 7 = 8 x 6 = 12 X 9 = 14 x 12 =

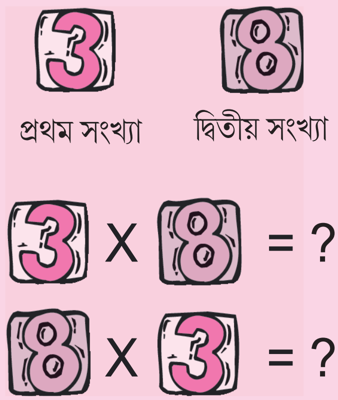
যে গুণফলগুলো পেলে, সেগুলো কী প্রকার সংখ্যা।

আমরা দেখলাম—

দুটি স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল এক স্বাভাবিক সংখ্যা।

অর্থাৎ **গুণন প্রক্রিয়া সম্বৃত্তি নিয়ম পালন করে।**

(খ)  **নিজে করে দেখো**



- যে কোনো দুটি স্বাভাবিক সংখ্যা তোমার খাতায় লেখো।
  তার মধ্যে প্রথম সংখ্যা ও দ্বিতীয় সংখ্যা ভাবে নামাঙ্কিত করো।
- প্রথম সংখ্যাকে দ্বিতীয় সংখ্যা দ্বারা গুণ করে গুণফল নির্ণয় করো।
- সেইরকম এবার দ্বিতীয় সংখ্যাকে প্রথম সংখ্যা দ্বারা গুণ করে গুণফল নির্ণয় করো। কী পেলে?
- এবার আর এক জোড়া স্বাভাবিক সংখ্যা নিয়ে সেইভাবে কার্য করো।

প্রত্যেক ক্ষেত্রে দেখব যে সংখ্যা দুটির ক্রম বদল করে গুণন করলে গুণফল সমান হয়।

আমরা জানলাম দুটি সংখ্যাকে ক্রম বদল করে গুনলে গুণফল বদলায় না।

অর্থাৎ **স্বাভাবিক সংখ্যায় গুণন প্রক্রিয়া ক্রম বিনিময়ী নিয়ম পালন করে।**

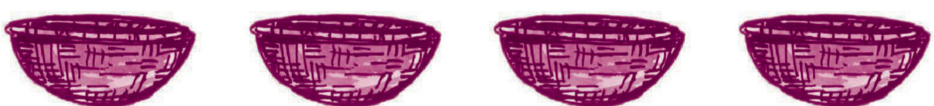
(গ) নীচে সম্পাদন করা কার্য লক্ষ করো—

তিনটি ঝুড়িতে 4 টি করে বল আছে ও সেগুলো ক, খ, গ, ঘ নামে চিহ্নিত করা হয়েছে।

নীচে চারটি ঝুড়ি আছে। ওপরে থাকা সমস্ত ঝুড়ি থেকে ‘ক’ চিহ্নিত বলগুলো এনে তলায় থাকা প্রথম ঝুড়িতে রাখো।

ওপরে থাকা সমস্ত ঝুড়ি থেকে ‘খ’ চিহ্নিত বলগুলো এনে তলায় থাকা দ্বিতীয় ঝুড়িতে রাখো।

ওপরে থাকা সমস্ত ঝুড়ি থেকে ‘গ’ চিহ্নিত বলগুলো এনে তলায় থাকা তৃতীয় ঝুড়িতে ও ‘ঘ’ চিহ্নিত বলগুলো এনে তলায় থাকা চতুর্থ ঝুড়িতে রাখো।



তিনটি ঝুড়িতে থাকা মোট বলের সংখ্যা = $4 \times 3 = 12$

নীচে থাকা চারটি ঝুড়িতে থাকা মোট বলের সংখ্যা = $3 \times 4 = 12$

অতএব আমরা দেখলাম প্রত্যেক ঝুড়িতে চারটে করে বল থেকে, তিনটে ঝুড়িতে থাকা মোট বলের সংখ্যা যত, প্রত্যেক ঝুড়িতে তিনটে করে বল থেকে, চারটি ঝুড়িতে থাকা মোট বলের সংখ্যা তত।

$4 \times 3 = 3 \times 4$

এই কার্য থেকে গুণন প্রক্রিয়ার কোন নিয়মকে পরীক্ষা করে দেখলে ?

(ঘ) একটি কাহিনী শোনো–

রাজার ভাঁড়ার ঘর থেকে একটা রত্নপেটি চুরি হয়ে গেল। ভাঁড়ার রক্ষক রাজাকে চুরির খবর দিল এবং চুরি হওয়া পেটিতে থাকা সোনার মোহরের হিসেব দিল—

ভাঁড়ার রক্ষক বলল—

পেটিতে ছিল 5 টি তাক। প্রত্যেক তাকে ছিল 4টি কৌটো, প্রতি কৌটাতে ছিল 3টি করে সোনার মোহর।

মন্ত্রী হিসেব করলেন-

একটা কৌটায় থাকা মোহরের সংখ্যা = 3

তাই 4টি কৌটায় থাকা মোহরের সংখ্যা = $3 \times 4 = 12$

$\therefore$ একটি তাকে থাকা মোহরের সংখ্যা = 12

সেইরূপ 5টা তাকে থাকা মোহরের সংখ্যা = $12 \times 5 = 60$

বা এই হিসেব আমরা লিখব: $(3 \times 4) \times 5 = 60$

রাজা নিজে হিসেব করলেন-

একটি তাকে থাকা কৌটোর সংখ্যা = 4

তাই 5 টি তাকে থাকা কৌটোর সংখ্যা = $4 \times 5 = 20$

একটি কৌটায় থাকা মোহরের সংখ্যা = 3

$\therefore$ 20টি কৌটোয় থাকা মোট মোহর সংখ্যা = $3 \times 20 = 60$

বা এই হিসেবকে আমরা লিখব $(4 \times 5) \times 3 = 20 \times 3 = 60$

রাজা ও মন্ত্রীর হিসাব থেকে চুরি যাওয়া মোহরের সংখ্যায় কোনো পার্থক্য দেখছ কি ?

কিন্তু দুজনের কার্যধারা ভিন্ন। কার্যধারা ভিন্ন হলেও উত্তর সমান—

এ থেকে জানলাম

$(3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5)$

তুমি নিজে করো

$(3 \times 4) \times 5 = ?$

$3 \times (4 \times 5) = ?$

$(3 \times 5) \times 4 = ?$

প্রত্যেক ক্ষেত্রে সমান গুণফল পাওয়া দেখব। তিন প্রকার গুণনের গুণফল দেখে কী জানলে ? এ থেকে জানলাম তিনটে স্বাভাবিক সংখ্যার গুণন করার সময় প্রথমে যে কোনো দুটিকে গুণন করবো ও গুণফলের সঙ্গে তৃতীয় সংখ্যাকে গুণ করব।

তিনটি সংখ্যা গুণনের ক্ষেত্রে এই নিয়মকে **সহযোগী নিয়ম** বলা হয়।

সহযোগী নিয়ম

তিনটি স্বাভাবিক সংখ্যাকে গুণন করার সময়, সেই তিনটে সংখ্যার মধ্যে যে কোনো দুটি সংখ্যাকে প্রথমে গুণন করে গুণফলকে তৃতীয় সংখ্যার সঙ্গে গুণ করব।

(ঙ) **নিজে করে দেখো**

'আমি লুকোলাম তোমার ভেতরে'

- তুমি যে কোনো একটা স্বাভাবিক সংখ্যা ভাব।
- ভেবে থাকা সংখ্যাকে 1 দ্বারা গুণন করো।
- নিজের ভাবা সংখ্যা ও 1 দ্বারা গুণিত সংখ্যার ফলাফল বোর্ডে লেখো।
- যে সংখ্যার সঙ্গে 1 গুণন করলে, সেই সংখ্যা ও গুণফলকে দেখো এবং তাদের ভেতরে থাকা সম্পর্ক লেখো। কী লক্ষ করলে?
- আরও একটা সংখ্যা নিয়ে তাতে গুণে গুণফল নির্ণয় করো। কী দেখছ?

গুণনের অভেদ নিয়ম

যে কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা x 1 = 1 x সেই সংখ্যা = সেই সংখ্যা

জানো কি:

1 হচ্ছে গুণাত্মক অভেদ।

4.7.5. গুণন ও যোগের সম্পৃক্তি নিয়ম

প্রথম পরিস্থিতি: পূজা ও রিপুনের আজ জন্ম দিন। পূজার বয়স হচ্ছে 12 ও রিপুনের বয়স 8। ওদের চকোলেট দেওয়া হবে। প্রত্যেককে তাদের বয়সের 4 গুণ সংখ্যক চকোলেট দেওয়া হবে। প্রত্যেকে কটা করে চকোলেট পাবে?

সর্বমোট তাদের কতগুলি চকোলেট দেওয়া হবে?

উত্তর – পূজার পাওয়া চকোলেটের সখ্যা = 12 x 4 = 48

রিপুনের পাওয়া চকোলেটের সংখ্যা = 8 x 4 = 32

∴ উভয়কে দেওয়া মোট চকোলেটের সংখ্যা = 48 + 32 = 80

এই হিসেবটি নিম্নমতেও করা যেতে পারে।

তাদের দেওয়া মোট চকোলেট সংখ্যা = (12 + 8) x 4

= 20 x 4 = 80

তাই আমরা দেখলাম 12 x 4 + 8 x4 = (12+8) x 4

দ্বিতীয় পরিস্থিতি:

একজন কর্মচারী প্রত্যেক দিন মধ্যাহ্নভোজনের জন্য 20 টাকা ও চায়ের জন্য 5 টঙ্কা প্রাপ্তি। টাকা পেয়ে থাকেন। তিনি চারদিনের জন্য মধ্যাহ্নভোজন ও চায়ের জন্য মোট কত টাকা পাবেন?

প্রথম প্রকারের হিসেব:	দ্বিতীয় প্রকার হিসেব:
মধ্যাহ্নভোজন ও চা খাওয়ার জন্য তাঁর 1 দিনের প্রাপ্য = (20 + 5) টাকা মধ্যাহ্নভোজন ও চা খাওয়ার জন্য তাঁর 4 দিনের প্রাপ্য = (20+5)x4 টাকা। = 25 x 4 টাকা = 100টাকা	মধ্যাহ্নভোজনের জন্য 4 দিনের প্রাপ্য = 20 x 4 টাকা চা খাওয়ার জন্য 4 দিনের প্রাপ্য = 5 x 4 টাকা 4 দিনের জন্য মধ্যাহ্নভোজন ও চা খাওয়া বাবদ মোট প্রাপ্য = 20 x 4টাকা. + 5 x 4টাকা. = 80 টা. + 20টা. = 100 টাকা

তাই আমরা দেখলাম– (20 + 5) x 4 = 20 x4 + 5 x 4

এই রকম অন্য দুটি পরিস্থিতি তুমি লেখো। আবশ্যক হলে বন্ধু বা শিক্ষকের সাহায্য নাও।

আমরা দেখলাম:

তিনটি স্বাভাবিক সংখ্যার মধ্যে থেকে প্রথম ও দ্বিতীয়র যোগফলকে তৃতীয় সংখ্যা সহ গুণন করলে যে ফল পাওয়া যাবে, প্রথম কে তৃতীয় সহ এবং দ্বিতীয়কে তৃতীয়র সঙ্গে ভিন্ন ভিন্ন ভাবে গুণন করে গুণফল দুটিকে যোগ করলেও সমান ফল পাওয়া যাবে।

গুণন ও যোগ সম্বন্ধীয় উপরোক্ত নিয়মকে **যোগের উপরে গুণনের বণ্টন নিয়ম** বলে বলা হয়।

সে রকম বিয়োগের ওপরেও গুণনের বণ্টন নিয়মও রয়েছে। এর উদাহরণ হচ্ছে

(8 - 5) x 4 = 8 x 4 - 5 x 4

এর সত্যতা নিজে পরীক্ষা করে দেখো।

অভ্যাস কার্য 4.3

1. নিম্নস্থ প্রত্যেক উক্তির কাছে স্বাভাবিক সংখ্যার বিভিন্ন প্রক্রিয়া সম্বন্ধীয় নিয়মগুলোর নাম লেখো

(ক) 5 x 8 = 8 x 5

(খ) দুটি স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল একটি স্বাভাবিক সংখ্যা।

(গ) (8 x 5) x 3 = 8 x (5 x 3) = (8 x 3) x 5

(ঘ) 5 x 1 = 1 x 5 = 5, 12 x 1 = 1 x 12 = 12, 308 x 1 = 1 x 308 = 308

(ঙ) (7 + 5) x 3 = 7 x 3 + 5 x 3

(চ) (12 - 4) x 5 = 12 x 5 - 4 x 5

2. নিম্ন উদাহরণটি দেখো। সেই অনুযায়ী পরবর্তী গুণনকার্য সম্পাদন করো।

উদাহরণ: $37 \times 14 = (30+7) \times 14$

$= 30 \times 14 + 7 \times 14$

$= 420 + 98$

$= 518$

(ক) 118×12 (খ) 98×16 (গ) 206×18 (ঘ) 512×28

3. (ক) স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহের মধ্যে কোন সংখ্যাকে গুণাত্মক অভেদ বলা হয়?

(খ) কোন নিয়ম আমাদের তিনটি স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল নির্ণয়ে সাহায্য করে?

(গ) $12 \times 7 \times 5$ এর গুণফল নির্ণয় করতে সংখ্যাগুলোকে উপযুক্ত ক্রমে নিয়ে সহযোগী নিয়ম প্রয়োগ করো।

4. বণ্টন নিয়ম অনুযায়ী সরল করো।–

(ক) $(15+5) \times 6$ (খ) $(12+7) \times 5$ (গ) $4 \times (8+6)$

(ঘ) $(15+12) \times 4$ (ঙ) $8 \times (17-9)$ (চ) $(324-220) \times 5$

5. উপযুক্ত নিয়ম প্রয়োগ করে সরল করো।

(ক) $398 \times 7 + 398 \times 3$

(খ) $8265 \times 163 + 8265 \times 37$

(গ) $15625 \times 15625 - 15625 \times 5625$

(ঘ) $887 \times 10 \times 461 - 361 \times 8870$

6. একজন দোকানদার এক সপ্তাহে 9785 টাকা দামের 115 টা টেলিভিশন বিক্রি করল, তাহলে মোট বিক্রি দাম বাবদ সে কত টাকা পেল?

7. একজন ব্যবসায়ী প্রতি রিকশায় 3 বস্তা চাল ও 8 বস্তা ডাল বোঝাই করে হাটে পাঠায়। এক হাটবারে সে 8 রিকশা বোঝাই করে চাল ও ডাল হাটে পাঠাল। তাহলে সেই হাটবারে সে মোট কত বস্তা জিনিস হাটে পাঠাল?

4.8.6. ভাগ প্রক্রিয়া ও ইহার সম্পৃক্ত নিয়ম:

এসো একটা পরিস্থিতি লক্ষ করি- বিদ্যালয়ে পতাকা উত্তোলন করার জন্য 8মিঃ লম্বা দড়ি দরকার। অফিসে লম্বা দড়ি আছে, সেটা 42 মিঃ লম্বা।

রমেশ বলল অফিসের বড় দড়ি থেকে 8 মিঃ লম্বার একটুকরো কেটে আনব

রিহান বলল বড় দড়ি থেকে 8 মিঃ লম্বার যতগুলো টুকরো হতে পারবে ততগুলো কেটে রেখে দিলে, যখন দরকার তার থেকে একটা এনে পতাকা উত্তোলন করা যেতে পারবে।

8 মিঃ লম্বার দড়ি কাটা আরম্ভ হল। সীমা কিন্তু কাগজ কলম নিয়ে হিসেব করল বড় দড়ির লম্বা 42 মিঃ।

- 8 মিঃ লম্বায় দড়ি একটা কাটা হল।
  বাকি রইল কত?
- আবার একটা 8 মিঃ লম্বা দড়ি কাটা হল।
  বাকি রইল কত?
- আবার একটা কাটা হল
  বাকি রইল কত?
- আবার একটা কাটা হল
  বাকি রইল কত?
- আবার একটা কাটা হল
  বাকি রইল কত?

42 মিঃ
-8 মিঃ (ଖଣ୍ଡେ)
34 মিঃ
-8 মিঃ (ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ)
26 মিঃ
-8 মিঃ (ତିନି ଖଣ୍ଡ)
18 মিঃ
-8 মিঃ (ଚାରି ଖଣ୍ଡ
10 মিঃ
-8 মিঃ (ପାଞ୍ଚ ଖଣ୍ଡ)
2 মিঃ

দড়ি কাটার কার্য শেষ হবার আগেই সীমা তার হিসেব দেখে বলল '8 মিঃ লম্বার 5টা খণ্ড দড়ি কেটে থাকবে ও একটা 2মিঃলম্বার ছোট দড়ি বেশি থাকবে।

বর্তমান সবাই দেখল যে পতাকা টাঙানোর জন্য টা দড়ি পাওয়া গেল এবং মি লম্বার একটা টুকরো বেশি হল সৌমেন, সীমার হিসেব দেখছিল। শেষে সে একটা চক্ নিয়ে বোর্ডের ওপর হিসেব করল।

5 টুকরো দড়ি পাওয়া গেল।

8 | 42
  - 40

2 মি. দড়ি বেশি হল।

হিসেব করার পর বলল—কাটার আগে আমরা জানতে পারতাম কতকগুলো পতাকা টাঙানোর দড়ি পাওয়া যাবে আর কত বেশি হবে।

আমরা দেখলাম-

42 থেকে ক্রমান্বয়ে 8 কে বারম্বার বিয়োগ করে যা জানা গেল, 42 কে 8 দ্বারা ভাগ করেও সেটা জানা গেল।

জগদীশ বলল— যে 2 মিঃ লম্বা দড়ি বেশি হল। তাতে কীই বা কাজ হবে? আমরা যদি দড়িটাকে সমান পাঁচ ভাগে কাটতাম, তবে আদৌ দড়ি নষ্ট হত না।

রিহান জিজ্ঞাসা করল সেটা কিভাবে করা হত?

জগদীশ কিরল এসো দেখব—ওর এক বন্ধু শরৎকে কিছুদূরে দাঁড় করিয়ে দিল এবং দড়িটাকে পাঁচ প্রস্থ হওয়ার মত নিজের হাতে ও শরতের হাতে গোটানো। তারপরে উভয় হাতের কাছে দড়ির ভাঁজের স্থানে কেটে দিতে বলল।

এখন দড়িটা সমান পাঁচ ভাগে কাটা হয়ে গেল। জগদীশ বলল—দেখো এতে দড়ি আদৌ নষ্ট হল না। সীমা বলল প্রতি টুকরোর লম্বা কত?

মেপে দেখা গেল প্রতি টুকরোর লম্বা হল 8মি. 40 সে.মি.

সৌমেন বলল মাপ না করেও কীভাবে প্রতিখণ্ডের লম্বা জানতে পারব দেখো—

দড়ির মোট দৈর্ঘ্য 42 মি. বা 4200 সে. মি। একে সমান পাঁচ টুকরোতে কাটা হল।

তাই প্রতি খণ্ডের লম্বা $= \frac{4200}{5}$ সে. মি.

$= 840$ সে. মি. বা। 8 মি. 40 সে. মি.

রিহানের করা কার্যে দেখা গেল—**ভাগ (হরণ) হচ্ছে একটা বড় সংখ্যা থেকে একটা ছোট সংখ্যার ক্রমিক বিয়োগ।**

জগদীশের কার্যে দেখা গেল— **ভাগ হচ্ছে গুণনের বিপরীত কার্য,** অর্থাৎ কোনো সংখ্যার 5 গুণ 42 তা স্থির করা হচ্ছে ভাগ বা হরণ।

প্রথম প্রকার হরণের ক্ষেত্রে বাকী বা ভাগশেষ থাকতে পারে। দ্বিতীয় প্রকার ভাগের ক্ষেত্রে ভাগশেষ থাকতে পারবে না।

প্রথম প্রকার ভাগের ক্ষেত্রে

42 হচ্ছে ভাজ্য	(যে সংখ্যা থেকে ছোট একটা সংখ্যাকে ক্রমিক ভাবে বিয়োগ করা হল)
8 হচ্ছে ভাজক	(যাকে 42 থেকে বারম্বার বিয়োগ করা হল)
5 হচ্ছে ভাগফল	(42 থেকে সর্বাধিক যতবার 8কে বিয়োগ করা যেতে পারল)
2 হচ্ছে ভাগশেষ	(42 থেকে 8 কে বার বিয়োগ করার পর যা বেশি হল)

ভাগ বা হরণ করার সময় আমরা দেখলাম: 42 - 8 x 5 = 2

ভাজ্য – ভাজক x ভাগফল = ভাগশেষ অথবা ভাজ্য (ভাজক x ভাগফল) + ভাগশেষ

দ্বিতীয় প্রকার ভাগের ক্ষেত্রে—

42 হচ্ছে লব বা মূল সংখ্যা

5 হচ্ছে হর বা ভাগ সংখ্যা

$\frac{42}{5}$ মি. বা 8 মি. 40 সে. মি. হচ্ছে প্রত্যেক ভাগ।

প্রত্যেক ভাগ x ভাগ সংখ্যা = মূল সংখ্যা

এখানে প্রত্যেক ভাগ ভগ্নাংশ হতে পারে। সুতরাং এ প্রকার ভাগ স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহের অন্তর্ভুক্ত নয়।

স্বাভাবিক সংখ্যা পরিসরে হরণ (ভাগ) প্রক্রিয়ার সম্বন্ধে কিছু তথ্য

- স্বাভাবিক সংখ্যা পরিসরে ভাগ হচ্ছে একটি বড় সংখ্যা থেকে একটি ছোট সংখ্যার ক্রমিক বিয়োগ
- বড় সংখ্যাটি ভাজ্য। বারম্বার বিয়োগ করা ছোট সংখ্যাটি ভাজক, সর্বাধিক যত বার বিয়োগ করা যেতে পারে। তা হচ্ছে ভাগফল ও বাকী থাকা সংখ্যাটি হচ্ছে ভাগশেষ
- ভাগশেষ সর্বদা ভাজক থেকে ছোট

4.8.7. হরণ (ভাগ) প্রক্রিয়ার বিভিন্ন নিয়ম

(ক) স্বাভাবিক সংখ্যার ক্ষেত্রে বিভাজ্যতা

যে কোনো একটা স্বাভাবিক সংখ্যা নেব, যেটা 5 থেকে বড় হয়ে থাকবে. মনে করা যায় আমরা নিলাম 15। একে 2, 3 ও 5 দ্বারা পৃথক পৃথক ভাবে ভাগ করব।

$$\begin{array}{r|l} & 7 \\ 2 & 15 \\ & -14 \\ \hline & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 5 \\ 3 & 15 \\ & -15 \\ \hline & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 3 \\ 5 & 15 \\ & -15 \\ \hline & 0 \end{array}$$

আমরা দেখলাম-   2 দ্বারা ভাগ করলে 1 ভাগশেষ রইল, মাত্র 3 বা 5 দ্বারা ভাগ করলে শূন্য ভাগশেষ রইল বা কিছু ভাগশেষ থাকল না।

এ ক্ষেত্রে আমরা বলি, 15, 2 দ্বারা বিভাজ্য নয় কিন্তু 3 ও 5 প্রত্যেক দ্বারা বিভাজ্য তাই আমরা দেখলাম।

একটি স্বাভাবিক সংখ্যা তার চেয়ে একটি ছোট সংখ্যা দ্বারা সর্বত্র বিভাজ্য নয়। অর্থাৎ কয়েকটি ভাগ ক্রিয়ার শেষে কিছু ভাগশেষ থাকে, অন্য কিছু ক্ষেত্রে কোনো ভাগশেষ থাকে না।

(খ) একটি স্বাভাবিক সংখ্যাকে সেই সংখ্যাকে দিয়ে হরণ (ভাগ)

5টি চক্ থাকা বাক্স থেকে 5টি চক্ নিয়ে যাওয়ার পর আর চক্ থাকবে না

অতএব 5 থেকে 5 একবার মাত্র বিয়োগ করা যেতে পারে।

ফলে আমরা জানলাম $5 \div 5 = 1$ এবং ভাগশেষ নেই

সেইরকম $18 \div 18 = 1$

$637 \div 637 = 1$

এর থেকে তুমি কী লক্ষ করছ ?

আমরা দেখলাম প্রত্যেক স্বাভাবিক সংখ্যাকে সেই সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 1।

> **জানো কি ?**
>
> স্বাভাবিক সংখ্যার ক্ষেত্রে যে কোনো সংখ্যা ÷ সেই সংখ্যা = 1 তাই স্বাভাবিক সংখ্যা নিজের দ্বারা বিভাজ্য।

(গ) একটি স্বাভাবিক সংখ্যাকে 1 দিয়ে হরণ (ভাগ)

8 টি চক্ থাকা বাক্স থেকে প্রত্যেক বার একটা করে চক্ নিলে 8 বার নেওয়ার পরে সমস্ত চক্ শেষ হয়ে যাবে। তাই $8 \div 1 = 8$

সেইরকম $32 \div 1 = 32$

$642 \div 1 = 642$

কী লক্ষ করছ ?

> **জানো কি ?**
>
> স্বাভাবিক সংখ্যার ক্ষেত্রে
>
> যে কোনো সংখ্যা ÷ 1= সেই সংখ্যা

অভ্যাস কার্য 4.4

1. প্রত্যেক ক্ষেত্রে ভাগক্রিয়া করে ভাগফল ও ভাগশেষ নির্ণয় করো এবং ভাগক্রিয়া ঠিক আছে কিনা পরীক্ষা করো।

(ক) $7772 \div 58$ (ঘ) $6906 \div 35$

(খ) $6324 \div 245$ (ঙ) $12345 \div 975$

(গ) $16025 \div 1000$ (চ) $5436 \div 300$

> **জানো কি ?**
>
> ভাগ ক্রিয়া ঠিক আছে কি না জানার জন্য নিম্ন সূত্র ব্যবহার হয়
>
> ভাজ্য =ভাজক xভাগফল+ ভাগশেষ
>
> একে ইউক্লিডীয় পদ্ধতি বলা হয়।

2. শূন্যস্থান পূরণ করো–

(ক) $104 \div 104 =$ .... (খ) $305 \div$ .... $= 305$

3. প্রত্যেক ক্ষেত্রে দত্ত সংখ্যাকে বন্ধনীতে থাকা প্রত্যেক সংখ্যা দ্বারা ভাগ করো, ও কোন সংখ্যার দ্বারা মূল সংখ্যাটি বিভাজ্য তা লেখ।

(ক) 306 [2, 3, 4, 5, 6] (খ) 1701 [6, 7, 8, 9] (গ) 3564 [7, 8, 9, 11]

4. ছয় অঙ্ক বিশিষ্ট কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা 74 দ্বারা বিভাজ্য ?

5. চার অঙ্ক বিশিষ্ট কোন্ বৃহত্তম সংখ্যা 48 দ্বারা বিভাজ্য ?

6. কোন্ সংখ্যাকে 24 দ্বারা ভাগ করলে 18 ভাগফল হয়ে 9 ভাগশেষ থাকবে ?

7. একজন কৃষকের কাছে 700 চারাগাছ ছিল। তিনি প্রতি সারিতে 32 টি করে চারা পুঁতে দিলেন। তাঁর কাছে কটা চারাগাছ বেশি থাকবে ?

8. এক প্রেক্ষালয়ে প্রতি সারিতে 36 টি করে চেয়ার পাতা হয়েছিল। তাহলে অতি কমে কতটি সারিতে 600 দর্শক বসতে পারবে এবং কটা চেয়ার বেশি হবে ?

9. (ক) 1325 থেকে খুব কম কত বিয়োগ করলে বিয়োগ ফল 36 দ্বারা বিভাজ্য হবে ?

(খ) 1325 সহ কত যোগ করলে তা 42 দ্বারা বিভাজ্য হবে

10. (ক) 102 কে 12 দ্বারা ভাগ করো এবং নিম্নস্থ শূন্যস্থানে ভাগফল ও ভাগশেষ লেখো। 102 কে 12 দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল = ... ভাগশেষ = ...

(খ) 102 কে 8 দ্বারা ভাগ করো এবং নিম্নস্থ শূন্যস্থানে ভাগফল ও ভাষশেষ লেখো। 102 কে 8 দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল .... ও ভাগশেষ ....।

11. প্রশ্ন নম্বর 10 তে দেখলাম 102 ভাজ্য হওয়ার সময়

ভাজক 12 হলে ভাগফল। 8 ;

ভাজক 8 হলে ভাগফল 12 এবং প্রত্যেক ক্ষেত্রে ভাগশেষ 6।

এখন 106 কে 12 দ্বারা ভাগ করে ভাগফল ও ভাগশেষ নির্ণয় করো।

106 কে পূর্ব ভাগফল দ্বারা ভাগ করে ভাগফল ও ভাগশেষ কত হচ্ছে স্থির করো।

প্রশ্ন 10 তে দেখেছিলাম ভাজক 12 এর বেলায় ভাগফল 8 এবং ভাজক 8 হলে ভাগফল 12।

কিন্তু এই প্রশ্নের ভাগক্রিয়ার ক্ষেত্রে ভাজক 12 হলে ভাগফল যত পেলে সেই সংখ্যাকে ভাজক নিয়ে ভাগ ক্রিয়া করার সময় ভাগফল 12 হল কি ? কেন হল না ?

12. যদি একটি সংখ্যাকে 15 দ্বারা ভাগ করলে কোনো ভাগশেষে না থাকে তবে সেই সংখ্যাকে অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ও কোনো ভাগশেষ থাকবে না ?

4.9 স্বাভাবিক সংখ্যার সম্প্রসারণ

স্থানীয় মানের সাহায্যে কেবল দশটি অঙ্ক ব্যবহার করে সমস্ত বড় বড় সংখ্যা লিখনের কথা চিন্তা করা হল, তখন ‘কিছু নেই’ পরিস্থিতি কে সংখ্যারূপ দেওয়ার আবশ্যকতা পড়ল, এবং তার জন্য শূন্য (0)র সৃষ্টি হল ও একে অঙ্করূপে ব্যবহার করা হল।

দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন পরিস্থিতিতে 'যা ছিল সব শেষ হয়ে গেল' এটা একটা সাধারণ পরিস্থিতি। অর্থাৎ, 3 - 3, 5 - 5, 215 - 215 ইত্যাদির বিয়োগের ক্ষেত্রে বিয়োগ ফল দর্শাবার জন্য শূন্যের আবশ্যকতা রয়েছে। তাই শূন্য (0)কে ও স্বাভাবিক সংখ্যার সমূহের ভেতরে শামিল করার কথা চিন্তা করা গেল। স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ সহ শূন্য (0)কে শামিল করে যে সংখ্যাসমূহ সৃষ্টি হল তা হল **সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ।**

> **জেনে রাখো**
>
> 0, 1, 2, 3, 4, 5 .... এই সংখ্যা সমূহ হল সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহ। (একে কেউ কেউ অখণ্ড সংখ্যা সমূহ বলেও বলে থাকে)। এই সংখ্যা সমূহকে N* সংকেত দ্বারা সূচিত করা হয়েছে।

4.9.1. সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের মধ্যে যোগ, বিয়োগ আদি প্রক্রিয়া

(ক) কোনো বস্তুর না থাকা অবস্থা অন্য কথায় কিছু নেই এর সূচক সংখ্যা হচ্ছে শূন্য (0)।

তাই 5 + 0 = 5 + কিছু নেই

এক্ষেত্রে যোগফল 5 ই হবে।

সেই রকম 7 + 0 = 7, 285 + 0 = 285

পূর্ববর্তী উদাহরণ গুলোয় আমরা দেখলাম–

যে কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা সহ শূন্য (0) যোগ করলে যোগফল পূর্বোক্ত স্বাভাবিক সংখ্যা।

তাই সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহকে যোগ প্রক্রিয়া অভেদ নিয়ম পালন করে।

(খ) সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যার ক্ষেত্রে অভেদ নিয়ম:

যে কোনো সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যার সঙ্গে শূন্য (0) যোগ করলে বা শূন্যের (0) সহিত যে কোনো সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যা যোগ করলে যোগফল সেই সংখ্যা হবে। এই কারণে 0 কে যোগাত্মক অভেদ বলা হয়।

লক্ষ করো: স্বাভাবিক সংখ্যা সহ 0 কে শামিল করার পূর্বে স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ যোগ প্রক্রিয়ার অভেদ নিয়মে স্থান পায়নি কিম্বা যোগাত্মক অভেদ ও স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহে ছিল না।

আমরা নিজে পরীক্ষা করে দেখতে পারব যে স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহে যোগ প্রক্রিয়া ও গুণন প্রক্রিয়া যা যা নিয়ম পালন করেছিল। সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের ক্ষেত্রে ও যোগ প্রক্রিয়া ও গুণন প্রক্রিয়া সেই সমস্ত নিয়ম পালন করে।

4.9.2. বিয়োগ প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রে স্বতন্ত্র নিয়ম

(ক) নিম্নস্থ বিয়োগ কার্যগুলো দেখো–

3 - 3 = 0, 5 - 5 = 0, 238 - 238 = 0

আমরা দেখলাম—

যে কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা থেকে সেই সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগ ফল শূন্য (0) হবে।

যখন একটি চকের বাক্সে কোনো চক্ থাকে না, তার থেকে একটা চক্ আনতে গেলে কেবল খালি হাতে ফিরে আসব। অর্থাৎ আমরা খালি থাকা বাক্স থেকে 'কিছু নেই' নিয়ে এলাম। তার পরেও খালি বাক্সটা খালি বাক্সই রইল।

তাই সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যার ক্ষেত্রে বিয়োগ সম্বন্ধীয় একটি নিয়ম হল

যে কোনো সংখ্যা থেকে সেই সংখ্যাকে বিয়োগ করলে বিয়োগ ফল শূন্য (0) হবে।

(খ) অন্য একটা পরিস্থিতি দেখব।–

পাঁচটা চক্ থাকা বাক্স থেকে আমি আদৌ চক্ নিলাম না। তাহলে বাক্সে কটা চক্ রইল ?

নিশ্চই বাক্সে আগের থাকা সমস্ত চক রইল।

তাই $5 - 0 = 5$

সেইরকম $9 - 0 = 9$

$83 - 0 = 83$

বিয়োগ সম্বন্ধীয় আরও একটা নিয়ম জানলাম–

যে কোনো সংখ্যা **– 0** = সেই সংখ্যা

(গ) সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যার ক্ষেত্রে গুণন প্রক্রিয়া সম্বন্ধীয় নিয়ম

একটি পরিস্থিতি দেখব–

কীভাবে একটি সংখ্যার ক্রমিক যোগকে গুণন কথায় পরিণত করা যায়, আমরা জানি

তাই – $0 + 0 + 0 + 0 = 0 \times 4$

কিন্তু – $0 + 0 + 0 + 0 = 0$

অতএব $0 \times 4 = 0$

4×0 র অর্থ 0 টি 4 এর যোগ, আদৌ 4 না নিয়ে যোগ করা তাই আমরা পাব '0'

তাই $4 \times 0 = 0$

∴ আমরা দেখলাম, $0 \times 4 = 4 \times 0 = 0$

সেই রকম, $0 \times 3 = 3 \times 0 = 0$

জেনে রাখ

যে কোনো সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যায় (0) গুনলে গুণফল (0) হয়ে থাকে।

ফলে গুণন সম্বন্ধীয় নিয়মটি পেলাম

0 x যে কোনো সংখ্যা = সেই সংখ্যা। x 0 = 0

(ঘ) সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যার ক্ষেত্রে হরণ (ভাগ) সম্বন্ধীয় নিয়ম:

- এসো একটা পরিস্থিতি লক্ষ করব। আদৌ চক্ না থাকা বাক্স থেকে 3টে করে চক্ সর্বাধিক কতবার নিতে পারবে ?

আদৌ নিতে পারব না, অর্থাৎ 0 বার নিতে পারব।

এ থেকে আমরা কী জানলাম ?

$0 \div 3 = 0$

সেই রকম, $0 \div 4 = 0$

$0 \div 8 = 0$

$0 \div 115 = 0$

ভাগ সমন্বয় নিয়ম: শূন্য (0) ÷ শূন্য ছাড়া অন্য যে কোনো সংখ্যা = 0

◆ অন্য একটা পরিস্থিতি দেখব।

12টা কলম থেকে একবাবে 4 টে করে কলম নিলে কতবারে সব কলম নেওয়া যেতে পারবে ? এটা জানতে হলে 12 কে 4 দ্বারা ভাগ করা হবে, অর্থাৎ 12 থেকে 4 কে কতবার নেওয়া যেতে পারবে আমাদের জানা দরকার।

12
- 4 একবার নেওয়া হল।
8
- 4 দ্বিতীয়বার নেওয়া হল।
4
- 4 তৃতীয়বার নেওয়া হল।
0

আমরা দেখলাম 12 থেকে 4 কে 3 বার নেওয়া যেতে পারল, তাই আমরা বলি $12 \div 4 = 3$

সেইরকম $3 \div 0 =$ কত নির্ণয় করব

এখানে $3 \div 0 =$ কত জানার জন্য 3 থেকে 0কে বারংবার বিয়োগ করব, 0কে যতবার বিয়োগ করা যেতে পারল সেটাই হচ্ছে ভাগফল।

3
-0 একবার নেওয়া হল।
3
-0 দ্বিতীয়বার নেওয়া হল।
3

এখানে 3 থেকে 0 কে 2 বার নেওয়া যেতে পারা গেছে। তবুও 3 বেশি আছে।

আরও যতবার চাও ততবার 0 কে বিয়োগ করা যেতে পারবে। তাহ 3 থেকে 0 কে কতবার বিয়োগ করা যেতে পারে, সেটা নির্দিষ্ট ভাবে বলা যেতে পারবে না।

সেই কারণে $3 \div 0$ এর জন্য কোনো নির্দিষ্ট ভাগফল নেই।

হরণ (ভাগ) সম্বন্ধীয় অন্য এক নিয়ম: যে কোনো সংখ্যাকে 0 দ্বারা ভাগ করা নিরর্থক।

উত্তর লেখ

(ক) 0×46 (খ) 46×0 (গ) $0 \div 46$ (ঘ) $46 \div 0$

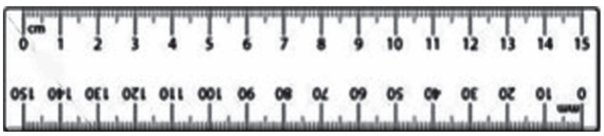
অভ্যাস কার্য 4.5

1. আমাদের ব্যাবহার করতে থাকা দশটি অঙ্কের মধ্যে ক্ষুদ্রতম অঙ্ক কোন্‌টা ?
2. দুই অযুত পাঁচ লেখার সময় কোন্ কোন্ ভিন্ন অঙ্ক ব্যবহার করা হয় ?
3. 1 থেকে 100 লেখার সময় কতবার 0 লেখার দরকার হয় ?
4. য কোনো সংখ্যার সঙ্গে কো্ন্ সংখ্যা যোগ করলে যোগফল সেই সংখ্যা হয় ?
5. এ রকম একটি বিয়োগ কার্যে দেখাও, যেখানে বিয়োগ ফল 0।
6. (ক) একটি সংখ্যাকে সেই সংখ্যার সঙ্গে যোগ করলে যোগফলও সেই সংখ্যার সঙ্গে সমান হয়। এর একটি উদাহরণ দাও।

   (খ) একটি সংখ্যাকে সেই সংখ্যা দ্বারা গুণন করলে গুণফলও সেই সংখ্যার সঙ্গে সমান হয়। এর দুটি উদাহরণ দাও।
7. এমন একটি সংখ্যা আছে যেটাকে সেই সংখ্যা ব্যাতীত অন্য যে কোনো সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ভাগফলও সেই সংখ্যাটি হয়। তবে সেই সংখ্যাটি কত ?

4.10. সংখ্যা রেখায় সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যা চিহ্নিত

তু মি স্কেল ব্যবহার করে মাপজোক করে থাকো। কিছু ছোট স্কেল আছে যার উপরে শূন্য (0) থেকে 15 পর্যন্ত সংখ্যা লেখা আছে।



বড় স্কেলের উপরে 0 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যা লেখা থাকে। দর্জি একটি ফিতে ব্যবহার করে তোমার পোশাক তৈরি করার জন্য মাপজোক করে। কাপড়ের দোকানদার একটা লোহার ছড়ি (মিটার ছড়ি) ব্যবহার করে। তাতে 0 থেকে 100 পর্যন্ত সংখ্যা থাকে।

তুমি বড় রাস্তা দিয়ে যাওয়ার সময় রাস্তার ধারে ছোট খুঁটি পুঁতে তাতে কিলোমিটারের সংখ্যা লেখা থাকা দেখে থাকবে। রাস্তাটা যেখানে আরম্ভ সেখানে খুঁটিতে শূন্য (0) লেখা থাকে। তার পরের খুঁটিতে 1, তার পরের খুঁটিতে 2, এইভাবে রাস্তা যেখানে শেষ হয়েছে সেখানকার খুঁটিতে যদি 425 লেখা থাকে তবে রাস্তার আরম্ভ থেকে রাস্তা শেষ হওয়া স্থানের মধ্যে দূরত্ব 425 কি. মি. বা রাস্তাটির দৈর্ঘ্য 425 কি. মি.

মিটার ছড়িতে লেখা সে. মি. সংখ্যা রাস্তার ধারে লেখা কি. মি-র সংখ্যা দেখে বাস্তব ক্ষেত্রে রেখার সঙ্গে সংখ্যার সম্পর্কের বিষয়ে আমাদের ধারণা হচ্ছে।

তাই আমরাও রেখার সঙ্গে আমাদের ব্যবহার করতে থাকা সংখ্যাদের সম্পর্ক স্থাপন করতে পারলে, সংখ্যার উপযোগিতাকে অধিক স্পষ্ট করে দিতে পারব।

রেখা বা সরলরেখার বিস্তৃতি উভয় দিকে অসীম, কিন্তু আমাদের জানা সম্প্রসারিত সংখ্যাসমূহ একদিকে সসীম। কারণ 0 (শূন্য) র চেয়ে ছোট সংখ্যার সন্ধান আমাদের কাছে নেই। তাই শূন্য (0) হচ্ছে আমাদের জানা সংখ্যাসমূহের সসীম প্রান্ত। কিন্তু অন্য দিকে সংখ্যার বৃদ্ধি অসীম। তাই স্বাভাবিক সংখ্যা সমূহ একদিকে সসীম হওয়ার সময় অন্য দিকে অসীম। আমরা জানি, একটি রশ্মি একদিকে সসীম তো অন্য দিকে অসীম।

জানো কি ?

সরলরেখা উভয় দিকে অসীম

রশ্মি একদিকে সসীম, অন্য দিকে অসীম।

তাই আমাদের জানা সংখ্যাসমূহের সঙ্গে রশ্মির সামঞ্জস্য থাকা মনে হচ্ছে।

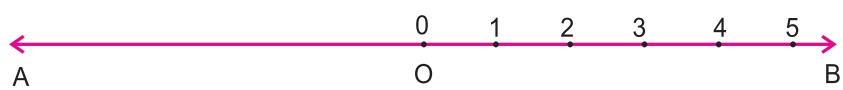
তবে একটি রশ্মিও একটি রেখার অংশ। তাই আমরা একটি রেখা নিয়ে তার একাংশ দ্বারা সূচিত রশ্মির উপরে সম্প্রসারিত সংখ্যাদের চিহ্নিত করার চেষ্টা করব। ঠিক্ যেমন রাস্তার উপবে 0,1, 2, ... ইত্যাদি কি.মি. খুঁটি পোঁতা থাকে।

তুমি ব্যবহার করা স্কেল বা দোকানির ব্যবহার করতে থাকা মিটার ছড়ির উপরে প্রতি এক সে.মি. ব্যবধানে 1, 2, 3আদি সংখ্যা সকল থাকে। রাস্তায় 1 কি. মি ব্যবধানে কি. মি. খুঁটি সব পোঁতা থাকে।

এতাই আমরাও এক রেখার উপরে এক নির্দিষ্ট দূরত্বকে একক-দূরত্ব নিয়ে সংখ্যা চিহ্ন দেব। এই একক দূরত্ব কতটা নেওয়া যাবে, সেটা আমাদের ওপর নির্ভর করে।

4.10.1. রেখার উপরে সংখ্যার চিহ্ন প্রণালী

একটি রেখা অঙ্কন করে তার উপর একটি বিন্দু দিয়ে নাম দেব O। বর্তমান 'O' মূল বিন্দু নিয়ে আমরা দুটো রশ্মি পেলাম। ডাইনে থাকা রশ্মি $\overrightarrow{OA}$ এবং বাঁয়ে থাকা রশ্মি $\overrightarrow{OB}$



$\overrightarrow{OA}$ উপরে যে কোনো দূরত্ব ব্যবধানে O থেকে আরম্ভ করে বিন্দুদের চিহ্নিত করব। (এই দূরত্ব হবে একক দূরতা) রশ্মিটি A দিকে অসীম ভাবে লম্বা হয়েছে। দেওয়া চিত্রে আমরা নির্দিষ্ট সংখ্যক বিন্দু

(চিত্রে O কে নিয়ে 6 টি বিন্দু) দেখলেও প্রকৃতপক্ষে রশ্মিটির উপরে অসংখ্য বিন্দু রয়েছে। বর্তমান O থেকে আরম্ভ করে ডাইনে থাকা বিন্দুদের উপরে আমরা ক্রমান্বয়ে 0,1, 2, 3 আদি সংখ্যা লিখব, বর্তমান $\overleftrightarrow{AB}$ রেখাকে সংখ্যা রেখা বলে বলব।

বলো দেখি

'সংখ্যা রশ্মি' না বলে 'সংখ্যা রেখা' বলে কেন বলব?

নিজে করে দেখো

- তোমার খাতায় একটি সরলরেখা অঙ্কন করো।
- এর যে কোনো বিন্দুকে O নাম দাও।
- O বিন্দুর বাঁয়ে রেখার উপরে একটি বিন্দু চিহ্নিত করে তার নাম দাও B এবং O বিন্দুর ডাইনে একটি বিন্দু চিহ্নিত করে তার নাম দাও A।
- Oবিন্দু থেকে আরম্ভ কবে $\overrightarrow{OA}$ উপরে সমান ব্যবধানে স্কেল ব্যবহার করে বিন্দুদের চিহ্নিত করো এবং বিন্দুদের কাছে বাঁ থেকে ডাইনে ক্রমে 1, 2, 3 .... সংখ্যা লেখো।
- মনে রেখো প্রতিদুটি ক্রমিক সংখ্যার মধ্যবর্তী ব্যবধান হচ্ছে এক একক।
- সেই সংখ্যারেখাকে দেখে নিম্ন প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

(ক) শূন্য সূচক বিন্দুর থেকে আরম্ভ করে কত একক দূরে 5 সূচক বিন্দু অবস্থিত?

(খ) 3 সূচক বিন্দু থেকে ডাইনে একক দূরে কোন্ সংখ্যা আছে?

3 + 3 = কত?

(গ) 8 সূচক বিন্দু থেকে 2 একক বাঁয়ে কোন্ সংখ্যা আছে এবং সেই সংখ্যা থেকে আবার 3 একক বাঁয়ে কোন্ সংখ্যা আছে?

(ঘ) 2সংখ্যা সূচক বিন্দু থেকে 3 একক ডাইনে যাও এবং তার পরে আর 4 একক ডাইনে যাও। কোন্ সংখ্যার কাছে পৌঁছলে?

2 + 3 + 4 = কত

বলো দেখি:

(ক) সংখ্যা রেখায় যোগ করতে কোন্ দিকে যেতে হচ্ছে?

(খ) সংখ্যা রেখায় বিয়োগ করতে কোন্ দিকে যেতে হচ্ছে?

পঞ্চম অধ্যায়

ভগ্ন সংখ্যা

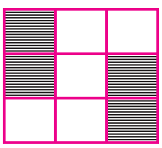
5.1. আমরা যা জানি

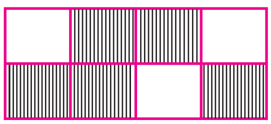
একটি বস্তুর এক অংশের পরিমাণ প্রকাশ করার জন্যে ভগ্নসংখ্যার সৃষ্টি করা হয়েছিল। একটি ভগ্নসংখ্যা লিখতে ব্যবহার করা দুটি গুণন সংখ্যার মধ্যে কোন্‌টাকে লব ও কাকে হর বলা হয়, সেটা আমরা চিহ্নিত করে জেনেছি। একটি বা একাধিক পুনর্বস্তুর সঙ্গে অন্য এক বস্তুর এক অংশকে একত্র করে তার পরিমাণ প্রকাশ করতে হলে, যে ভগ্নসংখ্যার আবশ্যকতা হয়, সেটাকে অপ্রকৃত ভগ্নসংখ্যা বা মিশ্র সংখ্যা বলা হয়। এটাও আমরা জানি। একটি ভগ্ন সংখ্যার সম ভগ্ন সংখ্যাকেও চিহ্নিত করতে জানি।

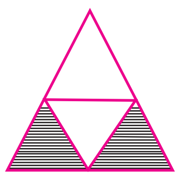
আমরা পূর্বে ভগ্ন সংখ্যা সম্পর্কে যা সব জেনেছি, তার উপরে আধারিত নিম্ন প্রশ্নের উত্তর লিখব।

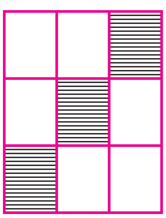
অভ্যাস কার্য 5.1

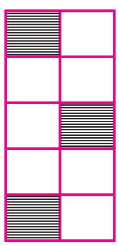
1. নিচের চিত্রগুলির চিত্রিত অংশকে পূর্ণ চিত্রের ভগ্ন সংখ্যা রূপে প্রকাশ করে পরের পৃষ্ঠায় থাকা সারণীর মতো সারণী নিজের খাতায় তৈরী করে সেটিকে পূরণ কর।

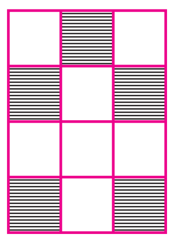

(ক)


(খ)


(গ)

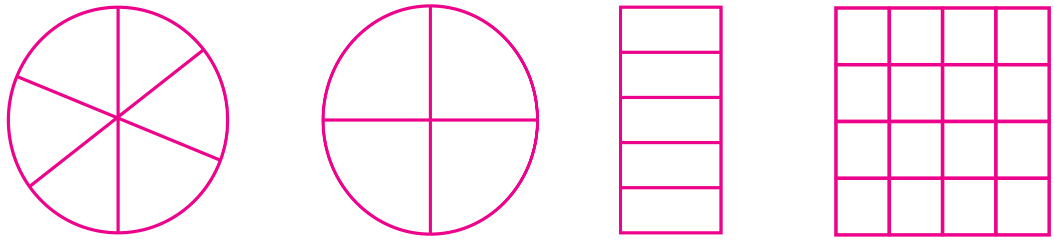

(ঘ)


(ঙ)


(চ)

চিত্রের ক্রম	(ক)	(খ)	(গ)	(ঘ)	(ঙ)	(চ)
ভগ্ন সংখ্যা						
লব						
হর						

2. প্রত্যেক চিত্রের মতো একটি চিত্র তোমার খাতায় অঙ্কন করো। চিত্রের তলায় লেখা হওয়া ভগ্ন সংখ্যা অনুযায়ী চিত্রের অংশকে চিত্রিত করো।



$\frac{5}{6}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{16}$

5.2. কতকগুলি একপ্রকার বস্তুসমূহের ভগ্নসংখ্যা

একটি বস্তুর এক অংশের পরিমাণ প্রকাশ করার জন্য একটি ভগ্নসংখ্যার ব্যবহার করার কথা আমরা জানি। বর্তমান কতকগুলি এক প্রকার বস্তুসমূহের থেকে কিছু বস্তু নিয়ে সেগুলো সমগ্র সমূহের একটি অংশ রূপে প্রকাশ করার জন্য কীভাবে ভগ্নসংখ্যার ব্যবহার করা হয় এসো দেখব।

তোমার বিদ্যালয়ের 10 জন শিক্ষকের মধ্যে 5 জন খেলার মাঠে ছেলেদের খেলাচ্ছেন। অবশিষ্ট শিক্ষক শ্রেণিতে আছেন। তাহলে সমস্ত শিক্ষকের কত অংশ খোলার মাঠে আছেন এসো দেখব।

খেলার মাঠে থাকা শিক্ষক	
শ্রেণীগৃহে থাকা শিক্ষক	

আমরা উপরের চিত্রে দেখছি–

যতজন শিক্ষক খেলার মাঠে আছেন, তত জন শিক্ষক শ্রেণীগৃহে আছেন।

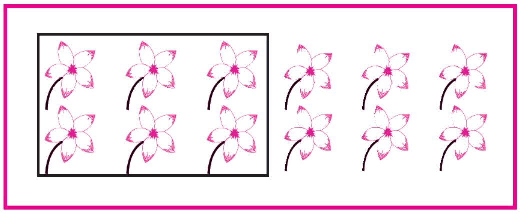
সুতরাং শিক্ষকদের মধ্যে অর্ধেক আছেন খেলার মাঠে, 10 জনের মধ্যে 5 জনকে বলি $\frac{5}{10}$ ।

10 জন শিক্ষককে দু সমান ভাগে ভাগ করলে প্রত্যেক ভাগে থাকা শিক্ষকের সংখ্যা $= 10 \div 2 = 5$

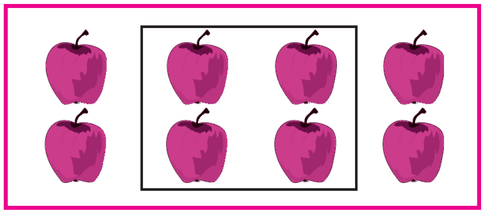
তাই 10 জন শিক্ষকের মধ্যে 5 জন হচ্ছেন 10 এর দুই সমান ভাগের এক ভাগ।

তাই আমরা বলি, 10 থেকে 5 হচ্ছে 2 সমান ভাগের 1 ভাগ তাই 10 থেকে 5 হচ্ছে $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ।

নীচে দেওয়া উক্তিগুলো নিজের খাতায় লেখো ও চিত্রগুলো লক্ষ করে তাতে থাকা শূন্যস্থানে উপযুক্ত ভগ্নসংখ্যা লেখো।



(ক)



(খ)

চিত্র (ক)-তে ছোট ঘরে থাকা ফুলগুলো বড় ঘরে থাকা ফুল সমূহের ______ সমান ভাগের ______ ভাগ।

অতএব ছোট ঘরে থাকা 6 টা ফুল সমগ্র ফুলসমূহের ______ ভগ্ন সংখ্যা।

চিত্র (খ) তে ছোট ঘরে থাকা ফলগুলো বড় ঘরে থাকা ফলসমূহের ______ সমান ভাগের ______ ভাগ।

তাই এই 4টি ফল 8 টি ফলের ______ভগ্ন সংখ্যা।

বর্তমানে আমরা জানলাম—

এক প্রকার বস্তুদের সমূহ থেকে কিছু বস্তু নিলে এটা মূলসমূহের এক ভগ্নসংখ্যা হয়ে থাকে।

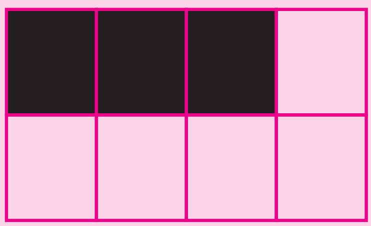
জেনে রাখো

- একটি বস্তুর একাংশকে সেই বস্তুর এক ভগ্নাংশ রূপে প্রকাশ করা হয়। সেই অংশের পরিমাণ ভগ্ন সংখ্যায় প্রকাশ করা হয়।
- এক প্রকার বস্তুর সমূহ থেকে কিছু বস্তু নিলে, সেগুলোও মূল সমূহের ভগ্নসংখ্যা রূপে প্রকাশ করা হয়।

নিজে করে দেখো

কার্য-1

- আয়তাকার একটি কাগজ নিয়ে সমান আট ভাঁজ করো।
- আট ভাঁজের মধ্যে তিন ভাগ কালো করে দাও
- কাগজের কালো অংশটা কত ভগ্নাংশ বলো



কার্য-2

- সমান আকারের 10 দশটি কাঠি জোগাড় করো। তার থেকে দুটো করে নিয়ে একসঙ্গে বাঁধে।
- মোটের ওপর কটা বিড়ে বাঁধা হল দেখলে?

✍ **পূর্ব পৃষ্ঠায় থাকা কার্য-2কে দেখে শূন্যস্থান পূরণ করো।**

মোট পাঁচটি বিড়ে থেকে তিনটি বিড়ে তোমার বন্ধুকে দাও।

- বাঁধা হওয়া _______টি সমান বিড়ে থেকে তোমার বন্ধুকে _______টি বিড়ে দেওয়া হয়েছে।
- তাই তোমার বন্ধু পাওয়া কাঠিগুলো মূল কাঠি সমূহের _______ সমান ভাগের _______ ভাগ
- ফলে মূল কাঠি সমূহের _______ ভগ্নাংশ কাঠি তোমার বন্ধু পেয়েছে।
- তোমার বন্ধু পাওয়া 3 টি বিড়েয় আছে _______ টি কাঠি।
- তাই তোমার বন্ধু পেয়েছে 10 টি কাঠি থেকে _______ টি কাঠি।

লক্ষ করো – তোমার বন্ধু পাওয়া কাঠিগুলো মূল সমূহের 10 টি কাঠির মধ্যে 6 টি কাঠি তাই তোমার বন্ধু পাওয়া কাঠিগুলো মূল সমূহের $\frac{6}{10}$।

আমরা দেখলাম মূল সমূহের $\frac{6}{10}$ যত $\frac{3}{5}$ ও তত।

✍ **নিম্ন উক্তিগুলোয় থাকা শূন্যস্থান পূরণ করো।**

(ক) 5 টি কলম থেকে 3টি কলম হবে _______ ভগ্নাংশ।

(খ) 7 টি পেন্সিল থেকে 4টি পেন্সিল হবে _______ ভগ্নাংশ।

(গ) 9 জন ছেলেদের মধ্যে 5 জন হবে _______ ভগ্নাংশ।

5.3 একক ভগ্নসংখ্যা

নিম্ন ভগ্নসংখ্যাগুলো দেখো—

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}$

এখানে যে ভগ্নসংখ্যাগুলোর লব 1, সেগুলো হচ্ছে $\frac{1}{2}$ ও $\frac{1}{5}$।

এই রকম ভগ্নসংখ্যাগুলোকে একক ভগ্নসংখ্যা বলা হয়।

এর থেকে আমরা জানলাম–

যে ভগ্নসংখ্যার লব 1, তাকে **একক ভগ্নসংখ্যা** বলা হয়।

> **জানো কি?**
>
> প্রত্যেক ভগ্নসংখ্যাকে আমরা কিছু একক ভগ্নসংখ্যার সমষ্টিরূপে লিখতে পারব। যথা— $\frac{2}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$

উদাহরণ—1 নিম্ন ভগ্নসংখ্যাগুলো একক ভগ্নসংখ্যার সমষ্টি রূপে লেখো।

(ক) $\frac{5}{8}$ (খ) $\frac{7}{10}$

সমাধান:

(ক) $\frac{5}{8}=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

(খ) $\frac{7}{10}=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$

উদাহরণ- 2

নিম্নস্থ ভগ্নসংখ্যাকে কতটি একক ভগ্নসংখ্যার সমষ্টি রূপে লেখা যেতে পারে ?

