গণিত

সপ্তম শ্রেণী

শিক্ষক শিক্ষা নির্দেশালয় এবং
রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ,
ওড়িশা, ভুবনেশ্বর

ওড়িশা বিদ্যালয় শিক্ষা কার্য্যক্রম প্রাধিকরন,
ওড়িশা, ভুবনেশ্বর

গণিত
সপ্তম শ্রেণী

লেখক মন্ডল ঃ
শ্রী মদন মোহন মহান্তি
ড.নলিনীকান্ত মিশ্র
ড. নিবেদিতা নায়ক
শ্রী তাপস কুমার নায়ক
শ্রী দিলীপ কুমার সাহু

অনুবাদক মন্ডলী ঃ
প্রফেসর দীপাস্য কুন্ডু
শ্রীমতী সুচীত্রা দাস - অনুবাদক
শ্রীমতী মধুমিতা ব্যানার্জী - সমীক্ষক

সমীক্ষক মণ্ডলী ঃ
শ্রী মদন মোহন মহান্তি
শ্রী তাপস কুমার নায়ক
ড. বামদেব ত্রিপাঠি

সংযোজিকা ঃ
ড. সবিতা সাহু

সংযোজনা ঃ
ড. প্রীতিলতা জেনা
ড. তিলোত্তমা সেনাপতি
ড. সবিতা সাহু

প্রকাশক ঃবিদ্যালয় ও গনশিক্ষা বিভাগ,
ওড়িশা সরকার

মূদ্রন ঃ ২০১০, ২০১৯

প্রস্তুতি ঃ শিক্ষক শিক্ষা নির্দ্দেশালয় এবং রাজ্য শিক্ষা গবেষনা ও প্রশিক্ষন পরিষদ, ওড়িশা, ভুবনেশ্বর ও ওড়িশা রাজ্য পাঠ্য পুস্তক প্রনয়ন ও প্রকাশন সংস্থা, ভুবনেশ্বর

মূদ্রন ঃ পাঠ্য পুস্তক উৎপাদন ও বিক্রয়, ওড়িশা, ভুবনেশ্বর।

জগৎমাতার চরণে অদ্যবধি আমি যা যা উপঢৌকন ভেট দিয়ে আসছি, তাদের মধ্যে মৌলিক শিক্ষা, আমায় সব থেকে বেশী ক্রান্তিকারী ও মহত্ত্বপূর্ণ মনে হচ্ছে। এর থেকে বড় মহত্ত্বপূর্ণ ও মূল্যবান ভেট, আমি যে জগৎ সম্মুখে রাখতে পারবো, তা' আমার প্রত্যয় হচ্ছে না। এর মধ্যে আছে আমার সমগ্র রচনাত্মক কার্য্যক্রমকে প্রয়োগাত্মক করার চাবিকাঠি। যে নতুন দুনিয়ার জন্যে আমি ছটফট কহরছি, তা' এ থেকেই উদ্ভব হতে পারবে। এটাই আমার অন্তিম অভিলাষ বললে চলে।

মহাত্মা গান্ধী

ভারতের সংবিধান

প্রস্তাবনা

আমরা ভারতবাসী ভারতকে এক সার্বভৌম, সমাজবাদী, ধর্মনিরপেক্ষ, গণতান্ত্রিক সাধারনতন্ত্র রূপে গঠন করার জন্য দৃঢ় সংকল্প নিয়ে ও ইহার নাগরিকদের।

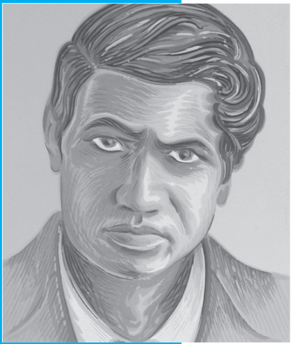
- সামাজিক, অর্থনৈতিক ও রাজনৈতিক ন্যায়;
- চিন্তা, অভিব্যাক্তি, প্রত্যয়, ধর্মীয় বিশ্বাস এবং উপাসনার স্বতন্ত্রতা।
- স্থিতি ও সুবিধা সুযোগের সমানাধিকরণের সুরক্ষা প্রদান করা তথা;
- ব্যক্তি মর্যাদা এবং রাষ্ট্রের ঐক্য ও সংহতি নিশ্চিত করে তাদের মধ্যে ভ্রাতৃভাব উৎসাহিত করার লক্ষ্যে।