(ক) $\frac{4}{9}$ (খ) $\frac{5}{12}$

সমাধান:

(ক) $\frac{4}{9}$ কে 4 টি একক ভগ্নসংখ্যার সমষ্টি রূপে লেখা যেতে পারে (কারণ 4 টি $\frac{1}{9}$ র সমষ্টি) $= \frac{4}{9}$

(খ) $\frac{5}{12}$ কে 5 টি একক ভগ্নসংখ্যার সমষ্টি রূপে লেখা যেতে পারে।

অভ্যাস কার্য 5.2

1. নিম্ন উক্তিগুলো নিজের খাতায় লেখো ও তাতে থাকা শূন্যস্থান পূরণ করো।

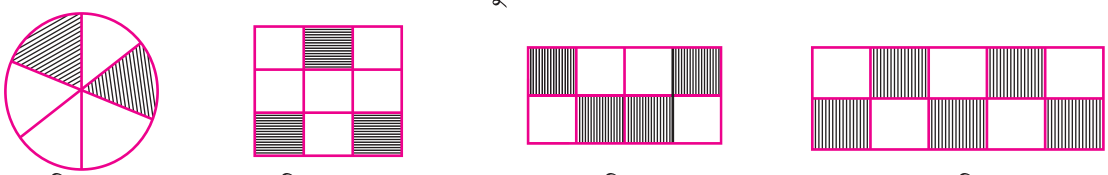
(ক) 3 কে লব ও 5 কে হর রূপে নিয়ে গঠিত ভগ্নসংখ্যাটি ______।

(খ) $\frac{2}{5}$ এর হর লব থেকে ______ অধিক।

(গ) $\frac{3}{8}$ এর অর্থ, একটি বস্তুর ______ সমান ভাগের ______ ভাগ। আরও $\frac{3}{8}$ এর অর্থ হচ্ছে এক প্রকার বস্তুদের সমূহের ______ সমান ভাগের ______ভাগ।

2. $\frac{3}{5}, \frac{7}{4}, \frac{4}{3}, \frac{5}{9}, \frac{9}{10}$ ভগ্নসংখ্যাদের মধ্যে থাকা প্রকৃত ভগ্নসংখ্যা ও অপ্রকৃত ভগ্নসংখ্যাগুলো আলাদা আলাদা করে লেখো।

3. চিত্রগুলি দেখে প্রত্যেক চিত্রের চিত্রিত অংশ পুরোচিত্রের কত ভগ্নাংশ লেখ ।



চিত্র (ক) চিত্র (খ) চিত্র (গ) চিত্র (ঘ)

4. নিম্নস্থ প্রত্যেক ক্ষেত্রে উপযুক্ত ভগ্নসংখ্যা লেখো।

(ক) 5 টা পেন্সিল থেকে 2 টি পেন্সিল ভাঙা।

(খ) 8 টি ফুলের মধ্যে 3 টি ফুল শুকনো।

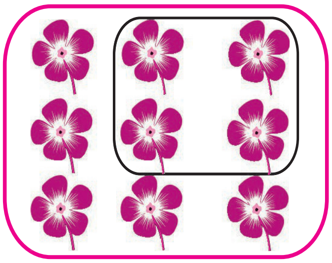
(গ) এক দলে থাকা 12 টা ছাগলের মধ্যে 7 টা ছাগল কালো।

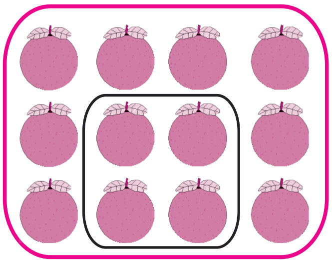
5. (ক) 1, 2, 3, 4 সংখ্যাগুলোর থেকে দুটি করে ব্যবহার করে গঠন করা যেতে পারা সমস্ত প্রকৃত ভগ্নসংখ্যা লেখো।

(খ) সংখ্যাগুলোর থেকে দুটো করে ব্যবহার করে গঠন করা যেতে পারা সমস্ত প্রকৃত ভগ্ন সংখ্যা লেখ ও সেগুলোকে মিশ্র সংখ্যায় পরিণত কর।

(গ) 4, 5, 6, 7, 8, 9 সংখ্যাদের মধ্যে থেকে দুটি করে ব্যবহার করে এমন ভগ্নসংখ্যা লেখো, যার লব হর অপেক্ষা (I) 2 কম (ii) 3 বেশি।

6. প্রত্যেক ছবিতে থাকা বস্তুদের ভেতরে ছোট ঘরে থাকা বস্তুগুলি কত ভগ্নাংশ?


চিত্র (ক)


চিত্র (খ)

7. নিম্নস্থ প্রত্যেক ভগ্নসংখ্যাকে একক ভগ্নসংখ্যার সমষ্টি রূপে প্রকাশ কর।

(ক) $\frac{3}{5}$ (খ) $\frac{7}{8}$ (গ) $\frac{3}{10}$

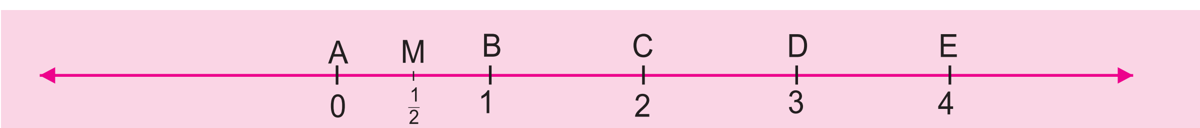
5.4. সংখ্যা রেখায় ভগ্নসংখ্যার স্থান নিরূপণ

সংখ্যা রেখার সঙ্গে তুমি আগে থেকেই পরিচিত। পূর্ব অধ্যায় তুমি সংখ্যারেখার উপরে 0, 1, 2, 3 ইত্যাদি সংখ্যাকে দেখিয়েছিল।

সংখ্যারেখা সম্পর্কে তুমি আগে থেকে যা জানো—

- সংখ্যা রেখা হচ্ছে একটি সরলরেখা।
- এই রেখার উপরে সমান দূরত্বয় বিন্দুসকল চিহ্নিত করা হয়।
- কাছাকাছি প্রত্যেক জোড়া বিন্দুর মধ্যবর্তী সরলরেখার অংশকে একটি একক ভাবে নেওয়া হয়।
- সংখ্যারেখার উপরে চিহ্নিত বিন্দুগুলো একটি সিধে রাস্তার ধারে থাকা খুঁটির মতো। কাছাকাছি থাকা দুটি কিলোমিটার খুঁটির মধ্যবর্তী রাস্তার দৈর্ঘ্য হচ্ছে 1 কি.মি। সেই রকম সংখ্যা রেখার উপরে কাছাকাছি থাকা দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব হচ্ছে এক একক।

নিম্ন সংখ্যা রেখাটি অনুধ্যান করো—



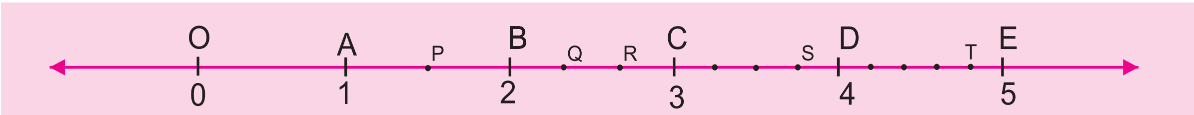
এই সংখ্যা রেখার উপরে $\frac{1}{2}$ ভগ্নসংখ্যাকে দেখব। $\frac{1}{2}$ ভগ্নসংখ্যাকে দেখাবার লক্ষ্যে সংখ্যা রেখার উপরিস্থ একক দূরত্বকে অর্থাৎ কাছাকাছি চিহ্নিত বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বকে 2 সে. মি. বা 4 সে. মি.-র মতো 2 দ্বারা বিভাজ্য হতে পারার মাপ নেবে। (এর কারণ পরে জানতে পারবে।)

উপরিস্থ সংখ্যা রেখায় M বিন্দু সংখ্যা রেখার AB অংশকে দুই সমান ভাগে পরিণত করছে। তাই AM = $\frac{1}{2}$একক। সেইজন্যে M বিন্দু $\frac{1}{2}$র সূচক বিন্দু।

5.4.1.সংখ্যা রেখায় অন্য ভগ্নসংখ্যা

$\frac{1}{3}$ কে সংখ্যা রেখায় সূচিত করার জন্য সংখ্যা রেখার উপরিস্থ একক দৈর্ঘ্যকে 3 সে.মি. নেব। 0 ও 1 সূচক বিন্দুর মধ্যবর্তী একক অংশকে 3 সমান ভাগ করব। যে দুটি বিভাজক বিন্দু পাওয়া যাবে তার থেকে প্রথমটি দেখবে $\frac{1}{3}$ এবং দ্বিতীয়টি $\frac{2}{3}$ দেখাবে।

বর্তমান নিম্নে থাকা সংখ্যা রেখাকে লক্ষ করো।



- উপরিস্থ সংখ্যারেখায় 0, 1, 2, 3, 4, 5 সংখ্যাদের চিহ্নিত করা হয়েছে এবং তাদেরকে যথাক্রমে O, A, B, C, D, E নাম দেওয়া হয়েছে।
- A থেকে B পর্যন্ত অংশকে 2 দুই সমান ভাবে ভাগ করে বিভাজক বিন্দুকে P নাম দেওয়া হয়েছে।
- B থেকে C পর্যন্ত অংশকে 3 সমান ভাগ করে বিভাজক বিন্দু দুটিকে Q ও R নাম দেওয়া হয়েছে।
- C থেকে D পর্যন্ত অংশকে 4 সমান ভাগ করে বিভাজক বিন্দু তিনটির মধ্যে তৃতীয় বিন্দুকে S নাম দেওয়া হয়েছে।
- Dথেকে E পর্যন্ত অংশকে 5 সমান ভাগ করে বিভাজক বিন্দু চারটির মধ্যে চতুর্থ বিন্দুকে T নাম দেওয়া হয়েছে।

বর্তমান লক্ষ করো–

O থেকে P পর্যন্ত অংশকে মাপ

= OA + AP

= 1 একক + 1 এককের $\frac{1}{2}$ অংশ

= $1+\frac{1}{2}$

= $1\frac{1}{2}$ [$1+\frac{1}{2}$ কে আমরা লিখি $1\frac{1}{2}$]

তাই P দ্বারা সূচিত সংখ্যা = $1\frac{1}{2}$

O থেকে Q পর্যন্ত অংশের মাপ

= OB + BQ

= 2একক+1এককের $\frac{1}{3}$ অংশ

= $2+\frac{1}{3}$

= $2\frac{1}{3}$

তাই Q দ্বারা সূচিত সংখ্যা = $2\frac{1}{3}$

বলো দেখি:

সংখ্যারেখায় $\frac{3}{4}$ কে কীভাবে দেখবে?

O থেকে R পর্যন্ত অংশের মাপ

$= OB + BR$

$=$ 2একক+ 1এককের $\frac{2}{3}$ অংশ

$= 2 + \frac{2}{3}$

$= 2\frac{2}{3}$

তাই R দ্বারা সূচিত সংখ্যা $= 2\frac{2}{3}$

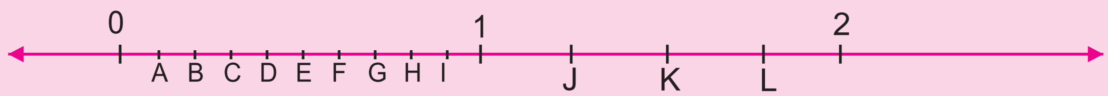
বলো দেখি:

S দ্বারা সূচিত বিন্দু ও T দ্বারা সূচিত বিন্দু কোন কোন ভগ্নসংখ্যাকে সূচিত করছে?

আমরা এখন মিশ্র সংখ্যাদের সংখ্যা রেখায় স্থাপন করার প্রণালী জানলাম।

অভ্যাস কার্য 5.3

1.



উপরিস্থ সংখ্যা রেখায় 0 ও 1 কে সূচিত করা বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী সংখ্যা রেখার অংশকে সমান দশ ভাগে এবং 1 ও 2 কে সূচিত বিন্দু দুটির মধ্যবর্তী সংখ্যা রেখার অংশকে চারটি সমান ভাগে পরিণত করা হয়েছে। বিভাজক বিন্দুগুলোকে A, B, C আদি নাম দেওয়া হয়েছে। কোন্ বিন্দুদ্বারা কোন্ সংখ্যা সূচিত তা নিম্নে লেখো।

(ক) A দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________। (ছ) B দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________।

(খ) C দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________। (জ) D দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________।

(গ) E দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________। (ঝ) F দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________।

(ঘ) G দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________। (ঞ) H দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________।

(ঙ) I দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________। (ট) J দ্বারা সূচিত সংখ্যা। __________।

(চ) K দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________। (ঠ) L দ্বারা সূচিত সংখ্যা __________।

2. নিম্ন সংখ্যাগুলোকে সংখ্যারেখায় স্থাপন করো।

(ক) $\frac{3}{4}$ (খ) $1\frac{1}{3}$ (গ) $2\frac{1}{4}$ (ঘ) $3\frac{1}{3}$ (ঙ) $4\frac{1}{2}$

3. (ক) সংখ্যা রেখার উপরিস্থ কোন্ দুটি কাছাকাছি পূর্ণসংখ্যার মধ্যে সমস্ত প্রকৃত ভগ্নসংখ্যা অবস্থিত?

(খ) সংখ্যা রেখার উপরিস্থ কোন্ দুটি কাছাকাছি পূর্ণসংখ্যার মধ্যে $2\frac{1}{5}$ অবস্থিত?

4. (ক) $\frac{15}{4}$ কে সংখ্যারেখায় দেখানোর জন্য প্রথমে কী করতে হবে?

(খ) কোন্ দুটি কাছাকাছি পূর্ণসংখ্যার মধ্যে $\frac{15}{4}$ অবস্থিত?

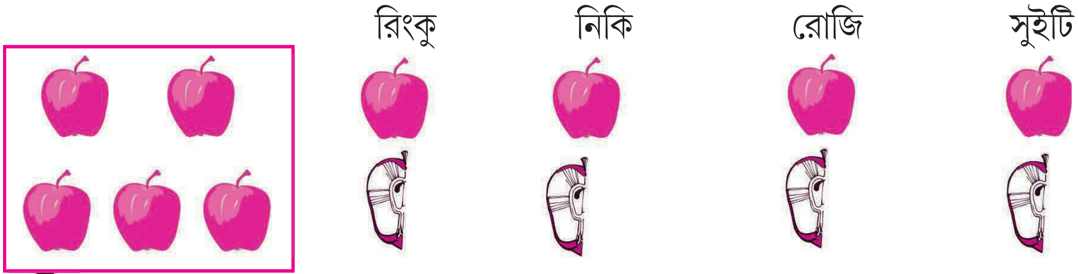
(গ) উক্ত পূর্ণসংখ্যা সূচক বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী সংখ্যারেখার অংশকে কত সমান ভাগ করতে হবে?

(ঘ) $\frac{15}{4}$ কে মিশ্রসংখ্যায় পরিণত করে একে সংখ্যারেখায় দেখাও।

5.5. বস্তুর মাধ্যমে অপ্রকৃত ভগ্নসংখ্যা

রিংকু, নিকি, রোজি ও সুইটি স্কুলে নিজে টিফিন খাওয়ার পরে ওদের কাছে থাকা পাঁচটি আপেল ভাগ করে খেতে চাইল। এখন প্রশ্ন হচ্ছে যে, পাঁচটি আপেল চারজনে কীভাবে ভাগ করে খাবে।

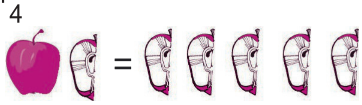
নিকি বলল— চলো প্রথমে প্রত্যেকে একটা করে আপেল নিয়ে খাব, তারপরে বাকি আপেলটার এক চতুর্থাংশ করে ভাগ করে নেব।



রোজি বলল—সেটাও ঠিক আছে। কিন্তু এসো প্রথমে প্রত্যেক আপেলকে চার টুকরো করে কাটব এবং প্রত্যেক আপেলের চার ভাগ থেকে এক ভাগ করে আমরা ভাগ করে নেব।

সুইটি বলল—প্রথমবার বণ্টন করার সময় প্রত্যেকের ভাগে ছিল 1টি আপেল ও 1 চতুর্থাংশ আপেল। = 4 চতুর্থ + 1 চতুর্থ = 5 চতুর্থ।'

অতএব উভয়ক্ষেত্রে প্রত্যেকের ভাগে পড়ল একটা পুরো আপেল ও এক চতুর্থাংশ আপেল বা পাঁচটা চার টুকরো আপেল বা $1\frac{1}{4}$

সুতরাং আমরা দেখলাম 

$$1\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$$

রিংকু বলল ‘ $5 \div 4$ কে $\frac{5}{4}$ ভাবেও প্রকাশ করা যেতে পারে ’

তাই আমরা জানলাম : $5 \div 4 = \frac{5}{4}$ বা $1\frac{1}{4}$

আমরা জানতাম $5 \div 4 =$ ভাগফল 1ও তার ভাগশেষ 1

এখন পেলাম $5 \div 4 = 1\frac{1}{4}$

লক্ষ করো: ভাগক্রিয়ার সাহায্যে ভগ্নসংখ্যাকে মিশ্রসংখ্যায় পরিণত করা যেতে পারবে।

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline 4 & 5 \\ & -4 \\ \hline & 1 \end{array}$$

তাই $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

উদাহরণ-1 নিম্নলিখিত ভগ্নসংখ্যাদের মিশ্রসংখ্যায় পরিণত কর।

(ক) $\frac{15}{4}$ (খ) $\frac{27}{8}$

সমাধান: (ক) $15 \div 4 =$ ভাগফল 3, ভাগশেষ 3 $\therefore \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

অথবা

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ \hline 4 & 15 \\ & -12 \\ \hline & 3 \text{ ভাগশেষ} \end{array}$$

$\therefore \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

(খ)

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ \hline 8 & 27 \\ & -24 \\ \hline & 3 \text{ ভাগশেষ} \end{array}$$

$\therefore \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$

উদাহরণ - 2 $3\frac{2}{5}$ কে অপ্রকৃত ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করো।

সমাধান:

প্রথম প্রণালী

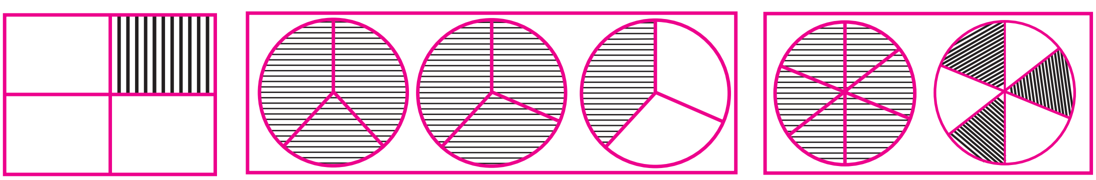
$$3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3x5}{5} + \frac{2}{5}$$
$$= \frac{15}{5} + \frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$

দ্বিতীয় প্রণালী

$$3\frac{2}{5} = \frac{3x5+2}{5} = \frac{17}{5}$$

অভ্যাস কার্য 5.4

1. নিম্নে থাকা প্রত্যেক চিত্র প্রকৃত ভগ্নসংখ্যা বা মিশ্রসংখ্যা সূচিত করছে লেখো।



2. নিম্নে মিশ্রসংখ্যাদের অপ্রকৃত ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করো।

(ক) $3\frac{2}{3}$ (খ) $2\frac{2}{3}$ (গ) $1\frac{5}{8}$

3. নিম্ন অপ্রকৃত ভগ্নসংখ্যাগুলোকে মিশ্রসংখ্যায় প্রকাশ করো।

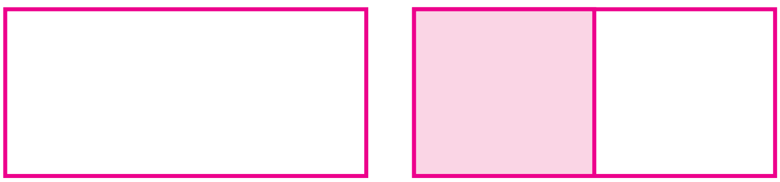
(ক) $\frac{18}{7}$ (খ) $\frac{20}{9}$ (গ) $\frac{23}{8}$

4. নিম্নভাগ ক্রিয়াগুলোর ভাগফলকে মিশ্রসংখ্যায় প্রকাশ করো।

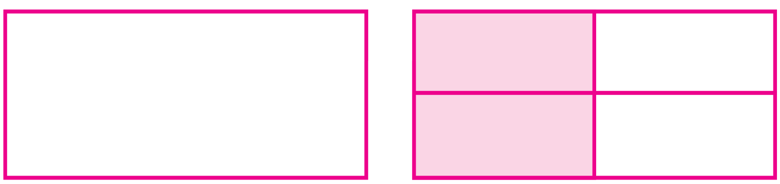
(ক) $19 \div 5$ (খ) $24 \div 7$ (গ) $34 \div 13$

5.6 সম ভগ্নসংখ্যা

রঘু আয়তাকৃতির একটা কাগজ নিয়ে সমান দুভাগে ভাঁজ করে দিল ও কাগজের ওপরে দু'সমান ভাগের এক ভাগ রং করে দিল।



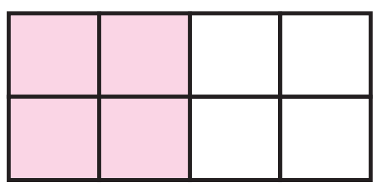
ওর কাছে বসে থাকা যদুকে জিজ্ঞাসা করল—রঙের ভাগটি পুরো কাগজের কত অংশ।
যদু বলল দুই সমান ভাগের 1 ভাগ, তাই রঙিন ভাগটি পুরো কাগজের $\frac{1}{2}$।
কাছে ছিল রিনা। সে এই কাগজটিকে সমান চার ভাঁজ করল, তারপরে ভাঁজ খুলে দিল।



খোলা কাগজটি দেখিয়ে যদুকে জিজ্ঞাসা করল পুরো কাগজের কত অংশ রঙিন হয়েছে বলো। যদু বলল 4 সমান ভাগের 2 ভাগ। যদু আবার বলল তাহলে তো পুরো কাগজের রং হওয়া অংশ হচ্ছে $\frac{2}{4}$।

এখন সবাই বলল, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

কুনি এসব দেখছিল, সে রিনার ওই চার ভাঁজ করা কাগজটা নিয়ে আরও সমান দু'ভাঁজ করে দিল।



কাগজটাকে খুলে সবাইকে দেখাল। সবাই দেখল রংকরা অংশ পুরো কাগজের $\frac{4}{8}$ ।

তাই সবাই জানাল : $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}$

এসো সমভগ্নগুলো বোঝার চেষ্টা করব।

আমরা দেখলাম, $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{1\text{x}2}{2\text{x}2}$

এবং $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}=\frac{1\text{x}4}{2\text{x}4}$ ইত্যাদি।

সেই রকম $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{1\text{x}3}{2\text{x}3}$

এখানে $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ .... ইত্যাদি সমভগ্নসংখ্যা।

জেনে রাখো:
একটি ভগ্নসংখ্যার সমভগ্নসংখ্যার নিরূপণ করতে হলে ভগ্নসংখ্যার লব ও হর উভয়কে এক নির্দিষ্ট সংখ্যা দ্বারা গুণন করতে হয়। এ প্রণালী দ্বারা একটি ভগ্নসংখ্যা সহ অসংখ্য সমভগ্নসংখ্যা পেতে পারবে।

সেই রকম $\frac{1}{3}$ **এর চারটি সমভগ্নসংখ্যা স্থির করার চেষ্টা করো।**

অন্যভাবে - $\frac{4}{8}=\frac{4\div4}{8\div4}=\frac{1}{2}$,

$\frac{2}{4}=\frac{2\div2}{4\div2}=\frac{1}{2}$

অতএব $\frac{4}{8}, \frac{2}{4}, \frac{1}{2}$ ইত্যাদি সমভগ্নসংখ্যা।

জেনে রাখো:
একটি ভগ্নসংখ্যার সমভগ্নসংখ্যা পেতে হলে ভগ্নসংখ্যার লব ও হর উভয়কে সমান সংখ্যাদ্বারা ভাগ করা হয়ে থাকে।

লক্ষ করো:- যদি লব ও হর উভয়ে কোনো এক নির্দিষ্ট সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হয়ে থাকে তবে আমরা উপরিস্থ প্রণালী প্রয়োগ করতে পারব। এক্ষেত্রে সীমিত সংখ্যক সমভগ্নসংখ্যা পাব।

উদাহরণ স্বরূপ: $\frac{12}{15}$ এর এক সমভগ্নসংখ্যা = $\frac{12\div3}{15\div3}=\frac{4}{5}$

$\frac{9}{15}$ **এর এক সমভগ্নসংখ্যা স্থির করতে পারবে কি যার হর ৫ হবে?**

অভ্যাস কায 5.5

1. নিম্ন ভগ্নসংখ্যাগুলো পাঁচটি করে সমভগ্নসংখ্যা নির্ণয় করো।

   (ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{2}{3}$ (ঘ) $\frac{5}{9}$

2. $\frac{2}{5}$ ভগ্নসংখ্যার এক সমভগ্নসংখ্যা স্থির করো যার লব 6 হবে।
3. $\frac{15}{27}$ এর এক সমভগ্নসংখ্যা স্থির কর যার হর 9 হবে।
4. $\frac{2}{7}$ এর এক সম ভগ্নসংখ্যা স্থির কর যার হর 63 হবে।
5. $\frac{2}{3}$ ও $\frac{3}{4}$ প্রত্যেক ভগ্নসংখ্যার জন্য 12 হর বিশিষ্ট এবং একটা সমভগ্নসংখ্যা লেখো।

6. $\frac{3}{8}, \frac{5}{6}$ ও $\frac{7}{12}$ প্রত্যেক ভগ্নসংখ্যার জন্য 24 হর বিশিষ্ট এক একটা সমভগ্নাংশ লেখো।

7. $\frac{3}{8}$ এর সম ভগ্নাংশ লেখার সময 15,24ও 32 এর মধ্যে কোনটি হর রূপে ব্যবহার করা যেতে পারবে না? কারণ কী?

5.7 সদৃশ এবং অসদৃশ ভগ্নসংখ্যা

পার্শ্বস্থ ঘর থেকে দু দুটি করে সংখ্যা নিয়ে ভগ্নসংখ্যা তৈরি করো।

1	2	3
4	5	6
	7	

তোমার তৈরি করা ভগ্নসংখ্যাগুলো থেকে সমান হর থাকা ভগ্নসংখ্যাগুলো আলাদা করে লেখো।

সম হর বিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যাগুলিকে সদৃশ ভগ্নসংখ্যা বলা হয়।

$\frac{7}{19}$ এবং $\frac{7}{25}$ সদৃশ ভগ্নসংখ্যা কী? কেন?

দত্ত ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের হর অসমান হেতু এই সংখ্যাদ্বয়কে **অসদৃশ ভগ্নসংখ্যা** বলা হয়।

উত্তর লেখো:

- পাঁচটি সদৃশ ভগ্নসংখ্যা লেখো।
- পাঁচটি অসদৃশ ভগ্নসংখ্যা লেখো।
- $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}$ ভগ্নসংখ্যাগুলির থেকে সদৃশ ভগ্নসংখ্যা আলাদা করে লেখো।

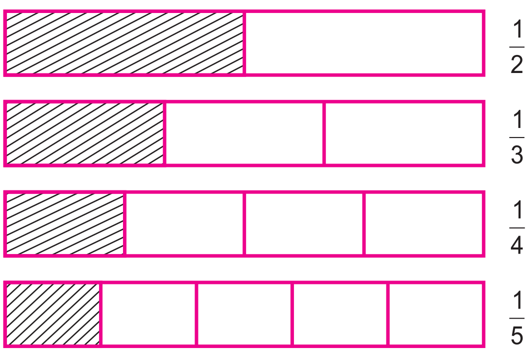
5.8. ভগ্নসংখ্যার তুলনা:

ফরিদা ও আমিনের প্লেটে যথাক্রমে $2\frac{1}{2}$ এবং $3\frac{1}{4}$ রুটি আছে।

তাহলে কার কাছে বেশি রুটি আছে? ফরিদার কাছে দুটি রুটি এবং একটি রুটির অর্ধেক থাকার সময় আমিনের কাছে তিনটের বেশি রুটি আছে।

$\therefore 3\frac{1}{4} > 2\frac{1}{2}$, তাই আমিনের কাছে বেশি রুটি আছে।

নিম্ন চিত্রটি দেখো।

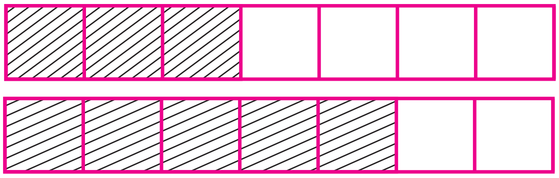


চিত্রের চিত্রিত অংশ মূল চিত্র থেকে ভগ্নাংশ রূপে দেখানো হয়েছে। চারটি মূল চিত্রই সমান চিত্রিত অংশ লক্ষ করে ভগ্নসংখ্যাগুলোকে বড় থেকে ছোট ক্রমে সাজাও।

5.8.1. সদৃশ ভগ্নসংখ্যার মধ্যে তুলনা

এসো, $\frac{3}{7}$ ও $\frac{5}{7}$ এর মধ্যে তুলনা করব।

নিম্নে দুটি সমান আকৃতি (আয়তাকৃতি) বিশিষ্ট সমান সমান চিত্র নেওয়া হয়েছে ও প্রত্যেকে সমান 7 ভাগ করা হয়েছে। প্রথমটিতে 3টে ভাগকে চিত্রিত করে $\frac{3}{7}$ ভগ্নসংখ্যা দেখানো হয়েছে।



বলো দেখি:
দুটি সদৃশ ভগ্নসংখ্যার মধ্যে বড় ভগ্নসংখ্যাটিকে কীভাবে চিনব?

দ্বিতীয় চিত্রের চিত্রিত অংশ প্রথম চিত্রের চিত্রিত অংশ অপেক্ষা বড়।

তাই আমরা দেখলাম : $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$

নিজে করে দেখো

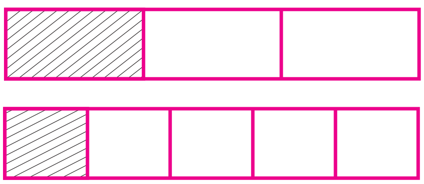
- চিত্র মাধ্যমে $\frac{2}{5}$ ও $\frac{4}{5}$ এর মধ্যে তুলনা করো।
- সমান আকারের দুখণ্ড কাগজ নাও। প্রত্যেক কে আট ভাঁজ করে $\frac{3}{8}$ ও $\frac{7}{8}$ এর মধ্যে তুলনা করো।

5.8.2. একক ভগ্নসংখ্যার মধ্যে তুলনা

আমরা পূর্বে জেনেছি, যে ভগ্নসংখ্যার লব 1 সেই ভগ্নসংখ্যাকে একক ভগ্নসংখ্যা বলা হয়।

(ক) $\frac{1}{3}$ ও $\frac{1}{5}$ এর মধ্যে তুলনা করব।

নিম্নে দুটি সমান সমান আয়তাকৃতি বিশিষ্ট চিত্র আছে। একটিকে 3 সমান ভাগ ও অন্যটিকে 5 সমান ভাগ করা হয়েছে।



চিত্র থেকে জানা হচ্ছে যে $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$

চিত্রের সাহায্য না নিয়ে আমরা $\frac{1}{3}$ ও $\frac{1}{5}$ এর মধ্যে বড় ছোট বাছতে পারব কি?

এসো দেখব—

একটা আপেলকে তিন সমান ভাগ করা হল।

প্রথম আপেলের সঙ্গে সমান অন্য একটি আপেলকে সমান পাঁচ ভাগে ভাগ করা হল।

কোন্ ক্ষেত্রে টুকরোগুলো ছোট হবে, ও কোন্ ক্ষেত্রে টুকরোগুলো বড় হবে?

নিশ্চয় আপেল যত বেশি ভাগ হবে, ভাগগুলো তত বেশি ছোট হবে।

এ থেকে স্পষ্ট যে $\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$

সেইরকম $\frac{1}{5} < \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$

জেনে রাখো:

দুটি একক ভগ্নসংখ্যার মধ্যে যার হর বড় সেই ভগ্নসংখ্যাটি অন্যটির থেকে ছোট।

আমরা দেখলাম, $\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$

তাই দুটো $\frac{1}{5}$ < দুটো $\frac{1}{3}$, অর্থাৎ $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$

পুনশ্চ জানলাম, দুটি ভগ্নসংখ্যার লব সমান হলে, যে ভগ্নসংখ্যার হর বড় সেই ভগ্নসংখ্যাটি অন্যটির অপেক্ষা ছোট।

পূর্ববর্তী সমাধান থেকে আমরা জানতে পারব যে, সম হরবিশিষ্ট দুটি ভগ্নসংখ্যা (সদৃশ ভগ্নসংখ্যা)-র মধ্যে যে ভগ্নসংখ্যার লব, অন্যের লব থেকে বৃহত্তর, সেই ভগ্নসংখ্যাটি অন্য ভগ্নসংখ্যার থেকে বৃহত্তর।

অর্থাৎ দুটি সদৃশ ভগ্নসংখ্যার মধ্যে বৃহত্তর লববিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যাটি অন্য ভগ্নসংখ্যার চেয়ে বৃহত্তর।

অভ্যাস কার্য: 5.6

1. নিম্ন ভগ্নসংখ্যার মধ্যে তুলনা করো।

   (ক) $\frac{7}{10}, \frac{8}{10}$ (খ) $\frac{11}{26}, \frac{15}{26}$ (গ) $\frac{12}{105}, \frac{8}{105}$

2. ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে লেখো।

   (ক) $\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}$ (খ) $\frac{12}{17}, \frac{5}{17}, \frac{10}{17}$

3. অধঃক্রমে সাজিয়ে লেখো।

   (ক) $\frac{1}{5}, \frac{11}{5}, \frac{3}{5}$ (খ) $\frac{4}{13}, \frac{1}{13}, \frac{15}{13}$

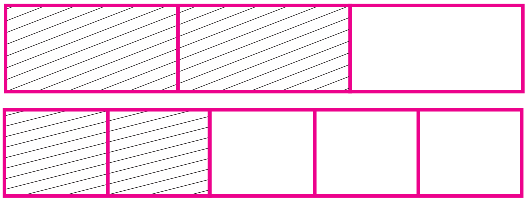
5.8.3. অসদৃশ ভগ্নসংখ্যার মধ্যে তুলনা

আমরা পূর্ব অনুচ্ছেদ থেকে জেনেছি, যে ভগ্নসংখ্যাদের হর ভিন্ন, সেই ভগ্ন সংখ্যাদের অসদৃশ ভগ্নসংখ্যা বলা হয়।

(ক) নিম্নে দুটি সমান আয়তচিত্র অঙ্কন করে একটার $\frac{2}{3}$ ও $\frac{2}{5}$ অন্যটার অংশ রেখাঙ্কিত করা হয়েছে।

$\frac{2}{3}$

$\frac{2}{5}$



এখানেও চিত্রে স্পষ্ট যে $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$

তুমি জানলে যে সমান লব থাকা দুটি ভগ্নসংখ্যার মধ্যে ক্ষুদ্রতর হর বিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যাটি, বৃহত্তর হর বিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যা থেকে বৃহত্তর।

(খ) ভিন্ন লব এবং ভিন্ন হরবিশিষ্ট অসদৃশ ভগ্নসংখ্যা

বর্তমান $\frac{2}{3}$ এবং $\frac{3}{4}$ এর মধ্যে তুলনা করব। আমরা আগেই সদৃশ ভগ্নসংখ্যার মধ্যে তুলনা করা জানি। অর্থাৎ সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যার মধ্যে তুলনা করতে জানি। যদি $\frac{2}{3}$ এবং $\frac{3}{4}$ ভগ্নসংখ্যাদ্বয়কে সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করতে পারি তবে তুলনা করা সহজসাধ্য হবে। অপরপক্ষে ভগ্নসংখ্যা দুটিকে সম লববিশিষ্ট করতে পারলে, পরিস্থিতি -1 এ বর্ণিত তুলনা প্রণালী অবলম্বন করে সংখ্যাদ্বয়কেও তুলনা করতে পারব।

সম হরবিশিষ্ট করে তুলনা করার প্রণালী

এসো, $\frac{2}{3}$ এবং $\frac{3}{4}$ ভগ্নসংখ্যাদ্বয়কে তুলনা করব। এরজন্য সমভগ্নসংখ্যা নিরূপণ প্রণালী অবলম্বন করে উভয় ভগ্নসংখ্যাকে সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যায় প্রকাশ করব।

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}=\frac{10}{15}=\frac{12}{18}=\frac{14}{21}=\frac{16}{24}=\frac{18}{27}=\ldots\ldots\ldots\ldots$$

সেইরকম- $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}=\frac{18}{24}=\frac{21}{28}=\ldots\ldots\ldots\ldots$

বর্তমান $\frac{2}{3}$ এবং $\frac{3}{4}$ এর সম ভগ্নসংখ্যাগুলো লক্ষ করো। উভয় ভগ্নসংখ্যার জন্য 12 হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যাদ্বয় হল $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$ এবং $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$

$\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ তাই $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ হবে।

$\frac{2}{3}$ এবং $\frac{3}{4}$ এর ভগ্নসংখ্যা তালিকা থেকে আর কোনো সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যা পাওয়া যাচ্ছে কি?

তুমি নিশ্চয় দেখতে পারবে যে $\frac{2}{3}=\frac{16}{24}$ এবং $\frac{3}{4}=\frac{18}{24}$

> **জানো কি?**
> এক জোড়া ভগ্নসংখ্যার জন্য অনেক জোড়া সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যা পেতে পারব এবং যে কোনো জোড়াকে নিয়ে আমরা তুলনা করতে পারব।

উদাহরণ - 3 : $\frac{4}{5}$ এবং $\frac{5}{6}$ এর মধ্যে কোন্‌টা বড় স্থির করো।

সমাধানের সূচনা:

- $\frac{4}{5}$ এর সম ভগ্নসংখ্যাগুলো স্থির করো।
- $\frac{5}{6}$ এর সম ভগ্নসংখ্যাগুলো স্থির করো।
- $\frac{4}{5}$ ও $\frac{5}{6}$ এর সম হরবিশিষ্ট সম ভগ্নসংখ্যাগুলো নাও।

সমাধান

$$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}=\frac{12}{15}=\frac{16}{20}=\frac{20}{25}=\frac{24}{30}=\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=\ldots\ldots\ldots$$

$\frac{4}{5}$ ও $\frac{5}{6}$ এর সম হরবিশিষ্ট সমভগ্নাংশ যথাক্রমে $\frac{24}{30}$ এবং $\frac{25}{30}$ কিন্তু $\frac{25}{30}>\frac{24}{30}$ তাই $\frac{5}{6}>\frac{4}{5}$

- উপরের প্রশ্নের সমাধান দেখে নিম্ন প্রশ্নের উত্তর দাও।

(ক) $\frac{4}{5}$ ও $\frac{5}{6}$ ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের জন্য বেছে দেওয়া সম হরবিশিষ্ট সমভগ্নসংখ্যা দুটির হর কত?

(খ) বাছা হওয়া সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যার হর সহমূল ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের হর দুটির কি সম্পর্ক আছে?

অর্থাৎ 30-এর সঙ্গে 5 ও 6-এর কি সম্পর্ক আছে?

আমরা জানলাম, দত্ত ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের জন্যে পাওয়া সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যা দুটির সাধারণ হর 30, দত্ত ভগ্নসংখ্যার হর দ্বয়ের গুণফল (অর্থাৎ 5 x 6) সহ সমান। লক্ষ করো - 30, 5 ও 6 এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক হবে।

তাই ভগ্নসংখ্যাদ্বয়কে তুলনা করার সময়ে প্রথমে ভগ্নসংখ্যাদ্বয়কে সম হরবিশিষ্ট করতে হবে। হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের সাধারণ হরটি দত্ত ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের হরের গুণফলের সঙ্গে সমান হবে অর্থাৎ হরদ্বয়ের সাধারণ গুণিতক হবে।

উদাহরণ - 4 : $\frac{5}{6}$ এবং $\frac{8}{15}$ এর মধ্যে বৃহত্তম সংখ্যাটি স্থির করো।

সমাধান:

প্রত্যেক ভগ্নসংখ্যার সমভগ্নসংখ্যা তালিকা প্রস্তুত করব।

$$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=\frac{30}{36}=\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{8}{15}=\frac{16}{30}=\frac{24}{45}=\ldots\ldots\ldots$$

তালিকা দুটিতে থাকা সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যা দুটি হল-

$\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$ $\quad$ $\frac{8}{15}=\frac{16}{30}$

যেহেতু $25>16$ তাই $\frac{25}{30}>\frac{16}{30}$

$\therefore \frac{5}{6}>\frac{8}{15}$

বলো দেখি:

একটি ভগ্নসংখ্যার কয়টি সমভগ্নসংখ্যা থাকে?

জানো কি?

আমরা দত্ত ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের হর দুটির ল.সা.গু.কে সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যা পাবার জন্য সাধারণ হর রূপে বাছব।

বিকল্প সমাধান:

দত্ত ভগ্নসংখ্যাদ্বয় হল $\frac{5}{6}$ ও $\frac{8}{15}$, হরদ্বয়ের ল.সা.গু নির্ণয় করব।

$6 = 2 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

হরদ্বয়ের ল.সা.গু $= 2 \times 3 \times 5 = 30$

$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5}$ [$\therefore$ 6 এর 5 গুণ 30]

$= \frac{25}{30}$

$\frac{8}{15} = \frac{8 \times 2}{15 \times 2}$ [15 এর 2 গুণ 30]

$= \frac{16}{30}$

কিন্তু $25 > 16$ $\quad \therefore \frac{5}{6} > \frac{8}{15}$

অভ্যাস কার্য 5.7

1. নিম্ন ভগ্নসংখ্যা দুটিকে তুলনা করো।

(ক) $\frac{1}{5}$ ও $\frac{1}{6}$ $\qquad$ (খ) $\frac{1}{12}$ ও $\frac{1}{15}$

2. নিম্ন ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের মধ্যে কোনটা বড় ?

(ক) $\frac{3}{8}$ ও $\frac{5}{8}$ $\qquad$ (খ) $\frac{7}{15}$ ও $\frac{8}{15}$

3. নিম্ন ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের মধ্যে থাকা খালি ঘরে >, < ও = মধ্যে থেকে ঠিক চিহ্ন বসাও।

(ক) $\frac{5}{12} \square \frac{5}{9}$ $\qquad$ (গ) $\frac{3}{7} \square \frac{4}{7}$

(খ) $\frac{4}{9} \square \frac{8}{18}$ $\qquad$ (ঘ) $\frac{8}{11} \square \frac{8}{13}$

4. (ক) ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে লেখো।

$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}$

(খ) অধঃক্রমে সাজিয়ে লেখো।

$\frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{12}$

5. সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করে ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের মধ্যে তুলনা করো।

(ক) $\frac{3}{8}$ ও $\frac{5}{12}$ $\qquad$ (খ) $\frac{7}{15}$ ও $\frac{4}{9}$

5.9. ভগ্নসংখ্যার যোগ

পূর্ব শ্রেণিতে আমরা সদৃশ এবং অসদৃশ ভগ্নসংখ্যার যোগ এবং বিয়োগের সম্পর্কে আলোচনা করেছি। পূর্ব পাঠকে মনে করার জন্য এসো কিছু উদাহরণ দেখি।

উদাহরণ-1: $\frac{5}{7}$ ও $\frac{3}{7}$ এর যোগফল স্থির করব।

সমাধান: $\frac{5}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5+3}{7}=\frac{8}{7}$

সেইরকম $\frac{7}{12}+\frac{3}{12}=\frac{7+3}{12}=\frac{10}{12}$ কিংবা $\frac{5}{6}$।

যোগে ব্যবহৃত প্রণালী:

$$\text{যোগফল} = \frac{\text{লবদের যোগফল}}{\text{সাধারণ হর}}$$

উদাহরণ -2: $\frac{1}{3}$ ও $\frac{1}{2}$ এর যোগফল স্থির করব।

সমাধান (প্রথম প্রণালী)

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1\times2}{3\times2}+\frac{1\times3}{2\times3}$$

$$=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{2+3}{6}=\frac{5}{6}$$

যোগে ব্যবহৃত প্রণালী:

প্রথমে দত্ত অসদৃশ ভগ্নাংশকে সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করা হয়। পরে পূর্ববর্ণিত সূত্রকে নিয়ে যোগফল স্থির করা হয়।

(বিকল্প প্রণালী)

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1\times2+1\times3}{6}$$

$$=\frac{2+3}{6}=\frac{5}{6}$$

যোগে ব্যবহৃত প্রণালী:

$$\text{যোগফল} = \frac{\text{প্রথম লব} \times \text{দ্বিতীয় হর} + \text{দ্বিতীয় লব} \times \text{প্রথম হর}}{\text{প্রথম হর} \times \text{দ্বিতীয় হর}}$$

দুটি ভগ্নসংখ্যা যোগ করার বিভিন্ন উদাহরণ দেখলে। দুই থেকে বেশি ভগ্নসংখ্যার ও যোগ করার আবশ্যক হতে পারে। সেই রকম একটি উদাহরণ নিম্নে দেখো।

উদাহরণ **3:** $\frac{2}{3},\frac{1}{4}$ ও $\frac{5}{6}$ এর যোগফল নির্ণয় করো।

সমাধান সূচনা: এখানে ভগ্নসংখ্যাগুলোকে সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করা আবশ্যক। সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যাদের সাধারণ হর কত হবে বলো দেখি?

তোমার করা যোগকার্যকে জানো

সাধারণ হর = দত্ত ভগ্নসংখ্যাগুলোর হরের গুণফল

$=3\times4\times6=72$

অথবা সাধারণ হব = দত্ত ভগ্নসংখ্যাগুলোর ল.সা.গু.

$=3, 4$ ও 6 র ল.ঘা.গু

$=12$

সমাধান:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{2\times4}{3\times4}+\frac{1\times3}{4\times3}+\frac{5\times2}{6\times2}$$

$$=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}+\frac{10}{12}$$

$$=\frac{8+3+10}{12}$$

$$=\frac{21}{12}=1\frac{9}{12}\quad=1\frac{3}{4}$$

[$\frac{9}{12}$ এর লঘিষ্ঠ আকার $=\frac{3}{4}$]

যোগফল স্থির করো।

1. (ক) $\frac{5}{2}+\frac{3}{7}$ (খ) $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}$ (গ) $\frac{6}{7}+\frac{5}{7}$

(ঘ) $\frac{1}{4}+\frac{5}{7}$ (ঙ) $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$ (চ) $\frac{7}{8}+\frac{5}{9}$

5.10. ভগ্নসংখ্যায় বিয়োগ

সদৃশ ও অসদৃশ ভগ্নসংখ্যার ক্ষেত্রে যোগের মতো বিয়োগ প্রক্রিয়া কীভাবে সম্পাদন করা হয় তা আমরা পূর্ব শ্রেণিতে শিখেছি। এসো মনে করার জন্য কিছু প্রশ্নের সমাধান করব।

উদাহরণ- 1 : $\frac{3}{4}$ থেকে $\frac{1}{2}$ বিয়োগ করব।

সমাধান:

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{3}{4}-\frac{1 \times 2}{2 \times 2}$$

$$=\frac{3}{4}-\frac{2}{4}$$

$$=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}$$

বিয়োগ করার প্রণালী:

প্রথমে ভগ্নসংখ্যাদ্বয়কে সম হরবিশিষ্ট সমভগ্নসংখ্যায় পরিণত করে বিয়োগ ফল স্থির করা হয়।

উদাহরণ- 2 : $\frac{1}{5}$ এ কত যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{2}$ হবে?

সমাধান :

নির্ণেয় সংখ্যা $=\frac{1}{2}-\frac{1}{5}$

$$=\frac{1 \times (10 \div 2)-1 \times (10 \div 5)}{2 \times 5}$$

$$=\frac{1 \times 5 - 1 \times 2}{2 \times 5}$$

$$=\frac{5-2}{10}=\frac{3}{10}$$

বিয়োগ করার প্রণালী:

উক্ত প্রশ্নের সমাধানের জন্য প্রথমে উক্ত ভগ্নসংখ্যাদ্বয়কে সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করতে হবে।

বিয়োগ করতে থাকা ভগ্নসংখ্যাদ্বয়কে সম হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করে উপরোক্ত সমাধান করা হয়েছে। লক্ষ রাখো যে ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের হর ল.সা.গু নির্ণয় করে প্রত্যেক ভগ্নসংখ্যার হরকে নির্ণয় করে থাকা ল.সা.গু বিশিষ্ট সম হরভগ্নসংখ্যায় পরিণত করে বিয়োগ কার্য করা হয়।

বিয়োগ কর-

(ক) $\frac{5}{6}$ থেকে $\frac{3}{4}$ (খ) $\frac{5}{7}$ থেকে $\frac{1}{3}$

(গ) $\frac{8}{15}-\frac{2}{5}$ (ঘ) $\frac{5}{12}-\frac{1}{7}$

5.11. মিশ্র ভগ্নসংখ্যার যোগ বা বিয়োগ

মিশ্র সংখ্যাকে অপ্রকৃত ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করে তারপরে যোগ বা বিয়োগ করব ।

উদাহরণ - 1

$\frac{3}{4}$ ও $1\frac{2}{3}$ এর যোগফল স্থির করো।

সমাধান:

$1\frac{2}{3}$ মিশ্র সংখ্যাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে পরিণত করব।

$$1\frac{2}{3} = \frac{1 \times 3 + 2}{3} = \frac{5}{3}$$

যোগফল $= \frac{3}{4} + 1\frac{2}{3} = \frac{3}{4} + \frac{5}{3}$

$$= \frac{3 \times 3 + 5 \times 4}{12}$$

$$= \frac{9 + 20}{12} = \frac{29}{12} = 2\frac{5}{12}$$

উদাহরণ - 2 :

$2\frac{2}{5}$ ও $1\frac{3}{4}$ এর যোগফল স্থির করব।

সমাধান :

প্রথম প্রণালী:

$2\frac{2}{5} = \frac{12}{5}$ এবং $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

যোগফল $= 2\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4}$

$$= \frac{12}{5} + \frac{7}{4}$$

$$= \frac{12 \times 4 + 7 \times 5}{20}$$

$$= \frac{48 + 35}{20}$$

$$= \frac{83}{20} = 4\frac{3}{20}$$

বিকল্প প্রণালী:

$$2\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4}$$

$$= 2 + \frac{2}{5} + 1 + \frac{3}{4}$$

$$= (2 + 1) + \frac{2}{5} + \frac{3}{4}$$

$$= 3 + \frac{2 \times 4 + 3 \times 5}{20}$$

$$= 3 + \frac{8 + 15}{20} = 3 + \frac{23}{20} = 3 + 1\frac{3}{20}$$

$$= 3 + 1 + \frac{3}{20} = 4 + \frac{3}{20} = 4\frac{3}{20}$$

উভয়প্রণালীতে যোগফল সমান হচ্ছে।প্রথম প্রণালী থেকে বিকল্প প্রণালী কীভাবে ভিন্ন লেখো।

$2\frac{1}{3}$ ও $2\frac{2}{3}$ এর যোগফল উভয় প্রণালীতে নির্ণয় করো।

উদাহরণ - 3 :

$1\frac{1}{3}$ থেকে $1\frac{1}{4}$ বিয়োগ করে বিয়োগ ফল স্থির করো।

সমাধান:

প্রথম প্রণালী:

$1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$

$= \frac{4}{3} - \frac{5}{4}$ (অপ্রকৃত ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করা হল।)

$= \frac{4 \times 4 - 5 \times 3}{3 \times 4}$

$= \frac{16 - 15}{12}$

$= \frac{1}{12}$

বিকল্প প্রণালী:

$1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$

$= (1 + \frac{1}{3}) - (1 + \frac{1}{4})$

$= 1 + \frac{1}{3} - 1 - \frac{1}{4}$

$= (1 - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4})$

$= 0 + \frac{1 \times 4 - 1 \times 3}{12} = 0 + \frac{4 - 3}{12} = \frac{1}{12}$

উদাহরণ - 4

1 থেকে $\frac{3}{4}$ বিয়োগ করো

সমাধান: $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{1} - \frac{3}{4}$ [1 কে $\frac{1}{1}$ ভাবে লিখব]

$= \frac{1 \times 4 - 3 \times 1}{4}$

$= \frac{4 - 3}{4}$

$= \frac{1}{4}$

জানো কি?

ভগ্নসংখ্যার যোগ বিয়োগ ক্ষেত্রে যোগ বা বিয়োগের জন্য থাকা সংখ্যার মধ্যে একটি গণন সংখ্যা থাকলে তাকে নিম্নরূপে প্রকাশ করা হবে।

$1 = \frac{1}{1}$, $2 = \frac{2}{1}$, $3 = \frac{3}{1}$, $8 = \frac{8}{1}$ ইত্যাদি

তোমার খাতায় নিম্নে দেওয়া যোগ-বিয়োগের ঘর তৈরি করে খালি ঘর পূরণ করো।

(ক)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	

(খ)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	

অভ্যাস কার্য 5.8

যোগফল নির্ণয় করো।

1. $\frac{2}{3}$ ও $\frac{1}{3}$

2. $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$

3. $\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{3}{9}$

4. $1\text{-}\frac{2}{5}+2\frac{1}{5}$

5. $2\frac{1}{7}+3\frac{2}{7}$

6. $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$

7. $\frac{3}{8}+\frac{5}{16}$

8. $\frac{5}{8}+\frac{5}{12}$

9. $\frac{4}{9}+\frac{5}{12}$

10. $1\frac{3}{8}+2\frac{5}{12}$

11. $1\frac{2}{5}+2\frac{3}{10}+3\frac{1}{2}$

12. $1\frac{1}{10}+2\frac{1}{15}+3\frac{1}{6}$

বিয়োগফল নির্ণয় কর।

13. $\frac{3}{8}-\frac{1}{8}$

14. $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}$

15. $\frac{2}{3}-\frac{5}{12}$

16. $\frac{7}{18}-\frac{2}{9}$

17. $\frac{5}{12}-\frac{1}{6}$

18. $1\frac{2}{3}-\frac{5}{6}$

19. $2\frac{3}{8}-1\frac{1}{4}$

20. $3\frac{5}{12}-2\frac{3}{8}$

21. $3\frac{7}{10}-2\frac{8}{15}$

22. $2-1\frac{3}{5}$

23. $3-2\frac{7}{8}$

24. $2-1\frac{5}{12}$

25. দোকান থেকে সরিতা $\frac{2}{5}$ মিটার লম্বা ও ললিতা $\frac{3}{4}$ মিটার লম্বা রিবন্ কিনল। উভয়ে মোট কত দৈর্ঘ্যের রিবন কিনল?

26. বিদ্যালয়ের চারদিকে ঘুরে আসতে নিলু একবারে $2\frac{1}{5}$ মিনিট সময় নেয়। ততটা রাস্তা হাঁটার জন্য জিত $\frac{7}{4}$ মিনিট সময় নেয়। দুজনের মধ্যে কে কম সময় ও কত কম সময় নেয়?

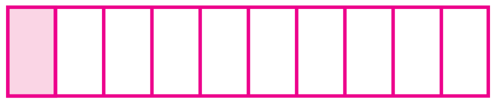
ষষ্ঠ অধ্যায়

দশমিক সংখ্যা

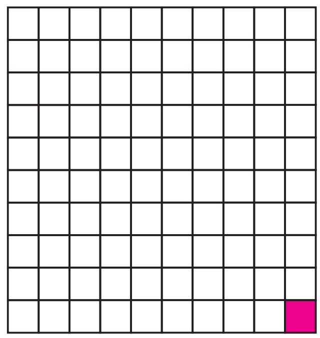
6.1 আমরা যা জানি

10 সমান ভাগের এক ভাগ $= \frac{1}{10} = 0.1$

$\frac{1}{10}$



100 সমান ভাগের এক ভাগ $= \frac{1}{100} = 0.01$



$\frac{1}{100}$

এখানে $\frac{1}{10}$ কে এক দশাংশ এবং $\frac{1}{100}$ কে এক শতাংশ বলি।

সেইরকম $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{100}$ কে যথাক্রমে 2 দশাংশ ও 3 শতাংশ বলব।

ভগ্নসংখ্যাকে দশমিক সংখ্যায় পরিণত করলে পাব

$$\frac{2}{10} = 0.2 \quad \text{এবং} \quad \frac{3}{100} = 0.03$$

বলে রাখি $\frac{2}{10}$ ভগ্নসংখ্যা এবং 0.2 উক্ত ভগ্নসংখ্যার দশমিক রূপ

নিম্ন সারণিটির শূন্যস্থান পূরণ করো

ভগ্নসংখ্যা	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{27}{10}$	$1\frac{1}{10}$	$2\frac{1}{100}$	$15\frac{3}{10}$
দশমিক ভগ্নসংখ্যা						

পূর্ব শ্রেণিতে 'এক দশাংশ', 'এক শতাংশ' সম্পর্কে আলোচনা হয়ে থাকলেও তার পুনঃআলোচনা এখানে আবশ্যক। নিম্নের উদাহরণ লক্ষ করো।

রবি ও শরতের পেন্সিলের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি. 2 মি.মি. এবং 8 সে.মি. 3 মি.মি.। উক্ত দৈর্ঘ্য কে সে.মি. তে প্রকাশ করতে পারবে কি? উক্ত সমাধানের জন্য আবশ্যক সোপানগুলোর উত্তর দাও।

1 সে.মি = _______ মি.মি.

1 মি.মি. = _______ সে.মি.

রবির পেন্সিলের দৈর্ঘ্য 7 সে.মি. 2 মি.মি. = _____. সে.মি.

শরতের পেন্সিলের দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. 3 মি.মি.= _____ সে.মি.

জানো কি?

1 মি.মি. $= \frac{1}{10}$ সে.মি.

2 মি.মি. $= \frac{2}{10}$ সে.মি.

রবির পেন্সিলের দৈর্ঘ্য = 7 সে.মি. 2 মি.মি.

$= 7\frac{2}{10}$ সে.মি.. = 7.2 সে.মি.

সেইরকম শরতের পেন্সিলের দৈর্ঘ্য = 8 সে.মি. 3 মি.মি.

$= 8\frac{3}{10}$ সে.মি. = 8.3সে.মি.

পূর্ব শ্রেণিতে আমরা দশমিক সংখ্যায় প্রত্যেক অঙ্কের স্থানীয় মান সম্পর্কে আলোচনা করেছি।

2.35 হচ্ছে একটি দশমিক সংখ্যা, এই সংখ্যার একক স্থানে আছে 2 দশাংশ স্থানে আছে 3 ও শতাংশের স্থানে আছে 5।

2.35 এর একক স্থানে আছে 2 তাই 2 এরমূল্য ২ একক বা 2

দশাংশর স্থানে আছে 3 তাই 3-এর মূল্য 3 দশাংশ বা $\frac{3}{10}$

শতাংশের স্থানে আছে 5 তাই 5-এর মূল্য 5 শতাংশ বা $\frac{5}{100}$

জানো কি?

2.35 কে দুই দশমিক তিন পাঁচ ভাবে পড়া হয়।

2.35 কে বিস্তারিতরূপে লিখলে–

$$2.35 = 2 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100}$$

λ স্থানীয় মান সারণী ব্যবহার করে দশমিক সংখ্যাকে লিখব।

2.35 কে স্থানীয় মান সারণী ব্যবহার করে দশমিক কীভাবে লেখা যাবে? লক্ষ করো:

একক	দশাংশ	শতাংশ
2	3	5

তুমি 24.57 কে উভয় বিস্তারিত রূপে ও স্থানীয় মান সারণী ব্যবহার করে লেখো।

অভ্যাস কার্য 6.1

1. নিম্নলিখিতগুলিকে দশমিকে লেখো।

শতক 100	দশক 10	একক 1	একক $\frac{1}{10}$
2	3	4	5
	1	5	7
1	0	0	3
		3	7

2. খালিস্থান পূরণ করো।

(ক) 23 সে.মি. 5 মি.মি. = ________সে.মি   (খ) 55 মি.মি. = ________সে.মি

2. নিম্ন সারণির খালিস্থান পূরণ করো।

সংখ্যার বিস্তারিত রূপ	সাধারণ ভগ্নসংখ্যা	দশমিক ভগ্নসংখ্যা
2 এক 3 দশাংশ	$2\frac{3}{10}$	2.3
3 দশ 5 এক 7 দশাংশ		
7 এক 5 দশাংশ		
	$8\frac{3}{10}$	
		2.3
	$15\frac{2}{7}$	
		2.3

উদাহরণ -1

নিম্নসংখ্যাগুলোকে স্থানীয় মান অনুযায়ী বিস্তৃত (বিস্তারিত) প্রণালীতে লেখো।

(ক) 20.5 (খ) 31.57

সমাধান:

সংখ্যা	দশ(10)	এক(1)	দশাংশ	শতাংশ
20.5	2	0	5	
31.57	3	1	5	7

উদাহরণ-2

নিম্নে বিস্তৃত প্রণালীতে লেখা সংখ্যাগুলোকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করো।

(ক) তিন এক এবং পাঁচ দশাংশ

(খ) দুই দশ চার এক ছয় দশাংশ

সমাধান:

(গ) তিন এক এবং পাঁচ দশাংশ

$$= 3+\frac{5}{10}=3.5$$

(ঘ) দুই দশ চার এক ছয় দশাংশ

$$= 20+4+\frac{6}{10}=24.6$$

বলো দেখি:

দুই দশ ছয় দশাংশ কে দশমিকে লিখলে কোন সংখ্যা হবে?

6.2. ভগ্নসংখ্যাকে দশমিক সংখ্যায় পরিবর্তন

আমরা জানলাম কীভাবে 10, 100 কিম্বা 1000 হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যাকে দশমিক সংখ্যায় পরিণত করতে হয়।

এসো একটি ভগ্নসংখ্যার হর যদি 10 ভিন্ন অন্য সংখ্যা যথা 2, 5 হয়ে থাকে তবে উক্ত ভগ্ন সংখ্যাকে দশমিক সংখ্যায় কীভাবে পরিণত করতে হয়, এক উদাহরণের মাধ্যমে বুঝব।

(ক) $\frac{11}{5}=\frac{22}{10}$ (১০ হরবিশিষ্ট সমভগ্নসংখ্যার পরিণত করা হল)

$=2\frac{2}{10}$ (মিশ্র সংখ্যায় পরিণত করা হল)

$=2+\frac{2}{10}=2.2$

(খ) $\frac{105}{2}=\frac{105\times5}{2\times5}=\frac{525}{10}$ (১০ হরবিশিষ্ট সমভগ্নসংখ্যার পরিণত করা হল)

$=52\frac{5}{10}=52+\frac{5}{10}$

$=50+2+\frac{5}{10}=52.5$

জানো কি?

দশমিক সংখ্যা হচ্ছে ভগ্নসংখ্যার অন্য এক রূপ। যে ভগ্নসংখ্যার হর 10 বা 100 বা 1000 সংখ্যা হয়ে থাকে তাকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করা যাবে।

নিম্ন ভগ্নসংখ্যাগুলিকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করো।

$\frac{3}{2}, \frac{4}{5}, \frac{17}{5}$

6.2.1. দশমিক ভগ্নসংখ্যায় প্রকাশিত সংখ্যাকে সাধারণ ভগ্নসংখ্যায় পরিবর্তন

10, 2 ও 5 হরবিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যাকে কীভাবে দশমিক সংখ্যায় পরিবর্তন করা যাবে সেটা আমরা জানলাম, এখন দশমিক সংখ্যাকে কীভাবে সাধারণ ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করা যেতে পারবে।

নিম্ন উদাহরণগুলি লক্ষ করো

(ক) $1.2=1+\frac{2}{10}=1\frac{2}{10}=\frac{12}{10}$

(খ) 13.57

13.57 কে স্থানীয় মান সারণীতে লিখব।

দশ (10)	এক (1)	দশাংশ	শতাংশ
1	3	5	7

এখানে দশকের স্থানে 1 আছে তাই 1-এর স্থানীয় মান হচ্ছে একাদশ বা 10

এককের স্থানে 3 আছে তাই 3-এর স্থানীয় মান হচ্ছে তিন এক বা 3

দশাংশের স্থানে 5 আছে তাই 5-এর স্থানীয় মান হচ্ছে পাঁচ দশাংশ বা $\frac{5}{10}$

শতাংশের স্থানে 7 আছে তাই 7-এর স্থানীয় মান হচ্ছে সাত শতাংশ বা $\frac{7}{100}$

একে এভাবে লেখা যেতে পারা যাবে। -

$$13.57 = 10 + 3 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100}$$
$$= 13 + \frac{57}{100} = 13\frac{57}{100} = \frac{1357}{100}$$

অভ্যাস কার্য 6.2

1. নিম্ন ভগ্নসংখ্যাগুলিকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করো।

(ক) $\frac{7}{10}$ (খ) $\frac{7}{100}$ (গ) $\frac{11}{100}$ (ঘ) $\frac{135}{100}$

(ঙ) $\frac{27}{5}$ (চ) $\frac{16}{5}$ (ছ) $\frac{35}{2}$

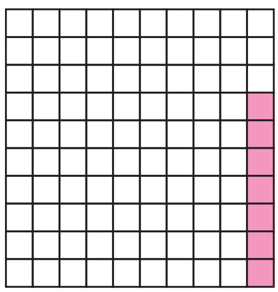
2. নিম্ন দশমিক সংখ্যাগুলি সাধারণ ভগ্নসংখ্যায় প্রকাশ করো।

(ক) 12.3 (খ) 17.53 (গ) 8.23 (ঘ) 31.7

6.3. দশমিক সংখ্যায় তুলনা

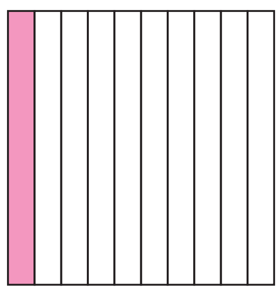
এখন তুমি বলতে পারবে কি 0.07 ও 0.1 এর মধ্যে কোনটা বড় দশমিক সংখ্যা?

নিম্ন প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।



$0.07 = \frac{7}{100}$

- 0.07 কে সাধারণ ভগ্নসংখ্যায় প্রকাশ করো
- 0.1 কে সাধারণ ভগ্নসংখ্যায় প্রকাশ করো
- উভয় ক্ষেত্রে ভগ্নসংখ্যার হরকে সমহরে পরিণত করলে কী হবে?
- সমহর বিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যাদ্বয়ের লবদ্বয়কে লেখো।
- দুটির মধ্যে তুলনা করলে কোন ভগ্নসংখ্যাটি বৃহত্তর হবে?



$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

বর্তমান দত্ত প্রশ্নের উত্তরগুলো একত্র লিখে সমাধান করব।

$$0.07 = \frac{7}{100} \text{ এবং } 0.1 = \frac{1}{10}$$

0.07এবং 0.1-এর সাধারণ ভগ্নসংখ্যাকে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করলে যথাক্রমে $\frac{7}{100}$ এবং $\frac{10}{100}$ হবে।

বর্তমান দেখলাম $\frac{10}{100} > \frac{7}{100}$ হবে

অর্থাৎ 0.1 > 0.07 হবে।

জানো কি?

0.1 > 0.07 কে 0.07 < 0.1 ভাবে লেখা হয়। সেই রকম 0.1 > 0.01 > 0.001 কে 0.001 < 0.01 < 0.1 ভাবে লেখা হয়।

অভ্যাস কার্য 6.3

1. প্রত্যেক ক্ষেত্রে দুটি দশমিক সংখ্যাকে চিত্রে দেখতে ও বড় সংখ্যাটি চেনাও।

   (ক) 0.47 ও 0.3 (খ) 0.5 ও 0.05 (গ) 1.5 ও 0.68

2. প্রত্যেক ক্ষেত্রে থাকা দশমিক সংখ্যার মধ্যে কোন্‌টা বড়?

   (ক) 0.93 এবং 0.093 (খ) 1.1 এবং 1.01

   (গ) 0.83 এবং 0.038 (ঘ) 1.5 এবং 1.50

   (ঙ) 0.099 এবং 0.19

3. তোমার মন থেকে যে কোনো দুটি দশমিক সংখ্যা নাও এবং সে দুটির মধ্যে বড় সংখ্যাটি বাছ। তুমি বড় সংখ্যাটি কীভাবে চিহ্নিত করলে লেখো।

6.4. দশমিক সংখ্যার ব্যবহার

6.4.1. টাকা পয়সার হিসেবে দশমিক সংখ্যা

আমরা জানি 100 পয়সায় এক টাকা হয়

অতএব 1 পয়সা = $\frac{1}{100}$ টাকা = 0.01 টাকা

তাই 65 পয়সা = $\frac{65}{100}$ টাকা৷ = 0.65 টাকা

এবং 5 পয়সা = $\frac{5}{100}$ টাকা = 0.05 টাকা

এখন বলতে পারবে কি 207 পয়সা = কত টাকা?

207 পয়সা = 2 টাকা 7 পয়সা = 2.07 টাকা

জানো কি?

এক পয়সা-কে টাকায় প্রকাশ করলে .01 টাকা হবে, কিন্তু 10 পয়সাকে টাকায় 0.10টাকা লেখা হয়। তাই 0.10 বা 0.1 > 0.01

উত্তর লেখ- টাকায় পরিণত করো।

(a) 2 টাকা 5 পয়সা (b) 2 টাকা 50 পয়সা

(c) 20 টাকা 17 পয়সা (d) 21 টাকা 75 পয়সা

6.4.2. দৈর্ঘ্যর মাপে দশমিক সংখ্যা:

আমরা জানি 100 সে.মি. = 1 মিটার

1 সে.মি. = $\frac{1}{100}$ মিটার = 0.01 মিটার

তাই 56সে.মি. = $\frac{56}{100}$ মিটার = 0.56 মিটার

এখন বলতে পারবে কি 156 সে.মি. কত মিটার?

156 সে.মি. = 100 সে.মি. + 56 সে.মি.

= 1 মি.+$\frac{56}{100}$ মিটার

= 1.56 মিটার

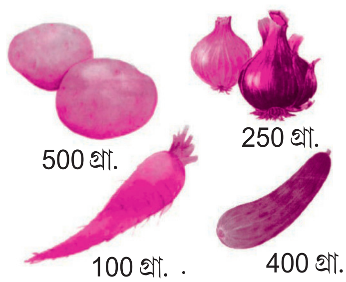
দশমিক সংখ্যায় পরিণত করো।

(ক) 4 মি.মি-কে সে.মি. তে প্রকাশ করো। (খ) 7সে.মি 5 মি.মি.-কে সে.মি. তেপ্রকাশ করো।

(গ) 52 মিটার-কে কি. মি.তে প্রকাশ করো। (ঘ) 152 মিটারকে কি.মি.-তে প্রকাশ করো।

6.4.3. ওজন মাপে দশমিক সংখ্যা

সুব্রত বাজার থেকে 500 গ্রাম আলু, 250 গ্রাম, পেঁয়াজ, 400 গ্রাম শসা ও 100 গ্রাম গাজর আনল। সে মোট কত ওজনের আনাজ আনল?



এসো মোট ওজন জানতে ওর আনা আনাজের ওজনকে যোগ করব।

500 গ্রা. + 250 গ্রা. + 400 গ্রা. + 100 গ্রা. = 1250 গ্রা.

আমরা জানি 1 কি.গ্রা. = 1000 গ্রা.

বা 1000 গ্রা. = 1 কি.গ্রা.

তাই 1250 গ্রা. = 1000 গ্রা. + 250 গ্রা.

= 1 কি.গ্রা. + $\frac{250}{1000}$ কি.গ্রা.

= 1 কি.গ্রা. + 0.250 কি.গ্রা. = 1.250 কি.গ্রা.

অর্থাৎ সে মোট 1.250 কি.গ্রা. ওজনের আনাজ আনল।

আমরা জানি 1000 গ্রাম = 1 কি.গ্রা.

1 গ্রাম = $\frac{1}{1000}$ কি.গ্রা. = 0.001 কি.গ্রা.

18 গ্রাম $= \frac{18}{1000}$ কি.গ্রা. = 0.018 কি.গ্রা.

2350 গ্রাম $= \frac{2350}{1000}$ কি.গ্রা. $= \left(2 + \frac{350}{1000}\right)$ কি.গ্রা.

= 2 কি.গ্রা.+ 0.350 কি.গ্রা. = 2.350 কি.গ্রা.

এখন বলতে পারবে কি, 2 কি.গ্রা. 9 গ্রাম কত কি. গ্রা.র সঙ্গে সমান?

2 কি.গ্রা. 9 গ্রাম = 2 কি.গ্রা. + $\frac{9}{1000}$ কি.গ্রা.

$= \left(2 + \frac{9}{1000}\right)$ কি.গ্রা.

= 2.009 কি.গ্রা.

দশমিক সংখ্যায় পরিণত করো।

(ক) 456 গ্রামকে কি.গ্রা.তে পরিণত করো।

(খ) 2015 গ্রামকে কিগ্রাতে পরিণত করো।

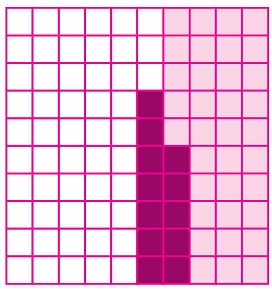
(গ) 3 কি.গ্রা. 25 গ্রামকে কিগ্রা-তে পরিণত করো।

6.5 দশমিক সংখ্যার যোগ

দশমিক সংখ্যার যোগ সম্বন্ধীয় কিছু উদাহরণ দেখব।

উদাহরণ -1 0.35 ও 0.12 এর যোগফল স্থির করো।

সমাধান : এসো 100টি ঘর থাকা একটি চিত্র তৈরি করব।



- এই চিত্রে দশমিক 0.35কে একটি রঙে রাঙাব।
  0.35 অর্থ $\frac{35}{100}$ বা 100 ভাগের 35 ভাগ
- এখন সেইরকম 0.12 কে অন্য একটি রঙে রাঙাব।
- চিত্র দেখে বলো মোট কয়টি ঘরে রং দেওয়া হয়েছে।
- লক্ষ করো, 100টি ঘরের মধ্যে 47 টি ঘরে রং দেওয়া হয়েছে। অর্থাৎ সাধারণ ভগ্নসংখ্যায় একে $\frac{47}{100}$ লেখা হবে ও দশমিক সংখ্যায় 0.47 লেখা হবে।

নিম্ন সারণী দেখো, এখানে দশমিক সংখ্যা দুটিকে স্থানীয় মান অনুযায়ী তলায় তলায় লেখা হয়েছে।

সংখ্যা	এক	দশাংশ	শতাংশ
0.35 →	0	3	5
0.12 →	0	1	2
যোগফল →	0	4	7

0.35 এ 3 এর স্থানীয় মান 3 দশাংশ ও 5 এর স্থানীয় মান 5 শতাংশ।

সেইরকম 0.12 তে 1 এর স্থানীয় মান 1 দশাংশ ও 2 র স্থানীয় মান 2 শতাংশ

$\therefore$ 0.35 + 0.12 = 0.47

উদাহরণ - 2 বর্তমান 0.63 ও 1.581 এর যোগফল স্থির করতে পারবে কি?

সমাধান:

সংখ্যা	এক	দশাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
0.63 →	0	6	3	0
1.581 →	1	5	8	1
যোগফল →	2	2	1	1

জানো কি?

0.63 কে ও 0.630 লেখা হয়। উভয়ের মূল্য সমান। কারণ কী?

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল 0.63 + 1.581 = 2.211

আমরা কী জানলাম?

যে দশমিক সংখ্যাগুলোকে যোগ করতে বলা হয়, সেগুলি প্রথমে স্থানীয় মান অনুয়ায়ী তলায় তলায় লেখা হয়। তার পরে স্বাভাবিক সংখ্যাদের মতো যোগ করতে হয়।

উদাহরণ -3

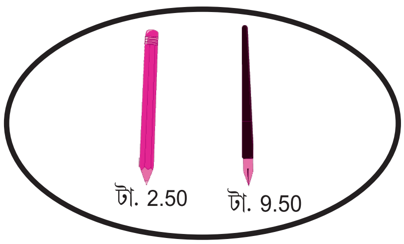
মিহির একটা পেন্সিল ও পেনকে যথাক্রমে 2.50 টাকা এবং 9.50 টাকায় কিনল। তাহলে সে মোট কত টাকা খরচ করেছিল?

সমাধান: কলমের দাম = টা. 9.50

পেন্সিলের দাম = টা. 2.50

মোট টাকা = টা. 9.50 + টা. 2.50

= 12.00 টাকা।



উদাহরণ ৪ :

স্যামসন 5 কি.মি 52 মিটার বাসে এবং 2 কি মি 265 মিটার কারে গিয়ে একস্থানে পৌঁছল। সে মোট কত কিলোমিটার রাস্তা অতিক্রম করল?

সমাধান: বাসে অতিক্রম করা রাস্তা = 5কিমি. 52 মি.

= 5.052 কি.মি.

কারে অতিক্রম করা রাস্তা = 2 কিমি 265 মি.

= 2.265কিমি

মোট অতিক্রম করা রাস্তা = (5.052 + 2.265)কিমি

= 7.317কিমি

অভ্যাস কার্য 6.4

1. প্রত্যেক ক্ষেত্রে যোগফল নির্ণয় করো।

   (ক) 8.5 + 0.03

   (খ) 15 + 12.5 + 0.523

   (গ) 0.75 + 10.531 + 3.7

2. মমতার জন্মদিনে তাকে বাবা 15.50 টাকা ও মা 23.75 টাকা দিলেন। উভয়ে বাবা ও মা মিশে মমতাকে কত টাকা দিলেন?

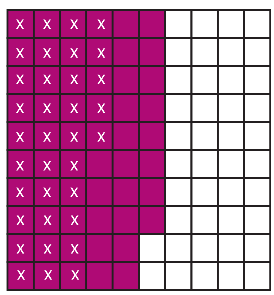
3. আক্‌মল্ প্রতিদিন সকালে 2 কিমি 35 মি ও সন্ধ্যেবেলায় 1 কিমি 7 মি. রাস্তা হাঁটে। তাহলে প্রতিদিন সে মোট কত রাস্তা হাঁটে?

4. সঞ্জয় সরকারি রেশন দোকান থেকে 5 কিগ্রা 400 গ্রা. চাল, 2 কিগ্রা. 50 গ্রা চিনি ও 10 কি.গ্রা. 750 গ্রা গম কিনল। সে মোট কত ওজনের জিনিস কিনল?

6.6. দশমিক সংখ্যার বিয়োগ:

0.58 থেকে 0.35 বিয়োগ করে বিয়োগফল স্থির করো।

- এসো প্রথমে 0.58 কে চিত্রে দেখাব। 0.58 কে সাধারণ ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করলে $\frac{58}{100}$ হবে। এর অর্থ হচ্ছে 100 ভাগের 58 ভাগ। নিম্ন চিত্রে এটাকে রং দিয়ে দেখানো হয়েছে।
- এবার তার থেকে 0.35 বিয়োগ করব। 0.35 বা $\frac{35}{100}$ এর অর্থ হচ্ছে 100ভাগের 35ভাগ।
- আগে থেকে রং দেওয়া 58 টি ঘর থেকে 35 টি ঘর কে (x) চিহ্ন দেওয়া হয়েছে, বাকি থাকা রঙিন ঘরের সংখ্যা কত?



- বাকি থাকা 23 টি রঙিন ঘরকে সাধারণ ভগ্নসংখ্যায় প্রকাশ করলে $\frac{23}{100}$ হবে। একে দশমিক সংখ্যায় 0.23 ভাবে লেখা হয়।

এসো সংখ্যা দুটিকে তলায় তলায় স্থানীয় মান সারণীতে লিখব। নীচের স্থানীয় মান সারণীটি দেখো।

সংখ্যা		এক	দশাংশ	শতাংশ
0.58	→	0	5	8
0.35	→	0	3	5
বিয়োগফল	→	0	2	3

$\therefore$ 0.58 - 0.35 = 0.23।

উদাহরণ - 2 : 3.5 থেকে 1.74 বিয়োগ করো।

সংখ্যা		এক	দশাংশ	শতাংশ
3.5	→	3	5	0
1.74	→	1	7	4
বিয়োগফল	→	1	7	6

3.5 - 1.74 = 1.76

উদাহরণ - 3 :

রামের কাছে 7.75 টাকা ছিল। তার থেকে 5.25 টাকার চকোলেট কিনল। তারপরে অবশিষ্ট কত টাকা রইল ?

সমাধান: রামের কাছে থাকা টাকা = 7.75 টাকা

চকোলেট কিনে খরচা হল = 5.25 টাকা

অবশিষ্ট টাকার পরিমাণ = 7.75 টাকা - 5.25 টাকা

= 2.50 টাকা

উদাহারণ - 4

নীহার 5 কিগ্রা 200 গ্রাম ওজনের একটা তরমুজ কিনে তার থেকে 2 কিগ্রা 750 গ্রাম তরমুজ প্রতিবেশীকে দিয়েছিল। অবশিষ্ট কত ওজনের তরমুজ নীহারের কাছে রইল ?

কেনা তরমুজ এর ওজন = 5.200 কিগ্রা

প্রতিবেশীকে দেওয়া তরমুজের ওজন = 2.750 কিগ্রা

কাছে থাকা তরমুজের ওজন = 5.200 কিগ্রা - 2.750 কিগ্রা

= 2.450 কিগ্রা

∴ নীহারের কাছে থাকা তরমুজ খণ্ডের ওজন 2.450 কিগ্রা

অভ্যাস কার্য 6.5

1. বিয়োগ করো

(ক) 18.50 টাকা থেকে 5.75 টাকা

(খ) 105.58 মি. থেকে 97.65 মি.

(গ) 6.725 কিগ্রা. কে 9.950 কিগ্রা. থেকে

2. কবিতা 33.65 টাকা মূল্যের একটা বই কিনে দোকানদারকে 500 টাকা দিল। দোকানদার কবিতাকে কত ফেরাবে?

3. টিনার কাছে 10 মি 5 সেমি. র একটা কাপড় ছিল। তার থেকে 4 মি. 50 সেমি. কাপড়ের একটা বেডশিট তৈরি করল। তার কাছে আর কতটা কাপড় রইল?

4. এক দিনের ওড়িশার ছটি শহরের তাপমাত্রা নিম্ন সারণীতে দেওয়া হয়েছে।

শহর	তাপমাত্রা
ভুবনেশ্বর	$39.8^{0}C$
সম্বলপুর	$45.6^{0}C$
মালকানগিরি	$48.1^{0}C$
টিটিলাগড়	$48.4^{0}C$
কেন্দুঝর	$35.6^{0}C$
পুরী	$34.4^{0}C$

- কোন্ শহরের তাপমাত্রা সর্বাধিক ও কোন্ শহরের সর্বনিম্ন?
- ভুবনেশ্বরের তাপমাত্রা পুরীর তাপমাত্রার চেয়ে কত বেশি?
- মালকানগিরির তাপমাত্রা কেন্দুঝরের তাপমাত্রা থেকে কত বেশি?
- টিটিলাগড়ের তাপমাত্রা মালকানগিরির তাপমাত্রার চেয়ে কত বেশি?

তুমি এ ধরনের কয়েকটি প্রশ্ন তৈরি করো এবং তোমার বন্ধুকে তার উত্তর লেখার জন্য বলো।

সপ্তম অধ্যায়

ব্যবসায়িক গণিত

7.1 অনুপাত

7.1.1 আমরা যা জানি:

বাড়িতে মা কীভাবে চা করেন, সেটা তোমরা সবাই জানো। জল, দুধ, চিনি, ও চা দিয়ে চা করা হয়। কোনো দিন চা খুব ভালো হয়, আবার কোনোদিন চা অত ভালো হয় না। তার কারণ যতটা পরিমাণ যে জিনিস মেশাবার কথা তা হয়ে ওঠে না, সেই রকম নেমন্তন্ন বাড়িতে পায়েস তৈরিতে দুধ, চাল, আমুল ইত্যাদি ঠিক ভাগ মাপে না পড়লে পায়েসটা স্বাদপূর্ণ হয় না। তাই কোন্‌টা কতটা ভাগে মিশবে সেটা জানা আবশ্যক। এই রকম দৈনন্দিন জীবনে কিছু ঘটনা ঘটে, যে ঘটনায় আমাদের বিভিন্ন বস্তুকে তুলনা করার আবশ্যক হয়। তুমি এইরূপ কিছু ঘটনার উদাহরণ দাও।

7.1.2 দুটি মাপের মধ্যে তুলনা


নিজে করে দেখো

- তোমার শ্রেণীর ছেলে ও মেয়েদের সংখ্যার মধ্যে তুলনা করো।
- শ্রেণীগৃহের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মধ্যে তুলনা করো।
- ব্ল্যাক বোর্ডের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মধ্যে তুলনা করো।
- দুটো ছেলের ওজনের মধ্যে তুলনা করো।

❖ অনেক সময় দুটি পরিমাণের মধ্যে তুলনা করতে হয়।

তুলনা করার প্রথম প্রণালী

দুটি পরিমাণের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করে, একটা অন্যের চেয়ে কত বেশি বা কত কম, জানা যায়। দুটি পরিমাণের মধ্যে থাকা বেশি কম সম্পর্কের মাধ্যমে উক্তপরিমাণ দুটিকে তুলনা করা হয়।

21মি. – 7 মি. = 14মি.

21মি. দীর্ঘ কাপড়টি 7মি. কাপড় থেকে 14মি. বেশি বলে বলা হয়।

এটা হল বিয়োগ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে তুলনা।

তুলনা করার দ্বিতীয় প্রণালী

দুটি পরিমাণের মধ্যে বেশি থাকা পরিমাণকে কম থাকা পরিমাণ দ্বারা ভাগ করে, প্রথমটি দ্বিতীয়টির কতগুণ (বা দ্বিতীয়টি প্রথমের কত অংশ) জানা যায়। কত গুণ বা কত অংশ সম্পর্ক দ্বারা পরিমাণ দুটিকে তুলনা করা হয়।

21 মি. ÷ 7 মি. = 3

21মি. দীর্ঘ কাপড়টি 7 মি. দীর্ঘ কাপড়েব 3 গুণ বলে বলা হয়।

এএটা হল ভাগ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে তুলনা।

7.1.3 দুটি মাপের মধ্যে অনুপাত

বর্ণিত দুই প্রকার তুলনার মধ্যে দ্বিতীয় প্রণালীর ক্ষেত্রে অর্থাৎ ভাগক্রিয়ার দ্বারা তুলনা পদ্ধতিতে তুলনার ফলাফলকে কীভাবে প্রকাশ করা হয় সেটা লক্ষ করো।

(ক) তোমার ও তোমার বন্ধুর ওজন যথাক্রমে 32 কিগ্রা ও 30 কিগ্রা।

তাহলে তোমার ওজন ও তোমার বন্ধুর ওজনের অনুপাত 32 ÷ 30 বা $\frac{32}{30} = \frac{16}{15}$ বা 16:15 16:15 কে 16 অনুপাত 15 বলে বলা হয়।

(খ) একটি শ্রেণীতে ১৫ জন বালক ও ১৮ জন বালিকা পড়ে। তাই বালক বালিকার সংখ্যার অনুপাত হচ্ছে $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$ বা 5 : 6, একে 5 অনুপাত 6 বলে পড়া হয়।

উপরোক্ত উদাহরণ দুটি থেকে আমরা জানলাম—

- **অনুপাতের সূচনার জন্য ':' চিহ্ন ব্যবহৃত হয়।**
- **অনুপাতে দুটি পদ থাকে। অনুপাতে থাকা প্রথম পদকে 'পূর্বপদ' এবং দ্বিতীয় পদকে 'পরপদ' বলা হয়।**
- **একটি অনুপাত দুটি সংখ্যাকে নিয়ে গঠিত এক ভগ্নসংখ্যা। ভগ্নসংখ্যার অন্যরূপ হচ্ছে অনুপাত।**

দুটি মাপের তুলনা করার সময় একটি মাপ অন্য মাপের কত ভাগ বা কত অংশ আমরা সেটা বলি। মাপ দুটি সমজাতীয় হয়ে থাকলে অনুপাতে কোনো একক থাকবে না।

সমজাতীয় মাপগুলি একত্র করে লেখো।

20 লিটার, 72 গ্রাম, 30 টাকা, 40 ঘণ্টা

80 পয়সা, 120 ডেসিগ্রাম, 100 মিলি, 108 মিনিট।

সমজাতীয় মাপগুলি তুলনা করার সময়, তাদের একটি মাপ এককে প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ দুটি ওজনের মাপের তুলনার সময় উভয়কে কিগ্রা বা উভয়কে গ্রামে প্রকাশ করা হয়। ভিন্ন মাপেরও কিছু ক্ষেত্রে তুলনা করা হয়। যথা দূরত্ব ও সময়ের অনুপাত নিয়ে বেগ নির্ণয় করা হয়।

দত্ত মাপ দুটির মধ্যে তুলনা করো (অনুপাতে প্রকাশ করো)

যেমন 120কিগ্রা ও 40 কিগ্রার অনুপাত = 120 : 40 = 3 : 1

(ক) 108 মি. ও 72মি.

(খ) 30 ঘণ্টা ও 80 ঘণ্টা

(গ) 72 লি. ও 100 লি.

নিম্নে দেওয়া সংখ্যা জোড়াদের মধ্যে থাকা অনুপাত লেখো ও তাকে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করো।

(ক) 33 ও 55

(খ) 125 ও 175

(গ) 108 ও 60

(ঘ) 27 ও 108

জানো কি?

দুটি মাপের মধ্যে অনুপাত নির্ণয় করার সময় দ্বিতীয়টি (0) শূন্য না হওয়া উচিত।

এসো নিম্ন উদাহরণগুলি লক্ষ করব।

উদাহরণ : 1

গোবিন্দর কাছে 50 পয়সা আছে ও হরির কাছে 2 টাকা আছে। গোবিন্দ ও হরির কাছে থাকা টাকা পয়সার অনুপাত কত?

সমাধান:

গোবিন্দর কাছে আছে 50 পয়সা, হরির কাছে আছে 2 টাকা বা 200 পয়সা

$$\frac{\text{গোবিন্দর পয়সা}}{\text{হরির পয়সা}} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$$

গোবিন্দর পয়সা : হরির পয়সা = 1 : 4

∴ গোবিন্দ ও হরির কাছে থাকা টাকাপয়সার অনুপাত হচ্ছে 1 : 4 ।

উদাহরণ-2

সীতা ও গীতার কাছে থাকা কুলের সংখ্যা 60। সীতার কাছে থাকা কুল ও গীতার কাছে থাকা কুলের অনুপাত 8 : 7 হলে, কার কাছে কটা কুল আছে?

সমাধান:

সীতা

সীতার কাছে থাকা কুলের সংখ্যা = 8 গুণ

গীতার কাছে থাকা কুলের সংখ্যা = 7গুণ

সীতা + গীতার কাছে থাকা কুলের সংখ্যা = 8 গুণ +7 গুণ = 15 গুণ

মোট 15গুণে 60 টা কুল

1 গুণে $60 \div 15 = 4$ টে কুল

তাই সীতার কাছে থাকা কুলের সংখ্যা = 8 X 4 = 32

গীতার কাছে থাকা কুলের সংখ্যা = 7 X 4 = 28

∴ সীতার কাছে 32 টি ও গীতার কাছে 28টি কুল আছে।

গীতা

আর এক প্রণালী:

সীতা ও গীতার কুলের অনুপাত = 8:7

যদি সীতার কুলের সংখ্যা 8হয় তবে গীতার কুলের সংখ্যা 7 হবে।

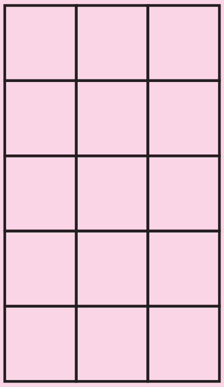
মোট কুলের সংখ্যা হবে $8+7=15$

মোট কুলের সংখ্যা 15র বেলায় সীতার কুলের সংখ্যা 8

মোটা কুলের সংখ্যা 1 হলে সীতার কুলের সংখ্যা $= \frac{8}{15}$

মোট কুলের সংখ্যা 60 হলে সীতার কুলের সংখ্যা $= \frac{8}{15} \times 60 = 8 \times 4 = 32$

গীতার কুলের সংখ্যা $= 60 - 32 = 28$



প্রদত্ত চিত্রের মতো একটি চিত্র তোমার খাতায় অঙ্কন করো। এর $\frac{4}{5}$ অংশে (*) চিহ্ন দাও। কিছু ঘরে (*) চিহ্ন দিয়ে এখন (*) চিহ্ন দেওয়া ঘরের মধ্যে $\frac{2}{3}$ অংশকে রং দাও। কটা ঘরে রং দিলে? উভয় রং দেওয়া ও (*) চিহ্ন থাকা ঘরের সংখ্যা কত? এটা মোট ঘরের সংখ্যার কত অংশ? পাওয়া ভগ্নসংখ্যাকে আমরা $\frac{4}{5}$ এর $\frac{2}{3}$ বা $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ বলে লিখতে পারব।

অভ্যাস কার্য 7.1

1. দত্ত মাপদ্বয়ের মধ্যে অনুপাত নির্ণয় করো

(ক) 600 গ্রাম ও 20 গ্রাম (খ) 500 গ্রাম ও 2 কিগ্রা.

(গ) 25 পয়সা ও 1 টাকা (ঘ) 20 মিনিট ও 5 ঘণ্টা

ঙ) 15 মিটার ও 90 সেমি.

2. একটি শ্রেণীর বালকের সংখ্যা 40 ও বালিকার সংখ্যা 25 হলে-

(ক) বালক ও বালিকার সংখ্যার অনুপাত কত?

(খ) বালিকা ও বালক সংখ্যার অনুপাত কত?

(গ) বালকের সংখ্যা ও মোট ছেলের সংখ্যার অনুপাত কত?

(ঘ) আরও 15 জন বালক শ্রেণীতে নাম লেখানোর পর বালকের সংখ্যা ও বালিকার সংখ্যার অনুপাত কত হবে?

3. একটি বিদ্যালয়ে শিক্ষকের সংখ্যা 28 ও ছাত্র সংখ্যা 1176। সেই বিদ্যালয়ে শিক্ষক ও ছাত্র সংখ্যার অনুপাত কত?

4. হরি 5 ঘণ্টায় 17 কিমি রাস্তা যায় ও রাম 3 ঘণ্টায় 34 কিমি রাস্তা যায়। ঘণ্টা প্রতি বেগের অনুপাত কত?

5. রাম ও শ্যামের ঘণ্টা প্রতি বেগের অনুপাত 3:5। রাম 5 ঘণ্টায় $22\frac{1}{2}$ কি.মি রাস্তা যায়। শ্যামের ঘণ্টা প্রতি বেগ কত?

6. শাকিলা এক সপ্তাহে 1008 টাকা ব্যয় করে ও প্রত্যেক দিন 216 টাকা আয় করে। তার দৈনিক আয় ও ব্যয়ের অনুপাত নির্ণয় করো।

7.2 সমানুপাত

7.2.1. অনুপাত ও সমানুপাতের মধ্যে সম্পর্ক

নীচে দেওয়া উদাহরণ লক্ষ করো।

5 টি কলমের দাম 45 টাকা ও 8 টি খাতার দাম 72 টাকা।

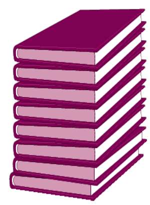
কলম সংখ্যা ও খাতার সংখ্যার মধ্যে থাকা অনুপাত = 5 : 8

কলমের দাম ও খাতার দামের মধ্যে থাকা অনুপাত = 45 : 72 বা 5 : 8

($\frac{45}{72} = \frac{5}{8}$ হেতু অনুপাত হল 5 : 8)

আমরা দেখলাম কলম ও খাতার অনুপাত = তাদের দামের অনুপাত

অর্থাৎ 5 : 8 = 45 : 72



একে আমরা নিম্ন মতেও লিখি 5 : 8 : : 45 : 72

আমরা বলি 5, 8, 45 ও 72 সমানুপাতী।

দুটি অনুপাতের মাঝে থাকা (=) চিহ্নকে '::' ভাবে লেখা হয়।

এই রকম দুটি অনুপাতের সমান তাকে একটি সমানুপাত বলে বলা হয়।

দুটি সংখ্যার অনুপাত অন্য দুটি সংখ্যার অনুপাতের সঙ্গে সমান হলে, চারটি সংখ্যাকে সমানুপাতে আছে বলে বলা হয়।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে কী জানলাম?

- '::' চিহ্নকে সমানুপাতের চিহ্ন ভাবে ব্যবহার করা হয়।
- '::' চিহ্নকে পড়ার সময় 'সমান' বলে পড়া হয়।

উপরে আলোচিত সমানুপাতকে আমরা 5 : 8 = 45 : 72 অথবা 5 : 8 : : 45 : 72 ভাবে লিখতে পারি।

7.2.2. সমানুপাত সম্পৃক্ত কিছু পদ:

একটি সমানুপাতে থাকা প্রথম অনুপাতের ‘পূর্বপদ’ ও দ্বিতীয় অনুপাতের ‘পর পদ’-কে সমানুপাতের **‘প্রান্তপদ’** বলা হয়। সেই রকম প্রথম অনুপাতের ‘পরপদ’ ও দ্বিতীয় অনুপাতের ‘পূর্বপদ’-কে সমানুপাতের **‘মধ্যপদ’** বলা হয়। পুনশ্চ দ্বিতীয় অনুপাতের ‘পরপদ’-কে **‘চতুর্থ সমানুপাতী’** বলা হয়।

5:8 = 45 : 72 সমানুপাতে 5 ও 72 ‘প্রান্তপদ’ এবং 8 ও 45 ‘মধ্যপদ’।

উপরোক্ত সমানুপাতে চতুর্থ সমানুপাতী হচ্ছে 72।

এদের মধ্যে প্রথম অনুপাতের সঙ্গে অন্য কোন্ অনুপাতটি একটি সমানুপাত গঠন করে সেটা বাছো ও ডান পাশে থাকা খালি ঘরে লেখো। প্রথম প্রশ্নের উত্তর লক্ষ করে অন্য প্রশ্নগুলির উত্তর লেখো।

(ক) 1 : 2, 3 : 4, 8 : 20, 8 : 16 — 1 : 2 : : 8 : 16

(খ) 3 : 4, 4 : 3, 30 : 40, 36 : 60 — ☐

(গ) 8 : 11, 16 : 22, 24 : 13, 11 : 18 — ☐

(ঘ) 10 : 21, 20 : 63, 30 : 63, 40 : 88 — ☐

(ঙ) 5 : 9, 20 : 18, 20 : 36, 15 : 36 — ☐

7.2.3. এক সমানুপাতের প্রান্তপদ ও মধ্যপদের মধ্যে সম্পর্ক:

5 : 6 : : 60 : 72 (60 : 72কে ভগ্নসংখ্যা রূপে নিয়ে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করলে $\frac{5}{6}$ পাব)

এই সমানুপাতে 5 ও 72 প্রান্তপদ এবং 6 ও 60 মধ্যপদ।

এসো দেখব এখানে প্রান্তপদ ও মধ্যপদের মধ্যে কী সম্পর্ক আছে?

প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = 5 x 72 = 360

মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল = 6 x 60 = 360

নিজে করে দেখ

নিম্ন সমানুপাতে প্রান্তপদ দুটির গুণফল ও মধ্যপদদ্বয়ের গুণফলের মধ্যে কী সম্পর্ক আছে?

- 1 : 2 : : 8 : 16
- 3 : 4 : : 54 : 72
- 5 : 9 : : 15 : 27

কী লক্ষ করছ লেখো।

আমরা জানলাম

প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল।

এসো নিম্ন উদাহরণগুলি লক্ষ করব।

উদাহরণ- 1 : 10, 20 , 30, 60 সংখ্যা চারটি সমানুপাতী কি?

সমাধান : 10 ও 20 এর অনুপাত = 10 : 20 = $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

30ও 60এর অনুপাত = 30 : 60 = $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$

তাই 10 : 20 = 30 : 60

$\therefore$ 10, 20, 30, 60 সমানুপাতী।

উদাহরণ- 2 : 4, 7, 8, 14 সংখ্যাগুলো সমানুপাতী কি?

সমাধান :

প্রথম প্রণালীতে সমাধান

4ও 7এর অনুপাত = 4 : 7= $\frac{4}{7}$

8ও 14এর অনুপাত = 8 : 14 = $\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$

তাই : 7= 8 : 14

4, 7, 8, 14 সমানুপাতী।

দ্বিতীয় প্রণালীতে সমাধান

প্রান্ত পদদ্বয়ের গুণফল 4 x 14 = 56

মধ্য পদদ্বয়ের গুণফল 7 x 8 = 56

প্রান্ত পদদ্বয়ের গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল

তাই 4 : 7 : : 8 : 14

4, 7, 8, 14 সমানুপাতী।

উদাহরণ- 3 : 190 : 76 : 10 : 4 সমানুপাতটি ঠিক না ভুল পরীক্ষা করো।

সমাধান : প্রথম অনুপাত = 190 : 76 = $\frac{190}{76} = \frac{10}{4}$

প্রথম অনুপাত = দ্বিতীয় অনুপাত

$\therefore$ তাই দত্ত অনুপাতটি সঠিক।

উদাহরণ - 4 একটি শ্রেণীতে বালক ও বালিকার সংখ্যার অনুপাত 23। বালিকার সংখ্যা হল 21। তাহলে বালকের সংখ্যা কত?

সমাধান :

বালক সংখ্যা: বালিকা সংখ্যা = 2:3

বালকের সংখ্যা 2 হলে বালিকার সংখ্যা 3

বালিকার সংখ্যা 3 হলে বালকের সংখ্যা 2

বালিকার সংখ্যা 1 হলে বালকের সংখ্যা $\frac{2}{3}$

বলিকার সংখ্যা 21 হলে বালকের সংখ্যা $\frac{2}{3} \times 21 = 14$

$\therefore$ বালকের সংখ্যা = 14

অভ্যাস কার্য 7.2

1. কোন্ সংখ্যা চারটি সমানুপাতী ?

   (ক) 10, 15, 20, 30 (খ) 15, 20,3, 5

   (গ) 35, 30, 105, 120 (ঘ) 18, 20, 90, 4

   (ঙ) 54, 72, 81, 108 (চ) 15, 18, 10, 20

2. যে সমানুপাতগুলো ঠিক, সেগুলো তোমার খাতায় লেখো।

   (a) 16 : 36 :: 12 : 27 (b) 12 : 18 :: 28 : 42

   (c) 21 : 6 :: 35 : 14 (d) 8 : 9 :: 24 : 27

   (e) 15 : 18 :: 10 : 15 (f) 5.2 : 3.9 :: 4 : 3

3. নিম্ন উক্তিদের মধ্যে ঠিক উক্তিদের বাছো।

   (a) 99 কিগ্রা : 45কিগ্রা :: 44 টাকা। : 20 টাকা

   (b) 32মি .: 64 মি . :: 6 সেকেন্ড : 12 সেকেন্ড

   © 40 জন লোক : 200 জন লোক = 15লিটার : 75 লিটার

   (d) 45 কিমি : 60 কিমি = 12 ঘণ্টা : 15 ঘণ্টা

4. হরি ও রামের কাছে থাকা কুলের অনুপাত ৪ : ৫ । দুজনের কুলের সংখ্যা ৬৩ হলে কার কাছে কত কুল আছে ?

7.3. শতকরা

7.3.1. শতকরার ধারণা

একটি ছেলে তিনটে বিষয়ে পরীক্ষায় যত নম্বর পেয়েছে তা নিম্নে দেওয়া হয়েছে।

সাহিত্য — 80 তে 48

গণিত — 60 এ 42

বিজ্ঞান — 50 এ 40

তাহলে সে কোন্ বিষয়ে সবথেকে ভালো করেছে ?

সাহিত্যে তার সবচেয়ে বেশি নম্বর আছে। বলতে পারব কি তার সাহিত্যে অন্য দুটি বিষয়ের তুলনায় ভালো হয়েছে ? যদি তিনটি বিষয়ে সমান নম্বর মোট থাকত, তাহলে তার যে বিষয়ে অধিক নম্বর আছে, সেই বিষয়ে তার সব থেকে ভালো হয়েছে বলে বলা যেতে পারত।এসো প্রত্যেক বিষয়ের মোট নম্বরকে ১০০ ধরে নিয়ে সে পাওয়া নম্বর কত, সেটা হিসেব করব।

সাহিত্য

মোট নম্বর 80 তে তার নম্বর হচ্ছে 48

মোট নম্বর 1 এ তার নম্বর হবে $\frac{48}{80}=\frac{6}{10}$

মোট নম্বর 100 তে তার নম্বর হবে $\frac{6}{10}\times 100=60$

গণিত

মোট নম্বর 60 এ তার নম্বর হচ্ছে 42

মোট নম্বর 1 এ তার নম্বর হবে $\frac{42}{60}=\frac{7}{10}$

মোট নম্বর 100 তে তার নম্বর হবে $\frac{7}{10}\times 100=70$

বিজ্ঞান

মোট নম্বর 50 এ ওর নম্বর হচ্ছে 40

মোট নম্বর 1 এ তার নম্বর হবে $\frac{40}{50}=\frac{4}{5}$

মোট নম্বর 100 তে তার নম্বর হবে $\frac{4}{5}\times 100=80$

বলো দেখি

কোন্ বিষয়ে ছেলেটা ভালো করেছে ?

এখন দেখা গেল তার সব থেকে ভালো নম্বর আছে বিজ্ঞানে। বিভিন্ন বিষয়ে ছেলেটার পাওয়া নম্বর হল–

সাহিত্যে 100 থেকে 60।একে আমরা বলি শতকরা ৬০।

গণিতে 100 থেকে 70।একে আমরা বলি শতকরা 70।

সেইরকম বিজ্ঞান সে পেয়েছে শতকরা 80।

আমরা যা জানব:

- **শতকরার অর্থ একশো থেকে। শতকরার সংকেত %।**
- **একশো থেকে 80', এই কথাকে আমরা বলি শতকরা 80'ও লিখি 80%।**
- **শতকরাও একপ্রকার তুলনা**

7.3.2. শতকরাকে ভগ্নসংখ্যা, অনুপাত ও দশমিকে প্রকাশ:

(ক) শতকরাকে ভগ্নসংখ্যায় প্রকাশ করব।

75% এর অর্থ 100 থেকে 75 ।এখানে 75 কে100 -র সঙ্গে তুলনা করা হয়েছে। ভগ্নসংখ্যার মাধ্যমে 75কে 100 সহ তুলনা করলে আমরা লিখি $\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$

$\therefore 75\%=\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$ $\quad 34\%=\frac{34}{100}=\frac{17}{50}$ $\quad 70\%=\frac{70}{100}=\frac{7}{10}$

সেইরকম

$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ $\quad$ $17\% = \frac{17}{100}$

$38\% = \frac{38}{100} = \frac{19}{50}$

জানো কি?

শতকরাও একটি ভগ্নসংখ্যা যার হর হচ্ছে 100।

$19\% = \frac{19}{100}$

নিম্ন শতকরাগুলিকে ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করো:

(ক) 25% (খ) 20% (গ) 7 % (ঘ) 150 %

(b) শতকরাকে অনুপাতে প্রকাশ করব।

$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 3:4$ [কারণ $\frac{3}{4}$ কে 3:4 লেখার কথা তুমি জানো]

নিম্ন শতকরাগুলির অনুপাতে পরিণত করো:

(ক) 40% (খ) 45% (গ) 125 % (ঘ) 75 %

শতকরাকে প্রথমে ভগ্নসংখ্যায় লিখব, ভগ্নসংখ্যাকে লঘিষ্ঠ আকারে লিখব এবং তারপরে ভগ্নসংখ্যাকে অনুপাতে প্রকাশ করব।

(C) শতকরাকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করব।

নিম্নে কিছু শতকরাকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করা হয়েছে। লক্ষ করো

$2\% = \frac{2}{100} = 0.02$ $\quad$ $70\% = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0.7$

$5\% = \frac{5}{100} = 0.05$ $\quad$ $175\% = \frac{175}{100} = 1.75$

শতকরাকে 100 হর বিশিষ্ট ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করে পরে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করা হয়।

নিম্নের শতকরাগুলোকে দশমিক সংখ্যায় পরিণত করো।

(a) 25% (b) 20% (c) 10% (d) 5%

আমরা কী জানলাম?

- শতকরাকে ভগ্নসংখ্যায় পরিণত করতে হলে, শতকরা চিহ্ন (%) কে তুলে দেওয়া হয় এবং থেকে যাওয়া সংখ্যাকে 100 তে ভাগ করা যায়। ভগ্নসংখ্যাকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করা হয়।

- শতকরাকে অনুপাতে পরিণত করতে হলে শতকরা চিহ্ন (%)তুলে দেওয়া হয় এবং থাকা সংখ্যাকে 100তে ভাগ করে লঘিষ্ঠ করা হয়। প্রকাশিত ভগ্নসংখ্যাকে অনুপাতে প্রকাশ করা হয়।
- শতকরাকে দশমিক সংখ্যায় পরিণত করতে হলে, শতকরা চিহ্ন (%)তুলে দেওয়া হয় এবং দশমিক বিন্দুকে বাঁদিকে দু'ঘর সরিয়ে দেওয়া হয়। পাওয়া সংখ্যার ডাইনে থেকে গুনে দুটি অঙ্কর পরে দশমিক বিন্দু বসিয়ে দেওয়া হয়। এক অঙ্ক বিশিষ্ট শতকরা সংখ্যা থাকলে, শতকরা চিহ্ন তুলে দেওয়ার পরে কেবল এক অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা একটি থাকবে। তার বাঁয়ে 0 লিখে 0র বাঁয়ে দশমিক বিন্দু বসাতে হবে। যেমন নীচে দেওয়া হয়েছে।

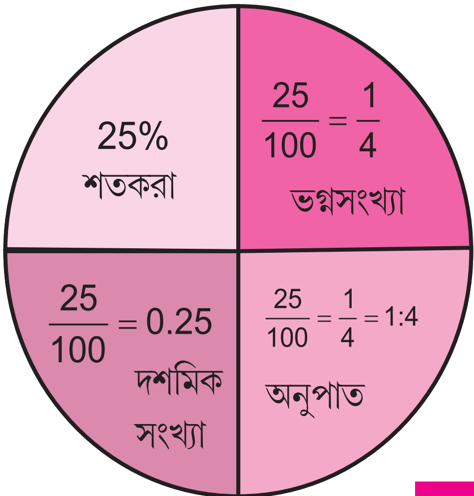
8% ⟶ 8 ⟶ 08 ⟶ .08

8: শতকরা চিহ্ন তুলে দেওয়া হল।

08: 8 এর বাঁয়ে 0 লেখা হল।

.08: শূন্যের বাঁয়ে দশমিক বিন্দু বসানো হল।

চিত্রটি লক্ষ করো, 25% কে বিভিন্ন রূপে প্রকাশ করা হয়েছে।



নিজে করে দেখো:

পাশের চিত্রে দেখার মতো 35% ও 75% কু
কে বিভিন্ন রূপে প্রকাশ করো।

অভ্যাস কার্য 7.3

1. ভগ্নসংখ্যার পরিণত করো।
   8%, 25%, 80%

2. অনুপাতে পরিণত করো।
   15%, 19%, 49%

3. দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করো।
   3%, 7%, 26%, 123%, 200%

4. নিম্ন সারণীর খালি ঘরগুলো পূরণ করো :

শতকরা সংখ্যা	ভগ্নসংখ্যা	অনুপাত	দশমিক সংখ্যা
4%			
38%			
25%			
100%			
320%			

7.4 ভগ্নসংখ্যা, অনুপাত ও দশমিক সংখ্যাকে শতকরায় প্রকাশ করব।

শতকরাকে ভগ্নসংখ্যা, অনুপাত ও দশমিক সংখ্যায় পরিণত করার প্রণালী আমরা শিখে নিয়েছি। বর্তমান ভগ্নসংখ্যা, অনুপাত ও দশমিক সংখ্যাকে শতকরায় পরিণত করার প্রণালী জানব।

7.4.1. ভগ্নসংখ্যাকে শতকরায় প্রকাশ করব।

এসো $\frac{3}{4}$ কে শতকরায় প্রকাশ করব।

দত্ত ভগ্নসংখ্যার হরকে বদলে 100 করে দিলে আমরা দত্ত সংখ্যাকে শতকরায় পরিণত করতে পারব।

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times 25}{4\times 25}=\frac{75}{100}=75\%$$

উপরোক্ত উদাহরণকে লক্ষ করলে আমরা দেখব

$\frac{3}{4}$ র শতকরা মূল্য $\left(\frac{3}{4} \times 100\right)\% = 75\ \%$

♦ $\frac{5}{7}$ কে শতকরায় প্রকাশ করলে কত হবে?

$\frac{5}{7}$র শতকরা মূল্য $= \left(\frac{5}{7} \times 100\right)\% = 71\frac{3}{7}\ \%$

বলো দেখি:
$\frac{3}{4}$ ও $\frac{4}{5}$ মধ্যে বড় কে?
(উভয়কে শতকরায় প্রকাশ করে বলো)

আমরা জানলাম

দত্ত ভগ্নসংখ্যাকে 100 দ্বারা গুণন করলে এর শতকরা মূল্য পাওয়া যায়।

7.4.2. অনুপাতকে শতকরায় প্রকাশ করব:

এসো 2:5 -কে শতকরায় প্রকাশ করব $2:5 = \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5} \times 100\right)\% = \frac{200}{5}\% = 40\%$

15:20 কে শতকরায় প্রকাশ করলে $15:20 = \frac{15}{20} = \left(\frac{15}{20} \times 100\right)\% = \frac{1500}{20} = 75\%$ হবে।

7.4.3. দশমিক সংখ্যাকে শতকরায় প্রকাশ:

এসো 0.25, 1.37 ও 1.5 কে শতকরায় প্রকাশ করব।

(ক) $0:25 = \frac{25}{100} = \left(\frac{25}{100} \times 100\right)\% = 25\%$ অর্থাৎ 0.25 এর শতকরা মূল্য = 25%

(খ) $1:37 = \frac{137}{100} = \left(\frac{137}{100} \times 100\right)\% = 137\%$ অর্থাৎ, 1.37 এর শতকরা মূল্য = 137%

(গ) $1:5 = \frac{15}{10} = \frac{150}{100} = \left(\frac{150}{100} \times 100\right)\% = 150\%$

আমরা জানলাম: **দশমিক সংখ্যার দশমিক বিন্দুকে দুইঘর ডাইনে সরিয়ে দিলে শতকরা মূল্য পেয়ে যাচ্ছি।**

শতকরা প্রকাশ করো।

(ক) $\frac{7}{20}, \frac{3}{5}, 2\frac{3}{2}, \frac{7}{9}$

(খ) 3:4, 6:8, 11:12, 7: 18, 5:7

(গ) 0.2, 0.19, 0.123, 5.87, 2.05

7.5. শতকরার প্রয়োগ:

নিম্নে দেওয়া উদাহরণগুলি লক্ষ করো।

উদাহরণ – 1 5মি. 60 সেমিএর 25 % কত ?

সমাধান : 5মি. 60 সেমি.এর 25%

$=(5\text{মি. } 60\text{সেমি}) \times \frac{25}{100}$

$=560 \text{ সেমি.} \times \frac{1}{4}$

$=140 \text{ সেমি}$

$=1\text{মি. } 40\text{সেমি.}$

∴ 5মি. 60সেমির 25% হচ্ছে 1মি 40 সেমি।

উদাহরণ– 2 রাম গণিতে 80 থেকে 48 পেয়েছিল, সে শতকরা কত নম্বর রাখল ?

সমাধান: রাম পেয়েছে 80নম্বর থেকে 48 নম্বর

রামের শতকরা নম্বব $=\left(\frac{48}{80} \times 100\right)\%$ (ভগ্নসংখ্যাকে শতকরায় পরিণত করার জন্য একে 100 দ্বারা গুণ করা হয়।)

$=\left(\frac{3}{5} \times 100\right)\%$

$= 60\%$

∴ রাম গণিতে 60% নম্বর রেখেছিল।

উদাহরণ - 3

গোবিন্দবাবুর মাসিক আয় 6000.00টাকা। তিনি নিজের আয়ের 20% সঞ্চয় করেন। তাঁর মাসিক ব্যয়ের পরিমাণ কত?

সমাধান : গোবিন্দবাবুর সঞ্চয়ের পরিমাণ = 6000.00 টাকার 20%

$= 6000.00 \times \frac{20}{100}$

$= 1200.00$

ব্যয়ের পরিমাণ = 6000.00 টাকা - 1200.00 টাকা

= 4800.00 টাকা

$\therefore$ অতএব গোবিন্দবাবুর মাসিক ব্যয়ের পরিমাণ 4800.00 টাকা।

জানো কি??
আয়- ব্যয় = সঞ্চয়
আয় - সঞ্চয় = ব্যয়
ব্যয় + সঞ্চয় = আয়

অভ্যাস কার্য 7.4

1. বিভিন্ন বিষয়ে রাখা নম্বরকে সেই বিষয়ে থাকা মোট নম্বরের শতকরাতে প্রকাশ করো।

মোট নম্বর	100	100	200	200	500	600	800
রাখা নম্বর	64	32	64	124	230	486	336
শতকরা নম্বর							

2. ছটি গ্রামের মোট জনসংখ্যা ও সাক্ষর সংখ্যা দেওয়া হয়েছে। সাক্ষর সংখ্যাকে শতকরায় লেখো।

মোট জন সংখ্যা	1000	3000	2500	1500	1200	3200
সাক্ষর জনসংখ্যা	590	1800	1600	1175	960	1856
শতকরা সাক্ষর						

3. একটা শার্টের দাম 350 টাকা লেখা আছে, দোকানদার 20% ছাড় দিল। শার্টটির প্রকৃত বিক্রি দাম কত??

জানো কি?
দোকানি বিক্রি করা বস্তুর লেখা দাম মাঝে মাঝে কিছু কমিয়ে দেয়। কমিয়ে দেওয়া পরিমাণকে 'ছাড়' বলা হয়।
ছাড় 10% এর অর্থ এটা লিখিত দামের 10%।

4. এক শহর থেকে রামের বাড়ি 120 কিমি. দূরে। সে বাসে 36 কিমি. এল। সেটা মোট দূরত্বের শতকরা কত?

5. মিতা বার্ষিক পরীক্ষায় 600 নম্বর থেকে 500 নম্বর রাখল। ও গীতা 500 নম্বর থেকে 41 5ম্বর রাখল। কার শতকরা নম্বর বেশি ও কত বেশি?

7.6. গড়পড়তা (হারাহারি)

নিম্ন পরিস্থিতিগুলি লক্ষ করো।

(ক) তোমাকে তোমার মা প্রথম দিন 5 টি লাড্ডু ও দ্বিতীয় দিনে 3 টি লাড্ডু খেতে দিল।

- তোমাকে মোট কটা লাড্ডু দিল?
- কতদিনে ততগুলি লাড্ডু খেতে দিল?
- যদি তোমাকে প্রত্যেক দিন তোমার মা সমান সংখ্যক লাড্ডু দিত, তবে সেই লাড্ডু তোমাকে প্রত্যেক দিন কটা করে দিত?

এবার বলো, তোমার মা তোমাকে দু'দিনে মোট কটা লাড্ডু দিয়েছিল? যদি প্রত্যেক দিন সমান সংখ্যক লাড্ডু দিত, তবে দিনে কটা করে দিলে 2 দিনে মোট 8 টা দেবে?

নিশ্চয় তুমি বলবে $8 \div 2 = 4$ টি করে লাড্ডু।

(খ) একজন দোকানি 5 দিনে বিক্রি করে থাকা পাখার সংখ্যা নিম্নে দেওয়া হল।

প্রথম দিন | দ্বিতীয় দিন | তৃতীয় দিন | চতুর্থ দিন | পঞ্চম দিন

- মোট কটা পাখা বিক্রি হয়েছে? **উত্তর:** 4 + 5 + 3+ 6+2 = 20
- মোট দিনের সংখ্যা কত? **উত্তর:** 5 দিন
- যদি দোকানি সেই পাঁচদিনে দৈনিক সমান সংখ্যক পাখা বিক্রি করত, তবে প্রতিদিন সে কটা পাখা বিক্রি করত?