এই ১৯৪৯ সালের নভেম্বর ২৬ তারিখে আমাদের সংবিধান প্রণয়ন সভায় এতদ্বারা এই সংবিধান গ্রহণ ও প্রণয়ন করেছি এবং তা'রক্ষার্থে আমরা নিজেদের অপন করছি।

সূচীপত্র

গণিতজ্ঞ রামানুজন

(1887-1920)



'তুলসী দুই পাতা থেকে সুবাস দেয়। এই কথাটি প্রত্যেক ও উড়িষ্যার মুখে শুনতে পাওয়া যায়। একটি সংখ্যাকে সে সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে ভাগফল ১ হয়, যেমন তিনটি ফলকে তিনজন বাচ্চার মধ্যে সমান ভাগে দিলে, প্রত্যেক বাচ্চা একটা লোক ফল পাবে।' ছাত্রটি এই কথা শুনে সঙ্গে সঙ্গে দাড়িয়ে জিজ্ঞাসা করল। ''তবে শূন্যকে শূন্য দিয়ে ভাগ করলে, ভাগফল ও ১ হবে। অর্থাৎ শূন্য সংখ্যক ফলকে শুন্য সংখ্যাক বাচ্চাদের মধ্যে বন্টন করলে, প্রত্যেক একটি কারে ফল পাবে। ইহা ঠিক কি ?

এই প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করার ছেলেটি ছিলো রামানুজ ঐ ছোট বয়সে থেকেই তার সংখ্যাীর প্রকৃতি বিষয়ে স্বতন্ত্র অন্তদৃষ্টি ছিলো উপরোক্ত ঘটনাটি হচ্ছে তার নিদর্শন প্রাথমিক শ্রেনীর ছাত্র থাকার সময়ে, সে পৃথিবীর বিষুবরেখার দৈর্ঘ্য গননা করতে পেরে ছিলেন।

১ থেকে ১০০ র মধ্যে কোন গনন সংখ্যা গুলি মৌলিক তা নির্নয় করার জন্যে তোমরা কাগজ কলমের সাহায্যে নেবে, আর অন্তনঃ ১৫ মিনিট সময় নেবে। তোমাদের বয়সে সে ১ থেকে ১ কোটি (১,০০,০০০) মধ্যে থাকা মৌলিক সংখ্যা গুলি তাঁর জিভের ডগায় থাকত। মেট্রিক পরীক্ষায় সে প্রথম শ্রেনীতে উর্ত্তীন হয়ে ছিলেন। এরপর তার কলেজ জীবন শুরু হল। কলেজ জীবনের প্রারম্ভে উনি ইংরাজী প্রবন্ধ ও গনিত প্রতিযোগিতায় সফলতা লাভ করে পুরষ্কার পাওয়া বিভিন্ন পুস্তকের মধ্যে একটা উচ্চ স্তরের অন্ধ বই ছিলো। ঐ বইটি ওনাকে গনিত অধ্যায়নের প্রতি এত আকৃষ্ট করেছিলো যে, তিনি অন্য সমস্ত বিষয় প্রতি অবহেলা প্রদর্শন করে, উচ্চ স্তরের গনিত পড়তে শুরু করলেন, ফলতঃ কলেজের পরীক্ষায় অঙ্কে শতকড়া ১০০ রাখার সময়ে ইংরাজীতে ৩ নম্বরের জন্যে ফেল করার দ্বরুন পরীক্ষায় ফেল হয়ে ছিলেন। এখানেই ওর লেখাপড়ার হয়।