উদাহরণ (ক)-তে দৈনিক সমান সংখ্যায় দেওয়া লাড্ডুর সংখ্যাকে দৈনিক গড়পড়তা লাড্ডুর সংখ্যা ধরা হয়।

উদাহরণ (খ)-তে দৈনিক সমান সংখ্যায় বিক্রি করা পাখার সংখ্যাকে দৈনিক গড়পড়তা বিক্রি সংখ্যা বলা হয়।

এ থেকে আমরা কী জানলাম:

$$\text{একাধিক রাশির গড়পড়তা মূল্য} = \frac{\text{রাশিদের যোগফল}}{\text{রাশির সংখ্যা}}$$

নিম্নে দেওয়া উদাহরণ লক্ষ করো।

উদাহরণ - 1

একটি বিদ্যালয়ে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ, পঞ্চম, ষষ্ঠ ও সপ্তম শ্রেণীতে যথাক্রমে 25, 32, 48, 38, 45, 56 ও 36 জন ছেলে নাম লিখিয়েছিল। শ্রেণী প্রতি গড়পড়তা কত ছেলে নাম লিখিয়েছিল?

সমাধান :

$$\text{গড়পড়তা সংখ্যা} = \frac{\text{সমস্ত শ্রেণীতে নাম লেখানো ছেলের সংখ্যা}}{\text{শ্রেণীর সংখ্যা।}}$$

$$= \frac{25+32+48+38+45+56+36}{7}$$

$$= \frac{280}{7}$$

$$= 40$$

∴ শ্রেণী প্রতি গড়ে 40 জন ছেলে নাম লিখিয়েছিল।

উদাহরণ - 2

তোমার তিন জন বন্ধুর গণিতে গড় নম্বর 80 হলে, তারা তিন জনে মোট কত নম্বর পেয়েছিল?

সমাধান: তিনজন বন্ধুর গড় নম্বর 80

আমরা জানি,

$$\text{গড় নম্বর} = \frac{\text{মোট নম্বর}}{\text{ছেলের সংখ্যা}}$$

বা, $80 = \frac{\text{মোট নম্বর}}{3}$

বা, মোট নম্বর $= 80 \times 3 = 240$

> **জানো কি?**
>
> রাশিদের মোট মূল্যকে রাশিদের সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে গড় মূল্য পাওয়া যায়। তাই এই ভাগ প্রক্রিয়াতে-
>
> ভাজ্য = মোট মূল্য, ভাজক = রাশিদের সংখ্যা ও ভাগফল = গড়মূল্য
>
> আমরা জানি যে, ভাজ্য = ভাজক x ভাগফল
>
> তাই মোটমূল্য = গড়মূল্য x রশ্মিসংখ্যা

∴ তিনজন বন্ধু গণিতে মোট 240নম্বর রেখেছিল।

উদাহরণ - 3

গোবিন্দ, হরি, শ্যাম ও রামের উচ্চতা যথাক্রমে 124 সেমি, 128 সেমি.,123 সেমি.ও 121সেমি হলে ছেলে প্রতি গড় উচ্চতা নির্ণয় করো।

সমাধান:

ছেলেদের মোট উচ্চতা =124 সেমি+128 সেমি.+123 সেমি.+121সেমি = 496সেমি.

$$\text{ছেলে প্রতি গড় উচ্চতা} = \frac{\text{ছেলেদের মোট উচ্চতা}}{\text{ছেলের সংখ্যা}}$$

$$= \frac{496}{4}$$

$$= 124 \text{ সেমি}$$

$\therefore$ ছেলেপ্রতি গড় উচ্চতা 124 সেমি

নিজে করে দেখো

(ক) ◆ তোমার ওজন ও তোমার তিন বন্ধুর ওজন মেপে স্থির করো।

◆ চারজনের মোট ওজন বের করো।

◆ জনপ্রতি গড় ওজন কত স্থির করো।

(খ) তামার দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন পরিস্থিতিতে গড় ধারণার ব্যবহার করতে থাকবে এর পাঁচটা উদাহরণ দাও।

অভ্যাস কার্য 7.5

1. 35, 48, 31 ও 22 এর গড় নির্ণয় করো।

2. খলিলবাবু তাঁর তিনটে সাইকেলের জন্য তিনটে সিটকভার কিনলেন। একটার দাম 28 টাকা; আর একটার দাম 24 টাকা; এবং অন্যটির দাম 23 টাকা। তাহলে তাঁর কেনা সিটকভারের একটার প্রতি গড়ে দাম কত হচ্ছে?

4. একজন ক্রিকেট খেলোয়াড় পাঁচটা একদিবসীয় খেলায় 45, 30, 102, 113 ও 70 রান করেছিল, তাহলে খেলা প্রতি গড়ে সে কত রান করেছিল?

5. ছটি ছেলের দলে ছেলেপ্রতি গড় বয়স 10 হলে, তাদের মোট বয়স কত?

6. বারোটা থলেতে থাকা মোট চিনির ওজন 111 কিগ্রা 600 গ্রাম হলে, থলে প্রতি চিনির গড় ওজন কত?

7. সাতখানা বইয়ের দাম 310 টাকা এবং অন্য তিনখানা বইয়ের গড় বই প্রতি দাম 68 টাকা হলে; উক্ত দশটি বইয়ের গড় বই প্রতি কত দাম স্থির করো।

অষ্টম অধ্যায়

পূর্ণসংখ্যা

8.1 আমরা যা জানি

বস্তুকে গুনতি করার জন্যে মানুষ বিভিন্ন সংখ্যা ও সংকেত সৃষ্টি করল। এর দ্বারা কাঠি, পাথর বা বীজের সাহায্যে তার কটা পশু বা তার কটা গাছ বা তার পরিবারে কতজন লোক, সেসব হিসেব করার সমস্যা দূর হল।

যত বস্তু তত সংখ্যা। এটাও একটা সমস্যার সৃষ্টি হল। অনেকগুলো সংকেত মনে রাখতে কষ্টসাধ্য হল। তার থেকে রক্ষা পেতে স্থানীয় মানের ব্যবস্থা ও শূন্যের সৃষ্টি হল।

তারপরে আবশ্যকতা অনুযায়ী যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ প্রভৃতি প্রক্রিয়ার সৃষ্টি হল। গণন সংখ্যার সঙ্গে উপরোক্ত প্রক্রিয়াদের প্রয়োগ দ্বারা স্বাভাবিক সংখ্যা ব্যবস্থা বা সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যা ব্যবস্থা মানুষের অতি নিজের হয়ে গেল।

8.2 দুটি দিকে বিপরীত সংখ্যার বিস্তার:

কিছু পরিস্থিতি হল, যখন মানুষ দেখল শূন্যকে বাদ দিলে যে অবশিষ্ট স্বাভাবিক সংখ্যা রইল, সেগুলো দুটি বিপরীত অবস্থা সহ সম্পৃক্ত। এইরকম কিছু পরিস্থিতির সূচনা নিম্নে দেওয়া হয়েছে।

প্রথম পরিস্থিতি

শালপাড়া, হাতিবাঁধা ও টুকুনা নামক তিনটি স্থানকে যোগ করতে থাকা সিধে একটা রাস্তা আছে। এই রাস্তাকে মাপার জন্য আমরা বিভিন্ন প্রকার ব্যবস্থা করে থাকি। পর পৃষ্ঠার চিত্রগুলি 8.1, 8.2 ও 8.3 কু দেখো।

যথা: (i) শালপাড়া থেকে হাতিবাঁধা দিয়ে টুকুনা যাবার রাস্তা,

বা (ii) টুকুনা থেকে হাতিবাঁধা দিয়ে শালপাড়া যাবার রাস্তা।

বা (iii) হাতিবাঁধা থেকে শালপাড়ার দিকে ও টুকুনার দিকে যাওয়া দুটি রাস্তা।

রাস্তার দৈর্ঘ্য মাপার ব্যবস্থা করতে হলে–

(I) ক্ষেত্র রাস্তার আরম্ভ শালপাড়াকে শূন্যর (0) দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। ক্রমান্বয়ে এক কিমি দূরত্বে কিমির খুঁটি সকল পোঁতা হয় এবং সেগুলোকে 1, 2, 3 ....ইত্যাদি সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

এর ফলে আমরা বলি–

শালপাড়া থেকে 4 কিমি দূরে হাতিবাঁধা অবস্থিত।

শালাপাড়া থেকে 9 কিমি দূরে টুকুনা অবস্থিত।

(ii) ক্ষেত্র রাস্তার আরম্ভ টুকুনাকে শূন্যর (0) দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। ক্রমান্বয়ে এক কিমি দূরত্বে কিমির খুঁটি সকল পোঁতা হয় এবং সেগুলোকে 1, 2, 3 ....ইত্যাদি সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

এর ফলে আমরা বলি–

টুকুনা থেকে 5 কিমি দূরে হাতিবাঁধা অবস্থিত।

টুকুনা থেকে 9 কিমি দূরে শালপাড়া অবস্থিত।

হাতিবাঁধা থেকে 4 কিমি দূরে শালপাড়া অবস্থিত।

(iii) এক্ষেত্রে আমরা রাস্তার আরম্ভ হাতিবাঁধা থেকে ধরে নিয়েছি তাই হাতিবাঁধাকে শূন্য সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। হাতিবাঁধা থেকে আরম্ভ করে ক্রমান্বয়ে এক কিমি দূরত্বে শালপাড়ার দিকে কিমির খুঁটি বসানো হয় এবং সেগুলোকে ক্রমান্বয়ে 1, 2, 3 ..... ইত্যাদি সংখ্যার দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। পুনশ্চ হাতিবাঁধা থেকে আরম্ভ করে টুকুনার দিকে 1 কিমি দূরত্বে কিমির খুঁটিগুলো বসানো হয় এবং সেগুলোকে 1, 2, 3...... ইত্যাদি সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

এর ফলে আমরা বলি হাতিবাঁধা থেকে ডানদিকে 5 কিমি দূরে টুকুনা অবস্থিত।

হাতিবাঁধা থেকে বাঁদিকে 4 কিমি দূরে শালপাড়া অবস্থিত।

এই পরিস্থিতিতে রাস্তার উপরে 1 চিহ্নিত দুটি বিন্দু, 2 চিহ্নিত দুটি বিন্দু, 3 চিহ্নিত দুটি বিন্দু আদি থাকতে দেখা যাচ্ছে। অবশ্য একটি 1 চিহ্নিত বিন্দু হাতিবাঁধা থেকে ডানদিকে রয়েছে তো অন্য 1 চিহ্নিত বিন্দু হাতিবাঁধা থেকে বাঁদিকে রয়েছে।

তবে দুটি 1 থাকলেও তাদের মধ্যে অবস্থানগত পার্থক্য রয়েছে।

এই পার্থক্যকে দেখানোর জন্য আমরা নিম্ন পদ্ধতি অনুসরণ করতে পারি।

এখন দেখলাম যে একটি 1 হচ্ছে ডানদিকে ও অন্য একটি 1 হচ্ছে বাঁদিকে। এইরকম ২ হচ্ছে ডানদিকে এবং অন্য 2 হচ্ছে বাঁদিকে।

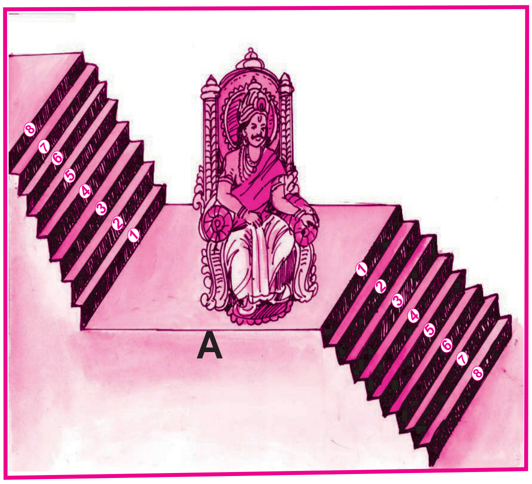
এই পার্থক্যকে সংক্ষিপ্ত করার জন্য মানুষ ডাইনের জন্য '+' চিহ্ন ও বাঁয়ের জন্য '–' চিহ্ন ব্যবহার করার কথা চিন্তা করল। যার ফলে উপরোক্ত রাস্তার কিমি সূচক খুঁটিগুলি নিম্নমতে সূচিত হল।

এখানে হাতিবাঁধায় দুটি বিপরীত দিকে প্রসারিত রাস্তার আরম্ভ হয়ে থাকায় একে মূল বিন্দু বা আরম্ভ বিন্দু আখ্যা দেওয়া হল এবং এর নামকরণ করার জন্য (ইংরেজি অক্ষর) 0 ব্যবহার করা হল।

এই আলোচনা শোনার পর শরৎ বলল 'আমি একটা পরিস্থিতি বলব।' তারপরে সে নিম্ন পরিস্থিতিটি বলল—

দ্বিতীয় পরিস্থিতি

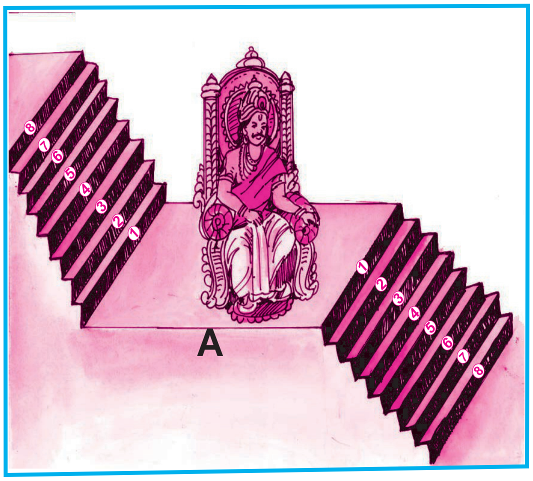
একজন রাজা তাঁর ধনরত্নকে সুরক্ষিত রাখার জন্য মাটির তলায় একটা ঘর করছিলেন। ওপরের ঘর থেকে ছাদে যাওয়ার জন্য একটি সিঁড়ি করা হয়েছিল এবং মাটির নীচের ঘরে যাবার জন্য আর একটা সিঁড়ি করা হয়েছিল।



উভয় সিঁড়ির আরম্ভ A নামক স্থানে।

A থেকে উপরে ধাপগুলিকে 1, 2, 3, ...আদি সংখ্যা দ্বারা এবং A থেকে তলার দিকে থাকা সিঁড়ির ধাপগুলিকেও 1, 2, 3, ... আদি সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছিল। তাই তলার দিকে 3 নম্বর ধাপ বা উপরের দিকে ৩ নম্বর ধাপ বলে না বললে কোন্ 3 নম্বর ধাপ বোঝা যেত না।

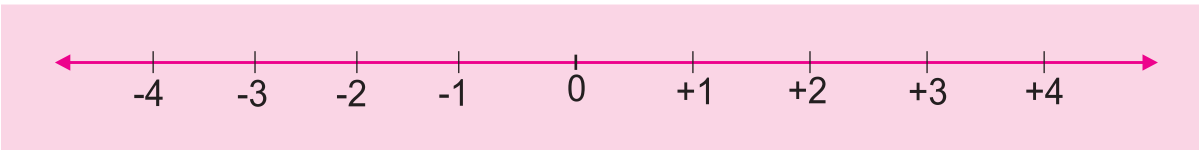
এই সমস্যাকে দূর করার জন্য মন্ত্রী বললেন–



যেখান থেকে ধাপ আরম্ভ, সেই স্থানকে শূন্য (0) দ্বারা চিহ্নিত করা হোক এবং উপরের দিকে থাকা ধাপগুলিকে +1, +2, +3 ... ইত্যাদি সংখ্যা দ্বারা ও তলার দিকে থাকা ধাপগুলিকে -1,-2,-3 আদি সংখ্যার দ্বারা চিহ্নিত করা যাক। পার্শ্বস্থ চিত্রটি নতুন ব্যবস্থা অনুযায়ী দেখানো হয়েছে।

8.3 পূর্ণসংখ্যা সমূহের ব্যবস্থা:

আমরা দেখলাম, দুটি বিপরীত অবস্থাকে সূচিত করা সংখ্যার জন্য +1, +2, +3 ... ও -1,-2–,-3...আদি সংখ্যা ব্যবহার করা হল। এক্ষেত্রে যেখানে বিপরীত অবস্থাসূচক সংখ্যা গণনার আরম্ভ, সেটাকে ‘মূলবিন্দু’ বলে বলা হয় এবং একে (0) শূন্য সংখ্যার দ্বারা সূচিত করা হল।



আমাদের পাওয়া সংখ্যা সমূহ হল– {......, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ...}

এই সংখ্যাগুলোকে **পূর্ণসংখ্যা সমূহ** নাম দেওয়া হল। এবং এই সংখ্যাদের সূচিত করতে ইংরাজি অক্ষর ‘Z’ ব্যবহার করা হল।

পূর্ণসংখ্যা সমূহের অন্তর্ভুক্ত -1,-2,-3..... আদি সংখ্যাগুলোকে **ঋণাত্মক সংখ্যা** বলে নামিত করা হল এবং +1, +2, +3 .... আদি সংখ্যাগুলোকে **ধনাত্মক সংখ্যা** বলে নামিত করা হল।

‘ধনাত্মক ও ঋণাত্মক’ সংখ্যা নামকরণ কেন ?

আমাদের কাছে থাকা টাকা পয়সা ও অন্যান্য সম্পত্তিকে আমরা আমাদের ধন বলে বলি। কিন্তু আমরা যদি ঋণ করে থাকি, তবে আমাদের ধন থেকে আবশ্যক অনুসারে কিছু আমাদের ঋণদাতাকে দিয়ে আমাদের ঋণ শোধ করি। তাই ধার বা ঋণ হচ্ছে ধনের বিপরীত অবস্থা। কারণ ধন আমাদের সম্পত্তি বাড়ায় কিন্তু ঋণ আমাদের সম্পত্তি কমায়।

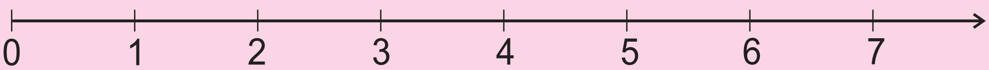
এই কারণে পূর্ণসংখ্যার অন্তর্ভুক্ত +1, +2, +3 .... আদি সংখ্যার জন্য ‘ধনাত্মক সংখ্যা’ এবং -1, -2, -3 .... আদি সংখ্যার জন্য ‘ঋণাত্মক সংখ্যা’ নামকরণ করা হয়েছে।

নিম্নে একজন দোকানির কিছু জিনিসের বিক্রিকে লাভ ও ক্ষতিতে দেখানো হয়েছে। লাভ ও ক্ষতি হচ্ছে দুটি বিপরীত অবস্থা। লাভকে '+' সংকেত দ্বারা ক্ষতিকে '-' সংকেত দ্বারা সূচিত করা হয়। কিছু পরিস্থিতির বর্ণনা করা হয়েছে, সংকেত ব্যবহার করে লেখো—

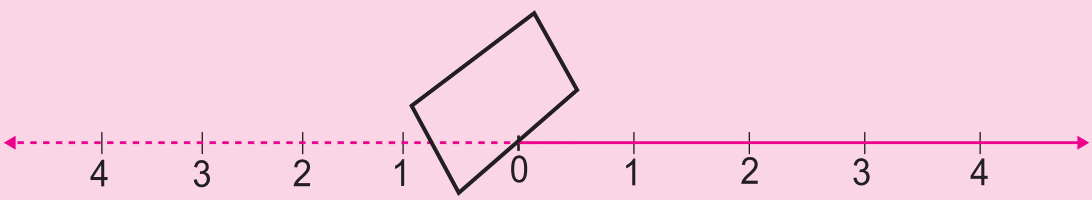
জিনিসের নাম	লাভ	ক্ষতি	উপযুক্ত চিহ্ন ব্যবহার করে সূচিত করব
সর্ষের তেল	150 টাকা		
চাল		250 টাকা	
গোল মরিচ	225 টাকা		
গম	200 টাকা।		
আলু		50 টাকা	

নিজে করে দেখো:

- সাদা কাগজের ওপর একটা রশ্মি অঙ্কন করে তার ওপরে সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোকে দেখাও। (নিম্ন চিত্রের মতো।)



- একটি আয়না নিয়ে তার একটা ধার কাগজের ওপর রাখো, যেন দর্পণ পৃষ্ঠটি কাগজের সঙ্গে লম্বভাবে থাকবে এবং কাগজে লেগে থাকা দর্পণের ধারটি কাগজে অঙ্কন করা সংখ্যারেখার প্রতিও লম্বভাবে থাকবে।
- বর্তমান দর্পণের ধারটি সংখ্যারেখার সংখ্যা শূন্য (০)-কে লাগিয়ে রাখো যেন এই এর প্রতিফলন রশ্মির উপরিস্থ সংখ্যার দিকে থাকে।

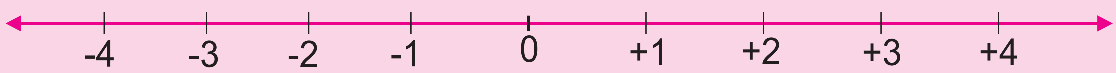


- তুমি দর্পণকে দেখলে তোমার আঁকা রশ্মি ও এর উপরিস্থ 1, 2, 3 আদি সংখ্যা দর্পণে দেখা যাবে এবং সেগুলো ০ থেকে বাঁয়ে ক্রমশ বৃদ্ধি পাওয়ার মতো দেখাবে।
- দর্পণের পেছন দিকে দেখতে পাওয়া 1, 2, 3 .... আদি সংখ্যাগুলোকে -1, -2, -3 ....আদি সংখ্যা বলে গ্রহণ করা যেতেপারে।

এই কাজটি থেকে তুমি লক্ষ করো –

- তোমার আঁকা রশ্মি ও দর্পণে দেখতে পাওয়া রশ্মির প্রতিবিম্ব একত্র একটি রেখা সৃষ্টি করবে এবং এই রেখার উপরে থাকা 0 (শূন্য) সূচক বিন্দুর ডাইনে 1, 2, 3 .... আদি তোমার লেখা সংখ্যা থাকবে ও বাঁয়ে উক্ত সংখ্যার প্রতিবিম্ব সংখ্যা 1, 2, 3 ...... আদি থাকবে।
- দর্পণটিকে তুলে নিলে ও তুমি পূর্বে অঙ্কন করা রশ্মিটিকে বাঁদিকে বাড়ালে কী হবে?

  পূর্বে অঙ্কিত রশ্মিতে জোড়া অংশটি মূল রশ্মির বিপরীত রশ্মিরূপে থাকবে। উভয় রশ্মি একত্রে একটি সরলরেখা সৃষ্টি করবে। মূল রশ্মির বিপরীত রশ্মিই দর্পণে তোমার দেখা প্রতিবিম্ব রশ্মি। এটার উপরে পূর্বে নেওয়া ক্রমিক সংখ্যা সূচক বিন্দু দুটির মধ্যে ব্যবধানের সঙ্গে সমান ব্যবধান নিয়ে বিন্দুদের চিহ্নিত করো ও সেগুলিকে 0 সূচক বিন্দুর ঠিক বাঁয়ে থাকা বিন্দু থেকে আরম্ভ করে -1, -2, -3 .... আদি সংখ্যা দ্বারা নামিত করো। তুমি নিম্ন চিত্রটি পাবে।



অবশ্য এই চিত্রে 0 (শূন্য) সূচক বিন্দুর ডানদিকে থাকা বিন্দুদের কাছে আগে থেকে 1, 2, 3 ....আদি সংখ্যা লেখা হয়েছিল। বর্তমান তাদের সঙ্গে '+' চিহ্ন লেখো। ফলে সংখ্যাগুলো +1, +2, +3........ এ পরিণত হবে (অবশ্য +1 ও 1 এর মধ্যে পার্থক্য নেই)।

পূর্ণসংখ্যা সমূহের মধ্যে +1 ও -1 পরস্পর বিপরীত। এই বিপরীত সংখ্যার জোড়কে আমরা (+1, -1) রূপে লিখি। সেইরকম অন্য বিপরীত জোড় সংখ্যারা হল (+2, -2), (+3, -3), (+4, -4) ইত্যাদি।

+ 5এর বিপরীত পূর্ণসংখ্যা হচ্ছে - 5

- 5 এর বিপরীত পূর্ণসংখ্যা হচ্ছে + 5

জানো কি?

0 এর বিপরীত সংখ্যা সে নিজে অর্থাৎ 0 = – 0

যেখানে দুটি বিপরীত পরিস্থিতি সহ সংখ্যা সম্পৃক্ত হয়ে থাকে, সেখানে একটি পরিস্থিতি সহ ধনাত্মক সংখ্যাকে ও এর বিপরীত পরিস্থিতি সহ ঋণাত্মক সংখ্যাকে সম্পৃক্ত করা হয়। বিপরীত পরিস্থিতির কিছু উদাহরণ নিম্নে দেওয়া হয়েছে।

দূরত্ব মাপের ক্ষেত্রে: বাঁয়ে-ডাইনে, তলায়-উপরে, আগে-পিছে, উচ্চতা-গভীরতা ইত্যাদি বিপরীত পরিস্থিতি। সাধারণত –

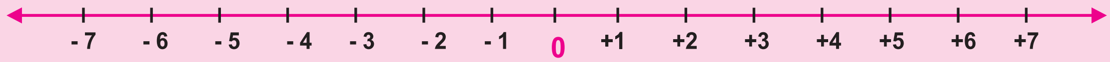
ডাইনের জন্য ধনাত্মক সংখ্যা ও বাঁয়ের জন্য ঋণাত্মক সংখ্যা

উপরের জন্য ধনাত্মক সংখ্যা ও তলার জন্য ঋণাত্মক সংখ্যা

উচ্চতার জন্য ধনাত্মক সংখ্যা ও গভীরতার জন্য ঋণাত্মক সংখ্যা ব্যবহার করা হয়।

এই আলোচনা শোনার পরে রমন জিজ্ঞাসা করল – "**+ 4 ও -7 পরস্পর বিপরীত সংখ্যা বলব কি?**"
রমনের প্রশ্নের উত্তর জানতে এসো তলায় দেওয়া কাজটি করব।

নিজে করে দেখো



- উপরিস্থ সংখ্যা রেখাকে দেখে নিম্নের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

  শূন্য (0) সূচক বিন্দুর কাছ থেকে ডাইনে তিন একক যাও, কোন্ সংখ্যা পেলে?

  শূন্য (0) সূচক বিন্দুর কাছ থেকে বাঁয়ে তিন একক যাও, কোন্ সংখ্যা পেলে?

- শূন্য (০) সূচক বিন্দু থেকে এর বিপরীতে সমান সমান দূরত্বে থাকা সংখ্যা দুটিকে পরস্পর বিপরীত সংখ্যা বলা হয়। তাহ +3 ও -3 পরস্পর বিপরীত সংখ্যা।

  যেহেতু +4 ও -7 সংখ্যা দুটি 0 থেকে সমান সমান দূরত্বে নেই। তাই তাদের বিপরীত সংখ্যা বলা যাবে কি?

পরস্পর বিপরীত সংখ্যা সম্বন্ধীয় আর একটা কাজ করব।

নিজে করে দেখো

- তুমি ও তোমার বন্ধু একত্র বসো।
- তোমার কাছে -1, -2, -3, ..., - 8 লেখা সংখ্যা কার্ড রাখো। তোমার কাছে কটা সংখ্যা কার্ড রইল?
- তোমার বন্ধুকে +1, +2, +3, ..., + 8 লেখা সংখ্যা কার্ড দাও।
- তুমি -1 কার্ড দেখালে তোমার বন্ধুকে -1এর বিপরীত সংখ্যা কার্ড দেখাতে বলো। পরস্পরের বিপরীত সংখ্যা কার্ড দুটি একত্রে রাখো।
- আবার তোমার বন্ধু একটি সংখ্যা কার্ড দেখালে তুমি সেই সংখ্যার বিপরীত কার্ডটি দেখাও। এইভাবে সমস্ত সংখ্যা কার্ড শেষ হওয়া পর্যন্ত কাজটি করো।
- এইভাবে খেলে পরস্পর বিপরীত সংখ্যার জোড় নির্ণয় করো।

8.3.1 ঋণাত্মক চিহ্নের (–) অর্থ

এ পর্যন্ত বিয়োগ প্রক্রিয়ার জন্য (–)চিহ্ন ব্যবহার করা হচ্ছিল। আমাদের জন্য 5 - 3 এর অর্থ ছিল 5 থেকে 3 বিয়োগ করা। কিন্তু '-3' এর জন্য কোনও অর্থ আমাদের কাছে ছিল না, যে পর্যন্ত আমরা কেবল স্বাভাবিক সংখ্যার সঙ্গে পরিচিত ছিলাম।

বর্তমান ‘,’ চিহ্নর অন্য এক অর্থ আমরা পেলাম। এটা হল বিপরীত পরিস্থিতি সূচক চিহ্ন।

অর্থাৎ $+5$এর বিপরীত সংখ্যা -5

$+5$ ও -5 পরস্পর বিপরীত সংখ্যা তাই -5 এর বিপরীত সংখ্যা $= +5$

বা, $-(-5) = +5$

সেইভাবে $-(-7) = +7$

8.4 পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে বড়-ছোট ক্রম

স্বাভাবিক সংখ্যাদের সংখ্যা রেখায় দেখানোর সময় আমরা দেখেছিলাম –

প্রত্যেক সংখ্যা অপেক্ষা বৃহত্তর সংখ্যাটি সংখ্যা রেখার উপরিস্থ উক্ত সংখ্যা সূচক বিন্দুর ডাইনে থাকে এবং সেই সংখ্যা থেকে ছোট সংখ্যাটি উক্ত সংখ্যা সূচক বিন্দুর বাঁয়ে থাকে।

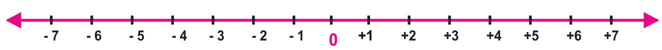
সংখ্যা রেখায় পূর্ণসংখ্যাদের দেখানোর সময় ও সংখ্যাদের ক্রম সম্পর্কে সেই নিয়ম অনুসরণ করব। আমরা দেখলাম-

0 অপেক্ষা -1ছোট

-1 অপেক্ষা -2 ছোট

-2 অপেক্ষা -3 ছোট

-8 অপেক্ষা -9 ছোট



নিম্নস্থ দুটি কথা লক্ষ করো–

-8 অপেক্ষা 9 বড় (এটা আমরা জানি)

-8 অপেক্ষা -9 ছোট (বর্তমান জানলাম)

শ্রেণীতে এই সব আলোচনা শুনে রমেশ জিজ্ঞাসা করল এরকম একটি পরিস্থিতি কি আছে যেখানে -9 অপেক্ষা -8 বড় বলে মনে হবে? সীমা উত্তর দিল–

আমরা তো জানি লাভের পরিমাণকে ধনাত্মক সংখ্যাদ্বারা সূচিত করা হয় ও ক্ষতির পরিমাণকে ঋণাত্মক সংখ্যাদ্বারা সূচিত করা হয়। সবাই বলল হ্যাঁ। রহিম ও শংকর প্রত্যেকে 5000 টাকা মূলধন নিয়ে ব্যবসা আরম্ভ করেছিল

এক সপ্তাহের শেষে দেখা গেল –

রহিম 200 টাকা ক্ষতি করেছে এবং

শংকর 50 টাকা ক্ষতি করেছে।

তবে বল কার মূল জমা কত আছে?

রহিমের বর্তমান মূল জমা = 5000 ৳. – 200৳.

= 4800 ৳।

শংকরের বর্তমান মূল জমা = 5000 ৳. – 50৳.

= 4950 ৳.

তবে 200 টাকা ক্ষতি করে থাকা ব্যবসায়ীর জমা বেশি না ৫০ টাকা ক্ষতি করে থাকা ব্যবসায়ীর জমা বেশি।

তাই ক্ষতি 200 (বা –200) অপেক্ষা ক্ষতি 50 (–50) বড়। -50 > -200

ক্ষুদ্রতর চিহ্ন (<) ব্যবহার করে বর্তমান পূর্ণসংখ্যাদের ক্রম হবে –

1 < 2
0 < 1 (আমরা জানতাম)

-1 < 0
-2 < -1
-3 < -2
-12 < -11 (বর্তমানে জানলাম)

নিম্ন পূর্ণসংখ্যাদের ক্রম সম্পর্কে আমরা নিম্ন কথাগুলো জানলাম

- প্রত্যেক ধনাত্মক সংখ্যা 0 (শূন্য) অপেক্ষা বড়।
- প্রত্যেক ধনাত্মক সংখ্যা যে কোনো ঋণাত্মক সংখ্যা অপেক্ষা বড়।
- 0 (শূন্য), প্রত্যেক ঋণাত্মক সংখ্যা অপেক্ষা বড়।
- 9 > 7 ও -9 < -7, 5 > -3 ও -5 < 3, -7 < -4 ও 7 > 4
  অর্থাৎ দুটি পূর্ণসংখ্যার মধ্যে যে প্রকার অসমতা (বড় বা ছোট) থাকে, সংখ্যা দুটির বিপরীত সংখ্যার মধ্যে পূর্ব অসমতার বিপরীত অসমতা থাকে।
- প্রত্যেক দুটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা সূচক বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী ব্যবধান হচ্ছে 1,
  যেমন, 6 - 5 = 1 (আমরা জানি)
  সেইরকম -2 - (-3) = 1
  -3 - (-4) = 1 ইত্যাদি।
- সংখ্যা রেখার উপরে থাকা দুটি সংখ্যার মধ্যে ডানদিকে থাকা সংখ্যা, বাঁদিকে থাকা সংখ্যার চেয়ে বড়। ফলে বাঁদিকে থাকা সংখ্যা ডানদিকের সংখ্যার চেয়ে ছোট।

অভ্যাস কার্য 8.1

1. নিম্ন পরিস্থিতিদের বিপরীত পরিস্থিতি লেখো।

(ক) জনসংখ্যা বৃদ্ধি (খ) ব্যাঙ্কে টাকা জমা করা।

(গ) ব্যয় করা (ঘ) উত্তরে যাওয়া।

(ঙ) তাপমাত্রা হ্রাস (চ) 500 খ্রিস্টাব্দ।

2. '+' বা '-' চিহ্ন ব্যবহার করে লেখো।

(ক) 400 টাকা লাভ (খ) ডানদিকে 4 কি.মি.

(গ) ব্যাংক থেকে 300 টাকা তোলা (ঘ) 5 গোলে হেরে যাওয়া।

(ঙ) ভূপৃষ্ঠ থেকে 200 মি. উঁচু (চ) 2,00,000 টাকা আয়।

3. নম্নের সংখ্যাযুগলের মধ্যে কোন্‌গুলি বিপরীত সংখ্যাযুগল চিহ্নিত করো।

(2, -3), (-5, 5), (-7, -8), (-1, 0), (-11, +11), (17, -17)

4. একটি নির্দিষ্ট দিনে ভারতের ছটি স্থানের তাপমাত্রা নিম্নে দেওয়া হয়েছে।

স্থান	তাপমাত্রা
সিয়াচিন	0^{o}C থেকে 10^{o}C কম
ভুবনেশ্বর	0^{o}C থেকে 22^{o}C বেশি
সিমলা	0^{o}C থেকে 3^{o}C কম
দারিংবাড়ি	0^{o}C থেকে 1^{o}C কম
কোরাপুট	0^{o}C থেকে 8^{o}C বেশি
লাদাখ	0^{o}C থেকে 8^{o}C কম

(ক) প্রত্যেক স্থানের তাপমাত্রাকে পূর্ণসংখ্যায় প্রকাশ করো।

(খ) একটি সংখ্যারেখা অঙ্কন করে প্রত্যেক স্থানের তাপমাত্রা তাতে দেখাও।

(গ) কোন্‌ স্থানের তাপমাত্রা সর্বাধিক ও কোন্‌ স্থানের তাপমাত্রা সব থেকে কম।

5. নিম্নে থাকা ক্রমগুলির মধ্যে থেকে ঠিক ক্রমকে চেনাও।

3 < 4, -7 > -8, -9 > +5 , -3 < 0, -8 < +2, +1 > -300, -0 < 0

6. প্রদত্ত সংখ্যাদের বিপরীত সংখ্যা লেখো।

(ক) 7 (খ) -9 (গ) -10 (ঘ) 0 (ঙ) 17

7. নিম্নস্থ পূর্ণ সংখ্যা দুটির মধ্যবর্তী পূর্ণ সংখ্যাগুলি ছোট থেকে বড় ক্রমে লেখো।

(ক) 2 ও 8 (খ) -3 ও -7

(গ) -5 ও +2 (ঘ) -1 ও +1

(ঙ) -7 ও 0

8. খালি ঘরে **>, < ও =** চিহ্নদের মধ্যে থেকে উপযুক্ত চিহ্ন বসাও। যেন ক্রম ঠিক থাকে।

(ক) 2 ☐ - 5 (খ) -7 ☐ 3 (গ)) 0 ☐ - 4

(ঘ) 0 ☐ - 0 (ঙ) -0 ☐ - 3 (চ) - 3 ☐ - 7

9. নিম্ন উক্তিগুলোর মধ্যে থেকে ঠিক উক্তি বেছে খাতায় লেখো।

(ক) ক্ষুদ্রতম পূর্ণসংখ্যা হচ্ছে 0। (খ) - 225অপেক্ষা - 80 ছোট।

(গ) - 444 অপেক্ষা 0 ছোট (ঘ) -2 < 0 < 7

(ঙ) - 0 = 0 (চ) শূন্য (0)ধনাত্মক বা ঋনাত্মক নয়।

10. (ক) ছোট থেকে বড় ক্রমে সাজাও।

5, 0, -11, 14, -20, 25, - 4

(খ) বড় থেকে ছোট ক্রমে সাজাও।

- 8, 2, 5, -6, 0, 15, -111

11. সংখ্যারেখা দেখে নিম্ন প্রশ্নের উত্তর দাও।

(ক) + 5 সূচক বিন্দু থেকে ডানদিকে 3 একক দূরে গেলে কোন্ সংখ্যা পাবে?

(খ) +5 সূচক বিন্দু থেকে বাঁদিকে 3 একক দূরে গেলে কোন্ সংখ্যা পাবে?

(গ) +7 সূচক বিন্দু থেকে কত একক দূরে 4 সূচক বিন্দু আছে?

(ঘ) – 7 সূচক বিন্দু থেকে যত দূরে –৪ সূচক বিন্দু আছে, –৭ সূচক বিন্দুর বাঁপাশে ততটা দূরে কোন সংখ্যা আছে?

12. সংখ্যারেখার উপবে

(ক) -3 ও - 8 সূচক বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে ব্যবধান কত?

(খ) -2 ও + 3 সূচক বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব কত?

8.5 পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে যোগ ও বিয়োগ প্রক্রিয়া

8.5.1পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে যোগ:

স্বাভাবিক সংখ্যাদের মধ্যে যোগ প্রক্রিয়ার সঙ্গে তোমরা পরিচিত।

+ 5 ও 5 এর মধ্যে কোনো পার্থক্য নেই। তাই 5 + 3 এবং (+5) + (+3) এর মধ্যে কোনো পার্থক্য নেই। তাই তুমি বলতে পারবে: (+5) + (+3) = + 8

তবে এই যোগফল কীভাবে পেয়েছিলে, এসো মনে করব।

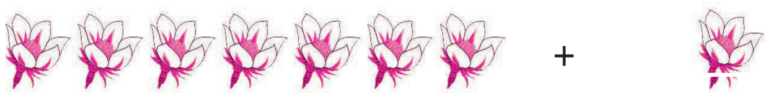
5 টি ফুল　　　　3টি ফুল

তিনটি ফুল থেকে একটি এনে ৫টি ফুলের সাথে মেশালাম-

6 টি ফুল　　　　2টি ফুল

দুটি ফুল থেকে একটি এনে ৬টি ফুলের সাথে মেশালাম -

7 টি ফুল　　　　1 টি ফুল

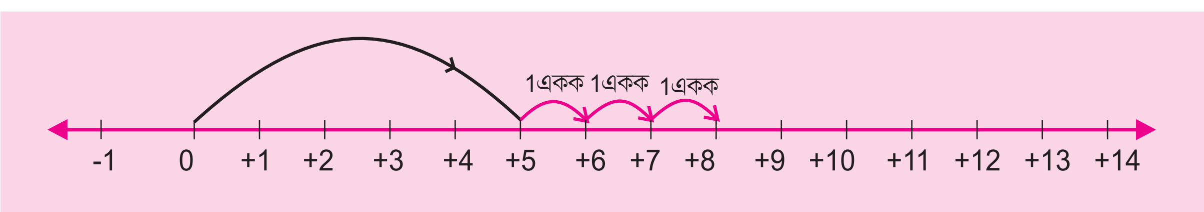


শেষ একটি এনে ৭টি ফুলের সঙ্গে মেশালাম—-

8 টি ফুল

সংখ্যা ক্রম অনুয়ায়ী ৩ থেকে ১, ১ ও আরও ১ এনে ৫-এর সঙ্গে ক্রমান্বয়ে একত্র করে পেলাম ৮।

এই কার্যকে সংখ্যারেখার উপরে নিম্নমতে করা যেতে পারবে।



প্রথম সংখ্যাটি দেখানোর জন্য শূন্য (0) সূচক বিন্দু থেকে আরম্ভ করে প্রথম সংখ্যা সূচক বিন্দু পর্যন্ত যাবে।

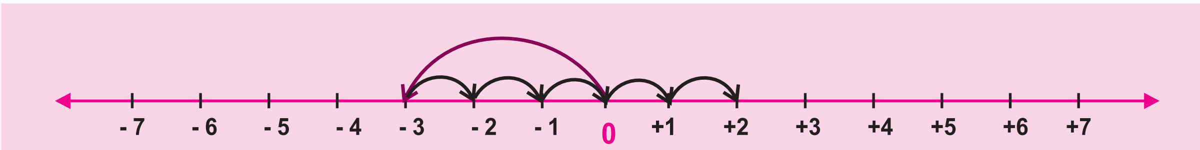
(+5) ও (+3) এর যোগফল নির্ণয় করার জন্য শূন্য সূচক বিন্দু থেকে 5 ঘর ডাইনে গিয়ে +5 বিন্দুর কাছে পৌঁছনোর পরে গুনে গুনে 3 বা 3 একক ঘর ডানদিকে গেলাম। বর্তমান পৌঁছলাম + 8 এর কাছে।

তাই জানলাম, (+5) + (+3) = +8

এই প্রণালীতে নিম্ন যোগ ক্রিয়াগুলোকে সম্পাদন করব।

(ক) (-3) + (+5) = ?

যোগ ক্রিয়ার প্রথম সংখ্যা। -3 হেতু শূন্য (0) সূচক বিন্দু থেকে -3 পর্যন্ত গিয়ে -3 বিন্দুর কাছে পৌঁছালাম।



+5 যোগ করার কার্যের জন্য একটা একটা ঘর নিয়ে পাঁচঘর (বা একক) গুনে ডানদিকে যাব। আমরা যে সংখ্যার কাছে পৌঁছালাম, তা হল +2।

তাহ(-3) + (+5) = +2

বলো দেখি:
সংখ্যারেখা ব্যবহার করে **-4** এর সঙ্গে **+6** যোগ করলে যোগফল কত হবে?

8.5.2. পূর্ণসংখ্যার মধ্যে বিয়োগ:

আমরা জানি 'লাভ'-কে ধনাত্মক সংখ্যা দ্বারা ও 'ক্ষতি'-কে ঋণাত্মক সংখ্যাদ্বারা সূচিত করা হয়।

একটি সাধারণ কথার দ্বারা সহজে একে বুঝতে পারব সেটা হল—লাভ কমে যায় যদি ক্ষতি অধিক হয়। এই কথার জন্য একটি উদাহরণ দেখব—

গোবিন্দ আলু বিক্রি করে 10 টাকা লাভ করল ও পিঁয়াজ বেচে 4 টাকা ক্ষতি করল।

তাহলে তার মোট লাভ হল = 10 টাকা – 4 টাকা = 6 টাকা

তার পরের দিন তার আলু বিক্রিতে লাভ হল 10টাকা কিন্তু পিঁয়াজ বিক্রিতে ক্ষতি হল 5 টাকা, অর্থাৎ তার ক্ষতি 1টাকা বেশি হল।

মোট লাভ করল = 10 টাকা. – 5টাকা. = 5 টাকা

এখন দেখলাম

দ্বিতীয় দিন তার ক্ষতি 1 টাকা বেড়ে যাওয়ায় (4 টাকার পরিবর্তে 5টা ক্ষতি হওয়ায়)তার মোট লাভ 1 টাকা কমে গেল (6 টাকার পরিবর্তে 5টাকা লাভ হল)। তাই আমরা জানলাম ক্ষতি যত বাড়ে, লাভ তত কমে।

এর থেকে আমরা কী জামলাম? **-3 যোগ করা যা +3** বিয়োগ করা তা।

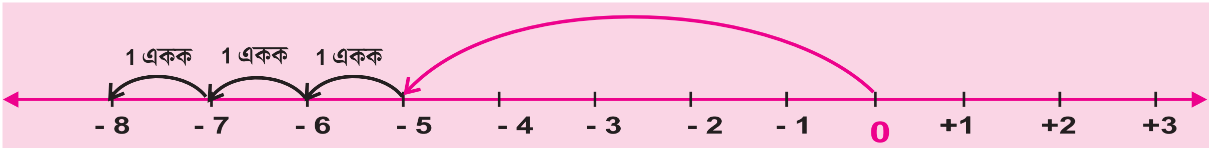
অতএব (-5) + (-3) = -5 - (+3)

আমরা 7থেকে 3 কীভাবে বিয়োগ করি?

$$7-3 = (7-1)-2$$
$$= (6-1)-1$$
$$= 5-1 = 4$$

অর্থাৎ 7 থেকে বারে বারে 3 টি 1 কমিয়ে আমরা 7 থেকে 3 বিয়োগ করে থাকি। 1 কমাবার অর্থ সেই সংখ্যা পাব, যেটা সংখ্যারেখায় পূর্ব সংখ্যার বাঁ পাশে থাকে। তাই ধনাত্মক সংখ্যা বিয়োগ করার সময় আমরা বাঁদিকে যাই।

(ক) (-5) + (-3) = -5 - (+3)



শূন্য (0) সূচক বিন্দু থেকে -5সূচক বিন্দু পর্যন্ত যাওয়ার পরে +3 বিয়োগ করতে 3 ঘর (একক) বাঁয়ে গেলাম। -5 + (-3) = -5 - (+3) = -8

(খ) (- 8) + (+5) = ?

আমরা দেখলাম: -8 + (+5) = -3

(গ) (+ 7) - (+3) = ?

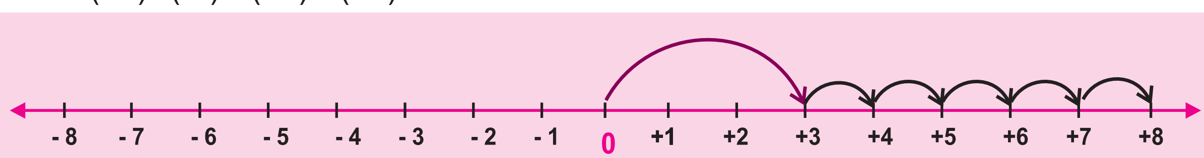
আমরা জেনেছি +3 বিয়োগ করতে হলে ৩ একক বাঁয়ে যেতে হবে।

(+ 7) - (+3) = + 4

(ঘ) (+3) - (-5) = ?

-5 বিয়োগ করার অর্থ হচ্ছে - 5এর বিপরীত সংখ্যা +5 যোগ করো।

(+3) - (-5) = (+3) + (+5)



সুতরাং (+3) - (-5) =(+3) + (+5) = +8

সংখ্যারেখার সাহায্যে যোগ ও বিয়োগ কার্যের সম্বন্ধে কিছু জানার কথা।

- যোগ বা বিয়োগ করার সময় আমরা শূন্য (0) সূচক বিন্দু থেকে আরম্ভ করি।
- ধনাত্মক সংখ্যা যোগ করার সময় আমরা ডানদিকে যাই।
- ধনাত্মক সংখ্যা বিয়োগ করার সময় আমরা বাঁদিকে যাই।
- যে ধনাত্মক সংখ্যা যোগ করার থাকে এক এক করে ততটা ঘর (একক) গুনে আমরা ডান দিকে যাই।
- যে ধনাত্মক সংখ্যা বিয়োগ করার থাকে এক এক করে ততটা ঘর গুনে আমরা বাঁদিকে যাই।
- একটি ঋণাত্মক সংখ্যা যোগ করার জন্য সেই সংখ্যার বিপরীত সংখ্যা নিয়ে বিয়োগ করব। সুতরাং যেখানে ঋণাত্মক সংখ্যা যোগ করার থাকে, সেখানে উক্ত সংখ্যার বিপরীত সংখ্যা বিয়োগ করতে হয়। যথা:

  $(+5) + (-7) = (+5) - (+7)$
- **একটি ঋণাত্মক সংখ্যা বিয়োগ করার জন্য, উক্ত সংখ্যার বিপরীত সংখ্যাকে যোগ করতে হয়।** যথা:

  $(+3) - (-5) = (+3) + (+5)$

অভ্যাস কার্য 8.2

1. একটি সংখ্যারেখা অঙ্কন করে তাতে পূর্ণসংখ্যাগুলো চিহ্নিত করো। সেই সংখ্যা রেখার সাহায্যে নিম্ন প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

   (ক) -3 সূচক বিন্দু থেকে সেই সংখ্যার বিপরীত সংখ্যা সূচক বিন্দুর দূরত্ব কত একক?

   (খ) -7 সূচক বিন্দু ও - 4 সূচক বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব কত?

   (গ) + 7 সূচক বিন্দু ও + 4সূচক বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব কত?

2. সংখ্যারেখাটি অঙ্কন করে তাতে পূর্ণসংখ্যাদের চিহ্নিত করো। সেই সংখ্যারেখাকে দেখে নিম্ন প্রশ্নের উত্তর দাও।

   (ক) -2 সূচক বিন্দু থেকে 4 একক বাঁয়ে এলে কোন্ সংখ্যা সূচক বিন্দুর কাছে পৌঁছাবে?

   (খ) +4 সূচক বিন্দু থেকে 7 একক বাঁয়ে এলে কোন্ সংখ্যা সূচক বিন্দুর কাছে পৌঁছবে?

   (গ) -5 সূচক বিন্দু থেকে 4 একক ডানদিকে এলে কোন্ সংখ্যার কাছে পৌঁছবে?

   (ঘ) -2 সূচক বিন্দু থেকে 5 একক ডানদিকে গেলে কোন্ সংখ্যার কাছে পৌঁছবে?

3. সংখ্যারেখার সাহায্যে যোগ করো। প্রতি প্রশ্নের সমাধানের জন্য একটি সংখ্যারেখার সাহায্য নাও।

(ক) (+3) + (+2)　　(খ) (-2) + (+5)　　(গ) (+8) + (-3)

(ঘ) (-7) + (+4)　　(ঙ) (-3) + (-4)　　(চ) (+5) + (0)

4. প্রত্যেক প্রশ্নের জন্য একটি সংখ্যারেখা অঙ্কন করে বিয়োগ করো।

(ক) (+5) - (+3)　　(খ) (+7) - (-4)　　(গ) (+5) - (+8)

(ঘ) (+4) - (-7)　　(ঙ) (-4) - (+3)　　(চ) (-6) - (-5)

8.6 পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে যোগ প্রক্রিয়ার বিভিন্ন নিয়ম:

(ক) আমরা যে যোগকার্যগুলি সম্পাদন করেছি, তাতে দেখেছি –

দুটি পূর্ণ সংখ্যার যোগফলও এক পূর্ণসংখ্যা।

তাই যোগ প্রক্রিয়া **সংবৃত্তি নিয়ম** পালন করে।

(খ) যোগ প্রক্রিয়াতে ক্রমবিনিময়ী নিয়ম

নিজে করে দেখো:

- যে কোনো দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা নাও। প্রথম সংখ্যার সঙ্গে দ্বিতীয় সংখ্যাকে মেশাও। এখন দ্বিতীয় সংখ্যার সঙ্গে প্রথম সংখ্যাকে মেশাও। উভয় যোগফল সমান হল কি?
- একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ও একটা ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা নিয়ে সেই রকম কাজ করো। দুটি যোগফলের মধ্যে কী লক্ষ করছ?
- দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা নিয়ে প্রথম সংখ্যার সঙ্গে দ্বিতীয় সংখ্যাকে মিশিয়ে যোগফল কত হল লেখো। এবার দ্বিতীয় সংখ্যার সঙ্গে প্রথম সংখ্যাকে যোগ করে যোগফল নির্ণয় করো। উভয় যোগফল সমান হচ্ছে কি?
- উপরে করা তিনটি কার্য থেকে কী জানলে?

আমরা দেখলাম

দুটি পূর্ণসংখ্যাকে যে কোনো ক্রমে যোগ করলেও যোগফল সমান হয়। যোগ প্রক্রিয়া ক্রমবিনিময়ী নিয়ম পালন করে।

বলো দেখি:
পূর্ণসংখ্যার মধ্যে বিয়োগ প্রক্রিয়া ক্রমবিনিময়ী নিয়ম পালন করে কি?

(গ) { (+2) + (-3)} + (+6) = (-1) + (+6) = +5

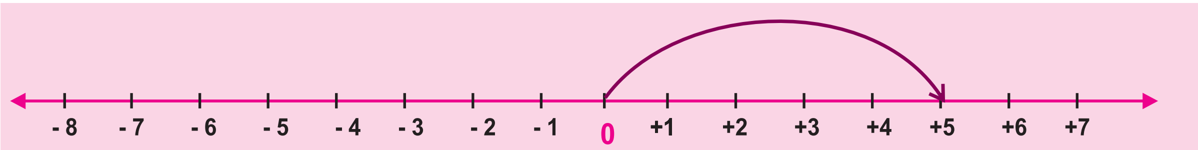
পুনশ্চ (+2) + {(-3) + (+6)}= (+2) + (+3) = +5

আমরা দেখলাম— তিনটি সংখ্যার মধ্যে প্রথম ও দ্বিতীয় যোগফলকে তৃতীয় সহযোগ করলে যে ফল পাওয়া যায়, প্রথমকে দ্বিতীয় ও তৃতীয় যোগফলের সহযোগ করলে সেই যোগফল মেলে।

অর্থাৎ যোগ প্রক্রিয়া **সহযোগী নিয়ম** পালন করে।

(ঘ) পূর্ণ সংখ্যার সঙ্গে শূন্য (0)-কে যোগ করব।

(+5) + (0) = ?



+ 5 এর সঙ্গে শূন্য (0) যোগ করার সময় প্রথমে সংখ্যা রেখায় +5 সূচক বিন্দুতে যেতে হবে। শূন্য মেশাবার অর্থ আর আগে (ডাইনে) যাব না। তাই +5-এ শূন্য যোগ করলে যোগফল +5 হবে।

(+5) + (0) = +5

সেইরকম (0) + (+5) = +5

তাই (+5) + 0 = 0 + (+5) = +5

জানো কি?

শূন্য (0) হচ্ছে যোগাত্মক অভেদ।

অর্থাৎ পূর্ণসংখ্যায় যোগ প্রক্রিয়া অভেদ নিয়ম পালন করে।

আমরা দেখলাম—

যে কোনো পূর্ণসংখ্যা + 0 = 0 +সেই পূর্ণসংখ্যা =সেই পূর্ণসংখ্যা

(ঙ) দুটি বিপরীত সংখ্যার যোগ

সংখ্যারেখার সাহায্যে কয়েক জোড়া বিপরীত সংখ্যার যোগফল নির্ণয় করব।

- (+4) + (-4) = কত?
- (-7) + (+7) = কত?
- (+ 8) + (- 8) =কত?

উপরোক্ত তিনটি যোগফল থেকে কী লক্ষ করছ?

দুটি পরস্পর বিপরীত সংখ্যার যোগফল হচ্ছে শূন্য (0)।

একে যোগ প্রক্রিয়ার বিলোম নিয়ম বলা হয়।

8.7 পূর্ণসংখ্যার পরমমান:

সংখ্যা রেখার 0 (শূন্য) সূচক বিন্দু থেকে +3 সূচক বিন্দু পর্যন্ত যেতে হলে কত একক দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে? উত্তর হবে: 3 একক।

পুনশ্চ 0(শূন্য) সূচক বিন্দু থেকে –3 সূচক বিন্দু পর্যন্ত যেতে হলে কত একক দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে? উত্তর হবে: 3 একক।

অবশ্য, ৩ সূচিত করে যে এটা 0 থেকে 3 একক ডাইনে অবস্থিত এবং –3 সূচিত করে যে এটা 0 থেকে 3 একক বাঁয়ে অবস্থিত। এখানে '+' চিহ্ন ডান দিকের এবং '–' চিহ্ন বাঁদিকের সূচক।

কিন্তু উভয় সংখ্যা +3 ও -3 এর একটি সাধারণ গুণ হচ্ছে যে শূন্য (0) থেকে 3 একক দূরে অবস্থিত।

তাই আমরা দেখলাম +3 ও -3 প্রত্যেক সংখ্যা 3 সহ সম্পৃক্ত। 3কে +3 ও -3 প্রত্যেকের পরমমান বলা হয়। সংকেতে

-3 এর পরমমানকে |-3| রূপে লেখা হয়। |-3| = 3

সেইরকম +3 এরপরমমানকে |+3| রূপে লেখা হয়।

|+3| = 3, |+2| = 2, |-2| = 2, |-15| = 15, |+15| = 15

জানো কি?

- পরমমান অর্থ পরিমাণ সূচক মান
- 0 এর পরমমান হচ্ছে 0।

কারণ আমরা আগে থেকে জানি 0 = -0

তাই |0| = |-0| = 0

✍ **-12, + 6, -1394 ও + 1579 এর পরমমান নির্ণয় করো।**

8.8 সংখ্যারেখার ব্যবহার না করে পূর্ণসংখ্যাদের যোগ ও বিয়োগ প্রক্রিয়া সম্পাদন

(ক) পূর্ণসংখ্যার যোগ

আমরা সংখ্যারেখার সাহায্য নিয়ে পূর্ণসংখ্যার যোগ ও বিয়োগ কার্য সম্পাদন করেছি। এখন সংখ্যারেখা বিনা পূর্ণসংখ্যাদের যোগ বিয়োগ কার্য করব।

সংখ্যার বিশ্লেষণের সাহায্যে যোগ প্রক্রিয়া

এই প্রক্রিয়ার জন্য প্রথমে একটি সংখ্যার **বিশ্লেষণ প্রক্রিয়া** সহ পরিচিত হব। একটি সংখ্যাকে বিশ্লেষণ করার অর্থ একে দুটি বা অধিক সংখ্যার যোগফল রূপে প্রকাশ করব।।

যেমন + 5 = (+4) + (+1) ,সেইরকম আমরা পাব + 5 = (+3) + (+2)

= (+2) + (+3)
= (+1) + (+4)

এটা হচ্ছে +5-এর বিভিন্ন বিশ্লেষণ। অর্থাৎ +5 কে যত প্রকারে দুটি ধনাত্মক সংখ্যার সমষ্টি রূপে লেখা সম্ভব, এখানে তা করা হয়েছে।

✍ **+ 8 কে বিভিন্ন প্রকারে দুটি ধনাত্মক রাশির সমষ্টি রূপে লেখো।**

আমরা জানতে পারব যে 1 টাকা ক্ষতি ও আরও 1 টাকা ক্ষতি হলে মোট ক্ষতি হবে 2 টাকা।

অন্য কথায়: (-1) + (-1) = -2

2 টাকা ক্ষতির সঙ্গে আরও 1 টাকা ক্ষতি হলে মোট ক্ষতি হবে 3 টাকা অর্থাৎ (-2) + (-1) = -3

এর থেকে আমরা জানলাম-

$$\begin{aligned} -3 &= (-2) + (-1) \\ &= (-1) + (-2) \end{aligned}$$

সেইরকম
$$\begin{aligned} -5 &= (-4) + (-1) \\ &= (-3) + (-2) \\ &= (-2) + (-3) \\ &= (-1) + (-4) \end{aligned}$$

এটা হল -5 এর বিশ্লেষণ।

এখন আমরা পূর্ণসংখ্যার বিশ্লেষণের সাহায্যে যোগ কার্য করব।

উদাহরণ 1 (-3) + (+5) = ?

(-3) + (+5) = (-3) + (+3) + (+2) [+5 কে (+3) + (+2) ভাবে নেওয়া হয়েছে]

= 0 + (+2) [বিপরীত সংখ্যা। (-3)ও (+3)এর যোগফল 0 হেতু]

= +2 [অভেদ নিয়ম অনুযায়ী 0 + (+2) = +2]

অবশ্য লিখতে পারতাম (-3) + (+5) = (+5) + (-3)

= 5 - 3 = 2

উদাহরণ 2 (-8) + (+6) = ?

$$\begin{aligned} (-8) + (+6) &= (-2) + (-6) + (+6) \\ &= (-2) + \{(-6) + (+6)\} \\ &= (-2) + 0 \\ &= -2 \end{aligned}$$

জানো কি?

একটি ধনাত্মক ও একটি ঋণাত্মক সংখ্যাকে যোগ করার সময় কোন্ সংখ্যাটির বিশ্লেষণ করা যাবে? এটা জানার জন্য দুটি সংখ্যারই পরমমান নির্ণয় করা হবে। যে সংখ্যার পরমমান বেশি সেটির বিশ্লেষণ করা হবে।

লক্ষ করোঃ উদাহরণ (1) এ + 5 এর বিশ্লেষণ করা হয়েছিল, কিন্তু প্রশ্ন (2) এ -8 এর বিশ্লেষণ করা হল।

(খ) সংখ্যার বিশ্লেষণের সাহায্যে বিয়োগ প্রক্রিয়া

একটি সংখ্যাকে বিয়োগ করার অর্থ এর যোগাত্মক বিলোমী বা এর বিপরীত সংখ্যাকে যোগ করা।

অর্থাৎ

(i) $+5 - (-3) = +5 + (+3)$

(ii) $-3 - (+5) = -3 + (-5)$

এই রকম প্রত্যেক বিয়োগ প্রক্রিয়াকে এক যোগ প্রক্রিয়াতে পরিণত করা যাবে। বিয়োগ প্রক্রিয়াকে যোগ প্রক্রিয়ায় পরিণত করার পরে যোগ প্রণালীতে কার্য সম্পাদন করতে হবে।

(iii) $(-5)-(+3) = (-5)+(-3)$
$= (-5)+(-1)+(-2)$
$= (-6)+(-1)+(-1)$
$= (-7)+(-1)$
$= -8$

(iv) $(-3)-(-5) = (-3)+(+5)$
$= (-3)+(+3)+(+2)$
$= 0+(+2)$
$= +2$

জানো কি ?

- +3 এর যোগাত্মক বিলোমী হচ্ছে -3।
- -5 এর যোগাত্মক বিলোমী হচ্ছে +5।
- কোন পূর্ণ সংখ্যা ও তাহার যোগাত্মক বিলোমীর সমষ্টি হচ্ছে 0।

অভ্যাস কার্য 8.3

1. নিম্নের প্রশ্নের উত্তর দাও।

(ক) 5 এএকটি পূর্ণসংখ্যা, (-6) একটি পূর্ণসংখ্যা

5 + (-6) = (-1), এখানে পূর্ণসংখ্যা দুটির যোগফল এক পূর্ণসংখ্যা হল।

এ থেকে যোগ প্রক্রিয়া কোন নিয়ম পালন করতে থাকে জানা গেল?

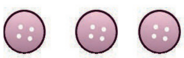
(খ) পূর্ণসংখ্যায় যোগ প্রক্রিয়া অভেদ নিয়ম পালন করে একটি উদাহরণ দাও।

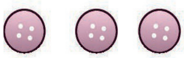
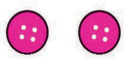
(গ) একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা নাও। এর যোগাত্মক বিলোমী নির্ণয় করো। তোমার নেওয়া ধনাত্মক সংখ্যা ও তার যোগাত্মক বিলোমীর সমষ্টি কত হবে স্থির করো।

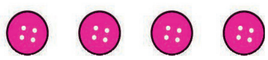
2.  এটা (+1)কে সূচিত করে, সেই রকম  এটা (-1)কে সূচিত করে,

তাহলে নিম্ন যোগফলগুলি স্থির করো।

 +  = ______ + ______ = ______

 +  = ______ + ______ = ______

 +  = ______ + ______ = ______

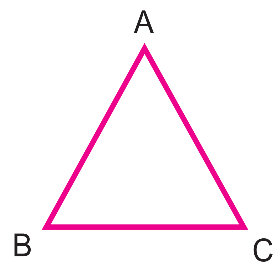
 +  = ______ + ______ = ______

নবম অধ্যায়

সমতল উপরিস্থ জ্যামিতিক আকৃতি

9.1. ত্রিভুজ

9.1.1. আমরা যা জানি



A, B, C একটি রেখায় না থাকা তিনটে বিন্দু। $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ও $\overline{CA}$ রেখা দ্বারা গঠিত এক ত্রিভুজ। প্রত্যেক ত্রিভুজের তিনটি বাহু বা ভুজ, তিনটি শীর্ষ বিন্দু ও তিনটি কোণ থাকে।

আমরাও বিভিন্ন প্রকার ত্রিভুজের বিষয়ে জানি। বাহুর দৈর্ঘ্য অনুযায়ী ত্রিভুজকে তিন শ্রেণীতে বিভক্ত করা হয়েছে। সেগুলো হল (ক) সমবাহু ত্রিভুজ (খ) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (গ) বিষম বাহু ত্রিভুজ। সেই রকম কোণের পরিমাণ অনুসারে ত্রিভুজকে তিন শ্রেণীতে বিভক্ত করা হয়েছে। সেগুলো হল —

(ক) সমকোণী ত্রিভুজ (খ) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ (গ) স্থূলকোণী ত্রিভুজ

নিজে করে দেখো:

- কিছু দেশলাইকাঠি নাও। দেশলাইকাঠিগুলি ব্যবহার করে ত্রিভুজ তৈরি করার চেষ্টা করো।
- তুমি অনেক বারে নিম্ন সংখ্যক দেশলাইকাঠি নাও।

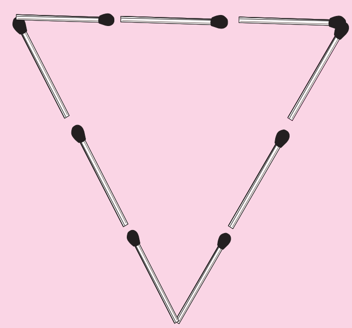
  তিনটি কাঠি

  চারটি কাঠি

  পাঁচটি কাঠি

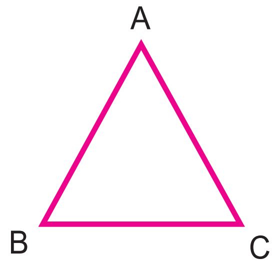
  ছটি কাঠি

  (মনে রাখো, প্রত্যেকবার তোমার নেওয়া সমস্ত দেশলাইকাঠি ব্যবহার করা হবে।)



- প্রত্যেকবার তৈরি করা ত্রিভুজদের নামকরণ করো। যদি তুমি ত্রিভুজ তৈরি করতে পারছ না, তাহলে তার কারণ চিন্তা করো।

পার্শ্বস্থ চিত্র লক্ষ করো , $\overline{AB}$ ও $\overline{CB}$ এর সাধারণ বিন্দু 'B' । 'B' বিন্দু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু



B বিন্দুতে থাকা কোণ ∠ABC কে ∠B বলা হয়।

এখানে ∠B এর সম্মুখীন বাহু হচ্ছে $\overline{AC}$ ।

$\overline{AC}$র দৈর্ঘ্যকে *'b'* বলা হয়।

নিম্ন প্রশ্নগুলির উত্তর দাও

(ক) ∠A এর সম্মুখীন বাহু কে ?

(খ) কোন্ বাহুর দৈর্ঘ্যকে 'a' রূপে নামিত করা হয় ?

(গ) $\overline{BC}$ র দৈর্ঘ্যকে কীভাবে নামিত করা যাবে ?

(ঘ) $\overline{AB}$ ও $\overline{AC}$ র ছেদে গঠিত শীর্ষবিন্দুর নাম কী ?

জেনে রাখো:

$\overline{BC}$ র সংলগ্ন কোণদ্বয় ∠ABC ও ∠ACB

$\overline{AC}$ র সংলগ্ন কোণদ্বয় ∠BAC ও ∠ACB

$\overline{AB}$ র সংলগ্ন কোণদ্বয় ∠ABC ও ∠BAC

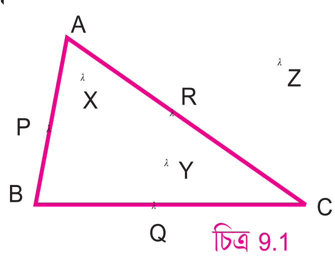
$\overline{BA}$ ও $\overline{CA}$ বাহুদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ হচ্ছে ∠BAC ।

সেইরকম, $\overline{AB}$ ও $\overline{BC}$ র অন্তর্গত কোণ হচ্ছে ∠ABC ।

$\overline{BC}$ ও $\overline{AC}$ র অন্তর্গত কোণের নাম বলো।

9.1.2. ত্রিভুজের অন্তর্দেশ ও বহির্দেশ

পার্শ্বস্থ ABC ত্রিভুজকে দেখো ও নীচে দেওয়া শূন্যস্থান পূরণ করো।

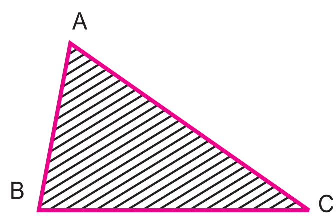


চিত্র 9.1

- △ ABC ______, ______ ও ______ রেখাত্রয়ের সমাহার।
- P বিন্দুটি ________ বাহুর উপরে অবস্থিত।
- Q বিন্দুটি ________ বাহুর উপরে অবস্থিত।
- R বিন্দুটি ________ বাহু উপরিস্থ একটি বিন্দু।
- A,B,C বিন্দু ব্যতীত চিত্রে ________ , ________ ও ________ বিন্দু তিনটি অবস্থিত।

চিত্র 9.1 এ আমরা দেখলাম যে – X, Y ও Z বিন্দুত্রয় ত্রিভুজের উপরে (অর্থাৎ ত্রিভুজের কোনো বাহুর উপরে) অবস্থিত নয়। তাহলে সেগুলো কোথায় অবস্থিত ?

নিশ্চয়ই তুমি ভেবে থাকবে যে X ও Y বিন্দু ত্রিভুজ ABCর ভেতরে অবস্থিত। X ও Y এর মতো বহুবিন্দু আছে যেগুলি ত্রিভুজ ABC র ভেতরে অবস্থিত। সেই সমস্ত বিন্দুকে নিয়ে গঠিত অঞ্চলকে ত্রিভুজ ABC-র **অন্তর্দেশ** বলা হয়।



চিত্র 9.2

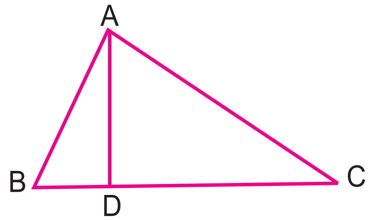
চিত্র 9.2 তে চিত্রিত অঞ্চল ত্রিভুজ ABC-র অন্তর্দেশ এটা স্পষ্ট যে চিত্র 9.1-তে ঠবিন্দুটি ত্রিভুজ ABC-র অন্তর্দেশে নেই কিংবা ত্রিভুজের উপরে নেই। এটা ত্রিভুজের বহির্দেশে অবস্থিত।

ত্রিভুজ ABC ও ইহার অন্তর্দেশকে বাদ দিয়ে অন্য সমস্ত অংশকে ত্রিভুজ ABCর বহির্দেশ বলা হয়।

অভ্যাস কার্য 9.1

1. △ ABC র চিত্র অঙ্কন করো। এই ত্রিভুজের অন্তর্দেশে P বিন্দু ও বহির্দেশে Q বিন্দু চিহ্নিত করো। A বিন্দুটি △ ABC র অন্তর্দেশ বা বহির্দেশে অবস্থিত কি?

2. (ক) পার্শ্বস্থ চিত্রে থাকা তিনটি ত্রিভুজের নাম লেখো।



   (খ) এই চিত্রে থাকা সাতটি কোণের নাম লেখো।

   (গ) ছয়টি রেখার নাম লেখো।

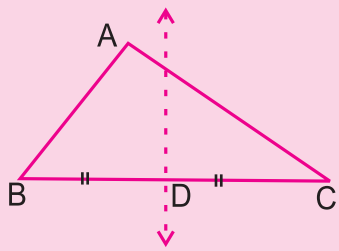
   (ঘ) কোন্ দুটি ত্রিভুজ ∠B হচ্ছে সাধারণ কোণ?

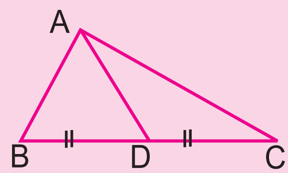
9.1.3. ত্রিভুজের মধ্যমা

কাগজকে ভাঁজ করে রেখার সমদ্বিখণ্ড লম্বা পাওয়ার উপায় আমরা জানি।

নিজে করে দেখো:

- একটা কাগজ থেকে △ ABCর আকারে কেটে নাও। (চিত্র দেখ)।
- কাগজটাকে ভাঁজ করে $\overline{BC}$ বাহুর সমদ্বিখণ্ড লম্ব চিহ্নিত করো।
- ভাঁজ করা কাগজের ভাঁজ $\overline{BC}$ বাহুকে যে বিন্দুতে ছেদ করছে তার নাম দাও 'D'।
- বর্তমান A বিন্দু ও D বিন্দুকে যোগ করলে আমরা $\overline{AD}$ পাব, এই $\overline{AD}$ কে ত্রিভুজের মধ্যমা বলা হয়।





△ ABCতে বাহু $\overline{BC}$ র মধ্যবিন্দু হচ্ছে D। $\overline{BC}$র সম্মুখীন শীর্ষবিন্দু A। রেখা $\overline{AD}$ কে ত্রিভুজের মধ্যমা বলা হয়। সেই রকম $\overline{AC}$ বাহুর মধ্যবিন্দু E ও শীর্ষবিন্দু B কে যোগ করতে থাকা রেখা $\overline{BE}$ ত্রিভুজ ABC-র অন্য এক মধ্যমা।

ত্রিভুজের একটা শীর্ষবিন্দু তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু সহ যোগ করতে থাকা রেখাকে ত্রিভুজের মধ্যমা বলা হয়।

একটি ত্রিভুজের প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু দিয়ে একটাই মাত্র মধ্যমা অঙ্কন হওয়া সম্ভব।

জানো কি?

- একটি ত্রিভুজের সর্বমোট তিনটি মধ্যমা আছে।
- মধ্যমার দুই প্রান্তবিন্দু ছাড়া অন্য সমস্ত বিন্দু ত্রিভুজের অন্তর্দেশে আছে।

অভ্যাস কার্য 9.2

1. ত্রিভূজের মধ্যমাটি সম্পূর্ণভাবে ত্রিভুজের অন্তর্দেশে থাকে কি? নিজের উত্তরের যথার্থতা দেখাও।

2. একটি চিত্র অঙ্কন করে দেখাও।

   (ক) $\triangle$ ABC অঙ্কন করো যেন AB=AC(যে কোনো মাপ নাও)

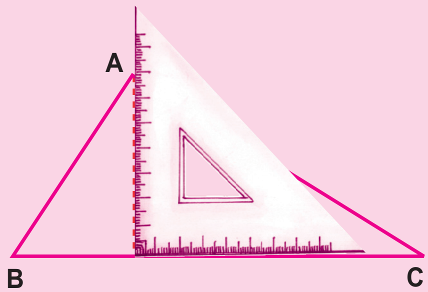
   $\overline{AD}$মধ্যমা অঙ্কন করো। প্রোটেক্টারের সাহায্যে $\angle$ADB র পরিমাণ নির্ণয় করো।

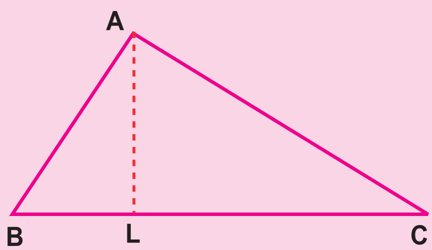
   (খ) AB = AC নিয়ে অন্য একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো। $\overline{BE}$ ও $\overline{CF}$ মধ্যমা অঙ্কন করো অঙ্কিত মধ্যমা দুটির দৈর্ঘ্যর মাপে কী লক্ষ করছ?

9.1.4. ত্রিভুজের উচ্চতা

নিজে করে দেখো:

- কার্ডবোর্ডে একটি $\triangle$ ABC তৈরি করো।
- সেটাকে টেবিলের ওপর লম্বভাবে ধরে রাখো। যেন $\overline{BC}$-র ধার টেবিলের সঙ্গে লেগে থাকে।
- ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দু টেবিল থেকে কত উঁচুতে রয়েছে, স্কেলের সাহায্যে মেপে বলো।
- শীর্ষবিন্দু A থেকে ভূমি $\overline{BC}$-র সর্বনিম্ন দূরত্ব বা লম্ব দূরত্বকে ত্রিভুজের উচ্চতা বলা হয়।
- একটি সেট্স্কোয়ারের সাহায্যে এই লম্ব অঙ্কন করো ও লম্বর দৈর্ঘ্য মাপো। এই দৈর্ঘ্য হচ্ছে ত্রিভুজের A শীর্ষ থেকে $\overline{BC}$ ভূমিপ্রতি উচ্চতা। $\overline{AL}$ এর দৈর্ঘ্য ত্রিভুজের উচ্চতা



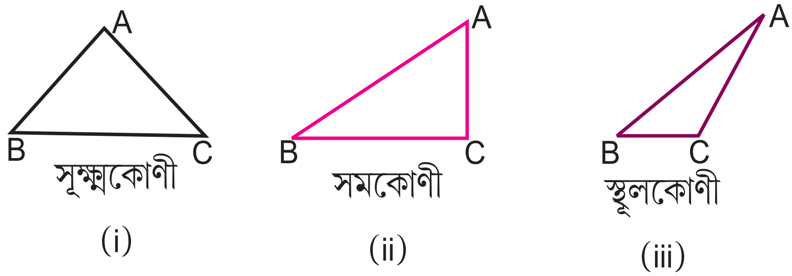


কোনো ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে এর বিপরীত বাহু প্রতি লম্বাভাবে অঙ্কিত রেখার দৈর্ঘ্যকে উক্ত বাহুপ্রতি উচ্চতা বলা হয় ও এই রেখাকে পূর্বোক্ত বাহু প্রতিলম্ব বলা হয়। প্রত্যেক শীর্ষ বিন্দু থেকে এর বিপরীত বাহু প্রতি নির্দিষ্ট উচ্চতা থাকে।

অভ্যাস কার্য 9.3

1. একটি ত্রিভুজের কত উচ্চতা থাকে?

2. (ক) পরপৃষ্ঠায় থাকা চিত্র 9.3এর মতো তিনটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো ও সেট্স্কোয়ার ব্যবহার করে উক্ত চিত্রগুলোয় A বিন্দু থেকে $\overline{BC}$-র প্রতি লম্ব অঙ্কন করে তার নাম দাও $\overline{AD}$।



চিত্র 9.3

(খ) সমকোণী $\triangle$ ABC তে D বিন্দুর অবস্থিতি কোথায় হবে দেখছ?

(গ) স্থূলকোণী ত্রিভুজে A বন্দু থেকে বিপরীত বাহু $\overline{BC}$ র প্রতি লম্ব অঙ্কন সম্ভব হল কি?

(সূচনা $\overleftrightarrow{BC}$ রেখা অঙ্কন করো ও তারপরে $\overline{AD}$ লম্ব অঙ্কন করো)।

3. প্রশ্ন নং 2তে অঙ্কন করে থাকা চিত্র দেখে উত্তর দাও।

(ক) কোন্ প্রকার ত্রিভুজে শীর্ষ বিন্দু A থেকে $\overline{BC}$ প্রতি অঙ্কিত লম্বর প্রান্ত বিন্দুদ্বয় ভিন্ন অবশিষ্টাংশ $\triangle$ ABCর অন্তর্দেশে রইল?

(খ) কোন্ প্রকার ত্রিভুজে শীর্ষবিন্দু A থেকে $\overline{BC}$ প্রতি লম্বের প্রান্তবিন্দু A ভিন্ন অবশিষ্টাংশ $\triangle$ ABCর বহির্দেশে রইল।

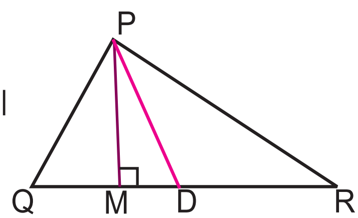
(গ) কোন্ প্রকার ত্রিভুজে শীর্ষবিন্দু A থেকে $\overline{BC}$ প্রতি অঙ্কিত লম্ব $\triangle$ ABC র একটি বাহুর সঙ্গে সম্পূর্ণভাবে মিলে গেল?

4. কোন্ প্রকার ত্রিভুজের দুটি শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর প্রতি অঙ্কিত উচ্চতা সেই ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যর সঙ্গে সমান?

5. কোন্ প্রকার ত্রিভুজে একটি শীর্ষবিন্দু থেকে এর বিপরীত বাহু প্রতি অঙ্কিত লম্ব ও মধ্যমা অভিন্ন?

6. $\triangle$ PQR এ D হচ্ছে $\overline{QR}$-এর মধ্যবিন্দু

$\angle$PMR এর পরিমাণ 90^0 হলে



(ক) $\overline{PM}$ ত্রিভুজের ______ শীর্ষবিন্দু ______বাহুপ্রতি _____।

(খ) $\overline{PD}$ ত্রিভুজের _____ শীর্ষবিন্দু _____বাহুপ্রতি _____।

(গ) $\overline{QM}$ ও $\overline{MR}$ এর মাপ সমান কি?

7. নিম্নে দেওয়া পরিস্থিতিগুলি দেখিয়ে একটা করে চিত্র অঙ্কন করো।

(ক) $\triangle$ ABC ৫, $\overline{BE}$ মধ্যমা

(খ) $\triangle$ PQR এ শীর্ষবিন্দু P থেকে $\overline{QR}$ প্রতি লম্ব $\overline{PM}$ ও $\overline{QR}$ শীর্ষবিন্দু Q থেকে $\overline{PR}$ প্রতি লম্ব $\overline{QN}$।

(গ) △ XYZএ শীর্ষবিন্দু Y থেকে বিপরীত বাহু প্রতি অঙ্কিত লম্ব Yএর বিন্দু ভিন্ন অবশিষ্ট অংশ ত্রিভুজের বহির্দেশে অবশিষ্ট।

(ঘ) △ PQR এ শীর্ষবিন্দু P থেকে এর বিপরীত বাহু প্রতিলম্ব $\overline{PM}$ এবং শীর্ষবিন্দু R থেকে এর বিপরীত বাহু প্রতিলম্ব $\overline{RN}$ এবং PM = RN।

তোমার জন্য কিছু কাজ:

কাগজে বিভিন্ন আকৃতির ত্রিভুজ (সমবাহু, সমদ্বিবাহু, বিষমবাহু ত্রিভুজ) অঙ্কন করো। তাদের প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহু প্রতি লম্ব ও মধ্যমা দেখাও। উচ্চতা ও মধ্যমার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। তাতে থাকা স্বতন্ত্রতার সম্বন্ধে বন্ধুদের সঙ্গে আলোচনা করো।

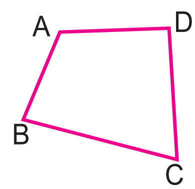
9.2 চতুর্ভুজ

9.2.1. আমরা যা জানি

আমরা বিভিন্ন প্রকার জ্যামিতিক চিত্রের বিষয়ে জানি। এর পূর্বে আমরা ত্রিভুজের বিষয়ে আলোচনা করেছি। একটি ত্রিভুজ তিনটি রেখার দ্বারা গঠিত চিত্র। এখন আমরা চারটি রেখার দ্বারা গঠিত চিত্রের বিষয়ে জানব।

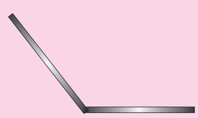
তোমার খাতায় চারটি বিন্দু A, B, C ও D এএমনভাবে নাও, যেন এদের মধ্যে কোনো তিনটি এক রেখায় না থাকে। বর্তমান $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ রেখা অঙ্কন করো। তুমি একটা চিত্র পেলে।

পাশের চিত্র দেখো। এটা চারটি রেখার সমাহারে গঠিত একটি চিত্র, এই নতুন প্রকার চিত্রের নাম **চতুর্ভুজ।**

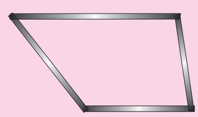


নিজে করে দেখো:

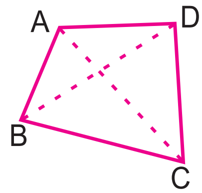
- দুটি কাঠি নাও। সেই কাঠিদ্বয়ের এক একটা মাথা জুড়ে রাখো ও অন্য দুটি মাথা পরস্পর থেকে দূরে রাখো, যেন কাঠি দুটো এক সরলরেখায় না থাকে।



- অন্য দুটি কাঠি নিয়ে সে দুটির এক একটার মাথা আগে থেকে রাখা কাঠি দুটির কাছাকাছি না থাকা মাথায় লাগিয়ে রাখো।
- এখন কাঠি দুটির অন্য মাথা দুটি জুড়ে রাখো। কাছাকাছি (অর্থাৎ মাথায় মাথা লেগে থাকা) কাঠি দুটি যেন এক সরলরেখায় না থাকে, তার প্রতি ধ্যান দেওয়া আবশ্যক।

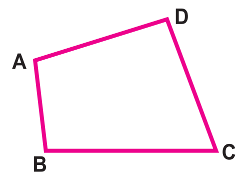


পূর্ববর্তী কার্য থেকে উৎপন্ন চিত্রটি দেশলাইকাঠি দ্বারা গঠিত। প্রত্যেক কাঠি একটি রেখার স্থূল অবস্থা। এই আকৃতি একটি চতুর্ভুজকে সূচিত করে। প্রত্যেক কাঠি এই চতুর্ভুজের এক একটি বাহুকে সূচিত করে।



এই চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু, চারটি বাহু ও চারটি কোণ রয়েছে। দুই বিপরীত শীর্ষবিন্দুকে যোগ করতে থাকা রেখাকে চতুর্ভুজের কর্ণ বলা হয়। পার্শ্বস্থ চিত্রে থাকা ABCD চতুর্ভুজে $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ এক একটা কর্ণ।

উপরের আলোচনা থেকে আমরা জানলাম যে সমতলের (কাগজ পৃষ্ঠা বা বোর্ড) উপরে চারটি বিন্দু A, B, C, D অবস্থিত থাকলে ও সেই বিন্দু চারটির মধ্যে থেকে যে কোনও তিনটি এক সরলরেখায় না থাকলে $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ দ্বারা গঠিত চিত্রকে চতুর্ভুজ বলা হয়।



যে কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহু বা ভুজ, চারটি শীর্ষবিন্দু ও চারটি কোণ থাকে। পার্শ্বস্থ চিত্রে থাকা চতুর্ভুজের নাম কী ?

চতুর্ভুজের যে বাহু দুটির একটি সাধারণ প্রান্তবিন্দু থাকে, সেই বাহুদ্বয়কে **সংলগ্ন বাহু** বলা হয়। $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ এক জোড়া সংলগ্ন বাহু। প্রত্যেক চতুর্ভুজের চার জোড়া সংলগ্ন বাহু থাকে।

উপরের চিত্রে থাকা চার জোড়া সংলগ্ন বাহুর নাম লেখো।

যে বাহু দুটির কোনো সাধারণ প্রান্ত বিন্দু থাকে না, সেই বাহু দুটিকে **বিপরীত বাহু** বলা হয়। $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ একজোড়া বিপরীত বাহু। প্রত্যেক চতুর্ভুজের দুই জোড়া বিপরীত বাহু থাকে।

উপরের চিত্রে থাকা চতুর্ভুজের দু-জোড়া বিপরীত বাহুর নাম লেখো।

কোনো চতুর্ভুজের একটা বাহুর দুই প্রান্তবিন্দুকে উক্ত চতুর্ভুজের এক জোড়া **ক্রমিক শীর্ষবিন্দু** বলা হয়। যে শীর্ষবিন্দুদ্বয় ক্রমিক নয়, সে দুটিকে **বিপরীত শীর্ষবিন্দু** বলা হয়। A ও B এক জোড়া ক্রমিক শীর্ষবিন্দু, A ও C একজোড়া বিপরীত শীর্ষবিন্দু।

অন্য কোন্ জোড়া শীর্ষবিন্দু ক্রমিক ও কোন্ জোড়া শীর্ষবিন্দু বিপরীত, সেটা চিত্র থেকে বেছে লেখো।

ক্রমিক শীর্ষবিন্দুতে থাকা কোণ দুটিকে **ক্রমিক কোণ** এবং বিপরীত শীর্ষবিন্দুতে থাকা কোণ দুটিকে **বিপরীত কোণ** বলা হয়

উপরের চিত্রে থাকা চতুর্ভুজের ক্রমিক কোণ ও বিপরীত কোণের নাম লেখো।

অভ্যাস কার্য 9.4

1. একটি চতুর্ভুজের চিত্র অঙ্কন করে তার নাম PQRS দাও। এর সমস্ত বাহু, কোণ, শীর্ষবিন্দু ও কর্ণের নাম লেখো।

2. পার্শ্বস্থ চিত্র দেখে নিম্নের প্রশ্নের উত্তর দাও।

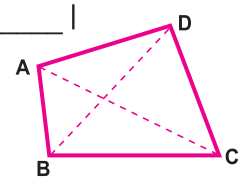
(ক) $\angle B$ এর বিপরীত কোণ ________ ও $\angle A$ এর বিপরীত কোণ ________।

(খ) DA বাহুর সংলগ্ন কোণ দুটি হল ________ ও ________ ।

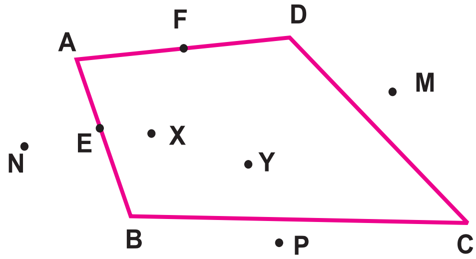
(গ) চতুর্ভুজে একটি বাহুর ________ টি সংলগ্ন কোণ থাকে।

(ঘ) B শীর্ষবিন্দুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু হচ্ছে ________।

(ঙ) ________ কর্ণের দৈর্ঘ্য, ________ কর্ণের দৈর্ঘ্য থেকে বেশি।



9.2.2. চতুর্ভুজের অন্তর্দেশ ও বহির্দেশ



পার্শ্বস্থ চিত্র দেখে উত্তর দাও।

(ক) কোন্ বিন্দুগুলি চতুর্ভুজের উপরিস্থ বিন্দু?

(খ) কোন্ বিন্দুগুলি চতুর্ভুজের অন্তঃস্থ বিন্দু?

(গ) কোন্ বিন্দুগুলি চতুর্ভুজের বহিঃস্থ বিন্দু?

ABCD চতুর্ভুজে X, Y বিন্দুর মতো অসংখ্য অন্তঃস্থ বিন্দু আছে। সেই সমস্ত বিন্দুর সমাহারে গঠিত অঞ্চলকে ABCD চতুর্ভুজের অন্তর্দেশ বলা হয়। চতুর্ভুজের সমস্ত অন্তঃস্থ বিন্দুর সমাহারে গঠিত অঞ্চলকে চতুর্ভুজের **অন্তর্দেশ** বলা হয়।

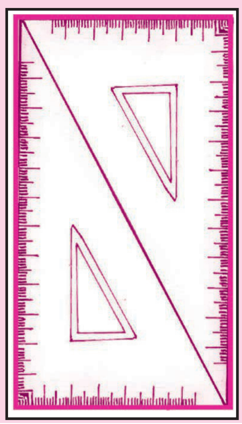
কাগজ পৃষ্ঠার (সমতল) যে অঞ্চল ABCD, চতুর্ভুজের বাইরে থাকে তাকে ABCD, চতুর্ভুজের বহির্দেশ বলা হয়। চতুর্ভুজটির চার বাহু হচ্ছে তার অন্তর্দেশ ও বহির্দেশের মধ্যে থাকা সীমারেখা। চতুর্ভুজ ও এর অন্তর্দেশকে বাদ দিলে, চতুর্ভুজকে ধারণ করা সমতলের অবশিষ্ট অঞ্চলকে চতুর্ভুজের **বহির্দেশ** বলা হয়। তাই অন্তর্দেশ সীমিত অঞ্চল হওয়ার সময় বহির্দেশ অসীম।

জানো কি?

কোনো চতুর্ভুজ ও এর অন্তর্দেশকে একত্র নিলে একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র গঠিত হয়।

9.2.3. কয়েকটি বিশেষ প্রকারের চতুর্ভুজ

নিজে করে দেখো:

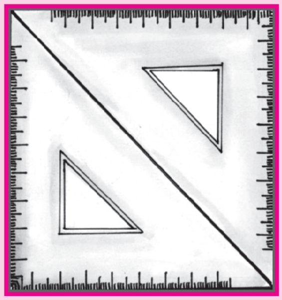


- তোমার জ্যামিতি বাক্সে দুটো সেট্‌স্কোয়ার আছে। একটাকে 60^0-30^0 সেট্‌স্কোয়ার ও অন্যটি 45^0 - 45^0 সেট্‌স্কোয়ার বলা হয়।
- তোমার ও তোমার বন্ধুর 30^0 সেট্‌স্কোয়ার দুটিকে চিত্রের মতো জুড়ে রাখো।
- এখন বলো উৎপন্ন চতুর্ভুজের প্রত্যেক কোণের পরিমাণ কত?
- উৎপন্ন চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুদের মধ্যে কী প্রকার সম্পর্ক আছে?

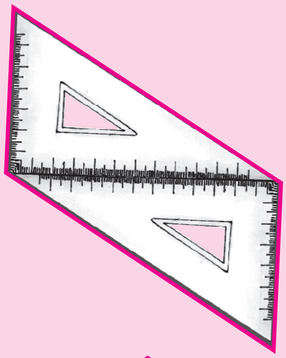
এই ধরনের চিত্রকে আয়ত চিত্র বলা হয়। এ থেকে আমরা জানলাম যে চতুর্ভুজের প্রত্যেক কোণের পরিমাণ **90^0** তাকে **আয়তচিত্র বলা হয়।**

নিজে করে দেখো:

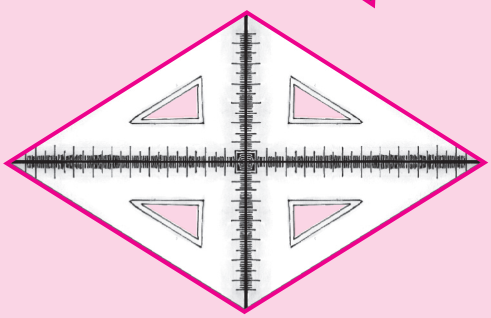
45^0 - 45^0 সেট্‌স্কোয়ার দুটিকে চিত্রে প্রদর্শিত হওয়ার মতো জুড়ে রাখলে, আমরা এক প্রকার চতুর্ভুজ পাব। এই আকৃতি লক্ষ করলে দেখব যে, এই ধরনের চতুর্ভুজের প্রত্যেক কোণের পরিমাণ 90^0 ও সমস্ত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। এই ধরনের চতুর্ভুজকে **বর্গচিত্র** বলা হয়।



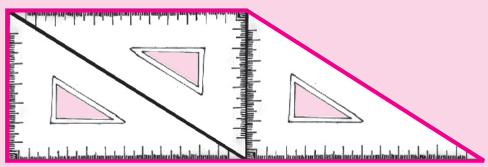
এবার তুমি দুটি 60^0 - 30^0 সেট্‌স্কোয়ার চিত্রের মতো জুড়ে রাখো। এবার তুমি আর এক প্রকার চতুর্ভুজ চিত্র পাবে। লক্ষ করো চিত্রে থাকা এই চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তর ও সমান। এই প্রকার চতুর্ভুজকে **সামন্তরিক চিত্র** বলা হয়।



চারটি 60^0 - 30^0 সেট্‌স্কোয়ারকে চিত্রের মতো জুড়ে রাখলে সেটা এক ভিন্ন প্রকারের চতুর্ভুজের আকৃতি গঠন করবে। এই চিত্রে থাকা চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুসকল পরস্পর সমান্তর ও সমস্ত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। এই চতুর্ভুজকে **রম্বস** বলা হয়।



তনটি 60^0 - 30^0 সেট্‌স্কোয়ারকে চিত্রে প্রদর্শিত হওয়ার মতো জুড়ে রাখো। এটাও এক প্রকার চতুর্ভুজের আকৃতি গঠন করবে। এই চতুর্ভুজকে **ট্রাপিজিয়াম** বলা হয়। এর এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তর।



9.2.4. বিভিন্ন প্রকার চতুর্ভুজের কোণেদের পরিমাণের মধ্যে সম্পর্ক

প্রত্যেক ধরনের চতুর্ভুজের যে চিত্রগুলো আগে থেকে দেওয়া আছে। সেই চিত্র থেকে কোণেদের পরিমাণ তোমার প্রোটেক্টারের সাহায্যে মাপ। সারণীর খালি থাকা ঘরে 'ঠিক' বা 'ভুল' লেখো।

চতুর্ভুজের নাম	বিপরীত চারটিরই কোণদের পরিমাণ সমান	পরিমাণ সমান
আয়তচিত্র		
বর্গচিত্র		
সামন্তরিক চিত্র		
রম্বস্‌		
ট্রাপিজিয়াম		

তোমারা নিশ্চয় দেখেছ যে, আয়তচিত্র ও বর্গচিত্র উভয়ক্ষেত্রে সমস্ত কোণের পরিমাণ সমান ও প্রত্যেকে 90^0। **আয়তচিত্র, বর্গচিত্র, সমান্তরিক চিত্র ও রম্বসের ক্ষেত্রে বিপরীত কোণগুলির পরিমাণ সমান।**

অভ্যাস কার্য 9.5

1. নীচে দেওয়া সারণীটি পূরণ করো। যেন সামন্তরিক চিত্রের সম্বন্ধে ‘হ্যাঁ’ বা ‘না’ পূরণ করা হয়েছে।

চতুর্ভুজ	বিপরীত বাহু		সমস্তবাহু	বিপরীত কোণ	কর্ণদ্বয়	
	সমান্তর	সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট	সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট	সমান পরিমাণ বিশিষ্ট	সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট	পরস্পর প্রতি লম্ব
সমান্তরিক চিত্র	হ্যাঁ	হ্যাঁ	না	হ্যাঁ	না	না
আয়তচিত্র						
বর্গচিত্র						
রম্বস						
ট্রাপিজিয়াম্‌						

2. প্রত্যেক উক্তির নীচে থাকা বন্ধনী থেকে উপযুক্ত তথ্য বেছে শূন্যস্থান পূরণ করো।

(ক) একটি সামান্তরিক চিত্রের — সমান হলে চিত্রটি রম্বস হয়।

(কোণের পরিমাণ, সমস্তবাহুর দৈর্ঘ্য, কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য।)

(খ) এক ———-র কোণগুলো সমকোণ হলে, চিত্রটি আয়তচিত্র হবে।

(বর্গচিত্র, সামন্তরিক চিত্র, রম্বস)

(গ) একটি আয়তচিত্রের ——— সমান হলে চিত্রটি বর্গচিত্র হবে।

(সমস্তবাহুর দৈর্ঘ্য, সমস্ত কোণের পরিমাণ)

(ঘ) কোনো চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তর হলে চিত্রটি ——— হবে।

(রম্বস, বর্গচিত্র, ট্রাপিজিয়াম)

(ঙ) কোনো চতুর্ভুজের দুজোড়া বিপরীত বাহু সমান্তর হলে চিত্রটি — হবে।

(বর্গচিত্র, আয়তচিত্র, সামন্তরিক চিত্র)

(চ) ABCD চতুর্ভুজের $\overline{AB}$ সমান্তর $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ সমান্তর $\overline{BC}$ এবং $\angle ABC$র পরিমাণ 90^0 হলে চতুর্ভুজটি একটি ——— হবে।

(রম্বস, আয়তচিত্র, বর্গচিত্র)

3. নিম্নোক্ত উক্তিদের থেকে ঠিক্ উক্তির শেষে ঠিক্ চিহ্ন (✓) ও ভুল উক্তির শেষে কাটা চিহ্ন (✗) বসাও।

(ক) আয়তচিত্রের প্রত্যেক কোণ এক সমকোণ

(খ) আয়ত চিত্রের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

(গ) একটি বর্গচিত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরের প্রতি লম্ব।

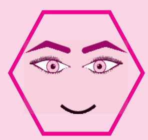
(ঘ) একটি রম্বসের সমস্ত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

(ঙ) একটি সামান্তরিক চিত্রের সমস্ত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

(চ) ট্রাপিজিয়ামের বিপরীত বাহু সমান্তর।

বলো দেখি:
বর্গচিত্রকে এক স্বতন্ত্র প্রকারের আয়তচিত্র বলব কি? কারণ কী?

4. একটি চতুর্ভুজের সমস্তবাহু সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট ও সমস্ত কোণ সমপরিমাণ হলে আমরা তাকে সুষম চতুর্ভুজ বলি। তবে সুষম চতুর্ভূজটি কে লেখো।



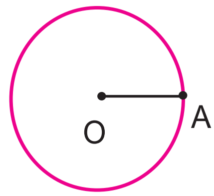
9.3 বৃত্ত

পূর্ব শ্রেণীতে তোমরা মুক্ত হস্তে এবং কম্পাস দ্বারা কীভাবে বৃত্ত অঙ্কন করা হয় সেটা জানো। এই পাঠ্যতে আমরা বৃত্ত সম্বন্ধীয় কিছু বিশেষ তথ্য জানব।

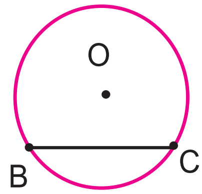
9.3.1. বৃত্ত ও বৃত্ত সম্পৃক্ত কিছু শব্দ

তোমার খাতার একটি পাতায় একটি বিন্দু নাও। সেই বিন্দুতে কম্পাস রেখে একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। বিন্দুটির নাম 'O' দাও। এই 'O' বিন্দুকে অঙ্কিত বৃত্তের কেন্দ্র বলা হয়। বৃত্তের উপরিস্থে অন্য একটি বিন্দু A নাও।

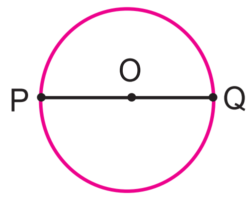
স্কেলের সাহায্যে $\overline{OA}$ অঙ্কন করো। $\overline{OA}$-কে বৃত্তের **ব্যাসার্ধ** বলা হয়। **বৃত্তের কেন্দ্র ও বৃত্ত উপরিস্থ যে কোনো বিন্দুকে যোগ করতে থাকা রেখার দৈর্ঘ্যকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলা হয়।** বৃত্তের ব্যাসার্ধ দৈর্ঘ্য মাপকে সূচিত করে।



বৃত্ত উপরিস্থ দুটি বিন্দু B ও C নাও। $\overline{BC}$ রেখা অঙ্কন করো। বর্তমান $\overline{BC}$ কে বৃত্তের জ্যা বলা হয়। অর্থাৎ বৃত্ত উপরিস্থ যে কোনো দুটি বিন্দুকে যোগ করতে থাকা রেখাকে বৃত্তের জ্যা বলা হয়।



বৃত্তের উপরিস্থ দুটি বিন্দু P ও Q এমন ভাবে নাও যেন $\overline{PQ}$ জ্যা বৃত্তের কেন্দ্র O -কে ধারণ করবে। $\overline{PQ}$-কে বৃত্তের ব্যাস বলা হয়। অর্থাৎ কেন্দ্র বিন্দুগামী জ্যাকে বৃত্তের একটি ব্যাস বলা হয়। চিত্রে এই ব্যাস হচ্ছে বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা। বৃত্তর যে কোনো ব্যাসের দৈর্ঘ্যকে উক্ত বৃত্তের ব্যাস বলা হয়। তাই বৃত্তের ব্যাস দৈর্ঘ্য মাপকে সূচিত করে।



নিজে করে দেখো:

- 3 সে.মি., ৪ সে. মি, ও ৫ সে.মি. পরিমাণ বিশিষ্ট তিনটি আলাদা আলাদা বৃত্ত অঙ্কন করো (কম্পাসের সাহায্যে।) সেগুলোকে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় বৃত্ত বলে নাম দাও।
- প্রত্যেক বৃত্তে একটি করে ব্যাসার্ধ ও একটি করে ব্যাস অঙ্কন করো।
- প্রত্যেক বৃত্তে ব্যাসার্ধ ও ব্যাসকে মেপে তাদের মধ্যে কী সম্পর্ক আছে স্থির করো।

আমরা জানলাম **বৃত্তর ব্যাস = 2 x বৃত্তের ব্যাসার্ধ**

যদি কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3.5 সে.মি হয়,

তবে এর ব্যাস = 3.5 x 2 = 7 সেমি হবে।

বলো দেখি:
বৃত্তের ব্যাস জানা থাকলে এর ব্যাসার্ধ কীভাবে বেরোবে?

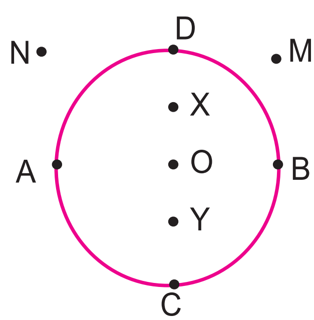
9.3.2. বৃত্তের অন্তর্দেশ ও বহির্দেশ

চিত্র দেখে উত্তর দাও।

(ক) C,D,A ও _____ বিন্দুগুলি বৃত্তের উপরে অবস্থিত।

(খ) M ও _____ বৃত্তর বহিস্থ বিন্দু।

(গ) X,O ও _____ বৃত্তর অন্তঃস্থ বিন্দু।

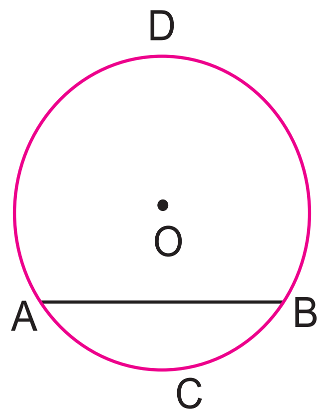


বৃত্তের অন্তঃস্থ বিন্দুদের সমাহারে বৃত্তের **অন্তর্দেশ** গঠিত। এটা বৃত্তদ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলকে সূচিত করে। ইহা একটি সীমিত অঞ্চল। বৃত্ত ও বৃত্তর অন্তর্দেশ একত্র বৃত্ত আকৃতির ক্ষেত্র গঠন করে। বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দুদের সমাহারে বৃ্ত্তের **বহির্দেশ** গঠিত। এটি অসীমভাবে বিস্তৃত।

জেনে রাখো:
যে সমতলে বৃত্তটি অঙ্কিত সেই সমতলটি বৃত্ত, বৃত্তর অন্তর্দেশ ও বৃত্তের বহির্দেশ এরকম তিনটি ভাগে বিভক্ত হয়ে থাকে।

9.3.3 বৃত্তের চাপ

পার্শ্বস্থ চিত্রে থাকা বৃত্তের $\overline{AB}$ একটি জ্যা। A ও B বিন্দু ব্যতীত বৃত্তের উপরে C নামে অন্য এক বিন্দু নাও। বৃত্তর ACB অংশকে বৃত্তের **চাপ** বলা হয়। একে $\overset{\frown}{ACB}$ সংকেত দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $\overline{AB}$ জ্যার যে পাশে C বিন্দু আছে তার বিপরীত পার্শ্বে বৃত্তর উপর একটা বিন্দু D নাও। $\overset{\frown}{ADB}$ অন্য একটি চাপ। $\overset{\frown}{ACB}$ ও $\overset{\frown}{ADB}$ চাপদ্বয় পরস্পরের **বিপরীত চাপ**। চিত্রে $\overset{\frown}{ACB}$ ক্ষুদ্রচাপ ও $\overset{\frown}{ADB}$ বৃহৎ চাপ। $\overset{\frown}{ACB}$ ও $\overset{\frown}{ADB}$ চাপদ্বয়ের A ও B দুটি সাধারণ **প্রান্তবিন্দু**। চিত্রে থাকা বৃত্তকে ACB, বা CBD বা BCD নাম দেওয়া যায়। অর্থাৎ বৃত্ত উপরিস্থ তিনটি বিন্দু দ্বারা বৃত্তের নামকরণ করা হয়।



উত্তর লেখো:

(ক) $\overset{\frown}{DAC}$, $\overset{\frown}{DBC}$, _______ ও _______ দত্তবৃত্তের এক একটা চাপ।

(খ) $\overset{\frown}{DBC}$ চাপেব _______ ও _______ দুটি প্রান্ত বিন্দু।

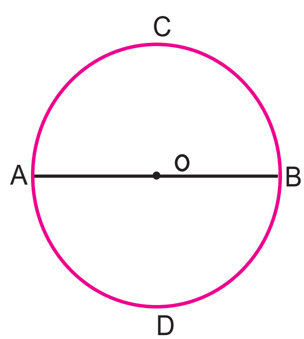
(গ) $\overset{\frown}{ADB}$ চাপ ও _______ চাপের সংযোগে সম্পূর্ণ বৃত্তটি গঠিত হয়।

(ঘ) $\overset{\frown}{ACB}$ চাপেব A বিন্দু ও _______ বিন্দু ব্যতীত অন্য সমস্ত বিন্দু চাপের অন্তঃস্থ বিন্দু।

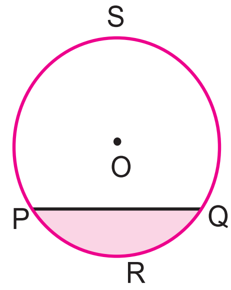
অর্ধ বৃত্ত

বৃত্তের একটা ব্যাস বৃত্তকে যে দুটি অংশে বিভক্ত করে, উক্ত অংশদ্বয়ের মধ্যে প্রত্যেক অংশকে **অর্ধবৃত্ত** বলে।

$\overline{AB}$ বৃত্তর একটি ব্যাস। $\overset{\frown}{ACB}$ ও $\overset{\frown}{ADB}$ টি অর্ধ বৃত্ত। অর্থাৎ বৃত্তর ব্যাস বৃত্তকে দুটি অর্ধ বৃত্তে পরিণত করে। প্রতিটি চাপের এক দৈর্ঘ্য থাকে। $\overset{\frown}{ACB}$ ও $\overset{\frown}{ADB}$ চাপদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান। $\overset{\frown}{ACB}$ ও $\overset{\frown}{ADB}$ চাপদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি মোট ABC বৃত্তের দৈর্ঘ্যের সঙ্গে সমান। সম্পূর্ণ বৃত্তের দৈর্ঘ্যেকে বৃত্তের **পরিধি** বলা হয়।

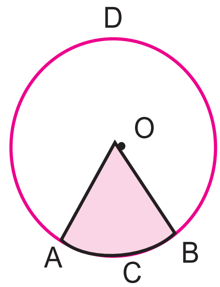


বৃত্তখণ্ড



পার্শ্বস্থ চিত্রে জ্যা $\overline{PQ}$ ও চাপ $\overset{\frown}{PRQ}$ দ্বারা গঠিত চিত্রকে **বৃত্তখণ্ড** বলা হয়। সেই রকম $\overline{PQ}$ জ্যা ও $\overset{\frown}{PSQ}$ চাপ দ্বারা গঠিত চিত্র হচ্ছে অন্য একটি বৃত্তখণ্ড। **তাই কোনো বৃত্তর চাপ ও এর সঙ্গে সম্পৃক্ত জ্যা দ্বারা গঠিত চিত্রকে উক্তবৃত্তের একটি বৃত্তখণ্ড বলা হয়।**

বৃত্তকলা



পার্শ্বস্থ চিত্রে $\overline{OA}$ ও $\overline{OB}$ দুটি ব্যাসার্ধ। A ও B বিন্দু দ্বারা $\overset{\frown}{ACB}$ ও $\overset{\frown}{ADB}$ দুটি চাপ সৃষ্টি হয়েছে। $\overset{\frown}{ACB}$ চাপ $\overline{OA}$ ব্যাসার্ধ ও $\overline{OB}$ ব্যাসার্ধ দ্বারা গঠিত চিত্রকে **বৃত্তকলা** বলা হয়। $\angle AOB$ হচ্ছে এর কেন্দ্রীয় কোণ। সেই রকম $\overset{\frown}{ADB}$ চাপ, $\overline{OA}$ ব্যাসার্দ্ধ $\overline{OB}$ ব্যাসার্ধ দ্বারা গঠিত চিত্রটিও একটি বৃত্তকলা।

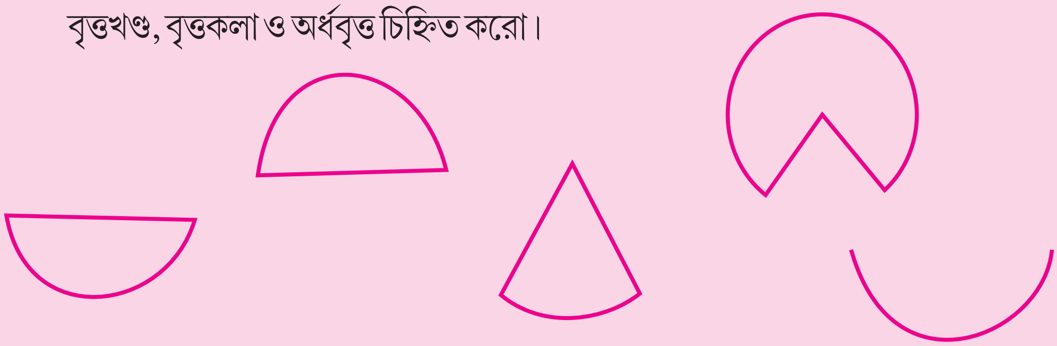
একটি চাপ ও তার প্রান্ত বিন্দু দ্বয় দিয়ে অঙ্কিত ব্যাসার্ধদ্বয় দ্বারা গঠিত চিত্রকে একটি বৃত্তকলা বলা হয়।

বৃত্তআকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র

ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্র ও চতুর্ভুজ আকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রর মতো বৃত্ত এবং বৃত্তের অন্তর্দেশ একত্র **বৃত্ত আকৃতি ক্ষেত্র** গঠন করে। দত্তচিত্রকে লক্ষ করো।

নিজে করে দেখো:

- নীচে দেওয়া চিত্রের মতো কাগজে স্কেল ও কম্পাসের দ্বারা বিভিন্ন চিত্র প্রস্তুত করে বৃত্তখণ্ড, বৃত্তকলা ও অর্ধবৃত্ত চিহ্নিত করো।



অভ্যাস কার্য 9.6

1. C কে কেন্দ্রবিন্দু নিয়ে 4.5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত অঙ্কন করো। P, Q, R বিন্দু চিহ্নিত করো, যেন P বিন্দু বৃত্তের অন্তর্দেশে, 'Q' বিন্দু বৃত্তের উপরে ও 'R' বিন্দু বৃত্তের বহির্দেশে থাকবে।

3. 'O' কে কেন্দ্রবিন্দু রূপে নিয়ে 4 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত অঙ্কন করো। একটি জ্যা অঙ্কন করো এবং তার নাম দাও $\overline{AB}$ । উৎপন্ন ক্ষুদ্র চাপের উপরে 'X' বিন্দু চিহ্নিত করো।

4. নিম্নস্থ উক্তিদের মধ্যে ঠিক উক্তির কাছে ঠিক (✓) চিহ্ন দাও এবং ভুল উক্তির কাছে কাটা (✗) চিহ্ন দাও।

   (ক) বৃত্তের প্রত্যেক ব্যাসার্ধ একটি জ্যা।

   (খ) বৃত্তের প্রত্যেক ব্যাস একটি জ্যা।

   (গ) বৃত্তের প্রত্যেক জ্যা কেন্দ্রে সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

   (ঘ) বৃত্তের প্রত্যেক জ্যা একটি রেখা, যার প্রান্ত বিন্দুদ্বয় বৃত্তের উপরে অবস্থিত।

   (ঙ) একটি বৃত্তের প্রত্যেক ব্যাসের মধ্যবিন্দু হচ্ছে উক্ত বৃত্তের কেন্দ্র।

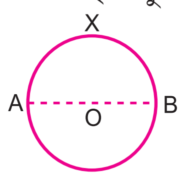
5. 'O' কে কেন্দ্ররূপে নিয়ে 3.7 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। প্রোটেকটার ব্যবহার করে একটি বৃত্তকলা অঙ্কন করো। যার কেন্দ্রীয় কোণের পরিমাণ 72^0।

6. শূন্যস্থান পূরণ করো। (<,>, = চিহ্নদের মধ্যে উপযুক্ত চিহ্ন ব্যবহার করে)

   (ক) OP ________ OQ, যেখানে 'O' বৃত্তের কেন্দ্রবিন্দু। P বিন্দু বৃত্ত উপরিস্থ বিন্দু ও Q বিন্দু বৃত্তের অন্তর্দেশে অবস্থিত।

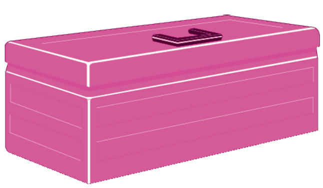
   (খ) OP ________ OR, যেখানে 'O' বৃত্তের কেন্দ্রবিন্দু। P বিন্দু বৃত্ত উপরিস্থ বিন্দু ও R বিন্দু বৃত্তের বহির্দেশে অবস্থিত।

   (গ) $\overset{\frown}{AXB}$ এর দৈর্ঘ্য ________ অর্ধবৃত্তের দৈর্ঘ্য।



9.4. ত্রিমাত্রিক আকৃতির পদার্থ

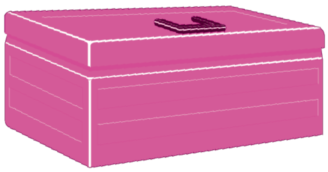
তোমার দৈনন্দিন জীবনে দেখে থাকা কিছু পদার্থের আকৃতি সম্পর্কে নিম্নে আলোচনা করা হয়েছে।

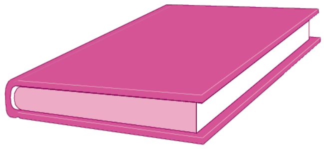


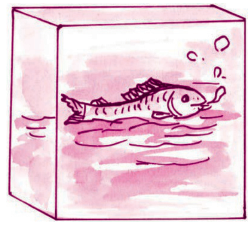
তুমি একটি বাক্স বা ইট দেখেছ। এটা বাঁদিক থেকে ডানদিকে বিস্তৃত। নীচ থেকে ওপর পর্যন্ত বিস্তৃত এবং সমান থেকে পিছনের দিকে বিস্তৃত। পরপৃষ্ঠায় অন্য যে সব বস্তুর চিত্র দেওয়া হয়েছে, বাক্সর মতো সেগুলো বাঁ-ডান, উপর-নীচ ও সামনে-পিছনে বিস্তৃতি রয়েছে। এই কারণে এগুলিকে **ত্রিমাত্রিক বস্তু** বা **ঘনবস্তু** বলা হয়।

9.4.1. আয়তঘন

ঘন পদার্থকে দুভাগে বিভক্ত করা হয়েছে। যথা—সমতল পৃষ্ঠ বিশিষ্ট ঘন ও বক্রতল পৃষ্ঠ বিশিষ্ট ঘন। কাঠের বাক্স, দেশলাই বাক্স, বই, আলমারি, লুড়োর ছক্কা ইত্যাদি এক একটা সমতল পৃষ্ঠ বিশিষ্ট ঘন। উপরোক্ত বস্তুগুলিকে **আয়তঘন** বলা হয়।







এগুলির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা আছে। একটি আয়তঘনর কিছু অংশ নিম্নে দেওয়া হয়েছে।

ক) পার্শ্ব

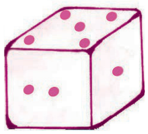
একটি আয়তঘনর ছটি আয়তচিত্র আকৃতির **পার্শ্ব** থাকে। বিপরীত পার্শ্বগুলি এক প্রকারের এবং সমান মাপ বিশিষ্ট।

খ) ধার

চিত্র দেখো। দুটি কাছের মিলনস্থল লক্ষ করো। একে আয়তঘনর ধার বলা হয়। প্রত্যেক ধারের আকৃতি রেখাসদৃশ। একটি আয়তঘনর 12 টি **ধার** থাকে।

গ) শীর্ষবিন্দু

বাক্সর চিত্রের উপর পাশটা দেখো। এর প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু (কৌণিক বিন্দু)কে লক্ষ করো। দেখবে যে প্রত্যেক শীর্ষবিন্দুতে বাক্সর তিনটি ধার মিলিত হয়েছে। এই **শীর্ষবিন্দুকে** আয়তঘনর শীর্ষবিন্দু বলা হয়। এইরকম একটি আয়তঘনর 8 টি শীর্ষবিন্দু থাকে।

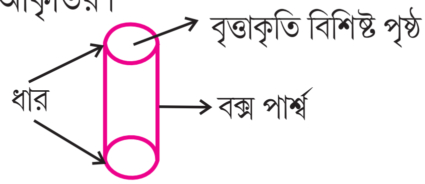


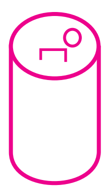
লুডোর ছক্কার চিত্র লক্ষ করো। চিত্রটি আয়তঘন, যার দৈর্ঘ্য প্রস্থ ও উচ্চতা সমান। এটা একটি স্বতন্ত্র ধরনের আয়তঘন। তাই এ ধরনের আয়তঘনকে সমঘন বলা হয়। আয়তঘনর মতো এর ছটি পৃষ্ঠ, 12 টি ধার ও 8 টি শীর্ষবিন্দু থাকে। এর পৃষ্ঠগুলো বর্গাকৃতি বিশিষ্ট।

যে আয়তঘনর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা পরস্পর সমান, সেটা হচ্ছে **সমঘন**।

9.4.2. সিলিন্ডার

চিত্রগুলো লক্ষ করো। নলাকৃতির পাইপ, গ্যাস সিলিন্ডার ও তেলের টিন, প্রত্যেকে এক একটা **সিলিন্ডার** আকৃতির।

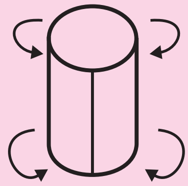




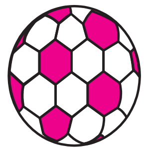
সিলিন্ডারের একটি বক্রপৃষ্ঠ ও দুটি বৃত্তাকৃতি বিশিষ্ট পৃষ্ঠ থাকে। সিলিন্ডারের দুই মাথায় দুটি বৃত্তাকৃতি বিশিষ্ট ধার থাকে। সিলিন্ডারের কোনো শীর্ষবিন্দু থাকে না।

নিজে করে দেখো:

- আয়তাকার আকৃতির একটা কাগজ নাও।
- চিত্রে দেখানোর মতো কাগজটাকে গোল করে দুমাথা এক করো।
- দুটি মাথাকে পিন বা আটা দিয়ে জুড়ে দাও।
- এখন কাগজের যে আকৃতিটা প্রস্তুত হল; সেটা কোন্ প্রকার আকৃতি?