উদ্যানের শেষ নেই ঃ

তারপর উনি নিজের ভরন পোষনের জন্যে কেরানী চাকুরীতে যোগ দিলেন। এই চাকুরি পাওয়ার জন্যে ওনাকে একজন ডেপুটি কালেক্টার সাহায্যে করেছিলেন, তার নাম রামস্বামী আয়ার, আয়ার মহাশয়ে একজন গণিত প্রেমী মানুষ ছিলেন। রামানুজনের ছোট খাতার থেকে, তার লিখিত সুত্রগুলি দেখে, রামানুজনের বলতে থাকা সাধারন প্রতিভার সূচনা পেলেন, এর পরে গণিত অধ্যায়ন তথা গবেষনা করার জন্যে তাঁকে অধিক থেকে অধিক সুযোগ পেলেন।

রামানুজনের গণিত ক্ষেত্রে গবেষনা লব্ধ জ্ঞানের সুচনা পেয়েছিলেন, বিলতের কেমব্রিজ বিশ্ববিদ্যালয়ের গণিত বিভাগের অধ্যাপক হন। তিনি রামানুজনকে কেম্ব্রিজে অধ্যায়ন করার জন্যে বৃত্তির ব্যবস্থা করে দিলেন। রামানুজন কেম্ব্রিজ গেলেন। সেখানে তার জ্ঞান সমস্ত গনিত অধ্যাপকদের চমকৃত করে ছিলো।

একটা বৃত্তের সমক্ষেত্র ফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র রুলার ও কম্পাস সাহায্যে অঙ্কন করা এক অসমাহিত প্রশ্ন বলে সমগ্র গণিত বিতদের সিদ্ধান্ত হওয়ার সময় π এর মান $\frac{155}{113}$ নিয়ে রামানুজন্ একটা বৃত্তের সমক্ষেত্র ফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রে অঙ্কন করা প্রনালী তার নোট বুক এ লিখেছিলেন। মাত্র ৩৩ বছর বয়েসে উনি এ পৃথিবীর থেকে বিদায় নিয়েছেন। থাকলেও বিশ্বের গনিতজ্ঞতের মধ্যে তার নামা সর্ববিদিত।

প্রথম অধ্যায়

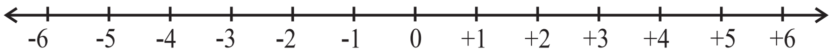
পূর্ণ সংখ্যা

1.1 পূর্ণ সংখ্যা ঃ

আরা যা জানি ঃ আমরা পূর্ব শ্রেনীতে স্বাভাবিক সংখ্যা, সংপ্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যা (গুন সমেত সমস্ত স্বাভাবিক সংখ্যা) এবং পূর্ণসংখ্যা সম্বন্ধে জানি, পূর্ণসংখ্যা অন্তভূক্ত রানামংক সংখ্যাদের সংখ্যারেখায় চিহ্নিত করতে জেনেছি, পূর্ণসংখ্যাদের ক্রম অনুযায়ী সাজাতে লিখেছি, পূর্ণ সংখ্যাদের নিয়ে যোগবিয়োগ প্রক্রিয়া ও সম্পাদন করেছি।

এস - এ সমস্ত মনে ফেলব।

1. নিম্ন সংখ্যাদের রেখাকে দেখে তলায় থাকা প্রশ্ন গুলি উত্তর স্থির কর।



(ক) +2 র থেকে 3 বড় সংখ্যাটিকে ?

(খ) -3 অপেক্ষা 7 বড় সংখ্যাটিকে ?

(গ) কোন সংখ্যাটি +4 থেকে 7 কম ?

(ঘ) শূন্য অপেক্ষা +5 বড় সংখ্যাটি চিহ্নিট কর।

(ঙ) কোন সংখ্যাটি 0 অপেক্ষঅ 4 কম ?