9.4.3. গোলক



পার্শ্বস্থ বলের চিত্রটি লক্ষ করো। এই প্রকার আকৃতিকে **গোলক** বলা হয়। এর একটা বক্র পার্শ্বতল থাকে। গোলকের শীর্ষবিন্দু বা ধার থাকে না।

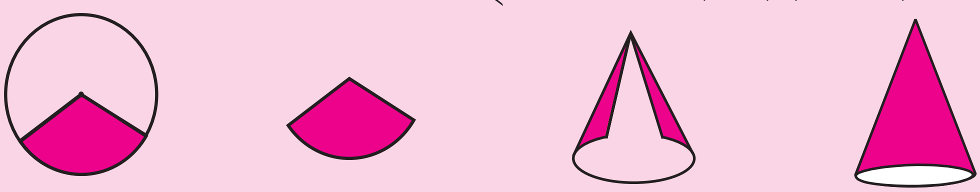
9.4.4. কোণ

পার্শ্বস্থ চিত্রটি একটি **কোণ**। এর একটি বৃত্তাকৃতি বিশিষ্ট পার্শ্ব (ভূমি) থাকে ও একটি বক্রপৃষ্ঠ থাকে। একটি বৃত্তাকৃতি বিশিষ্ট ধার থাকে। একটাই মাত্র শীর্ষবিন্দু থাকে। ধান, মুগ আদি শস্য বা কিছু শুকনো বালিকে গাদা করে দিলে, তা স্বত কোণ আকৃতি গঠন করে। নিজে পরীক্ষা করে দেখো।

তোমার পরিবেশে কোথায় কোথায় কোণ আকৃতির ঘনবস্তু দেখছ লেখো।

নিজে করে দেখো:

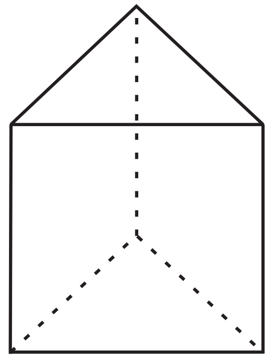
- একটা কাগজে কম্পাসের সাহায্যে একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। (চিত্র (ক) এর মত)।



ক খ গ ঘ

- সেই বৃত্তে দুটি ব্যাসার্ধ অঙ্কন করো (চিত্র খ) এবং সেই ব্যাসার্ধের ধারে ধারে কাঁচিতে কেটে দাও। চিত্র (খ)-এর মতো একটি বৃত্তকলা পাবে।
- বৃত্তকলাকে ধারে ধারে গোল করো যাতে দুটি ধার কাছাকাছি হবে (চিত্র গ) ও পরস্পরের সঙ্গে মিশে যাবে। (চিত্র ঘ-এর মতো)
- দুটি ধার আঠা দিয়ে জুড়ে দাও। কী রকম আকৃতি পেলে দেখো।

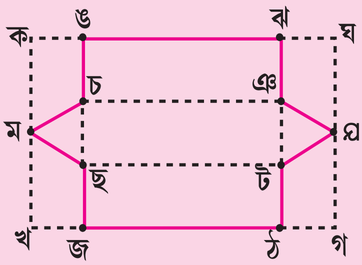
9.4.5. ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট প্রিজম্



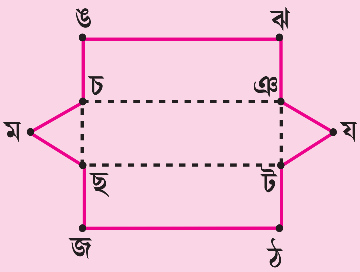
পার্শ্বস্থ চিত্রটি লক্ষ করো। এটি একটি প্রিজমের চিত্র। এর দুটি পৃষ্ঠের আকৃতি ত্রিভুজের মতো। তাই একে **ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট প্রিজম** বলা হয়। ত্রিভুজের মতো আকৃতি থাকা পৃষ্ঠ দুটির মধ্যে যেটা তলায় আছে দেখছ, সেটাকে প্রিজমের ভূমি বা আধার বলা হয়। প্রিজমের দুইটি ত্রিভুজ আকৃতির পৃষ্ঠ সম আকার বিশিষ্ট। অন্য পৃষ্ঠগুলি আয়তক্ষেত্র আকৃতি বিশিষ্ট। এর তিনটি আয়তাকৃতি বিশিষ্ট পৃষ্ঠ রয়েছে।

একটি ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট প্রিজমের 6 টি শীর্ষবিন্দু, 3 টি আয়তাকার বিশিষ্ট পৃষ্ঠ 2 টি ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট পৃষ্ঠভূমি ও 9 টি ধার থাকে।

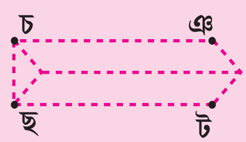
নিজে করে দেখো:



(A)



(B)



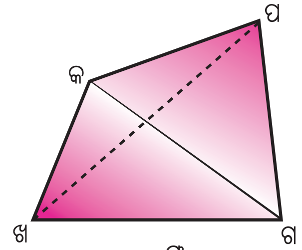
(C)

- পার্শ্বস্থ চিত্র দেখো। ক, খ, গ, ঘ-এর মতো আয়তাকৃতি বিশিষ্ট কাগজ নাও।
- ক খ-এর মাথা থেকে ও গ ঘ-এর মাথা থেকে সমান দূরত্বে ঙ, জ ও ঝ, ট সরলরেখা টানো। ঙ, জ ও ঝ, ট রেখা দুটিকে সমান তিন ভাগ করো। ক খ ধারের উপরে 'ম' বিন্দু ও গ ঘ ধারের উপরে 'য' বিন্দু এমনভাবে চিহ্নিত করো

  যেন মচ = মছ = চছ = ঞট = ঞয = টয হবে।
- এখন ঙচ ও চম দাগে কেটে দাও। মছ, ছজ দাগে কেটে দাও। ঝঞ ও ঞয দাগে কেটে দাও এবং ঠট ও টয দাগে কেটে দাও। বর্তমান চিত্র B তে থাকা আকৃতির কাগজ একটা পাবে।
- তারপরে চঞ ও ছট-এর দাগের কাছে কাগজটা ভাঁজ করো, যেন ঙঝ ও জঠ-এর ধার দুটি পরস্পরের সঙ্গে লেগে যাবে। সেই ধার দুটিকে আঠা দিয়ে জুড়ে দাও।
- তারপর মচছ অংশকে চছ-এর দাগের কাছে ভাঁজ করো এবং ঞটয অংশকে ঞট-এর দাগের কাছে ভাঁজ করে দাও।
- চিত্র (C)-এর মতো একটি আকৃতি পাবে। কী প্রকার আকৃতি পেলে?

9.4.6. পিরামিড

পার্শ্বস্থ চিত্রটি একটা পিরামিড। এর ভূমি ত্রিভুজ। তাই একে **ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট পিরামিড** বলা হয়। একে **টেট্রাহেড্রন**ও বলা হয়। কখগ পৃষ্ঠকে এই পিরামিডের ভূমি বলা হয়।

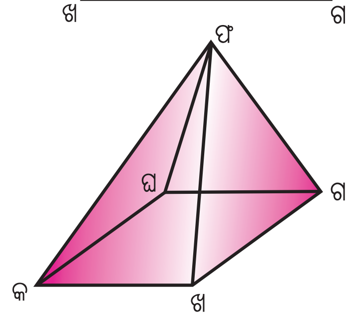


চিত্র দেখে বলো-

(ক) ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট পিরমিডের পৃষ্ঠসংখ্যা কত?

(খ) ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট পিরামিডের ধার সংখ্যা কত?

(গ) এর শীর্ষ সংখ্যা কত?



পার্শ্বস্থ চিত্রটি লক্ষ করো। ইহা একটি **চতুর্ভুজাকৃতি বিশিষ্ট পিরামিড।** এর ভূমি একটি বর্গক্ষেত্র। ক খ গ ঘ পৃষ্ঠকে এই পিরামিডের ভূমি বলা হয়। এতে 5 টি পৃষ্ঠ, 8 টি ধার ও একটি শীর্ষবিন্দু থাকে।

নীচের মতো একটি সারণী করে খালি ঘরে উত্তর লেখো।

আকৃতির নাম	পৃষ্ঠ সংখ্যা	ধার সংখ্যা	শীর্ষ সংখ্যা
আয়তঘন			
সমঘন			
সিলিন্ডার			
গোলক			
কোণ			
প্রিজম্			

অভ্যাস কার্য 9.7

1. প্রতিটি থেকে দুটি করে উদাহরণ দাও।

   আয়তঘন, সমঘন, গোলক, প্রিজম্, সিলিন্ডার, কোণ।

2. কী প্রকার আকৃতি লেখো?

   (ক) তোমার জ্যামিতি বাক্স

   (খ) একটি ইঁট

   (গ) দেশলাই বাক্স

   (ঘ) একটি রুলদণ্ড (রুলার)

   (ঙ) লুডোর ছক্কা

   (চ) ক্রিকেট বল।

বীজগণিতের সঙ্গে পরিচিতি

10.1 বীজগণিতের স্বরূপ:

আমরা এ পর্যন্ত সংখ্যা সম্বন্ধীয় বিভিন্ন গণিত অধ্যয়ন করেছি। সংখ্যাগঠনের মূলপিণ্ড হচ্ছে অঙ্ক। বিভিন্ন প্রক্রিয়ার ব্যবহারের দ্বারা সংখ্যাকে কীভাবে আমাদের কার্যে ব্যবহার করতে পারব, সেটা শিখেছি।

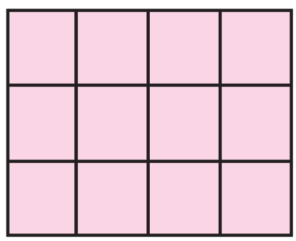
সংখ্যার পরিবর্তে সংকেত ব্যবহার করে কীভাবে সংখ্যা সম্বন্ধীয় বিভিন্ন প্রক্রিয়া সম্পাদন করা যেতে পারে সেটা এখন আমরা শিখব। a, b, c... আদি অক্ষরকে আমরা সংখ্যার সংকেতরূপে ব্যবহার করব। সংখ্যার পরিবর্তে সংকেতকে ব্যবহার করে বিভিন্ন গাণিতিক প্রক্রিয়া প্রয়োগ করা সম্বন্ধীয় বিষয়বস্তুকে বীজগণিত বলা হয়।

10.1.1 বীজগণিত কী ?

আমরা জানি,	$5 + 5 = 5 \times 2 = 2 \times 5$
	$3 + 3 = 3 \times 2 = 2 \times 3$
সেইরকম	$a + a = a \times 2 = 2 \times a$
	$3(4+5) = 3 \times 4 + 3 \times 5$
	$2(6+4) = 2 \times 6 + 2 \times 4$
সেইরকম	$a(b + c) = a \times b + a \times c$

- একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 4 একক ও প্রস্থ 3 একক হলে এর ক্ষেত্রফল = 4×3 বর্গ একক।

  সেইরকম একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য p একক ও প্রস্থ q একক হলে এর ক্ষেত্রফল = $p \times q$ বর্গ একক।

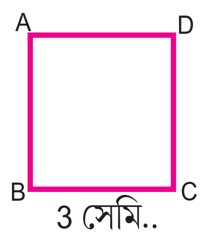


উদাহরণ - 1

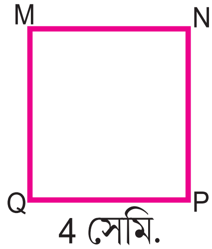
(ক) পার্শ্বস্থ চিত্রে ABCD একটি বর্গচিত্র। যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সেমি।

এর পরিসীমা = AB+BC+CD+DA = (3 + 3 + 3+ 3) সেমি.

= (4 x 3) সেমি. = 12 সেমি.



(খ) সেইরকম একটি বর্গচিত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি. হলে



MNPQ বর্গচিত্রের পরিসীমা = MN + NP + PQ + QM

= (4 + 4 + 4 + 4) সেমি.

= (4 x 4) সেমি. = 16 সেমি.

(গ) একটি বর্গচিত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি. তার পরিসীমা = (6 + 6 + 6 + 6) সেমি.

= (4 x 6) সেমি. = 24সেমি.

আলোচিত তিনটি উদাহরণ থেকে পাওয়া ফলাফলকে সারণীতে লিখব।

বাহুর দৈর্ঘ্য	পরিসীমা
3 সেমি.	12 সেমি.
4 সেমি.	16 সেমি.
6 সেমি.	24 সেমি.

লক্ষ করো:

ভিন্ন ভিন্ন আকৃতি বিশিষ্ট বর্গচিত্রের পরিসীমা, তার বাহুর দৈর্ঘ্যের 4 গুণ।

অর্থাৎ, বর্গচিত্রের পরিসীমা = 4 x বাহুর দৈর্ঘ্য।

যদি একটি বর্গচিত্রর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a সেমি হয়ে থাকে এবং পরিসীমাকে P সেমি বলে নেওয়া হয় তবে **P = 4 x a** সেমি ভাবে লেখা যেতে পারে।।

এই উক্তিটি একটি বর্গচিত্রর বাহুর দৈর্ঘ্য ও এর পরিসীমার মধ্যে সম্পর্ক।

- বর্তমান a = 3 নিলেপরিসীমা P = 4 x a

  = 4 x 3 = 12 সেমি হবে।

- বর্গচিত্রর বাহু a= 4 নিলে পরিসীমা P = 4 x a

  = 4 x 4

  = 16 সেমি

তাই উপরিস্থ উক্তি P = 4 x a মাধ্যমে একটি গাণিতিক নিয়মকে সাধারণভাবে বা ব্যাপকভাবে প্রকাশ করা হয়েছে।

সংখ্যা গণিতের সাধারণ বা ব্যাপক পরিপ্রকাশের ধারাকে বীজগণিত বলা হয়।

10.2. চলরাশি

পূর্ববর্তী আলোচনায় আমরা দেখেছিলাম যে P= 4 x a

এই উক্তিতে 'a' ও 'P' উভয়ের মান পরিবর্তনশীল। অর্থাৎ 'a' এর জন্য ভিন্ন ভিন্ন মান নিলে, তদনুযায়ী 'P' এর জন্য ভিন্ন ভিন্ন মান পাওয়া যাবে। তাই আমরা বলেছিলাম, 'a' ও 'P' উভয়ে পরিবর্তনশীল।

যে সংকেতগুলি পরিবর্তনশীল তাদের ‘চলরাশি’ বা ‘চল’ বলা হয়।

এখানে 'a' ও 'P' উভয় এক একটি ‘চলরাশি’ বা এক একটি ‘চল’।

যেমন আর একটি উদাহরণ নিম্নে দেওয়া হয়েছে।

উদাহরণ - 2

একজন ব্যক্তি ঘণ্টা প্রতি 30 কিমি বেগে স্কুটার চালালে, সে 4 ঘণ্টায় কত দূরত্ব অতিক্রম করবে ?

ব্যক্তিটি 1 ঘণ্টায় 30 কিমি দূরত্ব অতিক্রম করে।

4 ঘণ্টায় সে অতিক্রম করা দূরত্ব = 30 কিমি x 4 = 120 কিমি

এতে আমরা দেখলাম অতিক্রম করা দূরত্ব। = 30 কিমি ঘণ্টা প্রতি x 4 ঘণ্টা

অন্যকথায় **অতিক্রান্ত দূরত্ব = বেগ x সময়**

বেগের জন্য 's', সময়ের জন্য 't' ও দূরত্বের জন্য 'd' সংকেত ব্যবহার করলে উপরিস্থ উক্তি বা সম্পর্ককে আমরা কীভাবে লিখতে পারব ?

$$d = s \times t$$

এটাও একটি গাণিতিক সম্পর্কের সাধারণ বা ব্যাপক রূপ। এখানে 's', 't' ও 'd' প্রত্যেকে এক একটি চল।

উপরোক্ত দুটি উদাহরণে আমরা দুটি ভিন্ন ভিন্ন সূত্র পেলাম

P(বর্গচিত্রর পরিসীমা)= 4 x a(বাহুর দৈর্ঘ্য)

d (দূরত্ব) = s(বেগ) x t (সময়)

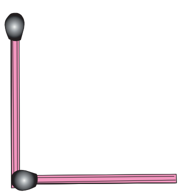
এসো চল রাশিকে বুঝব।

জানো কি ?
চলরাশির কোনো একটি নির্দিষ্ট মান থাকে না উক্তরাশির জন্য 1, 2, 3, 4 আদি যে-কোনো মান দেওয়া যেতে পারে। চলরাশি সূচিত করতে যে কোনো অক্ষর যথা m, n, l, p, q, r .... ইত্যাদি নেওয়া যেতে পারে।

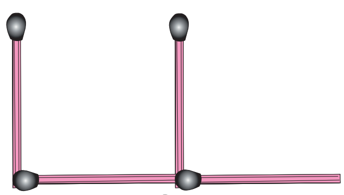
উদাহরণ - 3

আমিনা ও সরিতা এক ধারাতে দেশলাইকাঠি সাজিয়ে ‘L’ আকৃতি গঠন করতে লাগল। ‘L’ আকৃতি গঠন করতে দুটো দেশলাইকাঠির দরকার হল।

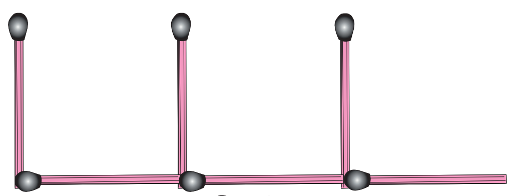
প্রথমে আমিনা দুটি কাঠি ব্যবহার করে একটা ‘L’ আকৃতি গঠন করল।



প্রথম চিত্র



দ্বিতীয় চিত্র



তৃতীয় চিত্র

সেই রকম সরিতা আর দুটো কাঠি নিয়ে আর একটি 'L' প্রথম চিত্রের সঙ্গে জুড়ে রাখল (দ্বিতীয় চিত্র)। পরে সরিতার বন্ধু অপু পুনশ্চ আর দুটি কাঠি নিয়ে দ্বিতীয় চিত্রসহ একটি 'L' জুড়ল (তৃতীয় চিত্র)।

এখন তুমি বলতে পারবে কি সাতটি 'L' চিত্র গঠন করার জন্য কতটি দেশলাইকাঠি দরকার হবে?

আমিনা, সরিতা ও অপু মিশে দুটো দুটো করে কাঠি নিয়ে অধিক সংখ্যক 'L' চিত্র গড়তে লাগল। এসো একটি সারণী তৈরি করে তাতে গঠন করা 'L' সংখ্যা ও তাতে ব্যবহার করা দেশলাইকাঠির সংখ্যা পূরণ করব।

'L' সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	7			
ব্যবহৃত দেশলাই কাঠির সংখ্যা		2	4	6	8	10	12	14		

- উপরের সারণী থেকে 'L' সংখ্যা ও সেটা তৈরি হওয়ার জন্য আবশ্যক কাঠির সংখ্যার মধ্যে কী সম্পর্ক তা লক্ষ করছ?

যদি ব্যবহৃত কাঠির সংখ্যাকে 'S' এবং প্রস্তুত 'L' সংখ্যাকে 'n' সংকেত দ্বারা সূচিত করা হয়, তবে এই সম্পর্ককে সূচিত করার জন্য কোন্ গাণিতিক উক্তির ব্যবহার করা হবে?

তুমি নিশ্চিত ভাবে $S = 2n$ উক্তিটি পাবে।

'n' এর মানের জন্য 1,2,3,4...আদি গণন সংখ্যার মধ্যে থেকে যে কোনোটাকে নিয়ে 'S' এর মান অনুরূপভাবে স্থির করতে পারবে।

বলো দেখি:
50 টি L সৃষ্টির জন্য কত দেশলাইকাঠি দরকার হবে?

এখানে n-এর কোনো নির্দিষ্ট মান নেই, কিংবা S-এরও কোনো নির্দিষ্ট মান নেই। n-এর জন্য যে কোনো একটি গণন সংখ্যা নেওয়া যেতে পারে ও তদনুযায়ী S-এর মান নির্ণয় করা যেতে পারে। তাই n ও S প্রত্যেকে এক একটি চলরাশি বা চল।

এখন আমরা পূর্ববর্তী উদাহরণে বলা সম্পর্ককে লক্ষ করব।

উদাহরণ - 1	$P = 4 \times a$	[4 x a কে 4a লেখা হয়]
উদাহরণ - 2	$d = s \times t$	[s x t কে st লেখা হয়]
উদাহরণ - 3	$S = 2 \times n$	[2 x n কে 2n লেখা হয়]

এদেরকেও এক একটি সূত্র বলা হয়।

লক্ষ করো, প্রত্যেক উদাহরণে থাকা চল রাশিকে এক সংখ্যার সঙ্গে গুণন করা হয়েছে, যথা 4 x a।

নিম্নে প্রশ্নগুলির উত্তর লেখো:

(ক) একটি বর্গচিত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি হলে P = 4 x a সূত্র ব্যবহার করে উক্ত বর্গচিত্রের পরিসীমা নির্ণয় করো।

(খ) একজন সাইকেল চালক প্রতি মিনিটে 220 মিটার সাইকেল চালাতে পারে, তাহলে 4 মিনিটে সে কত দূরত্ব অতিক্রম করতে পারবে।

নিজে করে দেখো:

-  আকৃতি বিশিষ্ট একটি চিত্রের জন্য আবশ্যক দেশলাইকাঠির সংখ্যাকে বিচার নিয়ে এক সূত্র গঠন করো, যার দ্বারা যে কোনো সংখ্যক চিত্র সৃষ্টির জন্য কত কাঠি দরকার স্থির করা যাবে।

  (চিত্রের জন্য 'n' ও দেশলাইকাঠির জন্য 'S' সংকেত ব্যবহার করো)
-  আকৃতি বিশিষ্ট একটি চিত্র গঠনের জন্য আবশ্যক দেশলাইকাঠির সংখ্যাকে বিচারে নিয়ে এক সূত্র গঠন করো, যাকে ব্যবহার করে যে কোনো সংখ্যক চিত্র গঠনের জন্য আবশ্যক দেশলাইকাঠির সংখ্যা নির্ণয় করা যাবে।

পূর্ববর্তী কয়েকটি উদাহরণে চল রাশিটি একটি সংখ্যা সহ গুণিত হয়ে রয়েছে যথা: – 4 x a, 2 x n ইত্যাদি। এখন এটা ছাড়া অন্য এক ভিন্ন পরিস্থিতি নিয়ে 'চলরাশি'-কে বুঝব।

উদাহরণ - 4

সরিতা বলল আমিনার কাছে থাকা টাকার চেয়ে তার কাছে 10 টাকা বেশি আছে।

অর্থাৎ আমিনার কাছে যদি 5 টাকা থাকে তবে সরিতার কাছে 15 টাকা থাকবে।

সেই রকম আমিনার কাছে যদি 20 টাকা থাকে তবে সরিতার কাছে কত টাকা থাকবে?

প্রকৃতপক্ষে আমিনার কাছে কত টাকা আছে আমরা জানি না। যদি আমিনার কাছে X টাকা আছে বলে ধরে নিই, তবে সরিতার কাছে থাকা টাকার পরিমাণ হবে '$x + 10$'।

এখানে x একটি চলরাশি। x এর মান 1, 2, 3... আদি যে কোনো একটি সংখ্যা

এখানে $x + 10$ একটি পরিপ্রকাশ, যাতে x একটি চলরাশি।

'$x + 10$' কে কীভাবে পড়া যাবে?

জানো কি?

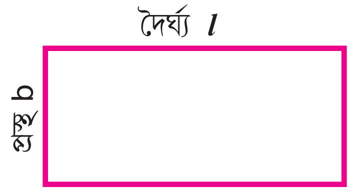
- '$x + 10$' অধিক সরলীকৃত অবস্থায় আসতে পারবে না। যদি 'x' এর নির্দিষ্ট মান থাকে, তবে উক্ত পরিপ্রকাশের জন্য নির্দিষ্ট মান পাওয়া যাবে।
- '$x + 10$' ও $10 \times x$ ভিন্ন ভিন্ন পরিপ্রকাশ। কারণ x সহ 10 মিশলে $x + 10$ হয়। কিন্তু x কে 10 দ্বারা গুনলে $10 \times x$ বা $10x$ হবে।

✍ **উত্তর লেখো:-**

কোনো একটি বিদ্যালয়ের ছাত্রীসংখ্যা, ছাত্রসংখ্যার চেয়ে 35 জন বেশি। ছাত্রসংখ্যা যদি 'x' (চলরাশি) হয়, তবে বিদ্যালয়ে ছাত্রীসংখ্যা কত হবে?

- ছাত্রীর সংখ্যা জানার জন্য পরিপ্রকাশ নির্ণয় করো।
- যদি ছাত্রসংখ্যা 75 জন হয়, তবে পরিপ্রকাশ ব্যবহার করে ছাত্রীসংখ্যা নির্ণয় করো।

10.3. সাধারণ সূত্র গঠনে চলরাশির ব্যবহার:



(ক) জ্যামিতি:

আয়ত চিত্রের পরিসীমা = 2 X দৈর্ঘ্য + 2 X

যদি পরিসীমার জন্য P, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের জন্য যথাক্রমে l ও b নেওয়া যায় তবে সাধারণ সূত্রটি কী হবে?

$P = 2l + 2b$

এখানে l, b ও P 6এক একটি চলরাশি, যেগুলো ব্যবহার করে এক সাধারণ সূত্র লিখন সম্ভব হল।

(খ) পাটিগণিত:

- তোমরা আগে থেকেই যোগের ক্রম বিনিময়ী নিয়ম সম্পর্কে জানো।

এই ধর্ম যে কোনো দুটি সংখ্যার জন্য সত্য, অর্থাৎ $8 + 12 = 12 + 8$, $25 + 27 = 27 + 25$ ইত্যাদি।

উক্ত ধর্মকে সাধারণভাবে প্রকাশ করতে হলে, দুটি চলরাশি a ও b এর ব্যবহার করতে হবে। বর্তমান উক্ত সাধারণ ধর্মটি হল

$$a + b = b + a$$

যেখানে a ও b যে কোনো গণন সংখ্যা। সূত্রটিকে এভাবে লেখার দ্বারা এটা যে সমস্ত গণন সংখ্যার জোড়ার জন্য সত্যতা সূচিত হতে পারল।

- সেইরকম গুণনের ক্ষেত্রে ক্রম বিনিময়ী নিয়মকে $a \times b = b \times a$ ভাবে প্রকাশ করতে পারব।
- তুমি আগেই গণন সংখ্যায় গুণনের সহযোগী নিয়ম জানো, নীচে এর এক উদাহরণ দেওয়া হয়েছে—-
$3 \times (4 \times 5) = (3 \times 4) \times 5 = 4 \times (3 \times 5)$,

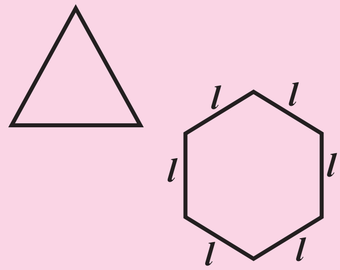
এখানে 3 এর জন্য a, 4 এর জন্য b ও 5এর জন্য c ব্যবহার করে সহযোগী নিয়মকে নিম্নভাবে লিখতে পারব।

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c = b \times (a \times c)$$

- $a + b = b + a$ এবং $a \times b = b \times a$ নিয়মদ্বয়কে সাধারণ ও ব্যাপক অর্থে ব্যবহার করতে পারব।

নিজে করে দেখো:

- একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যর জন্য চলরাশি 'l' নিয়ে এর পরিসীমাকে চলরাশিব 'l' মাধ্যমে প্রকাশ করো।
- একটি সুষম ষড়ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যর সাথে লেগে থাকা চলরাশি 'l' নিয়ে এর পরিসীমাকে 'l' মাধ্যমে প্রকাশ করো।।



বীজগণিতের ইতিহাস

আমাদের ভারতবর্ষের পণ্ডিত ব্রহ্মগুপ্ত (তাঁর জন্ম 598 খ্রীষ্টাব্দে) 'ব্রহ্মগুপ্ত সিদ্ধান্ত' নামক পুস্তক রচনা করেছিলেন। একে পৃথিবীর প্রথম বীজগণিতের পুস্তক বলে বলা যেতে পারে। এই পুস্তকে সংখ্যাদের জন্য অজ্ঞাত সংকেতের ব্যবহার করা হয়েছিল।

ব্রহ্মগুপ্তর আগেও ভারতীয় পণ্ডিতগণ সংখ্যার জন্য সংকেতের ব্যবহার করেছিলেন। তবে তাঁরা সংখ্যার পরিবর্তে বর্ণ বা বীজ ব্যবহার করে গাণিতিক তথ্যসকল প্রকাশ করতেন।

উজ্জয়িনীর 'কঙ্কে' নামক জনৈক ব্যক্তি পণ্ডিত ব্রহ্মগুপ্তর পুস্তকটি বাগদাদের রাজাকে ভেট দিয়েছিলেন।

এরপরে বাগদাদের গণিতজ্ঞ মহম্মদ ইবন্ আল-খোওয়ারিজ্মি। **'আলজেবার উল্ আলমুগাবালা'** নামক একটি গণিত পুস্তক রচনা করেছিলেন তাতে তিনি সংখ্যার সঙ্গে অক্ষর সংকেত বা বীজের ব্যবহার করেছিলেন। উপরোক্ত নাম থেকেই 'Algebra' শব্দের উৎপত্তি হয়েছে। বীজের ব্যবহারে গাণিতিক উক্তিকে প্রকাশ করা যেতে থাকার জন্য এই বিষয়ের নামকরণ হয়েছে বীজগণিত।

পরবর্তীকালে ইউরোপীয়রা আরবাদের থেকে বীজগণিত শিক্ষা নিল।

অভ্যাস কায 10.1

1. একটি বৃত্তের ব্যাস, তার ব্যাসার্ধর দুই গুণ। ব্যাসের জন্য d ও ব্যাসার্ধর জন্য r নিয়ে সূত্রটি লেখো।

উত্তর হল:

ব্যাস = 2 x ব্যাসার্ধ

$\therefore d = 2 \times r$

এখানে চলগুলি কী ?

2. বীজ বা সংকেত ব্যবহার করে নিম্নলিখিত উক্তিগুলো প্রকাশ করো। কীসের জন্য কোন্ বীজ ব্যবহার করলে লেখো।

(ক) সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা তার প্রত্যেক বাহুর তিনগুণ।

(খ) তোমার শ্রেণীর ছাত্রসংখ্যা, প্রত্যেক সারিতে বসা ছাত্র সংখ্যাও সারি সংখ্যার গুণফলের সঙ্গে সমান।

(গ) একটি আয়তঘনাকার ঘরের ঘনফল তার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার সঙ্গে সমান।

10.4. বীজগণিতে মৌলিক গাণিতিক প্রক্রিয়া।

পূর্ণ সংখ্যাগুলো নিয়ে যেমন যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ প্রক্রিয়া করা হয় ঠিক সেইরকম বীজ ও সংখ্যা উভয়কে নিয়ে এই প্রক্রিয়া করা হয়ে থাকে। এই প্রক্রিয়াগুলোর সমস্ত ধর্ম ও নিয়ম বীজগাণিতিক ক্ষেত্রেও সত্য হয়।

10.4.1 যোগ প্রক্রিয়া:

3 ও 2 এর যোগফল নির্ণয় করার সময় $3+2=5$ বলে লিখি। কিন্তু $a+5$ এর যোগফল কত?

যদি a এর মান 4 হয়, তবে aও 5 এর যোগফল $a+5=4+5=9$ হবে।

যদি a এর মান 6 হয়, তবে a ও 5 এর যোগফল $a+5=6+5=11$ হবে।

তাই a এর মান কত জানলে a ও 5-এর যোগফল কত হবে নির্ণয় করা যেতে পারবে।

যদি a এর মান জানা না থাকে তবে a ও 5 র যোগফল $a+5$ এর অর্থ হল ''a থেকে 5 বেশি। সেইরকম ''a থেকে b বেশিকে $a+b$ লেখা হয়।

সেইরকম '(a + b) থেকে c বেশি কে কীভাবে লেখা যাবে বলো।

যেরকম যে কোনো সংখ্যার সঙ্গে 0 কে যোগ করলে যোগফল সেই সংখ্যা হয়।

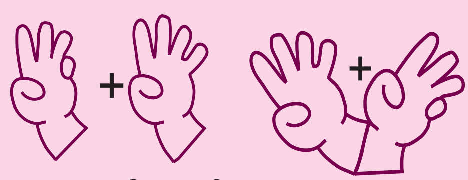
$3+0=3$, $7+0=7$, সেইভাবে $a+0=a$।

নিম্নলিখিত উক্তিগুলো কীভাবে লেখা যাবে?

- a ও 4এর যোগফল
- 5 অপেক্ষা x অধিক
- x থেকে y বেশি
- $(x+y)$ থেকে 6 বেশি

জানো কি?

আমরা জানি $3+4=4+3$ একে যোগের ক্রম বিনিময়ী নিয়ম বলা হয়।



যদি a ও b দুটি চলরাশি হয় তবে $a+b=b+a$

10.4.2 বিয়োগ প্রক্রিয়া:

6 থেকে 4 বিয়োগ করার সময় আমরা $6-4=2$ লিখি। বিয়োগফল 2 হয়।

কিন্তু x থেকে ৪ বিয়োগ করে বিয়োগফলকে আমর $x - 4$ লিখব।

x র মান জানলে আমরা $x - 4$ কত হবে তা নির্ণয় করতে পারব। কিন্তু x এর মান দেওয়া না থাকলে "x বিয়োগ 4" এর জন্য $x - 4$ লেখা হয়। $x - 4$ এর অর্থ "x থেকে 4 কম।

বলো দেখি:
a - b ও b - a সমান হবে কি, কেন?

সেইরকম a থেকে b বিয়োগ করলে বিয়োগফলকে a - b বলে লেখা হয়।

(a - b)-c লিখলে জানা যায় যে a থেকে b কে বিয়োগ করে, বিয়োগফল থেকে আবার c কে বিয়োগ করা হয়েছে।

অভ্যাস কার্য 10.2

1. যোগ ও বিয়োগ চিহ্ন ব্যবহার করে নিম্নলিখিত উক্তিগুলো লেখো।
   (ক) 10 থেকে t কম।
   (খ) m ও n এর অন্তরফল (m > n)
   (গ) z অপেক্ষা w কম
   (ঘ) p থেকে q বেশি ও তার থেকে r বেশি
   (ঙ) b থেকে 3 কম ও তার থেকে c বেশি
   (চ) m থেকে *l* কম ও তার থেকে k বেশি
   (ছ) x অপেক্ষা y কম ও তার থেকে z কম।

2. বাবুর কাছে m টাকা আছে। বেবীর কাছে তার চেয়ে 10 টাকা বেশি আছে। তবে বেবীর কাছে কত টাকা আছে? m = 7 হলে বেবীর কাছে থাকা টাকার পরিমাণ কত?
3. সীতার বয়স 15 বছর। গীতা তার থেকে y বছরের বড়। রীতার বয়স ওদের দুজনের মোট বয়স অপেক্ষা z বছর কম। তাহলে রীতার বয়সের জন্য পরিপ্রকাশটি লেখো।

   y এর মান 5 ও z এর মান 2 হলে রীতার বয়স কত হবে?

10.4.3 গুণন প্রক্রিয়া:

তুমি জানো গুণন হচ্ছে ক্রমিক যোগক্রিয়া 3 +3+3+3 বা 4 টি 3-এর যোগফল = 4 x 3

সেইরকম, a+a+a+a বা 4 টি a এর যোগফল = 4 x a।

কিন্তু ''4 x a'' লিখলে গুণন চিহ্ন বীজের 'x' এর সঙ্গে ভুল হবার সম্ভাবনা থাকায় "4 x a"কে 4a বলে লেখা হয়।

ঠিক সেইরকম- b + b + b + b = 4b

c + c + c = 3c

$x + x + x + x + x = 5x$

যোগ বিয়োগ ক্রিয়ার যেভাবে বীজের মান জানলে যোগফল বা বিয়োগফল নির্ণয় করা যায়, সেইরকম এখানেও বীজের মান জানলে গুণফল নির্ণয় করতে পারব।

যথা: a = 5 হলে, 4a = 4 x 5 = 20

y = 2 হলে, 11y = 11 x 2 = 22

p = 10 হলে, 8p = 8 x 10 = 80

বর্তমান একটি সংখ্যা ও একটি বীজের গুণফল কীভাবে প্রকাশ করা হয় সেটা আমরা আলোচনা করলাম। গুণ্য ও গুণক উভয়ে বীজ হয়ে থাকলে তাদের গুণফল কীভাবে প্রকাশ করা যাবে?

x ও y এর গুণফল কত?

x ও y এর গুণফলকে xy বা। yx ভাবে লেখা হয়।

xy তে উভয x ও y হচ্ছে xy এর উৎপাদক বা গুণনীয়ক

x ও y এর গুণফলকে xy বা yx ভাবে লিখলেও

a ও 4 এর গুণফলকে কেবল 4a ভাবে লেখা হয়।

জানো কি?

4a কে a4 রূপে লেখার চলন নেই। সেইভাবে 1X xকে 1x বলে লেখা প্রচলিত নয়। সেটাকে খালি x বলে লেখা হয়। x বললে 1x কে বোঝায়।

10.4.4. ভাগ প্রক্রিয়া:

ভাগক্রিয়া গুণনের বিপরীত প্রক্রিয়া।

যেহেতু 6 = 2 x 3, বিপরীতভাবে আমরা লিখতে পারবা, 6 ÷ 2 = 3 ও 6 ÷ 3 = 2

সেইরকম $2x \div 2 = x$ এবং $2x \div x = 2$

$xy \div x = y$ এবং $xy \div y = x$

আমরা 2 ÷ 3 কে $\frac{2}{3}$ বলে লিখি ও ''2 বিভক্ত 3''বলে পড়ি। সেইরকম a ÷ 3 কেও $\frac{a}{3}$ বেলে লেখা হয়। $\frac{a}{3}$ কে "a বিভক্ত 3" বা ''a র এক তৃতীয়াংশ বলে পড়া হয়। তাই $\frac{x}{4}$ কে x এর এক চতুর্থাংশ, $\frac{b}{9}$ কে b এর এক নবমাংশ ও $\frac{2}{3}$a কে a এর দুই তৃতীয়াংশ বলা হয়।

সেইরকম $x \div y$ কে $\frac{x}{y}$ রূপে লেখা যায় এবং ''x বিভক্ত y'' বলে পড়া হয়।

10.4.5. চার প্রক্রিয়া সম্বন্ধিত কিছু সমাহিত প্রশ্ন:

উদাহরণ - 1

তোমার কাছে m টাকা আছে। তোমার ভাইয়ের কাছে তার 5 গুণের থেকে n টাকা বেশি আছে। তাহলে তোমার ভাইয়ের কাছে কত টাকা আছে? তার থেকে p টাকা সে খরচ করে দিলে তার কাছে আর কত টাকা থাকবে?

সমাধান:- তোমার কাছে m টাকা আছে

তার 5 গুণ = m x 5 টাকা = 5m টাকা।

তোমার ভাইয়ের কাছে তার চেয়ে n টাকা বেশি আছে

তাহলে ভাইয়ের কাছে (5m + n) টাকা আছে।

তার থেকে সে p টাকা খরচ করে দিল।

তার কাছে বাকি থাকবে (5m + n - p) টাকা।

উদাহরণ -2

সংক্ষেপে প্রকাশ কর a এর তিন পঞ্চমাংশ থেকে b এর দুই তৃতীয়াংশ কম।

সমাধান:

a এর তিন পঞ্চমাংশ $= \frac{3a}{5}$

b র দুই তৃতীয়াংশ $= \frac{2b}{3}$

a এর তিন পঞ্চমাংশ থেকে b এর দুই তৃতীয়াংশ কম $= \frac{3a}{5} - \frac{2b}{3}$

অভ্যাস কার্য 10. 3

1. বীজের মাধ্যমে প্রকাশ করো। কিজন্য বীজ ব্যবহার করলে লেখো।

(ক) একটি জিনিসের বিক্রয়মূল্য তার ক্রয়মূল্য ও লাভের সমষ্টি সহ সমান।

(খ) একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা তাঁর দৈর্ঘ্যের দু’গুণ ও প্রস্থের দু’গুণের সমষ্টির সঙ্গে সমান।

(গ) একটি আয়তঘনর ঘনফল তার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার গুণফলের সঙ্গে সমান। সূত্রটি লেখো। এই সূত্রের সাহায্যে 4 মি. দৈর্ঘ্য, 3 মি. প্রস্থ ও 2 মি. উচ্চতা বিশিষ্ট আয়তঘনর ঘনফল স্থির করো।

2. বীজ ও সংখ্যা ব্যবহার করে নিম্ন পরিপ্রকাশ নির্ণয় করো।

(ক) b-এর দু’গুণ থেকে ত্ব-এর পাঁচগুণ বেশি হওয়া পরিপ্রকাশটি কত?

(খ) x-এর তিনগুণ থেকে p-এর এক চতুর্থাংশ কম হওয়া পরিপ্রকাশটি কত?

(গ) p-এর পাঁচ ষষ্ঠাংশ অপেক্ষা 7 বেশি হয়ে থাকা পরিপ্রকাশটি কত?

(ঘ) m ও n-এর যোগফলের থেকে -এর তিনগুণ কম হওয়া পরিপ্রকাশটি কত?

(ঙ) b ও 4-এর ভাগফলের থেকে c-এর তিন চতুর্থাংশ কম হয়ে থাকা পরিপ্রকাশ কত?

3. বীজের মাধ্যমে লিখিত নিম্ন পরিপ্রকাশগুলি ভাষায় প্রকাশ করো।

(ক) $3x+2y$ (খ) $2a-7$ (গ) $2p+3q-r$ (ঘ) $\frac{3c}{5}+d$

4. একটি আয়তচিত্র আকৃতির মেঝের প্রস্থ ত্ন মিটার ও দৈর্ঘ্য প্রস্থ দু'গুণ। তাহলে তার ক্ষেত্রফল কত? সেই সূত্র ব্যবহার করে ৮ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট মেঝের ক্ষেত্রফল স্থির করো।

নিজে করে দেখো:

চিনু ও মিনু একটা খেলা খেলল।

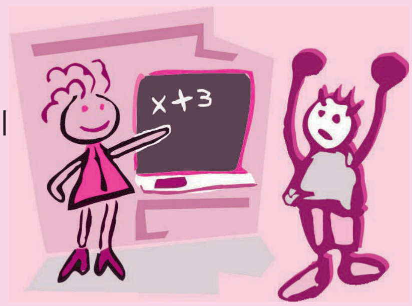
- তারা একটা চল x ও একটা সংখ্যা 3 নিয়ে পরিপ্রকাশ (যতটি সম্ভব) তৈরি করার চিন্তা করল। খেলার নিয়ম হল চার গাণিতিক প্রক্রিয়ার মধ্যে প্রতিবার কেবল একটার ব্যবহার করা যাবে ও প্রত্যেক পরিপ্রকাশে নিশ্চিত রূপে অ থাকবে।

  তুমি তাদের সাহায্য করতে পারবে কি?

  চিনু চিন্তা করল $(x+3)$, মিনু সঙ্গে সঙ্গে $(x-3)$ বলল।

  চিনু আবার বলল $3x$, মিনু বলল $\frac{x}{3}$

  এইরকম কেবল চারটি পরিপ্রকাশ সম্ভব কি?



- এরপরে তারা x, 3 ও 5-কে নিয়ে খেলল। এবার নিয়ম করা হল যে প্রতিবার তারা যোগ ও বিয়োগ প্রক্রিয়ার থেকে একটি কিংবা গুণ ও ভাগ প্রক্রিয়া থেকে একটি নেবে এবং প্রত্যেক পরিপ্রকাশে নিশ্চিত রূপে x থাকবে যথা- $x+5$, $3x+5$ ইত্যাদি।

  এই নিয়মে আর কটা পরিপ্রকাশ সম্ভব লেখো:

10.5. বীজদের ঘাত:

তুমি জানো $3 \times 3 = 3^2$ ও $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ । 3^2 কে "3 এর বর্গ" বা "3 এর দ্বিতীয়ঘাত এবং" 4^3 কে "4 এর তৃতীয়ঘাত বলা হয়। সেইরকম

$a \times a = a^2$

$a \times a \times a = a^3$

$a \times a \times a \times a = a^4$

$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^8$

$a \times a \times a \times$ .... (20 বার) $= a^{20}$

জেনে রাখো:

a^2, a^3, a^4, আদিকে এক-একটি ঘাতান্বিত বীজ বলা হয়।

a^2 তে a কে আধার ও 2 কে ঘাতাঙ্ক বা সূচক

a^3 তে a কে আধার ও 3 কে ঘাতাঙ্ক বা সূচক

এবং a^{20} তে a কে আধার ও 20 কে ঘাতাঙ্ক বা সূচক বলা হয়।

লক্ষ করো

- x^a তে x হচ্ছে আধার এবং a হচ্ছে ঘাতাঙ্ক বা সূচক।
- $a^1 = a$, কোনো বীজের ঘাত 1 হলে সেই 1-কে লেখা হয় না।

উদাহরণ -1

কোথায় আধার ও কোথায় ঘাতাঙ্ক লেখো।

(ক) y^7 (ক) $2x^3$ (গ) $\frac{3}{5}b^m$

সমাধান:

(ক) y^7 এ আধার y ও ঘাতাঙ্ক ৭ 7

(খ) $2x^3$ তে আধার ও ঘাতাঙ্ক ৭ 3

(গ) $\frac{3}{5}b^m$ তে আধার b ও ঘাতাঙ্ক ৭ m

বলো দেখি:

আধার a ও ঘাতাঙ্ক 8 বিশিষ্ট ঘাতান্বিত বীজ কত?

উদাহরণ - 2

ঘাতান্বিতবীজেপ্রকাশ করো।

(ক) $x \times x \times x \times z \times z$

(খ) $7 \times a \times a \times a \times a \times p \times p \times p \times q \times q$

(গ) $4 \times m \times m \times$ .... 15 বার $\times n \times n \times$ ..... a বার

সমাধান:

(ক) আমরা জানি যে $x \times x \times x = x^3$

এবং $z \times z = z^2$

, $x \times x \times x \times z \times z = x^3 \times z^2 = x^3z^2$

বলো দেখি:

x^3z^2 ও z^2x^3 সমান কি? কারণ বলো।

(খ) আমরা জানি যে $a \times a \times a \times a = a^4$

$p \times p \times p = p^3$

এবং $q \times q = q^2$

, $7 \times a \times a \times a \times a \times p \times p \times p \times q \times q = 7 \times a^4 \times p^3 \times q^2 = 7a^4p^3q^2$

(গ) আমরা জানি যে $m \times m \times$ ....15 বার $= m^{15}$

এবং $n \times n \times$ ......a বার $= n^a$

, $4 \times m \times m \times$ ..... 15 বার $\times n \times n \times$ ...... a বার

$= 4 \times m^{15} \times n^a = 4m^{15}n^a$

উদাহরণ - 3

মৌলিক উৎপাদকদের গুণফল রূপে প্রকাশ করো।

(ক) $3x^4$ (খ) $7a^8$ (গ) $5p^2q^3$

সমাধান:

(ক) $3x^4 = 3 \times x \times x \times x \times x$

(খ) $7a^8 = 7 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a$

(গ) $5p^2q^3 = 5 \times p \times p \times q \times q \times q$

উদাহরণ - 4

আয়তঘনর ঘনফল তার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার গুণফলের সঙ্গে সমান। যে আয়তঘনর প্রস্থ x সেমি, দৈর্ঘ্য প্রস্থের 3 গুণ ও উচ্চতা প্রস্থের অর্ধেক, তার ঘনফল কত?

সমাধান:

দত্ত আয়তঘনর প্রস্থ = x সেমি

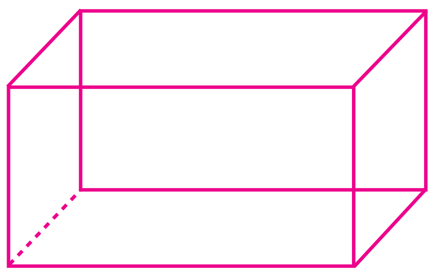
দৈর্ঘ্য = 3 x প্রস্থ = $3 \times x$ সেমি = $3x$ সেমি

উচ্চতা = $\frac{1}{2}$ x প্রস্থ = $\frac{1}{2} \times x$ সেমি. = $\frac{x}{2}$ সেমি

+ তার ঘনফল = দৈর্ঘ্য x প্রস্থ x উচ্চতা

= $(3x \times x \times \frac{x}{2})$ ঘনসেমি

= $\frac{3x^3}{2}$ ঘনসেমি



অভ্যাস কার্য 10. 4

1. শূন্যস্থান পূরণ করো:

(ক) x^4 তে আধার _____ ও ঘাতাঙ্ক _____ ।

(খ) $3y^{10}$ তে আধার _____ ও ঘাতাঙ্ক _____ ।

(গ) m^n তে আধার _____ ও ঘাতাঙ্ক _____ ।

(ঘ) $\frac{2}{5}p^4q^3$ তে আধার _____ ও ঘাতাঙ্ক _____

এবং আধার _____ এর ঘাতাঙ্ক _____ ।

বলো দেখি:

x একটি ঘাতান্বিত রাশি হলে এর আধার কত ও ঘাতাঙ্ক কত?

2. মৌলিক উৎপাদকদের গুণফল রূপে প্রকাশ করো।

(ক) $8a^3$ (খ) a^5x^3 (গ) $9xy^3$ (ঘ) $25a^2x^4y^2$

3. ঘাতান্বিত রাশিতে প্রকাশ করো।

(ক) $x \times x \times x \times x$

(খ) $a \times a \times a \times b \times b \times b$

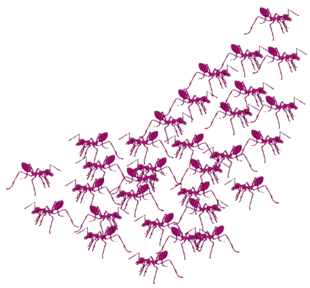
(গ) $p \times p \times p \times$ ...... 10 বার

(ঘ) $20 \times (m \times m \times$ ...... 7 বার) x ($n \times n \times$ ..... 25 বার)

(ঙ) $32 \times (x \times x$ x .... 5 বার) $\times$ ($y \times y \times$ .....8 বার) $\times z$

4. $4a^3$ ও $3a^4$ মধ্যে পার্থক্য দেখাও।

5. বর্তমান এক প্রকার কীটের সংখ্যা x। এক সপ্তাহ পরে তাদের সংখ্যা y হয়ে যায়। সেই হারে তাদের সংখ্যা বৃদ্ধি পেলে তিন সপ্তাহের শেষে কীটদের সংখ্যা কত হবে?



10.6 . বীজগাণিতিক রাশি ও তার পদ:

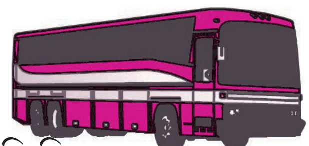
ষষ্ঠ শ্রেণীর ছেলেরা বিদ্যালয় থেকে বেরিয়ে দিল্লি পরিভ্রমণে গেল। তারা 4 কি.মি. হাঁটল, 3y কি.মি. বাসে, ও $2x$কি.মি. রেলগাড়িতে চেপে গেল। তাদের মোট কত রাস্তা যাত্রা করতে হল?

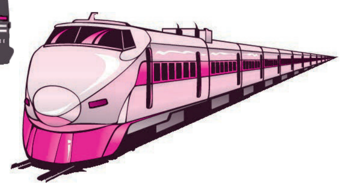
হাঁটার রাস্তা = 4 কি.মি..

বাসের রাস্তা = 3y কি.মি.

রেলগাড়িতে যাওয়া রাস্তা = $2x$ কি.মি.

মোট রাস্তা = $(4 + 3y + 2x)$ কি.মি..





এখানে $4 + 3y + 2x$ কে একটি **বীজগাণিতিক রাশি** বলে বলা হয়।

4, $3y$, $2x$ এই প্রত্যেককে সেই রাশির এক-একটি **পদ** বলে বলা হয়।

তাই $4 + 3y + 2x$ একরাশি। এতে তিনটি পদ আছে।

$3a + b$ একরাশি। এতে দুটি পদ আছে।

c ও একরাশি। এতে এক পদ আছে। একে একপদ বিশিষ্ট রাশি বলা হয়।

নিম্ন সারণী থেকে একপদ বিশিষ্ট রাশি, দুইপদ বিশিষ্ট রাশি ও বহুপদ বিশিষ্ট রাশিগুলো লক্ষ করো।

একপদ বিশিষ্ট রাশি	দুইপদ বিশিষ্ট রাশি	বহুপদ বিশিষ্ট রাশি
4	4 + 3	4 + 3 + 7
a	a + b	a + b + c
3m	3m + p	3m + p - q

তুমি ও সেইরকম একপদ বিশিষ্ট রাশি, দুইপদ বিশিষ্ট রাশি ও বহুপদ বিশিষ্ট রাশির দুটি করে উদাহরণ দাও।

বীজগাণিতিক রাশি ও তার পদ সম্বন্ধে কিছু জানার কথা

- একটি রাশিতে একটি মাত্র পদ থাকতে পারে। এই পদটি একটি সংখ্যা (ধ্রুবসংখ্যা) বা একটি বীজ হতে পারে। 1, 2, 3, 4 ইত্যাদি সংখ্যাগুলো ধ্রুবসংখ্যা। কারণ এদের মূল্য নির্দিষ্ট।
- একটি রাশিতে একাধিক পদ থাকলে, সেগুলো কেবল '+', '-' চিহ্নর দ্বারা পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন হতে পারে।
- একটি রাশি কেবল ধ্রুবসংখ্যা নিয়ে গঠিত হতে পারে।
- একটি রাশি কেবল বীজদের নিয়ে গঠিত হতে পারে।
- একটি রাশি উভয় ধ্রুবসংখ্যা ও বীজদের নিয়ে গঠিত হতে পারে।
- 3, a, a^2, $\frac{a}{2}$ (বা $a \div 2$), ab (বা $a \times b$), $\frac{1}{a}$ (বা $1 \div a$) আদি প্রত্যেক রাশি এক একটি পদ বিশিষ্ট। $a \times b$ বা $a \div 2$ কে দুটি পদ বিশিষ্ট বলে বলা হয় না।
- পদের সংখ্যার দৃষ্টিতে রাশিদের একপদী, দ্বিপদী, ত্রিপদী, চতুষ্পদী রাশি ইত্যাদি নামে নামাঙ্কন করা হয়।
- $a-b$ তে a হচ্ছে প্রথম পদ ও $-b$ হচ্ছে দ্বিতীয় পদ। অর্থাৎ পদের সঙ্গে তার চিহ্ন (+ বা –) কে নেওয়া হয়। $a+c$ তে প্রথম পদ a ও দ্বিতীয় পদ $+c$ বা c বলা হয়। অর্থাৎ পদের চিহ্ন + থাকলে + চিহ্ন ছেড়ে পদকে বলা যেতে পারে।

অভ্যাস কার্য 10. 5

1. কোন্ উক্তি ঠিক ও কোন্‌টা ভুল বন্ধনীর মধ্যে লেখো।

(ক) $a \times b + c$ তে

- $a \times b$ একটি পদ [ ]
- b একটি পদ [ ]
- c একটি পদ [ ]
- $a \times b + c$ একটি পদ [ ]

(খ) $a \div b - p$ তে

- $a \div b$ একটি পদ [ ]
- $b - p$ একটি পদ [ ]
- a একটি পদ ও $-p$ অন্য পদ [ ]
- $a \div b$ একটি পদ ও $-p$ অন্য পদ [ ]
- $a \div b$ প্রথম পদ ও p দ্বিতীয় পদ [ ]

2. প্রত্যেক রাশির পদগুলি পৃথক করে লেখো।

(ক) $p + q$ (গ) $-p + r$ (ঙ) $p \times b + c$

(খ) $p + q \div r$ (ঘ) $(a \div x \times b) - (c \times d \div y)$ (চ) $a^2b + 2xy - bc^2$

10.7. পদের সহগ:

λ আমরা 2ab পদটির কথা বিচার করব।

2ab = 2 x a x b

2ab পদে 2, ab এর সহগ

a, 2b এর সহগ [(কারণ 2ab = a x 2b]

b, 2a এর সহগ [(কারণ 2ab = b x 2a]

2a, b ওএর সহগ [(কারণ 2ab = 2a x b]

2b, a এর সহগ [(কারণ 2ab = 2b x a]

λ সেইরকম $-8xy$ পদটিতে $-8y, x$ এর সহগ

$-8, xy$ এর সহগ

$-8x, y$ এর সহগ

অনেক সময় পদটিতে থাকা সংখ্যাত্মক উৎপাদকটি পদের সংখ্যাত্মক সহগ বা সহগ বলে ধরা হয়। এই দৃষ্টিতে 2ab পদের সহগ 2 এবং -8xy পদের সহগ -8 বলে বলা হয়ে থাকে।

জানো কি?

কোনো পদের সহগ যদি 1 বা -1 হয়ে থাকে, তবে 1-কে পদের সঙ্গে লেখা হয় না। যথা, ১a-কে খ ভাবে ও -1b-কে-b ভাবে লেখা হয়।

একটি পদকে দুটি উৎপাদকের গুণফল রূপে প্রকাশ করলে, একটাকে অন্যটির সহগ বলা হয়।

উদাহরণ - 1

$8x^4y - 7x^3yz + \frac{4}{3}x^2yz^2 - 5xyz$

এইরাশিতে থাকা $\frac{4}{3}x^2yz^2$ পদটির সহগ কত?

আবাব $\frac{4}{3}x^2yz^2$ পদে x^2 এর সহগ কত?

সমাধান: আমরা জানি $\frac{4}{3}x^2yz^2$ পদের সহগ $\frac{4}{3}$। (সংখ্যাত্মক উৎপাদক)

$\frac{4}{3}x^2yz^2$ পদে x^2 এর সহগ $\frac{4}{3}yz^2$। কারণ $\frac{4}{3}x^2yz^2$ কু $\frac{4}{3}yz^2x^2$ ভাবে লেখা যেতে পারে।

3x - y + 5b তে থাকা ভিন্ন ভিন্ন পদগুলির সহগ লেখ।

10.8 সদৃশ ও অসদৃশ পদ:

বীজগণিতে সদৃশ ও অসদৃশ পদ চেনা অতি গুরুত্বপূর্ণ। নীচের উদাহরণকে দেখো।

(ক) 2a, 5a, $\frac{2}{7}$a পদগুলিতে একপ্রকার বীজ আছে। ও প্রত্যেক পদে ঘাত হচ্ছে 1। এইরকম পদগুলিকে সদৃশ পদ বলা হয়।

(খ) $xy,\ 10xy,\ \frac{5}{11}xy$ এই পদগুলি সদৃশ, কারণ প্রত্যেকেতে একপ্রকার বীজ x ও y আছে। x ও y প্রত্যেকের ঘাত সব পদে 1

(গ) $3a^2b,\ \frac{2}{3}a^2b,\ a^2b$ পদগুলি সদৃশ, কারণ প্রতিটিতে একই প্রকার বীজ a ও b আছে। সব পদে a এর ঘাত 2 ও b এর ঘাত 1

পদগুলিতে দুই বা তার চেয়ে অধিক সংখ্যক বীজ থেকে তাদের ক্রম ভিন্ন ভিন্ন হলেও সেগুলি সদৃশ পদ।

(ক) $ab,\ -3ba,\ \frac{1}{5}ba$ সদৃশ পদ।

(খ) $2pqr,\ 15qrp, \frac{5}{3}rpq$ সদৃশ পদ।

(গ) $x^2yz,\ 3yzx^2,\ -5yx^2z$ সদৃশ পদ।

জেনে রাখো:
যে পদগুলিতে একই প্রকার বীজ বা একই বীজের একই ঘাত থাকে, সেই পদগুলিকে সদৃশ পদ বলে। তাদের সংখ্যাত্মক সহগ ভিন্ন ভিন্ন হতে পারে।

◆ নিম্নলিখিত অসদৃশ পদগুলি লক্ষ করো।

অসদৃশপদ	কারণ
$x,\ 2a,\ \frac{3}{5}p,\ -4m$	পদগুলিতে একই প্রকার বীজ নেই
ab, bc, ca	পদগুলিতে একই প্রকার বীজ নেই
$xyz.$ 2axy, 5ayz	পদগুলিতে একই প্রকার বীজ নেই
x^2, x^3, x^4	পদগুলিতে একই প্রকার বীজ থাকলেও তাদের ঘাতাঙ্ক ভিন্ন।

যে পদগুলিতে বিভিন্ন প্রকারের বীজ বা একই বীজের বিভিন্ন ঘাত থাকে, সেগুলিকে অসদৃশ পদ বলা হয়।

এসো সদৃশ ও অসদৃশ পদ চেনার জন্য কিছু প্রশ্নের সমাধান করব।

উদাহরণ -1

নিম্ন বীজগাণিতিক রাশিতে থাকা সদৃশ পদগুলি বেছে প্রত্যেকের সংখ্যাত্মক সহগ লেখো।

$$2x - xy + 3yx + 8x - 3x + xyz$$

সমাধান: দত্ত বীজগাণিতিক রাশিতে

$2x, 8x, -3x$ সদৃশ পদ, তাদের সংখ্যাত্মক সহগ যথাক্রমে 2, 8 ও -3।

আবার $-xy, 3yx$ সদৃশপদ। তাদের সংখ্যাত্মক সহগ যথাক্রমে -1 ও 3।

এই রাশিতে $2x, -xy$ অসদৃশ এবং xyz অন্য সমস্ত পদের সঙ্গে অসদৃশ।

উদাহরণ -2 : বীজগাণিতিক রাশিটির সদৃশ পদগুলি একত্র করে সাজিয়ে লেখো।

$$a + 2b - ab - \frac{1}{2}a + 3ba + 5a - b$$

সমাধান: দত্ত বীজগাণিতিক রাশিটিতে

$a, -\frac{1}{2}a, 5a$ পদগুলি সদৃশ

$2b, -b$ পদদ্বয় সদৃশ

এবং $-ab, 3ba$ পদদ্বয় সদৃশ

সদৃশ পদগুলিকে একত্র করে সাজিয়ে লিখলে রাশিটি হবে $a + 5a - \frac{1}{2}a + 2b - b - ab + 3ba$

> **জানো কি?**
>
> ab ও ba পদদ্বয় সদৃশ
>
> abc, bca ও cab পদগুলিও সদৃশ।

অভ্যাস কার্য 10. 6

1. নিম্নলিখিত পদগুলির সংখ্যাত্মক সহগ লেখো।

   $3y, \quad \frac{5}{7}p, \quad -4ab, \quad y^2, \quad -abc, \quad 23x^3y^2$

2. নিম্নলিখিত বীজগাণিতিক রাশিগুলিতে থাকা ভিন্ন ভিন্ন পদের সংখ্যা সহগ লেখো।

   (ক) $ab - 2bc + 7ca$ (খ) $x - \frac{xy}{3} + \frac{3yz}{4}$

3. কারণ সহ কোন জোড়া পদ ও সদৃশ বা অসদৃশ লেখো।

   (ক) $3x, 7x$ (খ) $5y, 5z$ (গ) $2ab, \frac{2}{3}ba$

   (ঘ) $6pq, 6q$ (ঙ) $\frac{1}{2}a^3, a^3$

4. সদৃশ পদগুলি একত্র করে নিম্নলিখিত রাশিকে সাজিয়ে লেখো।

   (ক) $a-3b-4a+2b+7a$

   (খ) $5p + 2pq - 4p + 7qr - 3pq + 5rq - \frac{1}{2}qp$

   (গ) $xyz - xy + yz + zxy - 35yzx - 3zy$

10.9 বীজগাণিতিক রাশির মান নির্ণয়:

একটি বীজগাণিতিক রাশিতে এক বা একাধিক বীজ থাকে। তাই রাশিটির মান বা মূল্য পেতে হলে, তাতে ব্যবহৃত প্রত্যেক বীজের নির্দিষ্ট মূল্য জানা আবশ্যক। তারপরে রাশিটিতে প্রত্যেক বীজের বদলে সেই বীজের নির্দিষ্ট মূল্য স্থাপন করলে রাশিটি কেবল ধ্রুব সংখ্যাদের নিয়ে গঠিত হয়। এই রাশিটিকে সরল করে দিলে তার মান পাওয়া যায়।

বীজগুলির বদলে তাদের স্থানে তাদের নির্দিষ্ট মূল্য স্থাপন করার প্রণালীকে **বিস্থাপন প্রণালী** বা কেবল **বিস্থাপন** বলা হয়।

উদাহরণ -1

$x=4$, $y=2$, $z=5$ হলে নিম্নরাশিদের মান নির্ণয় করো।

(a) $2x+5y-3z$ (b) $x^2-3xy+z^2$

সমাধান:

(ক) $2x+5y-3z$

$=2\times4+5\times2-3\times5$ (প্রত্যেক বীজের মান বসিয়ে)

$=8+10-15$

$=18-15=3$

(খ) $x^2-3xy+z^2$

$=4^2-3\times4\times2+5^2$ (প্রত্যেক বীজের মান বসিয়ে)

$=16-24+25$

$=16+25-24$ (একই চিহ্নবিশিষ্ট রাশিগুলি একত্র করে)

$=41-24=17$

অভ্যাস কার্য 10.7

1. $a=3$ ও $b=5$ হলে নিম্ন রাশিদের মান নির্ণয় করো।

(i) $2a+b$ (ii) $2b-3a$ (iii) $1+ab$ (iv) $\frac{a+3b}{6}$

2. $x=8$, $y=3$ ও $z=4$ হলে নিম্ন রাশিদের মান নির্ণয় করো।

(i) $x+2y+3z$ (ii) $2x+3y-5z$ (iv) $7z-4y-2x$

3. $x=2$ ও $y=3$

একটি ছেলেকে xy-এর মান নির্ণয় করতে বলা হল।

সে xy-এর মান ২৩ লিখল। সে ঠিক করে লিখেছিল কি? কেন?

4. $a=4$, $b=3$ ও $c=5$

$2a+3b+6c$ এর মান নির্ণয় করতে গিয়ে গীতা $24+33+45$ লিখল। তার উত্তর ঠিক কী? কারণ লেখো।

একাদশ অধ্যায়

পরিমিতি

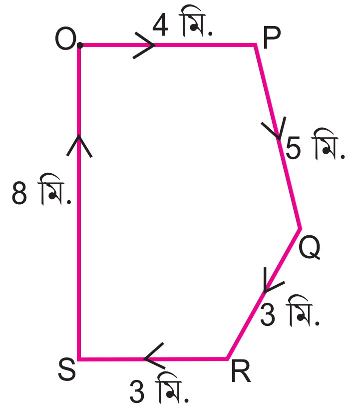
11.1. আমরা যা জানি :

চাষের কাজ হবার জমির সম্পর্কে আলোচনা করার সময় সাধারণত এর চাষ হওয়া অঞ্চল ও এর পরিসীমা (আল)-র বিষয় আমাদের মনে আসে। চাষের উপযোগী অঞ্চলকে আল ঘিরে থাকে। চাষ উপযোগী অঞ্চল ও এর আলকে একত্র একটি ক্ষেত্র বলা হয়। অবশ্য এই ক্ষেত্রর আলের কিছু প্রস্থ আছে। মাত্র আমরা জ্যামিতিতে যে ক্ষেত্রর বিষয়ে আলোচনা করি তার সীমা নিরূপক রেখার প্রস্থ থাকে না। সেই রেখাগুলির দৈর্ঘ্যের সমষ্টিকে ক্ষেত্রর পরিসীমা বলা হয়। সীমারেখার দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের পরিমাণকে সম্পৃক্ত ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল বলা হয়। এটা তোমরা আগে থেকেই জানো।

11.2. পরিসীমা ও এর এক বাস্তব উদাহরণ:

একজন চাষি তার জমির চারদিকে বেড়া দিতে বেরোল।

সে প্রথমে O থেকে আরম্ভ করে P পর্যন্ত, P থেকে Q পর্যন্ত, Q থেকে R পর্যন্ত, R থেকে S পর্যন্ত ও S থেকে O পর্যন্ত ক্রমান্বয়ে বেড়া দিল। তার দেওয়া বেড়ার দৈর্ঘ্য কত ?



সেই চাষ জমিব O বিন্দু থেকে আরম্ভ করে P, Q, R ও S বিন্দু দিয়ে আবার 'O' বিন্দুতে পৌঁছানো পর্যন্ত হাঁটলে যত দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে, সেটাই হচ্ছে সেই জমির পরিসীমা।

আমরা জানলাম,

একটি আবদ্ধ ক্ষেত্রর পরিসীমা হচ্ছে এর সীমা নিরূপক রেখাদের দৈর্ঘ্যর সমষ্টি।

আমরা আমাদের দৈনন্দিন জীবনে পরিসীমার ধারণাকে বহুলভাবে ব্যবহার করি। নিম্নে তার থেকে কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হয়েছে।

- বিদ্যালয়ের হাতার চারপাশে পাঁচিল তৈরি করা।
- কোনো এক স্থানের চারদিকে তারের জাল লাগানো।
- একটি ফটো বাঁধাবার জন্যে তার চারপাশের মাপ নিয়ে কাঠ ঠিক করা।

সেইরকম দুটি উদাহরণ লেখো, যাতে পরিসীমার সম্পর্কে জানা আবশ্যক হবে।

নিজে করে দেখো:

- 3 সেমি, 4 সেমি, 5 সেমি ও 6 সেমি মাপের চারটি সিধে কাঠি নাও।
- সাইকেলের ভালব টিউব দিয়ে কাঠিগুলো জুড়ে একটি চতুর্ভুজ আকৃতি তৈরি করো।
- এবার এই চতুর্ভুজের যে কোনো একটা শীর্ষে থাকা টিউব খুলে দাও ও কাঠিগুলোকে নিম্নমতে দেওয়া চিত্রের মতো এক সরলরেখায় সাজাও।

- আমরা পূর্বে ব্যবহার করা চারটি কাঠিকে জুড়ে দেওয়ায় একটি রেখার আকৃতি পাওয়া গেল। এই রেখার দৈর্ঘ্য হচ্ছে পূর্বে প্রস্তুত হওয়া চতুর্ভুজের পরিসীমা।

11.2.1. পরিসীমা নির্ণয় সম্বন্ধীয় সূত্র:

(ক) আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা:

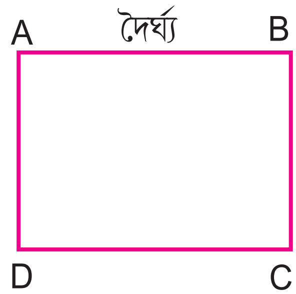
আয়তক্ষেত্র ABCD এর পরিসীমা = AB + BC + CD + DA

= দৈর্ঘ্য + প্রস্থ + দৈর্ঘ্য + প্রস্থ

= দৈর্ঘ্য + দৈর্ঘ্য + প্রস্থ + প্রস্থ

= 2 x দৈর্ঘ্য + 2 x প্রস্থ

= 2 x (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

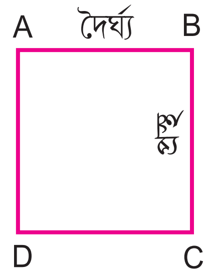


(খ) বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা

বর্গক্ষেত্র ABCD-এর পরিসীমা = AB + BC + CD + DA

= দৈর্ঘ্য + দৈর্ঘ্য + দৈর্ঘ্য + দৈর্ঘ্য

= 4 x দৈর্ঘ্য



আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 x (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 4 x (দৈর্ঘ্য)

বলো দেখি:
একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা কীভাবে বেরোবে?

অভ্যাস কার্য 11.1

1 তোমার শ্রেণীতে থাকা টেবিলের উপরের ভাগের চারটি ধারের দৈর্ঘ্য মাপা ও তুমি পাওয়া মাপগুলি নীচে দেওয়ার মতো লেখো।

প্রথম ধারের দৈর্ঘ্য = ______ সেমি

দ্বিতীয় ধারের দৈর্ঘ্য = ______ সেমি

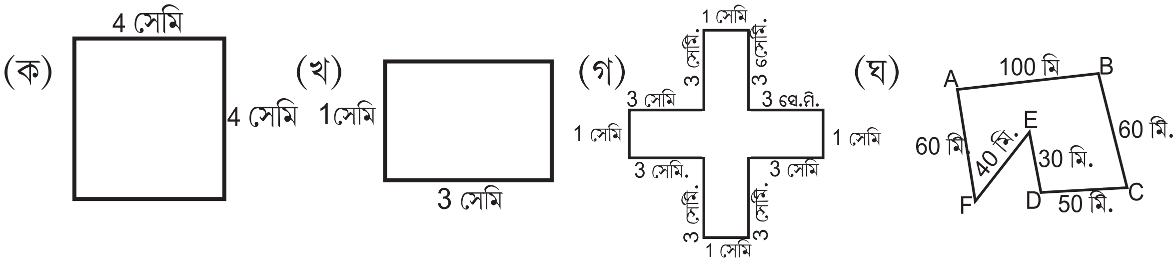
তৃতীয় ধারের দৈর্ঘ্য = ______ সেমি

চতুর্থ ধারের দৈর্ঘ্য = ______ সেমি

এর চারটি ধারের সমষ্টি = ______ সেমি.+______ সেমি.+______ সেমি +______ সেমি

টেবিলের উপরিভাগের পরিসীমা কত ?

2. নীচে দেওয়া চিত্রদের পরিসীমা নির্ণয় করো।



3. একটি আয়তাকার পার্কের দৈর্ঘ্য 50 মিটার ও প্রস্থ 35 মিটার। একজন খেলোয়াড় এই পার্কের চারদিকে 10 বার দৌড়ালে, সে মোট কত রাস্তা দৌড়াবে ?

4. একটি চতুর্ভুজাকৃতি বিশিষ্ট জমির চারটি পাশের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 15 মিটার, 12 মিটার, 17 মিটার ও 11 মিটার। এর চারদিকে বেড়া দিতে মিটার পিছু 6 টাকা হিসেবে কত খরচা হবে ?

5. ৩ মিটার দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি আয়তাকার টেবিলের উপরিভাগের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 3 মি. ও 1 মি. 50 সেমি। এর চারপাশে রঙিন ঝালর লাগানো হবে। কতমিটার দৈর্ঘ্য ঝালর আবশ্যক হবে ?

6. একটি বর্গাকৃতি টেবিলের পরিসীমা হচ্ছে 3 মি. 20 সেমি। এর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য কত ?

জানো কি ?

বর্গচিত্রের সমস্ত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

7. নিম্নোক্ত কোন্ কোন্ ক্ষেত্রে পরিসীমা বের করা আবশ্যক হবে ?

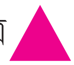
(ক) একটি চাষ জমির চাষ করা স্থানের পরিমাণ নির্ণয় করব।

(খ) একটি খেলার মাঠের চারদিকে সাইকেলে ঘুরে আসব।

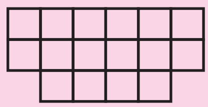
(গ) একটি ঘরের মেঝেতে মার্বেল বসাব।

(ঘ) একটি ফটোকে বাঁধাবার জন্যে আবশ্যক পড়া কাঠের দৈর্ঘ্য জানব।

8. যদি 30 মিটার লম্বা সরু লোহার তার এনে তাকে আবশ্যক মতে বেঁকিয়ে নিম্নলিখিত আকৃতি তৈরি করা যায়, তবে সেই আকৃতির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে ?

(ক) বর্গক্ষেত্র  (খ) সুষম ষড়ভুজ  (গ) সমবাহু ত্রিভুজ চিত্র 

নিজে করে দেখো:

- তুমি একটা মোটা কাগজ নাও।
- এর থেকে 1 সেমি দৈর্ঘ্য ও 1 সেমি প্রস্থ বিশিষ্ট 16 টি বর্গ চিত্র তৈরি করো।
- 16টি খণ্ডকে কাছাকাছি লাগিয়ে বিভিন্ন প্রকারের আকৃতি প্রস্তুত করো যেন তাদের মধ্যে কোনো ফাঁক না থাকে। যেমন 
- যেসব আকৃতি তৈরি করলে, তাদের পরিসীমা নির্ণয় করো।
- তোমার খাতায় আকৃতিগুলোর ছবি এঁকে প্রত্যেক ছবির ডানদিকে তার পরিসীমা লেখো।

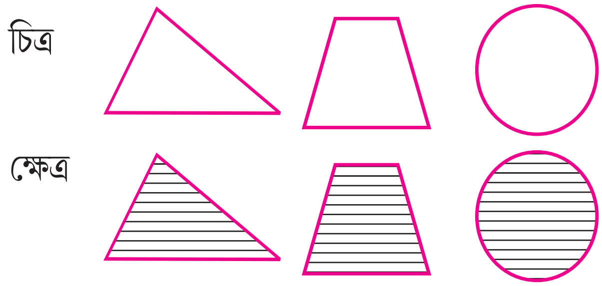
তোমার জন্য কিছু কাজ-- 1

তুমি চারদিকে দেখতে থাকা আয়তাকার ও বর্গাকার বিশিষ্ট জিনিসের একটি তালিকা প্রস্তুত করো। প্রত্যেকের পরিসীমা নির্ণয় করে একটি সারণী প্রস্তুত করো ও সেটাকে শ্রেণীর অন্যদের দেখাও।

11.3 ক্ষেত্রফল

পরের পাতায় দেওয়া আবদ্ধ চিত্রদের লক্ষ করো। প্রত্যেক চিত্র দ্বারা এই পৃষ্ঠার কিছু অংশ আবদ্ধ হয়েছে। চিত্র ও এর দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের সমাহারকে ক্ষেত্র বলা হয়। এই ক্ষেত্রর পরিমাণকে উক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বলা হয়।

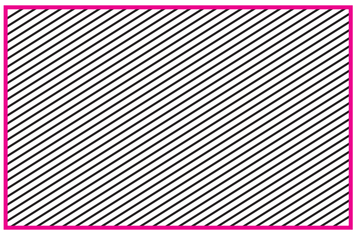
নিম্নে চিত্র ও সম্পৃক্ত ক্ষেত্রগুলি দেখো।



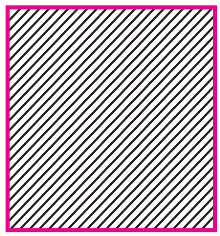
জানো কি?

কোনো আবদ্ধ চিত্রদ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রর পরিমাণকে সেই ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল বলা হয়।

নীচে দেওয়া চিত্র দুটিকে লক্ষ করো। প্রথম চিত্র ও দ্বিতীয় চিত্র দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রকে রেখাঙ্কন দ্বারা সূচিত করা হয়েছে।



প্রথম চিত্র



দ্বিতীয় চিত্র

একটি চাষ জমিতে চাষ করা অঞ্চলের পরিমাণ হচ্ছে সেই জমির ক্ষেত্রফল। চার দেওয়াল দিয়ে সীমাবদ্ধ একটি মেঝের পরিমাণ হচ্ছে মেঝের ক্ষেত্রফল।

ক্ষেত্রফলকে বর্গসেমি, বর্গমি, আদি মাপের এককের সাহায্যে মাপ করা হয়।

তোমার দৈনন্দিন জীবনে যে পরিস্থিতিতে ক্ষেত্রফল মাপার আবশ্যক তা পড়ে, সেইরকম তিনটি পরিস্থিতির উদাহরণ দাও।

11.3.1 কয়েকটি জ্যামিতিক আকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল:

(ক) আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল

তুমি পূর্ব শ্রেণীতে আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল কিভাবে নির্ণয় করা হয় সেটা জেনেছ। ক্ষেত্রফল সমন্ধীয় হিসেব প্রণালীকে সূত্ররূপে লিখবো–

- **আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য x প্রস্থ) বর্গ একক।**

  দৈর্ঘ্য = (ক্ষেত্রফল ÷ প্রস্থ) একক।

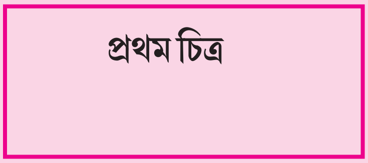
  প্রস্থ = ((ক্ষেত্রফল ÷ দৈর্ঘ্য) একক।

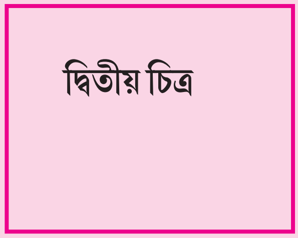
- **বর্গক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = (বাহুর দৈর্ঘ্য x বাহুর দৈর্ঘ্য)^2 বর্গ একক।**

  একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = ক্ষেত্রফলের বর্গমূল।

নিজে করে দেখো:

নীচে দেওয়া আবদ্ধ চিত্র দুটিকে লক্ষ করো। কার ক্ষেত্রফল বেশি, দেখব।





- মোটা কাগজ কেটে 1 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট কতকগুলি বর্গক্ষেত্র তৈরি করো (প্রায় 30টা)
- প্রথম চিত্রের সীমার ভেতরে সেই টুকরোগুলোকে সাজাও, যেন টুকরোগুলো ধারে ধারে লেগে থাকে।
- সেইভাবে দ্বিতীয় চিত্রের উপরে বর্গকার বিশিষ্ট কাগজগুলো আগের মতো সাজিয়ে রাখো।
- কোন্ চিত্রের উপর বেশিসংখ্যক কাগজের টুকরো রইল ?
- কোন্ ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল অধিক বলে জানলে ?

উদাহরণ -1

একটি আয়তক্ষেত্রর দৈর্ঘ্য 8 সেমি ও প্রস্থ 6 সেমি। তার ক্ষেত্রফল কত ?

সমাধান:

আয়তক্ষেত্রর দৈর্ঘ্য = 8 সমি

প্রস্থ = 6 সেমি

আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য x প্রস্থ) বর্গ একক।

= 8 x 6 বর্গসেমি

= 48 বর্গসেমি

∴ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 48 বর্গসেমি।

জানো কি ?

আয়তক্ষেত্রর দৈর্ঘ্য সেমি একক ও প্রস্থ সেমি একক থাকলে এর ক্ষেত্রফল বর্গসেমিতে প্রকাশ করা হয়।

নীচের সারণীর খালিস্থান পূরণ করো।

ক্রমিক নম্বর	আয়তক্ষেত্রর দৈর্ঘ্য	আয়তক্ষেত্রর প্রস্থ	পরিসীমা	ক্ষেত্রফল
1	5 সেমি		4 সেমি	
2		7 সেমি		30 সেমি
3	7 সেমি			28 বর্গ সেমি
4	12সেমি		42সেমি	

নিজে করে দেখো:

- একটা গ্রাফ কাগজ নাও।(সাদা কাগজেও তৈরি করে নিতে পারবে)
- মোটা কাগজ কেটে একটি বর্গক্ষেত্র তৈরি করো।
- তোমার তৈরি বর্গক্ষেত্রটি গ্রাফ কাগজের উপর রাখো, যেন বর্গক্ষেত্রর প্রতিটি ধার গ্রাফ কাগজের কোনো না কোনো দাগের সঙ্গে লেগে থাকবে।
- বর্গক্ষেত্রে ধারের চারপাশে দাগ দাও।গ্রাফ কাগজে তুমি একটি বর্গচিত্র পাবে।
- গ্রাফ কাগজে আঁকা বর্গক্ষেত্রর সীমার মধ্যে গ্রাফ কাগজের কতগুলি 1 সেমি বাহু বিশিষ্ট বর্গ রয়েছে সেটা গুনে দেখো।
- এক সেমি বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রর সংখ্যা (যেটা গুনে পেয়েছ) জানলে বর্গাকৃতি বিশিষ্ট কাগজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবে।

উদাহরণ - 2

একটি বর্গাকৃতি ক্ষেত্রর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি।এই ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

বর্গাকৃতি ক্ষেত্রর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 সমি

এর ক্ষেত্রফল = (বাহুর দৈর্ঘ্য x বাহুর দৈর্ঘ্য) বর্গসেমি।

= 6 x 6 বর্গ সেমি

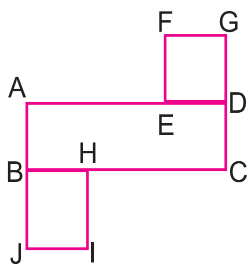
= 36 বর্গ সেমি।

বলো দেখি:

6 x 6 কে 6^2 রূপে লেখা হয় ও ‘6 এর বর্গ বলে বলা হয়। তুমি 8 ও 10 এর বর্গ নির্ণয় করতে পারবে কি?

অভ্যাস কার্য 11.2

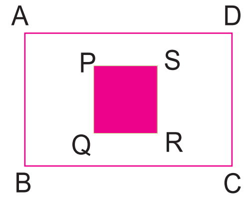
1. একটি বর্গক্ষেত্রর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 7 সেমি।এর ক্ষেত্রফল কত?
2. নিম্ন চিত্রে ABCD একটি আয়ত চিত্র এবং EDGF ও BJIH এক একটি বর্গক্ষেত্র।
   AD = 20 সেমি, AB = 9 সেমি, ED = 7 সেমি, ও BJ = 8 সমি হলে সমগ্র ক্ষেত্রর পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



3. একটি বর্গাকৃতি ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল 64 বর্গমিটার। এর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(সূচনা: এখানে 64-কে মৌলিক গুণনীয়কদের গুণফল রূপে প্রকাশ করে 64-কে দুটি সমান সংখ্যার গুণফলে প্রকাশ করা যেতে পারবে। সেই সংখ্যা দুটির মধ্যে একটি হবে 64-র বর্গমূল)।

4. ABCD একটি আয়তাকার বাগান। এই জমিতে খোঁড়া একটি বর্গাকৃতি পুকুরের চিত্র হচ্ছে PQRS ।



AB = 40 মিটার, AD = 50 মিটার, ও PQ = 22 মিটার হলে

বাগানের ভেতরে থাকা বাকি জমির ক্ষেত্রফল কত?

5. একটি আয়তকার জমির দৈর্ঘ্য 30 মিটার ও প্রস্থ 28 মিটার। এক বর্গমিটার জমির দাম 275 টাকা হলে, সেই জমি বিক্রি করে জমির মালিক কত টাকা পাবে?

6. একটি টেবিলের উপরিভাগ বর্গাকৃতি বিশিষ্ট। এর প্রত্যেক ধারের দৈর্ঘ্য 1 মিটার 20 সেমি, এর উপরিভাগের ক্ষেত্রফল কত?

7. নীচে তিনটে আয়তক্ষেত্রর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দেওয়া হয়েছে।

(ক) 9মি ও 6মি. (খ) 17মি. ও 3 মি. (গ) 15মি.ও 4মি.

- কোন্ আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল বেশি?
- কোন্ আয়তক্ষেত্রর পরিসীমা বেশি?

8. একটি আয়তাকার বিশিষ্ট কার্ডবোর্ডের ক্ষেত্রফল 36 বর্গসেমি.। এর দৈর্ঘ্য 9 সেমি হলে এর প্রস্থ কত?

উপরে দেওয়া প্রশ্নটি ভালোভাবে পড় ও নিম্ন প্রশ্নের উত্তর দাও।

- আয়তাকার কার্ডবোর্ডের ক্ষেত্রফল কত?
- এর দৈর্ঘ্য কত?
- কোনো আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্য জানা থাকলে তার প্রস্থ কীভাবে বেরোয়?
- এখানে আয়তাকার কার্ডবোর্ডের প্রস্থ কত হবে?

9. 16 মিটার দৈর্ঘ্য ও 12 মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট মেঝেতে টাইলস্ পাতা হল। এর জন্য কতটি 2 মিটার দীর্ঘ বাহু বিশিষ্ট বর্গাকার টাইলস্ দরকার হবে?

10. একটি বর্গাকার বিশিষ্ট জমির পরিসীমা হচ্ছে 124 মিটার। এই জমি চাষ করতে প্রতি বর্গমিটারে 4 টাকা হিসেবে মোট কত টাকা দরকার হবে?

11. 12 মিটার দৈর্ঘ্য একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল 120 বর্গমিটার। এর চারপাশে বেড়া দিতে মিটার পিছু 10 টাকা আবশ্যক হয়, তবে জমিটার চারপাশে বেড়া দেবার জন্য মোট কত টাকা দরকার হবে?

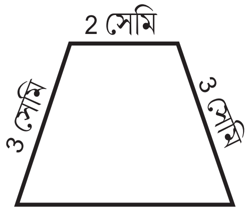
12. 20 সেমি দীর্ঘ একটি তার নিয়ে তাকে বেঁকিয়ে বিভিন্ন মাপের আয়তক্ষেত্র পরিণত করা হবে। (যেন প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থর মাপ পূর্ণ সংখ্যক সেমি হয়।) তারটিকে কটি ভিন্ন আয়তক্ষেত্র পরিণত করা সম্ভব? তাদের মধ্যে ক'টি বর্গাকৃতি বিশিষ্ট হবে? প্রত্যেক ক্ষেত্র পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

তোমার জন্য কাজ:

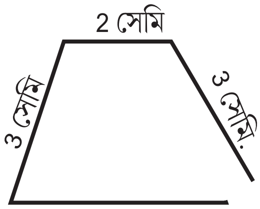
কাগজ কেটে প্রথমে তিনটি আয়ত চিত্র তৈরি করো, যাদের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নিম্নে দেওয়া আছে 4 সেমি, ও 3 সেমি, 5 সেমি ও 2 সেমি, 4 সেমি ও 2 সেমি। সেগুলো আঠা দিয়ে জুড়ে ভিন্ন ভিন্ন আকৃতির ক্ষেত্র তৈরি করো ও সেই ক্ষেত্রদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

11.4 পরিসীমা ও ক্ষেত্রফলের সম্বন্ধীয় কিছু ভুল ধারণার আলোচনা:

আয়তাকৃতি ও বর্গাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রদের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল সম্বন্ধীয় সমস্যাদের সমাধান করার সময় মাঝে মাঝে আসরা সন্দেহে পড়ে থাকি। এখানে তার এক উদাহরণ দেওয়া হয়েছে। লক্ষ করো পরিসীমা বলার সময় কোনো আবদ্ধ চিত্রের পরিসীমাকেই বোঝায়, কিন্তু কখনও কখনও আবদ্ধ চিত্র না নিয়ে তার বাহুদের সমষ্টি নির্ণয় করে পরিসীমা বেরোল বলে আমরা বলে থাকি। প্রকৃতপক্ষে এরকম চিত্রের পরিসীমা থাকে না।



প্রথম চিত্র



দ্বিতীয় চিত্র

এখানে প্রথম চিত্রটি হচ্ছে আবদ্ধ চিত্র। এর চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সেমি, 3 সেমি, 4 সেমি ও 3 সেমি।

এই চিত্রর পরিসীমা হচ্ছে = 2 সেমি + 3 সেমি + 4 সেমি + 3 সেমি = 12সেমি

দ্বিতীয় চিত্রটি আবদ্ধ চিত্র নয়। তাই এর পরিসীমা শব্দের কোনো অর্থ নেই।

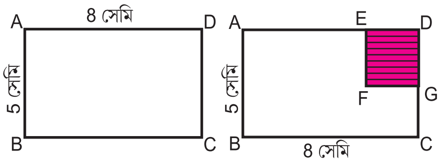
অন্য একটি উদাহরণ:

ABCD একটি আয়তাকৃতি কাগজখণ্ড। এর দৈর্ঘ্য 8 সেমি ও প্রস্থ 5 সেমি। এর ঙ্গ কোণ থেকে 2 সেমির বর্গাকৃতি কাগজ কেটে নেওয়া হল। বাকি অংশের পরিসীমা কত?

বাকি কাগজের পরিসীমা = মূল আয়তক্ষেত্রর পরিসীমা − কেটে নেওয়া বর্গক্ষেত্রর পরিসীমা।

= 2(8+5) সেমি − 4 x 2সেমি

= 26 সেমি − 8 সেমি. = 18 সেমি



কিন্তু ঠিক উত্তর হচ্ছে −

CG = CD - DG = 5 6সেমি − 2 সেমি = 3 সেমি,

AE = AD - DE = 8 - 2 = 6 সেমি

তাই বাকি থাকা কাগজের পরিসীমা = AB + BC + CG + GF + FE + EA

= 5 + 8 + 3 + 2 + 2 + 6 = 26 সেমি

অভ্যাস কার্য 11.3

নিম্নে কিছু প্রশ্ন দেওয়া হয়েছে। সেই প্রশ্নগুলিকে কিছু ছেলে-মেয়ে যেভাবে সমাধান করেছে, সেটা লেখা হয়েছে। সেই সমাধানে কি ভুল আছে দেখাও। এরকম ভুল করার কারণ কী লেখো।

1. **একটি আয়তাকার বাগানের চিত্র এঁকে তার পরিসীমা চিহ্নিত করো।**

   রঞ্জিতা কীভাবে চিত্রে রঙ দিয়ে পরিসীমা চিহ্নিত করল তা পাশে দেখানো হয়েছে।

2. **একটি আয়তাকৃতি রুমালের দৈর্ঘ্য 24 সেমি ও প্রস্থ 18 সেমি। এর পরিসীমা কত?**

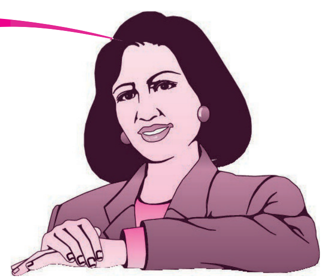
এর পরিসীমা = 24সেমি + 18 সেমি. = 42 সেমি

3. **একটি বর্গক্ষেত্রর বাহুর দৈর্ঘ্য 3 মিটার। এর ক্ষেত্রফল কত হবে?**

বর্গক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = বাহু X বাহু

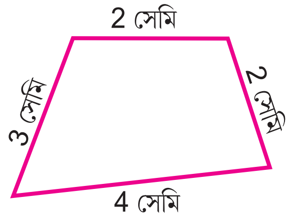
= 3 মিটার x 3 মিটার

= 9 বর্গ মিটার



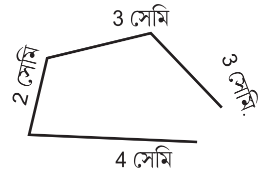
4. **পার্শ্বে দেওয়া চিত্রর পরিসীমা কত হবে ?**

এর দৈর্ঘ্য	=	2 সেমি
এর প্রস্থ	=	3 সেমি
পরিসীমা	=	দৈর্ঘ্য ও প্রস্থর যোগফলের দুগুণ
	=	(2সেমি. + 3 সেমি) x 2
	=	5 সেমি. x 2 = 10 সেমি



5. **একবার মধুমিতা বলল আমি আমার খাতায় একটা চিত্র এঁকেছি ও তার পরিসীমা নির্ণয় করেছি।**

পরিসীমা = 2 সেমি. + 3 সেমি + 3 সেমি + 4 সেমি = 12 সেমি



6. **একটি আয়তাকৃতি কাগজের দৈর্ঘ্য ১ মিটার ও প্রস্থ ৮০ সেমি। এর পরিসীমা কত হবে ?**

রাধিকা প্রশ্নটির সমাধান নিম্ন মতে করল।

দৈর্ঘ্য =1মিটাব, প্রস্থ = 80 সে.মি.

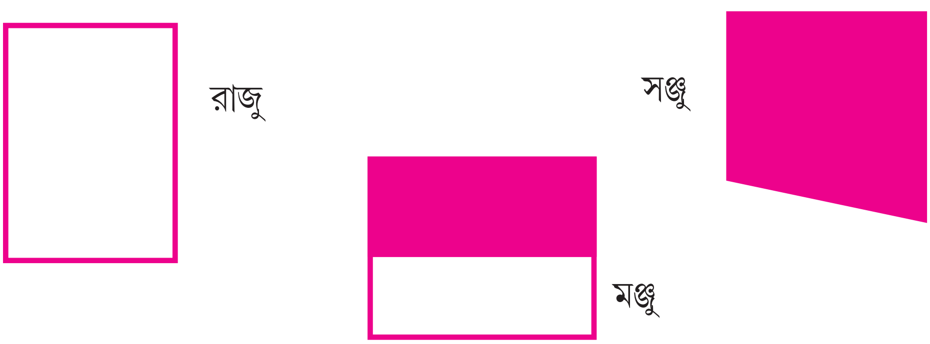
পরিসীমা = 2 x (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

= 2 x (1মিটার + 80 সেমি)

= 2 x 81মিটার

= 162 মিটার

7. **একটি আয়তাকার চিত্র এঁকে তার ক্ষেত্রফলকে লাল রঙে সূচিত করার জন্য তিনজন ছেলেকে বলা হল। তারা কীভাবে করে দেখিয়েছে এসো দেখব।**



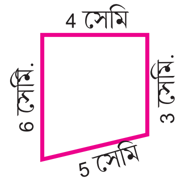
8. **একটি আয়তাকৃতি চিত্র এঁকে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।**

রমেশ কীভাবে চিত্র এঁকে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করেছিল দেখো।

দৈর্ঘ্য = 4 সেমি, প্রস্থ = 2 সেমি

ক্ষেত্রফল = 4 সেমি. x 2 সেমি. = 8 বর্গসেমি.

9. **নীচে একটি আবদ্ধ চিত্র দেখানো হয়েছে। এর পরিসীমা কত হবে?**



এইক্ষেত্রর পরিসীমা = 4 x 3 x 6 x 5 বর্গসেমি

= 360 বর্গসেমি

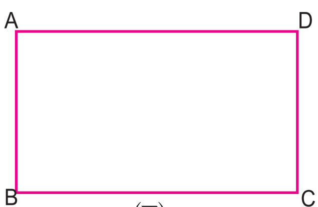
10. **একটি আয়তাকৃতি ক্ষেত্রর দৈর্ঘ্য 1 মিটার ও প্রস্থ 40 সেমি। এর ক্ষেত্রফল কত?**

আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য x প্রস্থ

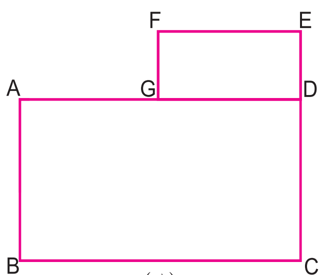
= 1মিটার x 40 সেমি

= 40 বর্গমিটার

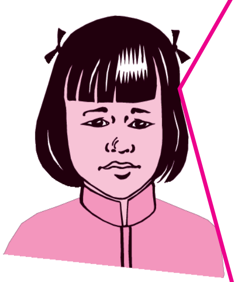
11. **12 সেমি দীর্ঘ ও 8 সেমি প্রস্থর একটি আয়ত চিত্র ABCD অঙ্কন করা হয়েছিল (চিত্র ক) তার সঙ্গে লাগিয়ে 6 সেমি দীর্ঘ ও 3 সেমি প্রস্থর অন্য একটি আয়ত চিত্র অঙ্কন করা হল (চিত্র খ) চিত্র খ-তে থাকা ক্ষেত্রর পরিসীমা কত? ভাবনা নিম্ন মতে এই প্রশ্নর সমাধান করল।**



(ক)



(খ)



ABCD র পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = 2(12 + 8) সেমি.

= 2 x 20 সেমি. = 40 সেমি.

DEFG র পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = 2(6 + 3) সেমি.

= 2 x 9 সেমি. = 18 সেমি.

সমগ্রক্ষেত্রর পরিসীমা = ABCD র পরিসীমা + DEFG র পরিসীমা

= 40 সেমি. + 18 সেমি = 58 সেমি

দ্বাদশ অধ্যায়

তথ্য পরিচালনা ও সংরচনা

12.1. আমরা যা জানি:

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন প্রকার তথ্যের ব্যবহার করে থাকি। এই তথ্য সব ভিন্ন ভিন্ন উপায়ে উপস্থাপন করার কথা তোমরা জানো। দৈনিক খবরের কাগজ, দূরদর্শনেও বিভিন্ন প্রকারের তথ্যকে চিত্রলেখ, স্তম্ভলেখ তথা সারণিতে উপস্থাপন করা হয়ে থাকে। এর একটা উদাহরণ দেওয়া হয়েছে লক্ষ করো।

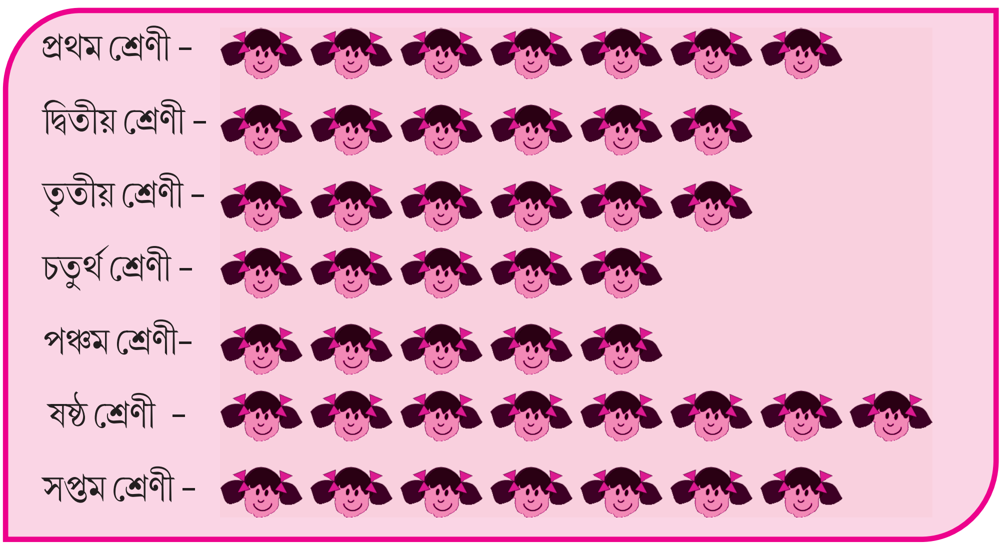
উদাহরণ -1

একটি বিদ্যালয়ে বিভিন্ন শ্রেণীতে পড়তে থাকা ছাত্রসংখ্যা নীচের সারণীতে দেওয়া হয়েছে। সেই তথ্যকে চিত্রলেখে প্রকাশ করো।

প্রথম শ্রেণী	দ্বিতীয় শ্রেণী	তৃতীয় শ্রেণী	চতুর্থ শ্রেণী	পঞ্চম শ্রেণী	ষষ্ঠ শ্রেণী	সপ্তম শ্রেণী
35	30	30	25	25	40	35

সমাধান:

যদি 5 জন ছাত্রের জন্য  চিত্র ব্যবহার করা হয়, তবে বিদ্যালয়ের বিভিন্ন শ্রেণীর ছাত্রসংখ্যাকে চিত্রলেখে এইভাবে প্রকাশ করা হবে।



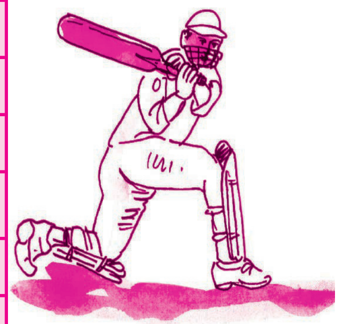
একজন দোকানদার পাঁচ দিনে যথাক্রমে 12, 16, 14, 18 ও 10টি ঘুড়ি বিক্রি করল। যদি দুটি ঘুড়ির জন্য  চিত্র ব্যবহার করা হয় তবে প্রত্যেক দিন বিক্রি করা ঘুড়ির সংখ্যাকে চিত্রলেখ ও স্তম্ভলেখ কীভাবে সূচিত করবে ?

12.2. তথ্য

20 ওভার বিশিষ্ট ক্রিকেট ম্যাচের একটি দলের রানবোর্ডকে নিম্নে দেখানো হয়েছে। সেটা লক্ষ করো।

ব্যাটিং বিবরণী **পুরুনিয়া দল**

ব্যাটসম্যানের নাম	খেলে থাকা বলের সংখ্যা	সংগৃহীত রান	চৌকার সংখ্যা	ছক্কার সংখ্যা
ধবল	24	30	2	2
বিভূতি	35	21	3	0
হরপ্রসাদ	28	27	3	1
সঞ্জয়	3	2	0	0
সত্যপ্রকাশ	12	24	2	2
উমেশ		18	17	20
অতিরিক্ত রান 2		মোট – 123 (4 উইকেটে)		



বোলিং বিবরণী **মহাদেব বস্থ দল**

বোলারের নাম	ওভার	মেডেন ওভার	রান	উইকেট
যতীন	4	0	22	1
সুলেমান	4	0	31	0
ইকবাল	4	1	16	2
মহেশ	4	0	29	0
চন্দন	4	0	25	1

ক্রিকেট খেলায় কোন্ দল জিতল বা হারল জানাটা গুরুত্বপূর্ণ নয়। বরং স্কোরবোর্ড দেখে তার থেকে ম্যাচ সম্পর্কে অনেক তথ্য হাসিল করা যায়। কে বেশি রান সংগ্রহ করেছে, কে বেশি বল খেলেছে, কে বেশি উইকেট নিয়েছে ইত্যাদি।

উপরোক্ত ব্যাটিং ও বোলিং বিবরণী দেখে তুমি তার থেকে কি কি তথ্য পাচ্ছ লেখো।

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে সেইরকম আমরা বিভিন্ন প্রকার সারণী থেকে সংখ্যা, চিত্র ও নামের সম্পর্কে ধারণা পেয়ে থাকি।

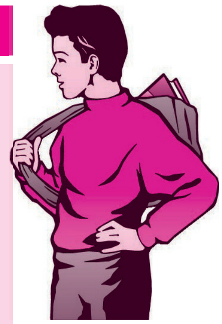
'তথ্য' হচ্ছে কিছু সংগৃহীত সংখ্যাদের সমাহার, যা থেকে আমরা কোনো পরিস্থিতির সম্পর্কে সূচনা পেয়ে থাকি।

উদাহরণ - 2

বাৎসরিক পরীক্ষার কথা চুনিকে বলাতে চুনি তার নিজের নম্বরের সঙ্গে চিকুর নম্বরকেও বলল।

চুনির পাওয়া নম্বর	
গণিত -	85
সাহিত্য -	65
বিজ্ঞান -	75
ইংরেজি -	84
ভূগোল -	42
ইতিহাস -	38

চিকুর পাওয়া নম্বর	
গণিত -	97
সাহিত্য-	75
বিজ্ঞান -	75
ইংরেজি -	91
ভূগোল -	40
ইতিহাস -	27



দু'জনের মধ্যে কে বেশি নম্বর পেয়েছে ও কত বেশি পেয়েছে? এইরকম অনেক তথ্য এই সারণী থেকে পাওয়া যায়। সেইরকম আমরা ফোন নম্বর, গাড়ির নম্বর ও অনেক লোকের নাম মনে রেখে থাকি। মাঝে মাঝে আমরা সব তথ্যকে অনেকদিন পর্যন্ত মনে রাখতে না পারায় অনেক অসুবিধে হয়।

তথ্যকে মনে রাখতে না পেরে তুমি কখনও অসুবিধের সম্মুখীন হয়েছ কি? এইরকম পরিস্থিতির একটি উদাহরণ দাও।

12.3. তথ্য ও এর বিশ্লেষণ:

গোপবন্ধু উচ্চ প্রাথমিক বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণীর ছাত্ররা বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে পাওয়া নম্বর সম্বন্ধীয় বিবরণী নীচের সারণীতে দেওয়া হয়েছে।

	নাম	নম্বর		নাম	নম্বর
1	সংগ্রাম সেনাপতি	95	6	অসিত আগরওয়াল	59
2	নির্মলা বেহারা	75	7	সাইনা প্রধান	90
3	রণবীর কাপুর	97	8	ওয়াসিম আক্রম	55
4	বণিতা মহান্তি	98	9	মমতা খাঁড়া	60
5	সৈয়দ আলি	65	10	মদন গোরানা	49

নিম্ন প্রশ্নগুলির উত্তর লেখো: -

(ক) কতজন ছাত্র গণিতে 90-এর বেশি নম্বর রেখেছে?

(খ) কতজন ছাত্র গণিতে 60-এর কম নম্বর রেখেছে?

(গ) যারা 90-এর বেশি নম্বর রেখেছে, বেশি নম্বর রাখার জন্য তারা কী করেছে বলে ভাবছ?

(ঘ) ৬০-এর কম নম্বর রাখা ছেলেরা কোন্ কারণে কম নম্বর রেখেছে বলে তুমি ভাবছ?

প্রশ্ন (গ) ও (ঘ)-তে তুমি যে উত্তর লিখেছ, সেটা কতদূর ঠিক জানার জন্য নিম্ন সারণী লক্ষ করো। এই সারণীতে ছেলেরা গণিতের বই ব্যতীত অন্য কীসব বই পড়ত ও ঘরে কতক্ষণ গণিত পড়ত তার বিবরণী দেওয়া হয়েছে।

ক্রমিক নং	ছেলেদের নাম	পেয়ে থাকা নম্বর	পড়তে থাকা বই	ঘরে পড়ার সময় (ঘণ্টায়)	
				সকালে	সন্ধ্যায়
1	সংগ্রাম সেনাপতি	95	টেস্ট পেপার, গণিত বিচিত্রা	2	1
2	নির্মলা বেহারা	75	প্রশ্ন ব্যাংক	1	1
3	রণবীর কাপুর	97	টেস্ট পেপার, গণিত বিচিত্রা, প্রশ্ন ব্যাংক	2	$1\frac{1}{2}$
4	বণিতা মহান্তি	98	টেস্ট পেপার, প্রশ্ন ব্যাংক	2	1
5	সৈয়দ আলী	65	—	1	-
6	অসিত আগরওয়ালা	59	—	1	-
7	সাইনা প্রধান	90	টেস্ট পেপার, গণিত বিচিত্রা	2	1
8	ওয়াসিম আক্রম	55	—	-	1
9	মমতা খাঁড়া	60	—	1	-
10	মদন গোরানা	49	—	1	-

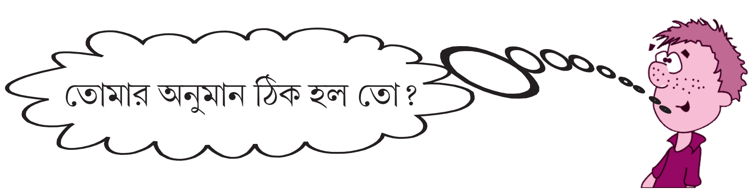
এই সারণী লক্ষ করে নিম্ন প্রশ্নের উত্তর দাও।-

(ক) যারা গণিতে 90 থেকে বেশি নম্বর রেখেছে, তাদের মধ্যে কে দৈনিক কত সময় গণিত পড়ে?

(খ) গণিতে 90 থেকে বেশি নম্বর রাখা ছেলেরা অন্য কী কী বই পড়ত?

(গ) যারা গণিতে 60 থেকে কম নম্বর রেখেছে তারা প্রত্যেকে দৈনিক কত সময় করে গণিত পড়ে?

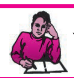
(ঘ) যারা গণিতে 60 থেকে কম নম্বর রেখেছে তারা গণিতের বই ছাড়া অন্য কী কী বই পড়ত?



এ থেকে আমরা কী জানলাম?

এই বিদ্যালয়ে গণিতে বেশি নম্বর রাখা ছেলেরা ঘরে দৈনিক অধিক সময় গণিত পড়ায় বিনিয়োগ করত ও গণিত পাঠ্যপুস্তক ছাড়াও অন্য বই সব পড়ত।

এ সম্পর্কীয় তথ্য সারণীতে থাকায় আমরা সহজে সিদ্ধান্তে পৌঁছতে পারলাম। তাই তথ্য সংগ্রহের পূর্বে এর ব্যবহার বিচার করে তথ্য সংগ্রহ করার ফলে সমস্যার সম্ভাব্য সমাধানগুলির সত্যাসত্য পরীক্ষণ সহজ হয়ে থাকে।



নিজে করে দেখো:

- নীচে দেওয়া পরিস্থিতিকে পড়ো:

  বিদ্যাধরপুর গাঁয়ের অর্ধেক পুরুষ কৃষিকার্য করেন। আর অর্ধেকের কিছু কম পুরুষ দিনমজুরি ও বাকি পুরুষ চাকরি করেন। কিন্তু অল্প কিছু মহিলা সরকারি চাকরি করেন। কিছু মহিলা দিনমজুরির কাজ করেন আর কিছু মহিলা ঘরের কাজের সঙ্গে বড়ি, পাঁপড় ইত্যাদি তৈরি করে কিছু অর্থ উপার্জন করেন। আবার কিছু মহিলা জঙ্গল থেকে শুকনো কাঠ, পাতা ইত্যাদি সংগ্রহ করে বিক্রি করেন। কিছু মহিলা অন্যদের ঘরে কাজ করে রোজগার করেন।

  একদিন সেই গাঁয়ের সীমা দেবী সমস্ত মহিলাকে ডেকে একটি সভার আয়োজন করলেন ও সভায় একটি বালিকা বিদ্যালয় করার প্রস্তাব দিলেন। সবাই এতে খুব খুশি হলেন। বিদ্যালয়ের জন্য অর্থ সংগ্রহ করতে সবাই রাজি হলেন। প্রত্যেকের কাজ অনুযায়ী কিছু পরিমাণ অর্থ দেওয়ার জন্য নিষ্পত্তি গ্রহণ করা হল।

- এর জন্য সীমাদেবী গাঁয়ের মহিলাদের নাম, কাজ ও তাদের সম্বন্ধে তথ্য পাবার জন্য কীরকম সারণী প্রস্তুত করে থাকবেন? তোমার করা সারণীটি তোমার বন্ধুদের সারণী সহ তুলনা করো।

জানো কি?

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে অনেক ঘটনা ঘটে থাকে যেগুলি আমাদের জন্য গুরুত্বপূর্ণ। এই ঘটনাগুলোর সম্বন্ধে জরুরি তথ্যগুলো প্রথমে লিপিবদ্ধ ও পরে সেগুলো অনুধাবন করার দ্বারা আমাদের অনেক সুবিধে হয়ে থাকে।

12.4. তথ্যের লিপিবদ্ধকরণ-

বিদ্যালয়ে স্বাধীনতা দিবস পালনের জন্য প্রধান শিক্ষক বৈঠক ডাকলেন। স্বাধীনতা দিবসের জন্য বিভিন্ন কাজের ব্যাপারে ছেলেদের দায়িত্ব দেওয়া হল।

প্রথমে আলোচনা করে কাজগুলো স্থির করা হল। যথা—বিদ্যালয়ের হাতা পরিষ্কার, প্রভাতফেরী পরিচালনা, ক্রীড়াপ্রতিযোগিতা, মিষ্টান্ন বণ্টন ইত্যাদি। কারা কী কাজ করবে সারণীতে দেওয়া হল।

অলিভা	—	প্রভাতফেরী	অর্পিতা	—	সাফাই	শেষদেব	—	ক্রীড়া
আকুল	—	সাফাই	জীবন	—	সাফাই	অমিতা	—	মিষ্টান্ন বণ্টন
ইনা	—	ক্রীড়া	ঝাঁসি	—	প্রভাতফেরী	আখতাব	—	প্রভাতফেরী
ঊর্মিলা	—	সাফাই	অশোক	—	সাফাই	মুঙ্গুরু	—	মিষ্টান্ন বণ্টন
কমল	—	মিষ্টান্ন বণ্টন	শেফালি	—	প্রভাতফেরী	টোটা	—	ক্রীড়া
ঐশ্বয	—	সাফাই	অপ্রিদ	—	সাফাই	গগন	—	ক্রীড়া
মানিনী	—	ক্রীড়া	মারিয়া	—	সাফাই	বাইনো	—	ক্রীড়া

শিক্ষক জিজ্ঞাসা করলেন—কোন্ দায়িত্বে কতজন ছেলে রইল?

- পমি তালিকা পড়ে হিসেব করে বলল-

ক্রীড়া প্রতিযোগিতা	6
মিষ্টান্ন বণ্টন	3
প্রভাতফেরী পরিচালনা	4
সাফাহ	8

প্রত্যেক কাজের ছেলে সংখ্যা জানতে পমি ৩ বার গুনে ছেলে সংখ্যা বলল।

- সারলা মেঝেতে 4টি ঘর কেটে তাতে কাজের নাম লিখল ও প্রত্যেক কাজের ঘরে সেই কাজে নিযুক্ত ছেলের জন্য একটা করে ছোট নুড়ি রাখল।

প্রভাতফেরী মিষ্টান্ন বণ্টন ক্রীড়া প্রতিযোগিতা সাফাই

শিক্ষক জিজ্ঞাসা করায় সারলা কেবল প্রতি কাজের জন্য উদ্দিষ্ট ঘরে থাকা নুড়ি গুনে সঙ্গে সঙ্গে কাজ অনুযায়ী ছেলের সংখ্যা বলতে পারল। তালিকা থেকে খোঁজার মতো দেরি হল না।

- মারিয়া হঠাৎ দাঁড়িয়ে বলল—আমি অন্য এক উপায়ে এটা জানতে পারলাম। তার তৈরি করা সারণীটি সবাইকে দেখাল।

সাফাই কাজ	✓✓✓✓✓✓✓✓	8
প্রভাতফেরী	✓✓✓✓	4
ক্রীড়া প্রতিযোগিতা	✓✓✓✓✓✓	6
মিষ্টান্ন বণ্টন	✓✓✓	3

মারিয়ার তৈরি করা সারণীটি তুমি বুঝতে পারছ কি?