(চ) +5 অপেক্ষা ছোট হওয়া সংখ্যা সুচক বিন্দুটি +5 সূচক বিন্দুর কোন দিগে থাকবে ?

(ছ) দুটি সংখ্যা চিহ্নিট কর যে সংখ্যা দুটির মধ্যে পার্থক্য 8 এমন অস্বিক জোড়া সংখ্যা পাবে কি ?

(জ) -3 ও +2 র মধ্যে পার্থক্য কত ?

(ঝ) সংখ্যা রেখার ওপরে -4 থেকে +3 পর্যন্ত থাকা একক সংখ্যা কত ?

(ঞ) সংখ্যা রেখার ওপরে +4 থেকে -3 পর্যন্ত থাকা একক সংখ্যা কত ?

জান কি ?

-4 র থেকে +3 পর্য্যন্ত একক সংখ্যা পাতয়ার জন্যে সংখ্যা রেখা -4 র থেকে +3 পর্যন্ত ঘর গুণক সাতটি ঘর পেলে একক সংখ্যা তত হবে।

2. নিম্ন প্রশ্নগুলির উত্তর দাও

(ক) +5 ও +8 এর যোগফল কত ?

(খ) -3 ও +8 এর যোগফল কত ?

(গ) -7 ও +5 এর যোগফল কত ?

(ঘ) -4 ও -7 এর যোগফল কত ?

জান কি ?

- সংখ্যা রেখার সাহায্যে কোন সংখ্যার সহিত ঋনাত্বক সংখ্যা যোগ করার সময় আমরা ডান দিকে যাব।
- সংখ্যা রেখা সাহায্যে কোন সংখ্যার থেকে একটা ঋনাত্বক সংখ্যা বিয়োগ করলে আরা বাম দিকে যাব।

(ঙ) +8 থেকে +3 বিয়োগ কর?

(চ) +5 থেকে +7 বিয়োগ কর ?

(ছ) +7 থেকে +12 বিয়োগ কর ?

(জ) +5 থেকে +3 বিয়োগ কর?

ঝ) -4 থেকে +8 বিয়োগ কর।

ঞ) -5 থেকে -4 বিযোগ কর

ট) একটা পূর্ণসংখ্যার থেকে তার থেকে বড় পূর্ণ সংখ্যা মান টিকে বিয়োগ করতে পারবো কি?

ঠ) শূন্য থেকে +8 বিয়োগ করতে পারবো কি? যদি পারবো, তবে উত্তর কত হবে?

ড) +8 এ সঙ্গে -3 যোগ করব যা +8 থেকে কোন সংখ্যা বিয়োগ করাত তাই?

ঢ) -3 থেকে -4 বিয়োগ করা যা -3 সহিত কত যোগ করা তাই?

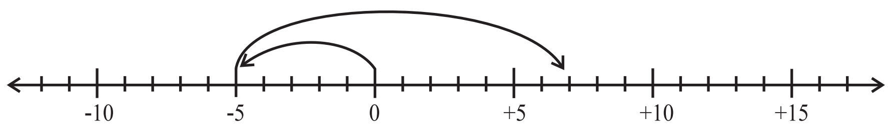
আমরা জানি

সংখ্যা রেখার এক সংখ্যার সহিত একটা ঋণাত্বক সংখ্যাকে যোগ করার অর্থ হচ্ছে, প্রথম সংখ্যার থেকে দ্বিতীয় সংখ্যার দ্বিতীয় সংখ্যার বিপরীত সংখ্যার থেকে বিয়োগ করা।

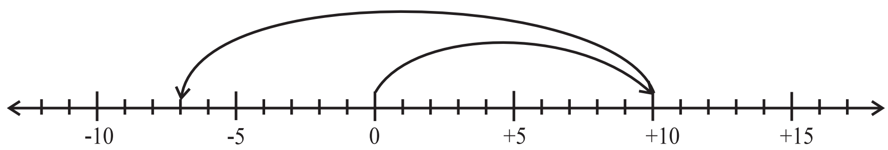
অভ্যাস কার্য্য 1.1

1. নিম্ন সংখ্যা রেখায দর্শা যাওয়া প্রক্রিয়া ও তার ফল লেখ।

(ক)



(খ)



2. পাশ্বর্স্থ মানচিত্রে দেখান হয়ে থাকা বিভিন্ন স্থানের একটা নির্দিষ্ট দিনের সর্বনিম্ন তাপ মাত্রা সেলসিয়াস ডিগ্রীতে পাওয়া হয়েছে। ইহাকে লক্ষভাবে নিম্ন প্রশ্ন গুলির উত্তর দাও।

(ক) কোন স্থানের তাপমাত্রা সর্বাধিক?

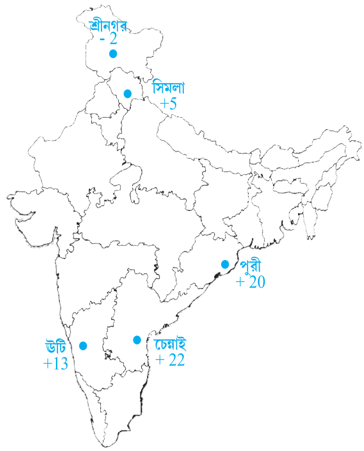
(খ) কোন স্থানের তাপমাত্রা সর্বনিম্ন?

(গ) কোন স্থানের তাপমাত্রা উটির তাপমাত্রা ?

র থেকে ৪ ডিগ্রি কম?

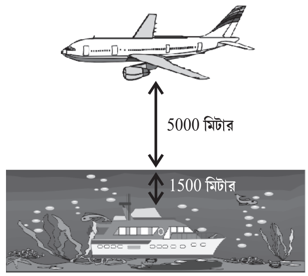
(ঘ) শ্রীনগর ও উডির তাপমাত্রা মধ্যে পার্থক্য কত।

(ঙ) কোন দুটি স্থানের তাপমাত্রার মধ্যে পার্থক্য ২২ ডিগ্রী ?



3. একটা সাধারন জ্ঞান প্রতিযোগিতায় একটা পার্শের ঠিক উত্তরের জন্যে +1 নম্বর ও ভুল উত্তরের জন্যে -1 নম্বর দেওয়া হয়। প্রত্যেক প্রতিযোগিকে চারটি কোরে প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করা হয় ও প্রত্যেক বারে 25 টি প্রশ্ন জিজ্ঞেস করা প্রশ্নের জন্যে সে পেয়ে থাকা নম্বর গুলি হল 7,-3,5,- 5 এ। তবে সে মোট কত নম্বর পেল?

4. এক সময় একটা বড় উড়াজাহাজ সমুদ্র পত্তন থেকে 5000 মি ওপরে ওড়ার সময়ে একটা ডুবো জাহাজ সমুদ্র পত্তন থেকে 1510 মি গভীরে গতি করছিলো। তবে সেই সময়ে দুটি জাহাজের মধ্যে দূরত্ব কত?



5. একটা কুহুক বর্গের ডাইনে, বামে, উপরে, তলায় বা একটা কোনের থেকে বিপরীত কোনে থাকা সংখ্যা গুলির যোগফল সর্বদা সমান। এখন বল নিম্নে থাকার বর্গদুটির মধ্যে কোনটি পূর্ব সম্পর্ক থাকা এক কুহুক বর্গ?

+2	-8	0
-3	+1	-4
+4	-6	-7

-7	+4	-6
-2	-3	-4
0	-10	+1

6. a ও b র জন্যে নিম্ন সংখ্যা গুলি নিয়ে $a - (-b) = a + b$ ইহার সত্যতা পরীক্ষা কর।

(ক) $a = 12, b = 15$ (খ) $a = 225, b = 321$

(গ) $a = -8, b = 0$ (ঘ) $a = -18, b = +16$

7. সরল কর ঃ

(ক) +5+(-7)-(-3) (খ) -18+(-3)-12

(গ) +25-(+7)+(-18) (ঘ) -35-(-20)+(-14)

8. শ্যামলী তার ঘরের বাহু থেকে 25 মিটার পূর্বে যাতায়াত পর পৌছনার স্থানের 27 মিটার পশ্চিমে ফিরল তবে সে তার ঘরের কাছ থেকে কোন দিগে ও কত দূরে পৌছল ?