এই সারণীতে থাকা ✓ চিহ্ন কাকে বোঝাচ্ছে?

চারজন ছেলেকে প্রভাতফেরী কাজের দায়িত্ব দেওয়া হয়েছিল তাই প্রভাতফেরীর ডানদিকে চারটি ✓ চিহ্ন দেওয়া হয়েছে।

বলো দেখি:

পমি, সারলা ও মারিয়া বিভিন্ন উপায়ে তথ্য উপস্থাপন করল।
কার উপায় তোমার ভালো লেগেছে ও কেন?

নিজে করে দেখো:

- তোমার শ্রেণীর ছেলেদের নামের তালিকা তৈরি করো।
- প্রত্যেকের অভিভাবক কী কী কাজ করে অর্থ উপার্জন করেন সেটা বোঝো।
- একটি সারণী প্রস্তুত করে সেটা দেখাও।

এসো আর একটা পরিস্থিতির আলোচনা করবো:

শিক্ষক মিতাকে বললেন –

তোমার শ্রেণীর ছেলেরা সকালে কী খায় তার একটি তালিকা তৈরি করো।–

❖ মিতা কীভাবে সেটা সারণীতে দেখাল লক্ষ করো।

খাদ্যের নাম	ছেলের সংখ্যা
ভাত																								
জলখাবার																	
ফল							

সে খাদ্য পদার্থের নাম তলায় তলায় লিখে প্রত্যেক খাদ্য পদার্থের ডানদিকে চিহ্ন দিল। একটা ছেলের জন্য (।) চিহ্ন দিয়ে দেখাল।

এই সারণী দেখে নিম্ন প্রশ্নগুলির উত্তর দাও:–

- কতজন ছেলে সকালে ভাত খেয়ে এসেছে?
- কতজন ছেলে সকালে জলখাবার খেয়ে এসেছে?
- কতজন ছেলে সকালে ফল খেয়ে এসেছে?

❖ মিতার সারণী দেখে জিতু অন্যভাবে সাজাল। সেটা লক্ষ করো।

খাদ্যের নাম	চিহ্ন	ছেলের সংখ্যা
ভাত	|||||||||| |||||||||| |||	23
জলখাবার	|||||||||| ||||||	16
ফল	||||||	6

জিতু দশটি করে (।) চিহ্নে গোল দাগ দিল

মিতা ও জিতুর সাজানোর প্রণালীর মধ্যে কার প্রণালী তোমার ভালো লাগছে? এবং কেন?

❖ দিলীপ একে আরও সরল করতে প্রতি ৫টা (|) চিহ্নে একটা করে গোল দাগ দিল।

খাদ্যের নাম	চিহ্ন	ছেলের সংখ্যা
ভাত	||||| ||||| ||||| ||||| |||	23
জলখাবার	||||| ||||| |||||		16
ফল	|||||		6

❖ দিলীপের সারণী দেখে শিক্ষক বললেন প্রত্যেক গোলের ভেতরে থাকা পাঁচটি (|) চিহ্নকে 𝍸 এভাবে লিখলে হিসেব করতে সুবিধে হবে। এগুলি হচ্ছে ট্যালি চিহ্ন। তাই 𝍸 ||| কে পাঁচ যুক্ত তিন অর্থাৎ আট বলে গোনা হয়। সেইভাবে 𝍸 𝍸 কে দশ বলে গোনা হয়।

এরপরে সারণীটি নীচের মতো দেখাবে।

খাদ্যের নাম	চিহ্ন	ছেলের সংখ্যা
ভাত	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	23
জলখাবার	𝍸 𝍸 𝍸		16
ফল	𝍸		6

বলো দেখি:

শিক্ষকের বলা প্রণালীতে সারণী প্রস্তুত করলে কী কী সুবিধে হবে?

অভ্যাস কার্য 12.1

1. একটি বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণীর ছেলেদের উচ্চতা নীচের ঘরে সেমিতে দেওয়া হয়েছে।

120	135	125	120	145	125	135
125	120	135	145	120	135	145
135	145	120	135	125	135	125
145	120	145	120	135	145	145
145	135	125	120	135	125	135

◆ উপরের তথ্য নিয়ে ট্যালি চিহ্ন ব্যবহার করে একটি সারণী প্রস্তুত করো।

◆ কত সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট ছেলে শ্রেণীতে সর্বাধিক?

◆ কত সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট ছেলে শ্রেণীতে সবচেয়ে কম?

2. তোমার শ্রেণীর প্রত্যেক ছেলের ভাই-বোনের সংখ্যা (নিজেকে বাদ দিয়ে) কত সেটা জিজ্ঞাসা করে বোঝো। একে নিয়ে ট্যালি চিহ্ন ব্যবহার করে একটি সারণী তোমার খাতায় প্রস্তুত করো।

বিভিন্ন সংখ্যক ভাই-বোন থাকা ছেলে	ট্যালি চিহ্ন	সংখ্যা
কোন ভাই-বোন না থাকা ছেলে		
1 জন ভাই-বোন		
2 জন ভাই-বোন		
3 জন ভাই-বোন		
4 জন ভাই-বোন		
4 জন ভাই-বোন		

নিম্ন প্রশ্নগুলির উত্তর লেখো:-

- কতজন ছেলের আদপে ভাই-বোন নেই?
- কতজন ছেলের 4-এর বেশি ভাই-বোন আছে?
- সেই রকম তুমি এই সারণী দেখে কিছু প্রশ্ন তৈরি করো ও তোমার বন্ধুদের দেখাও।

3. অর্চিতা বিদ্যালয়ের সামনে দাঁড়িয়ে বিদ্যালয়ের সাধারণ সভায় বিভিন্ন প্রকার পোশাক পরে আসা পুরুষ অভিভাবকদের তাদের পোশাক অনুযায়ী গুনে সারণীটি প্রস্তুত করেছে।

পোশাক প্রকার	ট্যালি চিহ্ন	লোকসংখ্যা
লুঙ্গি ও শার্ট পরা লোক	𝍸 𝍸 |	
ধুতি গামছা পরা লোক	𝍸 𝍸 𝍸 |||	
ধুতি জামা পরা লোক	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	
প্যান্ট শার্ট পরা লোক	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |	

নিম্ন প্রশ্নগুলির উত্তর লেখো: -

- কী ধরনের পোশাক পরে কত লোক এসেছিলেন?
- অধিক পুরুষ লোকেরা কী প্রকার পোশাক পরেছিলেন?
- মোট কতজন অভিভাবক বিদ্যালয়ে এসেছিলেন?
- প্যান্ট শার্ট পরা অভিভাবকের সংখ্যা লুঙ্গি ও শার্ট পরা অভিভাবকের সংখ্যার চেয়ে কত বেশি?
- এইরকম কিছু প্রশ্ন তৈরি করো ও তোমার বন্ধুকে জিজ্ঞাসা করো।

12.5. অযুগ্ম সংখ্যায় মজা

- প্রথমে অযুগ্ম সংখ্যা দুটি নাও।
- সে দুটিকে মেশাও। যোগফল কত পেলে?

প্রথম অযুগ্ম সংখ্যা দুটি হল 1 ও 3। 1 ও 3 এর যোগফল হচ্ছে 4।

1 + 3 = 4 = 2 x 2

লক্ষ করো, প্রথম দুটি অযুগ্ম সংখ্যার যোগফল এক যুগ্ম সংখ্যা ও এটা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

এবার প্রথম তিনটি অযুগ্ম সংখ্যা নিয়ে তাদের সমষ্টি নির্ণয় করো। কী লক্ষ করছ? এটা কার বর্গ?

জানো কি?

2 x 2 = 4

3 x 3 = 9

4 x 4 = 16

4, 9, 16,......... এর মতো সংখ্যাগুলোকে পূর্ণবর্গ সংখ্যা বলা হয়। কোনো সংখ্যাকে সেই সংখ্যা সহ গুণ করলে গুণফল সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

1 + 3 + 5 = 9 = 3 x 3

এইরকম পরবর্তী সারিতে আর একটা করে অযুগ্ম সংখ্যা নিয়ে তুমি কী পাচ্ছ দেখো।

1 + 3 = 4 = 2 x 2

1 + 3 + 5 = 9 = 3 x 3

1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4 x 4

1 + 3 + 5 + 7 + 9 = ☐ = ☐ x ☐

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = ☐ = ☐ x ☐

তুমি এইভাবে কত আগে যেতে পারবে যাও।

12.6. পূর্ণবর্গ সংখ্যার মজা

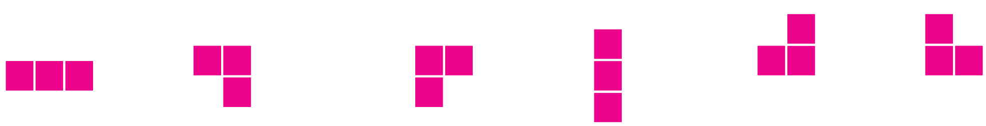
আমরা আগে থেকেই জানি যে 1, 4, 9, 16,...... এর মতো সংখ্যাগুলো পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

এসো এই সংখ্যাগুলো চিত্রে প্রকাশ করব।

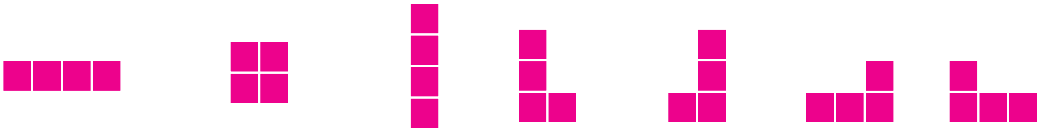
■ চিহ্ন একটি একককে বোঝায় তাই সংখ্যা 1 কে বোঝাবার জন্য ■ ব্যবহার করব।

সেই রকম সংখ্যা 2 কে সূচিত করতে ■■ ব্যবহার করব।

ঘংখ্যা 3কে সূচিত করতে তিনটি এক একক ■ আবশ্যক। একে ভিন্ন প্রকারে দেখানো যেতে পারবে।



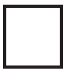
সেই রকম 4-কে চিত্রের মাধ্যমে ভিন্ন ভিন্ন উপায়ে প্রকাশ করা যেতে পারবে।

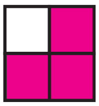


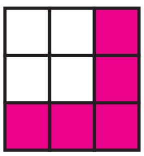
তুমি সেই রকম **5, 6 , 7, 8** ও **9** কে বিভিন্ন উপায়ে চিত্রে প্রকাশ করো।

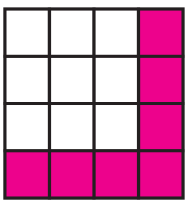
লক্ষ করো 4 ও 9 এর মতো পূর্ণবর্গ সংখ্যাগুলো বর্গচিত্রে প্রকাশ করা যাবে। কিন্তু অন্য সংখ্যাগুলো বর্গচিত্রে প্রকাশ করা যাচ্ছে না।

ক্রমিক সংখ্যাদের বর্গকে বর্গচিত্রের প্রকাশ দেখো-

$(1)^2$ =  = **0** + **1** = 1

$(2)^2$ =  = **1** + **3** = 4

$(3)^2$ =  = **4** + **5** = 9

$(4)^2$ =  = **9** + **7** = 16

লক্ষ করো: প্রত্যেক পূর্ণবর্গ সংখ্যাকে দুটি সংখ্যার সমষ্টিতে প্রকাশ করা হয়েছে।

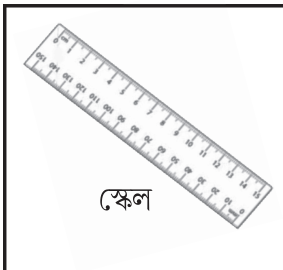
এই ক্রমে $(5)^2$ ও $(6)^2$ কে বর্গচিত্রে দেখিয়ে একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা ও অযুগ্ম সংখ্যার সমষ্টিতে প্রকাশ করো।

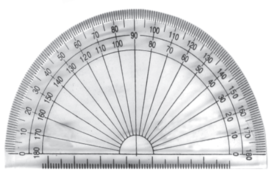
ত্রয়োদশ অধ্যায়

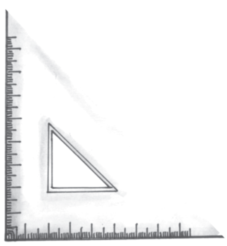
জ্যামিতিক অঙ্কন

13.1. আমরা যা জানি

তোমার জ্যামিতি বাক্সে থাকা সব যন্ত্রদের নাম জানো। এসো সেসবের কতক ব্যবহার সম্পর্কে জানব।

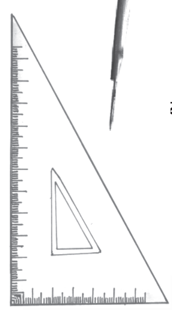

স্কেল


প্রোট্র্যাক্টর


সেট্স্কোয়ার

যন্ত্রের নাম	ব্যবহার
স্কেল	• সরলরেখা ও রেখাখণ্ড অঙ্কন • রেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয় • নির্দিষ্ট মাপের রেখা অঙ্কন
প্রোট্র্যাক্টর	• দত্ত কোণের মাপ জানা • নির্দিষ্ট মাপবিশিষ্ট কোণ অঙ্কন
সেট্স্কোয়ার	• রেখার উপরিস্থ কোনো বিন্দুর প্রতি লম্ব অঙ্কন করা
কম্পাস	• বৃত্ত অঙ্কন • নির্দিষ্ট মাপের রেখা অঙ্কন


কম্পাস


সেট্স্কোয়ার


ডিভাইডার

বলো দেখি:
ডিভাইডারকে কোন্ কোন্ কাজে ব্যবহার করা হয়?

পূর্ব শ্রেণীতে তুমি স্কেল ব্যবহার করে একটি নির্দিষ্ট মাপের রেখা অঙ্কন করা শিখেছ। কম্পাস ব্যবহার করে একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের রেখা কীভাবে অঙ্কন করা হয়, এসো আমরা আলোচনা করব।

উদাহরণ -1

কম্পাস ব্যবহার করে 5 সেমি দৈর্ঘ্যের একটি রেখা অঙ্কন করো।

প্রথম সোপান:

প্রথমে একটি সরলরেখা অঙ্কন করো।

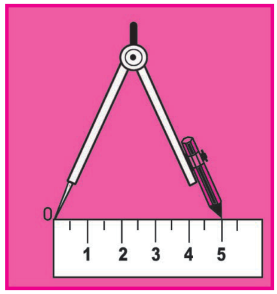
দ্বিতীয় সোপান :

এই সরলরেখার ওপর একটা বিন্দু দাও,

তার নাম দাও C

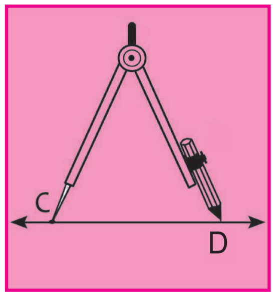
তৃতীয় সোপান:

একটা স্কেল নাও, স্কেলের '0' চিহ্নর উপরে কম্পাসের কাঁটা রেখে কম্পাস খুলে পেন্সিলের মুখটাকে 5-এর ওপরে রাখো।



চতুর্থ সোপান :

এবার কম্পাসটিকে স্কেল থেকে তুলে আনো। তুমি পূর্বে আঁকা সরলরেখার উপরিস্থ 'C' বিন্দুর উপরে কম্পাসের কাঁটা রাখো। পেন্সিলের মুখটা সরলরেখার যেখানে থাকল, তার নাম 'D' দাও। এখন $\overline{CD}$ রেখার দৈর্ঘ্য হচ্ছে 5 সেমি।

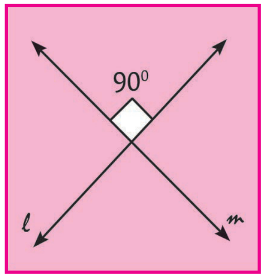


অভ্যাস কার্য 13.1

1. কেবল স্কেল ব্যবহার করে 4. 2 সেমি ও 6 সেমি মাপের রেখা অঙ্কন করো।
2. স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করে 6.8 সেমি দৈর্ঘ্যের রেখা অঙ্কন করো।
3. স্কেল ব্যবহার করে 8 সেমি দৈর্ঘ্যের $\overline{AB}$ রেখা অঙ্কন করো। সেই $\overline{AB}$ রেখা থেকে 4.5সেমি দৈর্ঘ্যের $\overline{AC}$ রেখা কেটে দাও। $\overline{BC}$-র দৈর্ঘ্য কত হচ্ছে মাপো।
4. কেবল স্কেল ব্যবহার করে 5 সেমি দৈর্ঘ্যের রেখা অঙ্কন করার সময় কোন্ কোন্ সোপান দিয়ে কার্য করবে লেখো।

13.2. লম্ব ও সমদ্বিখণ্ডর লম্ব

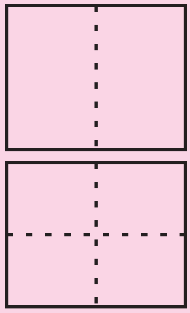
দুটি রেখা কখন পরস্পরের প্রতি লম্ব হবে ?



যদি রেখা দুটি পরস্পরকে ছেদ করে ছেদবিন্দুতে 90^0 কোণ সৃষ্টি হয় তবে রেখা দুটি পরস্পরের প্রতি লম্ব।

এই চিত্রে l ও m সরলরেখাদ্বয় পরস্পরের প্রতি লম্ব।

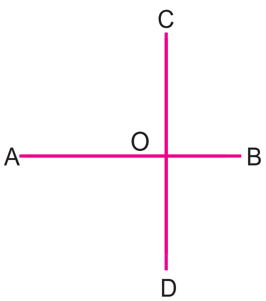
নিজে করে দেখো:



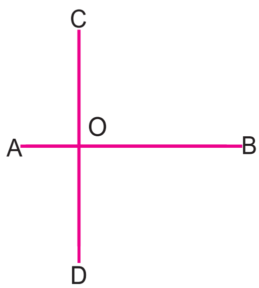
- একটা কাগজ নাও।
- এটাকে দুভাঁজ করো এবং চেপে দাও।
- এর ঠিক মাঝে অন্য ভাঁজ করো যেন প্রথম ভাঁজ দাগের উভয় অংশ পরস্পরের সঙ্গে মিলে যায় ও চেপে দাও।
- এবার কাগজটি খুলে দাও।
- কাগজে হওয়া দাগ দুটি পরস্পরের প্রতি লম্ব।

তোমার পরিবেশে কোথায় কোথায় লম্ব সৃষ্টি হওয়া লক্ষ করছ লেখো।

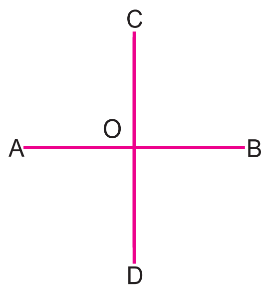
13.2.1. সমদ্বিখণ্ডক লম্ব:



প্রথম চিত্র



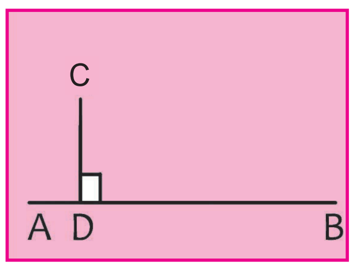
দ্বিতীয় চিত্র



তৃতীয় চিত্র

উপরে দেওয়া চিত্র তিনটিকে দেখো। প্রত্যেক চিত্রে $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ কে লক্ষ করো। $\overline{AB}$ উপরে $\overline{CD}$ লম্ব অঙ্কন হবার দ্বারা 'O' বিন্দু $\overline{AB}$ কে $\overline{AO}$ ও $\overline{OB}$ ভাবে দু খণ্ডে ভাগ করেছে। প্রথম ও দ্বিতীয় চিত্রে $\overline{AO}$ ও $\overline{OB}$ র দৈর্ঘ্য সমান নয় (মেপে দেখো)। কিন্তু তৃতীয় চিত্রে $\overline{AO}$ ও $\overline{OB}$ মাপ সমান। তৃতীয় চিত্রে $\overline{CD}$ হচ্ছে $\overline{AB}$-র সমদ্বিখণ্ডক লম্ব। এসো সমদ্বিখণ্ডক লম্ব কীভাবে অঙ্কন করা হয় শিখব।

13.2.2. রেখার সমদ্বিখণ্ডক লম্ব অঙ্কন



দেওয়া চিত্রটি লক্ষ করো।

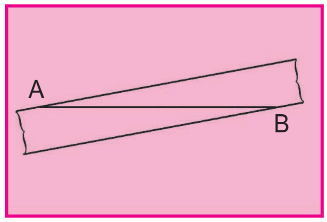
এখানে $\overline{AB}$ একটি রেখা। $\overline{AB}$ রেখার উপরে D একটি বিন্দু। D বিন্দুতে $\angle CDB$ সৃষ্টি হয়েছে। $\angle CDB$ র মাপ 90^0, এখানে $\overline{CD}$ হচ্ছে $\overline{AB}$ র প্রতি লম্ব। একে এভাবে লেখা হয় $\overline{CD} \perp \overline{AB}$

প্রথম সোপান :

$\overline{AB}$ রেখা অঙ্কন করো।

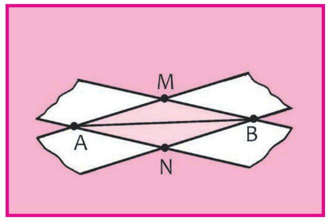
দ্বিতীয় সোপান :

একটি স্বচ্ছ আয়তাকার টেপকে এমনভাবে রাখো যাতে রেখার দুই প্রান্ত বিন্দু A ও B টেপের দুধারকে ছোঁবে। (তেল কাগজও ব্যবহার করা চলবে)



তৃতীয় সোপান :

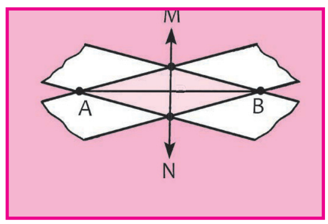
আরও একটি আয়তাকার টেপ নাও। দ্বিতীয় সোপানের মতো এমনভাবে রাখো যেন A ও B বিন্দু টেপের দুধার ছোঁবে ও চিত্রে দেখানোর মতো টেপদুটি পরস্পরকে M ও N বিন্দুতে ছেদ করবে।



চতুর্থ সোপান :

$\overline{MN}$ অঙ্কন করো। $\overline{AB}$ ও $\overline{MN}$ যে বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করছে তার নাম 'P' দাও। P বিন্দুতে সৃষ্টি হওয়া চারটি কোণের পরিমাণ স্থির করো। $\overline{AP}$ ও $\overline{BP}$ র দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। কী পেলে?

এখানে $\overline{MN}$, $\overline{AB}$ এর সমদ্বিখণ্ডক লম্ব।



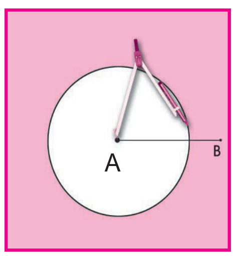
13.2.3. স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করে সমদ্বিখণ্ডক লম্ব অঙ্কন

প্রথম সোপান :

যে কোনো দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি রেখা $\overline{AB}$ অঙ্কন করো।

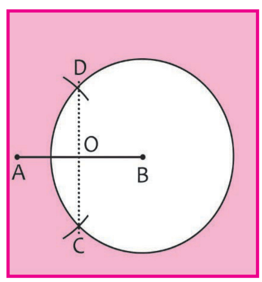
দ্বিতীয় সোপান :

A কে কেন্দ্র বিন্দু ও $\overline{AB}$-র দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের বেশি মাপের ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করো।



তৃতীয় সোপান :

পূর্ব ব্যাসার্ধকে পরিবর্তন না করে 'B' বিন্দুকে কেন্দ্র করে আর একটা বৃত্ত অঙ্কন করো। পূর্বে আঁকা বৃত্তকে এটা C ও D বিন্দুতে ছেদ করুক।



চতুর্থ সোপান :

$\overline{CD}$ অঙ্কন করো। ইহা $\overline{AB}$ -কে O বিন্দুতে ছেদ করুক। O বিন্দু $\overline{AB}$ -কে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করছে কিনা পরীক্ষা করে দেখো। O বিন্দুতে সৃষ্টি হওয়া কোণদের পরিমাণ স্থির করো। $\overline{CD}$ -কে $\overline{AB}$ এর সমদ্বিখণ্ডক লম্ব বলব কি? কেন?

পরীক্ষা করে দেখো:

$\overline{AB}$ র দৈর্ঘ্যর অর্ধেকের কম মাপের ব্যাসার্ধ নিয়ে দ্বিতীয় ও তৃতীয় সোপানে বলা কার্য করো। কী লক্ষ করছ?

অভ্যাস কার্য 13.2

1. 7.6 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি রেখা অঙ্কন করে এর সমদ্বিখণ্ডক লম্ব অঙ্কন করো।

2. 8.4 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি রেখা $\overline{AB}$ অঙ্কন করো। একে সমদ্বিখণ্ডিত করে মধ্যবিন্দুকে C নাম দাও। বর্তমান $\overline{AC}$ ও $\overline{BC}$ প্রত্যেককে সমদ্বিখণ্ডিত করো। রেখাটি কতটি সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট খণ্ডতে পরিণত হল? প্রত্যেক খণ্ডের মাপ কত হচ্ছে মেপে দেখো।

3. (ক) 4 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। সেই বৃত্তে একটি জ্যা অঙ্কন করো। এই জ্যা-এর সমদ্বিখণ্ডক লম্ব অঙ্কন করো। এটা বৃত্তের কেন্দ্রবিন্দু দিয়ে যাচ্ছে কি?

   (খ) যে কোন মাপবিশিষ্ট ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। এর একটি জ্যা অঙ্কন করে তা'র সমদ্বিখণ্ডক লম্ব অঙ্কন করো। এই সমদ্বিখণ্ডক লম্ব বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যাচ্ছে কি?

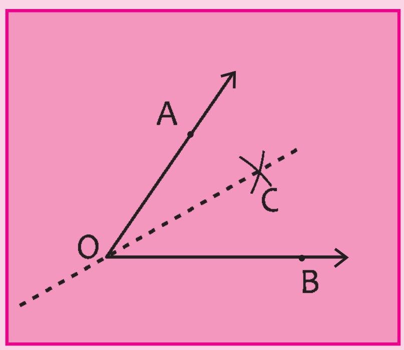
13.3 দত্ত কোণের সমদ্বিখণ্ডক:

কাগজ ভাঁজ করে স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করে আমরা যে কোনো কোণের সমদ্বিখণ্ডক নির্ণয় করতে পারব।

নিজে করে দেখো:

- একটি আয়তাকার কাগজ পৃষ্ঠা নাও।
- চিত্রে দেখানোর মতো তাতে O নামক বিন্দু চিহ্নিত করো।
- 'O' কে মূল বিন্দু নিয়ে দুটি রশ্মি $\overrightarrow{OA}$ ও $\overrightarrow{OB}$ অঙ্কন করো।
- 'O' বিন্দু দিয়ে কাগজটি ভাঁজ করো যেন $\overrightarrow{OA}$ ও $\overrightarrow{OB}$ পরস্পরের উপরে থাকবে।
- কাগজটি ভাঁজের স্থানে চেপে দাও ও তার নাম $\overrightarrow{OC}$ রাখো।
- এবার দেখ $\angle AOC$ ও $\angle BOC$ র পরিমাণ সমান হচ্ছে কি?

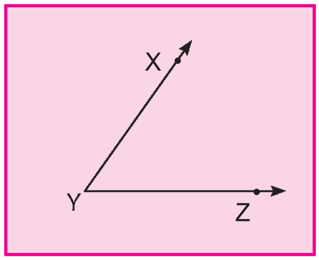
অর্থাৎ, $\overrightarrow{OC}$ হচ্ছে $\angle AOB$ র সমদ্বিখণ্ডক।



পার্শ্ব চিত্রে $\angle Y$ কে দেখানো হয়েছে।

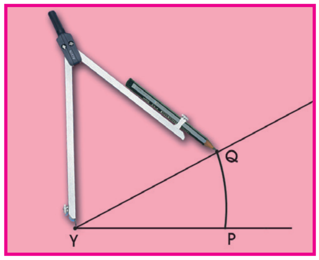
এবার বলো, $\angle Y$ এর শীর্ষবিন্দু ও সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের নাম কী?

এসো, স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করে কোণের সমদ্বিখণ্ডক অঙ্কন করব।



প্রথম সোপান :

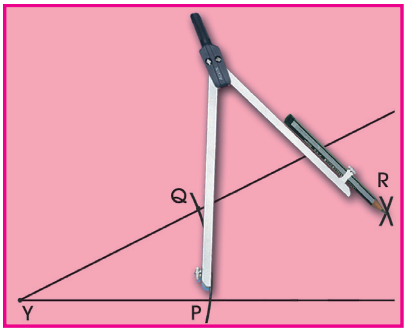
Y বিন্দুকে কেন্দ্র নিয়ে কম্পাসের সাহায্যে একটি চাপ অঙ্কন করো যেটা Y এর দুই সন্নিহিত রশ্মিকে ছেদ করবে। এই বিন্দুদ্বয়ের নাম P ও Q দাও।



দ্বিতীয় সোপান :

এবার P কে কেন্দ্র করে $\angle Y$ এর অন্তর্দেশে একটি চাপ অঙ্কন করো। (মনে রাখো– এই চাপের ব্যাসার্ধ $\overline{PQ}$ র দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের বেশি হবে।)

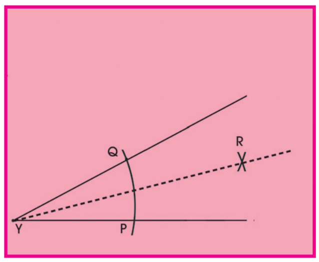
সেইরকম Q কে কেন্দ্র করে $\angle Y$ এর অন্তর্দেশে সমান ব্যাসার্ধের আর একটি চাপ অঙ্কন করো। যেন দ্বিতীয় সোপানের অঙ্কিত চাপকে এটা ছেদ করবে।



তৃতীয় সোপান :

ছেদবিন্দুর নাম R দাও। Y ও R কে যোগ করো।

(পরীক্ষা করে দেখো $\overline{YR}$ হচ্ছে $\angle Y$ এর সমদ্বিখণ্ডক)



পরীক্ষা করে দেখো:

P ও Q বন্দু থেকে Y-এর অন্তর্দেশে চাপ অঙ্কন করার সময় উভয় বার সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট চাপ নিতে হয়। আলাদা আলাদা ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট চাপ নিলে কোণের সমদ্বিখণ্ডক পাচ্ছ কিনা পরীক্ষা করে দেখো।

অভ্যাস কার্য 13.3

1. প্রোট্রাক্টরের সাহায্যে 50^0 মাপের একটি কোণ অঙ্কন করো। এর সমদ্বিখণ্ডক অঙ্কন করো।
2. একটি সমকোণের সমদ্বিখণ্ডক অঙ্কন করো।
3. 80^0 একটি সমকোণের সমদ্বিখণ্ডক অঙ্কন করো।

13.4 কম্পাসের সাহায্যে কোণ অঙ্কন

প্রোট্রাক্টরের সাহায্যে কোণ অঙ্কন করা আমরা আগেই শিখেছি।

প্রোট্রাক্টর ব্যবহার করে 60^0 পরিমাণের কোণ অঙ্কন করার সোপানগুলো লেখো।

13.4.1 কম্পাসের সাহায্যে 60^0 পরিমাণের কোণ অঙ্কন

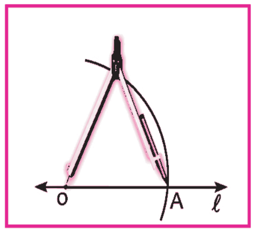
প্রথম সোপান :

একটি সরলরেখা টানো। তার নাম 'l' দাও

'l' সরলরেখার উপরে 'O' বিন্দুকে চিহ্নিত করো।

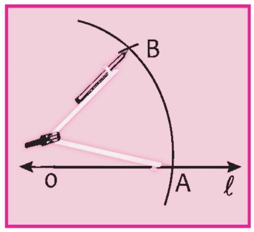
দ্বিতীয় সোপান :

কম্পাসের কাঁটার মুখকে 'O' উপরে রাখো।যে কোনো ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি চাপ অঙ্কন করো, যাহা 'l' সরলরেখাকে 'A' বিন্দুতে ছোঁবে।



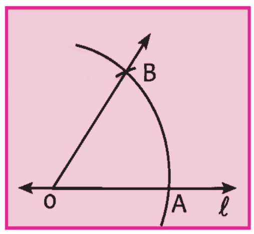
তৃতীয় সোপান :

এবার কম্পাসের কাঁটার মুখ 'A ' উপরে রেখে পূর্ব ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি চাপ অঙ্কন করো যা A বিন্দু দিয়ে পূর্বে আঁকা চাপকে 'B' বিন্দুতে ছেদ করবে।



চতুর্থ সোপান :

O ও Bবিন্দুকে যোগ করো। তুমি $\angle AOB$ পাবে, যার মাপ হচ্ছে 60^0। প্রোট্রাক্টরের সাহায্যে মেপে দেখো।



জানো কি ?

দ্বিতীয় সোপানে অঙ্কন করা চাপ ও তৃতীয় সোপানে অঙ্কন করা চাপ উভয়ের সমান ব্যাসার্ধ থাকবে।

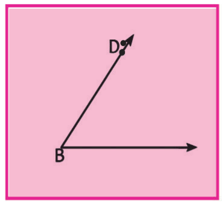
13.4.2. 120^0 মাপ বিশিষ্ট কোণ অঙ্কন

আমরা জানি যে, 120^0হচ্ছে 60^0 র দুগুণ। তাই একটি 60^0 মাপের কোণ অঙ্কন করে তার সঙ্গে আরও একটা 60^0 মাপের কোণ অঙ্কন করলে দুটি কোণ মিশে 120^0 মাপের কোণ হবে।

- প্রথমে 60^0 মাপের কোণ অঙ্কন করো। যেমন চিত্র (ক)তে $\angle CBD = 60^0$ পরিমাণ বিশিষ্ট কোণ।

- বর্তমান $\overline{BD}$ র উপরে B বিন্দুতে আর একটি 60^0 কোণ অঙ্কন করলে তুমি 120^0 মাপের কোণ পাবে।

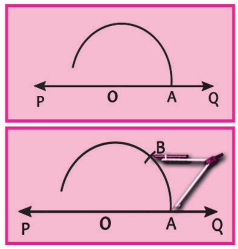
  এসো স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করে অঙ্কন করব।



(ক)

প্রথম সোপান :

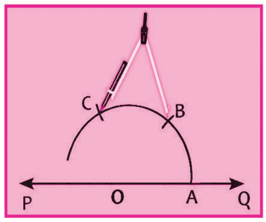
$\overleftrightarrow{PQ}$ অঙ্কন করো। এর উপরে O বিন্দু নাও। O বিন্দুকে কেন্দ্র করে যে কোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি চাপ অঙ্কন করো। সেটা $\overleftrightarrow{PQ}$কে A বিন্দুতে ছেদ করুক। A কে কেন্দ্র করে পূর্ব পরিমিত ব্যাসার্ধ নিয়ে অন্য এক চাপ অঙ্কন করো, যেন এটা প্রথম চাপকে ছেদ করবে। এই ছেদবিন্দুর নাম B দাও।



(খ)

দ্বিতীয় সোপান :

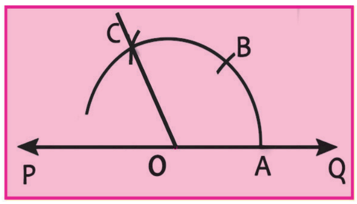
আবার Bকে কেন্দ্র করে পূর্ব পরিমাণের ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটি চাপ অঙ্কন করো, যেন এটা প্রথম চাপকে ছেদ করবে। এই ছেদবিন্দুর নাম C দাও।



(গ)

তৃতীয় সোপান :

C ও O কে যোগ করে $\overline{OC}$ অঙ্কন করো। $\angle COA$ র পরিমাণ হচ্ছে 120^0। (প্রোটেকট্রারে ব্যবহার করে পরীক্ষা করো)



(ঘ)

150^0 পরিমাণের কোণ কীভাবে অঙ্কন করবে?

13.4.3. 90^0 পরিমাণের কোণ অঙ্কন

প্রথম সোপান : $\overrightarrow{BY}$ রশ্মি টানো।

(ঙ)

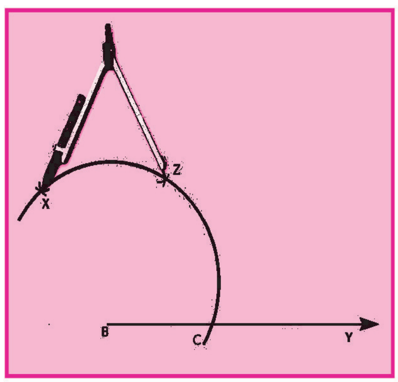
দ্বিতীয় সোপান :

B কে কেন্দ্র করে সুবিধেজনক পরিমাণের ব্যাসার্ধ নিয়ে রশ্মির উপরের দিকে একটি দীর্ঘ চাপ অঙ্কন করো যেন সেটা $\overrightarrow{BY}$কে ছেদ করবে। ছেদবিন্দুর নাম দাও C।

তৃতীয় সোপান :

এরপরে C বিন্দুকে কেন্দ্র করে পূর্ব ব্যাসার্ধ নিয়ে আর এক চাপ অঙ্কন করো ও সেটা যেন প্রথম চাপকে ছেদ করে। এই ছেদবিন্দুর নাম Z দাও।

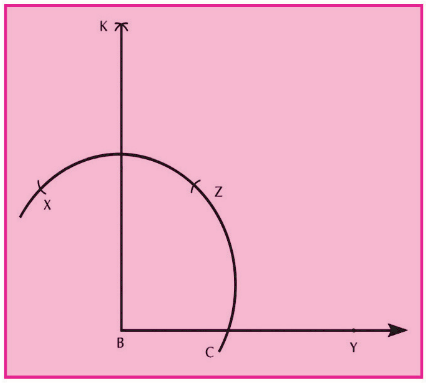
Z বিন্দুকে কেন্দ্র করে ও পূর্ব ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটা চাপ অঙ্কন করো, যেটা দীর্ঘ চাপকে ছেদ করবে। ছেদবিন্দুর নাম দাও X।



চতুর্থ সোপান :

এখন Z বিন্দুকে কেন্দ্র করে ও পূর্ব ব্যাসার্ধ নিয়ে একটা চাপ অঙ্কন করো।

X বিন্দুকে কেন্দ্র করে ও পূর্ব ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটি চাপ অঙ্কন করো, যেন এটা পূর্ব চাপকে ছেদ করো। ছেদবিন্দুর নাম দাও K।



পঞ্চম সোপান :

বর্তমান $\overline{KB}$ অঙ্কন করা যাক। $\angle KBY$ এর মাপ হচ্ছে **90^0**।

$\angle KBY$ এর পরিমাণ **90^0** কিনা প্রোটেকটারের সাহায্যে মেপে দেখ।

বলো দেখি:

$\angle KBY$ এর পরিমাণ **90^0** কিনা জানার জন্য প্রোটেকটার ব্যতীত অন্য কোন্ যন্ত্র ব্যবহার করা যেতে পারবে?

অভ্যাস কার্য 13.4

1. নীচে কয়েকটি কোণের পরিমাণ লেখা হয়েছে। কেবল স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে কোন্ মাপের কোণ অঙ্কন হতে পারবে বেছে লেখো।

   60^0, 35^0, 40^0, 90^0, 30^0, 110^0, 45^0, 20^0, 15^0, 75^0, 100^0, 150^0

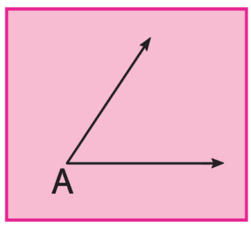
2. (ক) স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে 60^0 ও 120^0 পরিমাণের কোণ অঙ্কন করো।

   (খ) 60^0 পরিমাণের কোণ কীভাবে অঙ্কন করলে তার সোপানগুলি লেখো।

3. স্কেল ও প্রোটেকটার ব্যবহার করে 90^0 পরিমাণের একটি কোণ অঙ্কন করো। কম্পাসের সাহায্যে একে সমদ্বিখণ্ডিত করো।

13.5 কোনো কোণের সমপরিমাণ বিশিষ্ট অন্য এক কোণ অঙ্কন (স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে)

মনে করা যাক একটা কোণ দেওয়া হয়েছে। (যার পরিমাণ আমরা জানি না।) সেই কোণের সম পরিমাণ একটি কোণ আঁকব। কীভাবে আঁকব?



চিত্রে $\angle A$ দেওয়া হয়েছে। যার পরিমাণ জানা নেই।

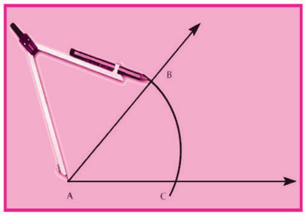
প্রথম সোপান :

একটি সরলরেখা l অঙ্কন করব। l সরলরেখার উপরে O বিন্দু নেব। (এর O বিন্দুতে $\angle A$ র সম পরিমাণের কোণ অঙ্কন করব।)

প্রথম সোপানের চিত্র

দ্বিতীয় সোপান :

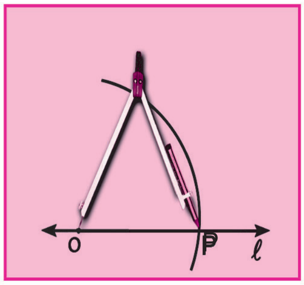
এবার ∠A র শীর্ষবিন্দুকে কেন্দ্র নিয়ে একটি চাপ অঙ্কন করব। যেটা ∠A র দুই বাহুকে ছেদ করবে। ছেদবিন্দুদ্বয়ের নাম দাও B ও C।



দ্বিতীয় সোপানের চিত্র

তৃতীয় সোপান :

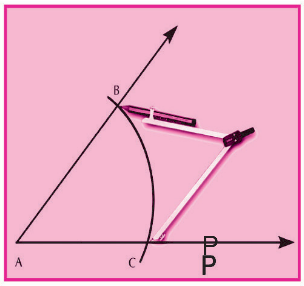
কম্পাসকে সেইরকম রেখে (ব্যাসার্ধের পরিবর্তন না করে), O কে কেন্দ্র ভাবে নিয়ে একটি চাপ অঙ্কন করো, যা l কে ছেদ করবে। ছেদবিন্দুর নাম দাও P।



তৃতীয় সোপানের চিত্র

চতুর্থ সোপান :

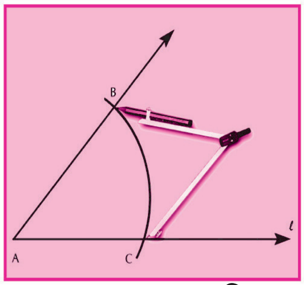
এখন কম্পাসের কাঁটার মুখ ও পেনসিলের মুখ এমনভাবে রাখো যেন কাঁটার মুখ B ও পেনসিলের মুখ C-র উপরে থাকবে।



চতুর্থ সোপানের চিত্র

পঞ্চম সোপান :

চতুর্থ সোপানে কম্পাসের কাঁটার মুখ ও পেনসিলের মুখের মধ্যবর্তী দূরত্বকে অপরিবর্তিত রাখো। বর্তমান P বিন্দুকে কেন্দ্র নিয়ে একটি চাপ অঙ্কন করো যেন এটা তৃতীয় সোপানে আঁকা চাপকে ছেদ করবে। ছেদবিন্দুর নাম দাও Q।



পঞ্চম সোপানের চিত্র

ষষ্ঠ সোপান :

Q ও O অঙ্কন করো। এবার ∠POQ র পরিমাণ ∠BAC এর পরিমাণের সঙ্গে সমান।

নিজে করে দেখো:

- একটা সাদা কাগজের ওপর একটা কোণ অঙ্কন করো।
- আর একটি তেল কাগজ নিয়ে তাকে সেই কোণের উপর রাখো।
- এখন তোমার আঁকা কোণটি তেল কাগজে দেখা যাবে।
- এবার আঁকা কোণটিকে তেল কাগজের উপরে আঁকো। (স্কেল ব্যবহার করে)
- এখন সাদা কাগজ ও তেল কাগজের উপরে সমান পরিমাণের কোণ পাবে।

অভ্যাস কার্য 13.5

1. (ক) তোমার খাতায় একটি সূক্ষ্ম কোণ ও একটি স্থূলকোণ তৈরি করো। কম্পাসের সাহায্যে সেই দুটির সমপরিমাণ কোণ অঙ্কন করো।

   (খ) এখন তোমার পাওয়া কোণ দুটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করো।

2. কাগজ কেটে একটি ত্রিভুজ তৈরি করো। এর নাম ABC দাও। এই ত্রিভুজের তিনটি কোণের সম পরিমাণ কোণ আলাদা আলাদা করে তোমার খাতায় অঙ্কন করো।

13.6. কম্পাস ব্যবহার করে এক দত্ত রেখার প্রতি লম্বরেখা অঙ্কন

সেটস্কোয়ার ব্যবহার করে (ক) একটি রেখা উপরিস্থ এক বিন্দুতে উক্ত রেখা প্রতি (খ) এক রেখা বহিস্থ একটি বিন্দু থেকে উক্ত রেখা প্রতি লম্ব অঙ্কন করা শিখেছ। বর্তমান স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করে সেই দুটি কার্য করার উপায় জানবে।

13.6.1 রেখা উপরিস্থ বিন্দু দিয়ে লম্বরেখা অঙ্কন :

(ক) কাগজ ভাঁজ করার কাজ:

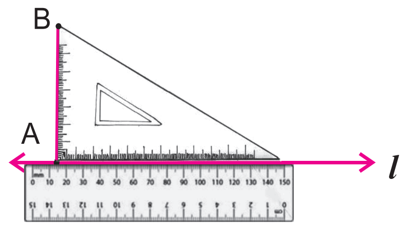
নিজে করে দেখো:

- একটা সাদা তেল কাগজ নাও।
- এর উপরে একটি রেখা আঁকো। রেখার নাম '*l*' দাও।
- *l* র উপরে একটি বিন্দু A নাও।
- এবারে A বিন্দুর ওপরে কাগজটি ভাঁজ করো, যেন ভাঁজের দুদিকে থাকা রেখার অংশ পরস্পরের উপরে থাকে।
- এবার কাগজটি খুলে দাও।
- কাগজে পড়া ভাঁজটি হচ্ছে রেখার উপরে লম্বরেখা।
- এটা লম্বরেখা কিনা পরীক্ষা করে দেখো।

(খ) সেট্স্কোয়ার ব্যবহার করে লম্ব অঙ্কন:

- এসো এখন স্কেল ও সেট্স্কোয়ারের সাহায্যে রেখার উপরিস্থ বিন্দু দিয়ে রেখা অঙ্কন করব।
- এই কাজের জন্য একটা সাদা কাগজ, স্কেল, সেট্স্কোয়ার ও পেনসিল জোগাড় করো।
- প্রথমে সাদা কাগজের উপর *l* নামক সরলরেখা অঙ্কন করো। এর উপরে 'A' বিন্দু নাও।

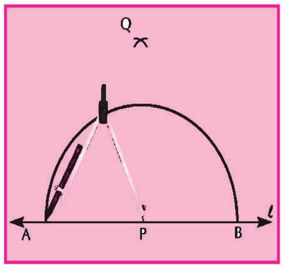
- একটা স্কেলের ধার l কে লাগিয়ে জোরে চেপে ধরো।
- চিত্রে দেওয়ার মতো সেট্স্কোয়ারকে স্কেলের ধারের সঙ্গে লাগিয়ে রাখো। যেন সেট্স্কোয়ার সংলগ্ন একটি ধার স্কেলের সঙ্গে লেগে থাকবে।
- এবার সেট্স্কোয়ারকে স্কেলের ধারের সঙ্গে লাগিয়ে এমনভাবে রাখো, যাতে সেট্স্কোয়ারের সমকোণ থাকা শীর্ষবিন্দু A বিন্দুতে থাকে।
- এবার সেট্স্কোয়ারকে ভালোভাবে চেপে ধরে A বিন্দু দিয়ে সেট্স্কোয়ারের স্কেলের ধার না লেগে থাকা ধারকে লাগিয়ে রশ্মি অঙ্কন করে তার নাম দাও $\overrightarrow{AB}$।
- $\overleftrightarrow{BA}$ হচ্ছে আবশ্যক লম্বরেখা।



(গ) স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে নির্দিষ্ট বিন্দুতে রেখার প্রতি লম্ব অঙ্কন:

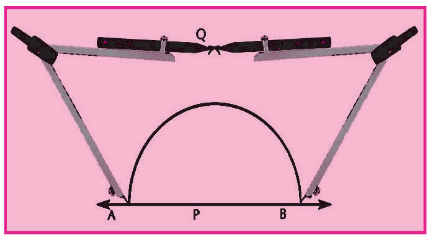
প্রথম সোপান :

'l' সরলরেখার উপরে P বিন্দু নাও।



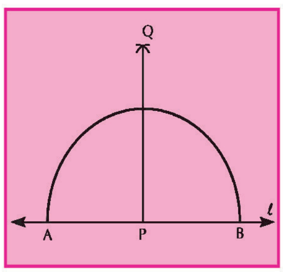
দ্বিতীয় সোপান :

'P' কে কেন্দ্রবিন্দু ভাবে নিয়ে যে কোনো ব্যাসার্ধের চাপ অঙ্কন করো। যেন তা 'l' কে দুটি বিন্দুতে ছেদ করবে। ছেদ বিন্দুদ্বয়ের নাম A ও B দাও।



তৃতীয় সোপান :

এখন A ও B কে কেন্দ্রবিন্দু নিয়ে চিত্রে দেওয়ার মতো দুটি চাপ অঙ্কন করো যেন তারা পরস্পরকে Q বিন্দুতে ছেদ করবে।



চতুর্থ সোপান :

এখন P ও Q কে যোগ করে $\overleftrightarrow{PQ}$ অঙ্কন করো।

$\overleftrightarrow{PQ}$ হচ্ছে আবশ্যক লম্বরেখা।

13.6.2 সরলরেখার বাইরে থাকা বিন্দু থেকে সরলরেখার প্রতি লম্ব অঙ্কন:

(ক) কাগজ ভাঁজ করার কাজ:

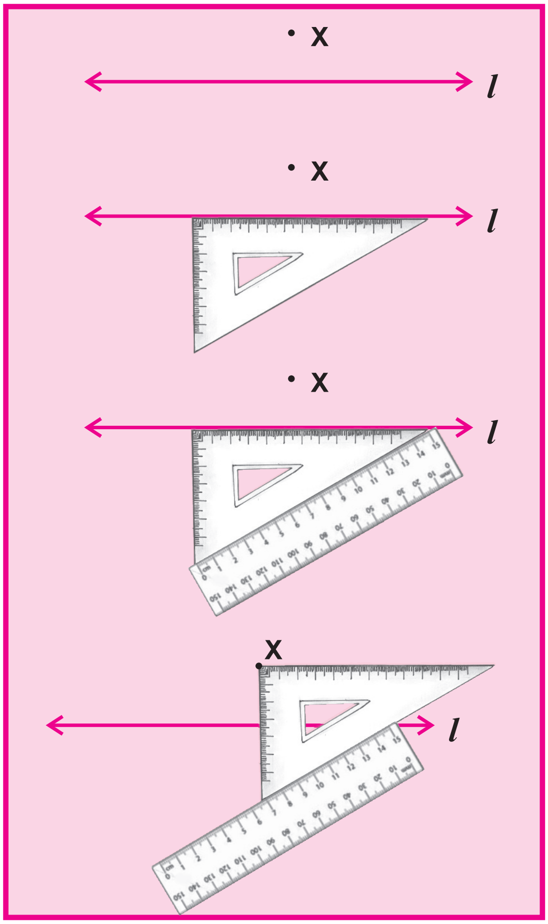
নিজে করে দেখো:

- একটি সাদা কাগজ নিয়ে তাতে একটি সরলরেখা অঙ্কন করে '*l*' নাম দাও।
- সরলরেখার বাইরে একটি বিন্দু 'X' নাও।
- এবার কাগজটি 'X'বিন্দু দিয়ে এমনভাবে ভাঁজ করো, যেন ভাঁজের দুপাশে থাকা সরলরেখার অংশদ্বয় পরস্পরের সঙ্গে মিলে যাবে।
- যেখানে ভাঁজ করলে সেখানে চেপে দাও।
- এবার কাগজটিকে খোলো।
- এখন কাগজে সৃষ্টি হওয়া ভাঁজের দাগটি '*l*' সরলরেখার প্রতি লম্ব।

(খ) সেট্‌স্কোয়ার ব্যবহার করে লম্ব অঙ্কন:

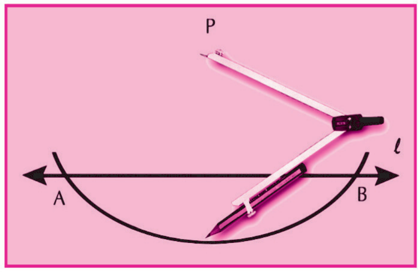
এখন সেট্‌স্কোয়ার ও স্কেল ব্যবহার করে সরলরেখার বাইরে থাকা এক বিন্দু থেকে সরলরেখার প্রতি কীভাবে লম্ব অঙ্কন করা যায় জানব।

- *l* নামক একটি সরলরেখা অঙ্কন করো। এর বাইরে X নামক বিন্দুটি দাও।
- *l* র উপরে সেট্‌স্কোয়ার এমনভাবে রাখো, যেন এর সমকোণ সংলগ্ন একটা ধার *l*-কে লেগে থাকবে। অন্য ধারটি *l* প্রতি লম্ব হবে।
- সেট্‌স্কোয়ারের সমকোণের বিপরীত ধারকে লাগিয়ে স্কেল রাখো।
- স্কেলটি স্থির রেখে সেট্‌স্কোয়ারকে স্কেলের ধারে এমনভাবে চালাও যেন সেট্‌স্কোয়ারের *l* রেখার সঙ্গে লম্বভাবে থাকা ধার X বিন্দুকে ছোঁবে।
- এবার X বিন্দু দিয়ে সেট্‌স্কোয়ারের পূর্বোক্ত ধারকে লাগিয়ে একটি রেখা অঙ্কন করবে, এই রেখা যেখানে *l* কে ছেদ করবে, তার নাম Y দাও।



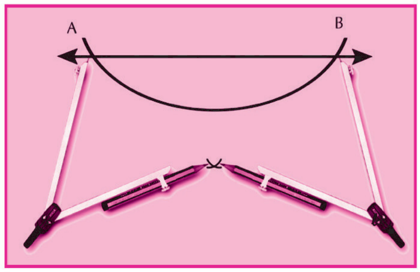
স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করে সরলরেখার বাইরে থাকা বিন্দু থেকে সরলরেখার প্রতি লম্ব অঙ্কন:

প্রথম সোপান :



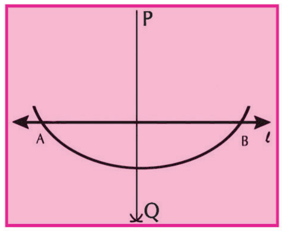
'l' নামক সরলরেখা নাও। P বিন্দু নাও, যেটা 'l' এর উপরে অবস্থিত নয়।

দ্বিতীয় সোপান :



'P' কে কেন্দ্রবিন্দু ভাবে নিয়ে এমন একটি চাপ অঙ্কন করো, যেটা l কে ছেদ করবে। ছেদবিন্দুর নাম A ও B দাও।

তৃতীয় সোপান :



ব্যাসার্ধ না বদলে A ও B বিন্দুকে কেন্দ্র ভাবে নিয়ে দুটি চাপ অঙ্কন করো যেন চাপ দুটি পরস্পরকে ছেদ করবে। ছেদবিন্দুর নাম দাও Q।

চতুর্থ সোপান :

এবার $\overleftrightarrow{PQ}$ অঙ্কন করো। $\overleftrightarrow{PQ} \perp l$

অভ্যাস কার্য 13.6

1. $\overline{AB}$ রেখা অঙ্কন করো। এর উপরে X বিন্দু নাও। X বিন্দুতে $\overline{AB}$ রেখার প্রতি লম্ব অঙ্কন করো। (কেবল কম্পাস ও স্কেল ব্যবহার করো)
2. $\overline{XY}$ রেখা অঙ্কন করো। এর উপরে না থাকা A বিন্দু নাও। A বিন্দু থেকে $\overline{XY}$ প্রতি লম্ব অঙ্কন করার সোপানগুলি লেখো।
3. $\overline{PQ}$ রেখা অঙ্কন করো। এর উপরে S বিন্দু নাও। S বিন্দুতে $\overline{PQ}$ প্রতি লম্ব অঙ্কন করো। এবার $\overline{PS}$ ও $\overline{QS}$-এর দৈর্ঘ্য মাপো।
4. 9 সেমি দৈর্ঘ্যের একটি রেখা অঙ্কন করো। এর নাম $\overline{AB}$ দাও। $\overline{AB}$-র উপরে অবস্থিত না থাকা S বিন্দু নিয়ে S বিন্দু থেকে $\overline{AB}$-র প্রতি লম্ব অঙ্কন করো।

চতুর্থ অধ্যায় (ক)
৫১(এ) ধারা: মৌলিক কর্তব্য

ভারতের প্রত্যেক নাগরিকের নিম্নলিখিত কর্তব্য হবে —

(ক) সংবিধান মেনে চলা ও এর আদর্শ এবং জাতীয় পতাকা, জাতীয় সঙ্গীত ও অনুষ্ঠানগুলির সম্মান করা।

(খ) যে সব মহান আদর্শ আমাদের জাতীয় স্বাধীনতা সংগ্রামকে অনুপ্রাণিত করেছিল, সেসব স্মরণ ও অনুসরণ করা।

(গ) দেশকে রক্ষা করা ও আবশ্যক হলে জাতীয় সেবা প্রদান করা।

(ঘ) ভারতের সার্বভৌম, একতা ও সংহতির সুরক্ষা করা।

(ঙ) ধর্মনৈতিক, ভাষাগত, আঞ্চলিক কিংবা গোষ্ঠীগত ভিন্নতাকে অতিক্রম করে ভারতের সব অধিবাসীদের মধ্যে সহমর্মিতা ও ভ্রাতৃভাব প্রতিষ্ঠা করা এবং নারীদের সম্মানে আঘাত লাগার মতো কার্য থেকে বিরত থাকা।

(চ) আমাদের বিবিধ সংস্কৃতির মূল্যবান ঐতিহ্যকে যথার্থ মূল্য দেওয়া ও যত্নে পালন করা।

(ছ) অরণ্য, হ্রদ, নদী, পশুপক্ষী সংবলিত প্রাকৃতিক পরিবেষ্টনীর সুরক্ষা এবং উন্নতি করা ও জীবের প্রতি সদয় হওয়া।

(জ) বৈজ্ঞানিক মূল্যবোধ, মানবিকতা ও অনুসন্ধিৎসা তথা সংস্কার মনোভাব ধারণ করা।

(ঝ) সর্বসাধারণ সম্পত্তির সুরক্ষা করা ও হিংসা ত্যাগ করা।

(ঞ) প্রত্যেক ক্ষেত্রে ব্যক্তিগত ও সমষ্টিগত উৎকর্ষের জন্য চেষ্টা করা, যার ফলে দেশ সর্বদা উচ্চতর চেষ্টা ও কৃতিত্বের দিকে এগিয়ে যাবে।

(ট) মাতাপিতা হোক বা অভিভাবক, তাঁরা তাঁদের ছ'বছর থেকে চোদ্দো বছর বয়সের মধ্যে থাকা সন্তান বা প্রতিপালিতকে শিক্ষালাভের সুযোগ জুগিয়ে দেওয়া।