9. (ক) যোগফল কত হবে স্থির কর ঃ

-8+7-6+5-4+3-2+1

(খ) সংখ্যা গুলিকে প্রথম থেকে জোরা জোরা করে নিয়ে তা পরে যোগফল কত স্থিত কর।

(গ) যোগফল স্থির কর।

(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0+(+1)+(+2)+(+3)+(+4)

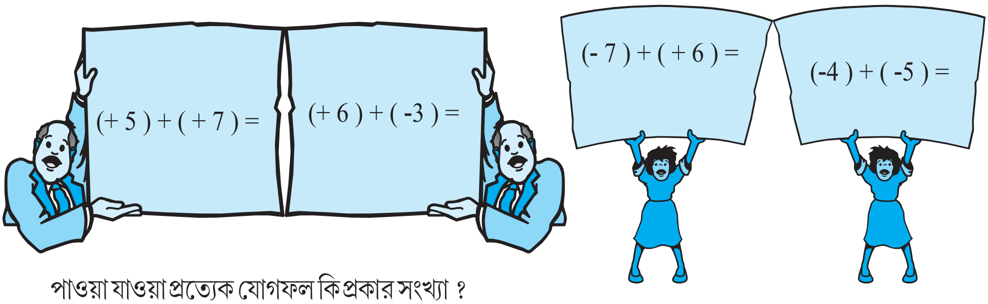
1.2. পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে যোগ প্রক্রিয়ার বিভিন্ন কর্ম

এসো, পূর্ণসংখ্যা মধ্যে যোগ প্রক্রিয়া সম্বন্ধে আলোনা করব।

যোগফল নির্ণয় কর।

(ক) (+5)+(+7)= (খ) (+6)+(-3)=

(গ) (-7)+(+6)= (ঘ) (-4)+(-5)=



পাওয়া যাওয়া প্রত্যেক যোগফল কি প্রকার সংখ্যা ?

এখান থেকে আমরা কি জানলাম, বন্ধুদের সঙ্গে আলোচনা করে বল।

আমরা জানলাম

দুটি পূর্ণ সংখ্যার যোগফল সর্বদা এক পূর্ণ সংখ্যার

তাই আমরা বলি ঃ পূর্ণসংখ্যা মধ্যে যোগ প্রক্রিয়া সংবৃত্তি নিয়ম পালন করে।

নিজে করে লেখ।

যোগফল নির্ণয় কর।

(ক) $(+3)+(+5)=$, $(+5)+(+3)=$

(খ) $(+8)+(-7)=$, $(-7)+(+8)=$

(গ) $(-3)+(+4)=$, $(+4)+(-3)=$

(ঘ) $(-4)+(-2)=$, $(-2)+(-4)=$

প্রত্যেক লাইনে থাকা দুটি সারার ক্ষেত্রে যোগফল সমান হচ্ছে কি?

আমরা দেখলাম ঃ

$(+3)+(+5)=+8$ এবং $(+5)+(+3)=+8$

অর্থাৎ $+3$ সঙ্গে $+5$ যোগকরলে যোগফল যত $+5$ সঙ্গে $+3$ যোগ করলে যোগফল কত হবে?

অন্য তিনটি যোগফলকে মধ্য আরে দাওয়া হওয়ার মত লেখ। এখান থেকে তোমরা কি জানলে লেখ?

লক্ষ কর ঃ

দুটি পূর্ণ সংখ্যাকে ক্রম বদলিয়ে যোগ করলে যোগ ফল বদলায় না

আমরা একটা পূর্ণ সংখ্যাকে a, অন্য পূর্ণ সংখ্যাকে b সংঙ্কেত দ্বারা সূচান হলে ওপরে বলা কথা কে নিম্নমতে বলতে পারব।

$$\boxed{a+b=b+a}$$

তাই আমরা বলি, পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে যোগ প্রক্রিয়ার ক্রম বিনিময় নির্মম পালন করে।

নিজে করে দেখ ঃ

এসো, নিম্নে থাকা পূর্ণসংখ্যা তিনটির যোগফল নির্নয় করব।

$(-3)+\{(-5)+(-2)\}=$

$\{(-3)+(-5)\}+(-2)=$

- প্রথম ক্ষেত্রে যোগফল কত হল?
- দ্বিতীয় ক্ষেত্রে যোগফল কত পেলে?
- উভয় ক্ষেত্রে যোগফল সমান হল কি?
- এখান থেকে তুমি কি জানলে?

অর্থাৎ, তিনটি সংখ্যাকে যোগকরার সময়, সে তিনটির সে তিনটির মধ্যে যে কোন দুটিকে প্রথম যোগ করে পেয়ে থাকা যোগফলের সঙ্গে বাড়তি সংখ্যাকে যোগ করলে এর যোগফল পাওয়া যায়,স্বাভাবিক সংখ্যা ক্ষেত্রেও তিনটি সংথ্যার যোগ সম্বন্ধে আমরা এটাই জেনে ছিলাম।

স্বাভাবিক সংখ্যা ক্ষেত্রে ও তিনটি a, b ও c সংকেত দ্বারা প্রয়োগ করিলে ওপরে দেখ থাকা যোগ প্রক্রিয়া ধর্মকে আমরা নিম্ম মত বলতে পারবো।

a, b, c তিনটি পূর্ণসংখ্যা হলে
$a+(b+c)=(a+b)+c$

অর্থাৎ পূর্ণসংখ্যা মধ্যে যোগ প্রক্রিয়া সহযোগী নিয়ম পালন করে।

- আমরা আগের থেকে জানি ঃ

$5+0=5$
$9+0=9$
$74+0=74$

আরো বলতে পারবো
$(-3)+0=(-3)$

জান কি?
শূন্য (0) কে যোগামৎক অভেদ বলে বলা হয়।

তোমরা বল ঃ

(i) $(-7)+0 = ?$ (iii) $(-27)+0 = ?$

(ii) $(-12)+0 = ?$ (iv) $0+(-43) = ?$

এক পূর্ণসংখ্যা জন্যে **a** ব্যাবহার করে আমরা ওপরে দেখে থাকা যোগপ্রক্রিয়ার ধর্ম নিম্নমতে বলতে পারব।

a এক পূর্ণসংখ্যা হলে,
$$\mathbf{a+0=0+a=a}$$

গআমরা দেখলাম, এক পূর্ণ সংখ্যার সহিত শূন্য কে যোগকরলে, যোগফল মূল পূর্ণ সংখ্যা সহিত সমান হয়। যোগ প্রক্রিয়ার এই গুনকে অভেদ নিয়ম বলে বলা হয়।

নিম্নে দেওয়া হয়ে থাকা যোগ প্রক্রিয়া সম্পাদন করে পেয়ে থাকে যোগফল লেখ।

(i) $(+5)+(-5) =$

(ii) $(+8)+(-8) =$

(iii) $(-12)+(+12) =$

(iv) $(-15)+(+15) =$

বলত দেখি
নিম্নে উক্তিদের থাকা তারকা চিহ্নিত স্থানে কি লেখা হবে।
(i) $(-7)+(*) = -7$
(ii) $(*)+(-4) = -4$
(iii) $(-18)+(*) = -18$
(iv) $(*)+(-28) = -28$

আমরা দেখলাম; পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে, প্রত্যেক ঋণাত্মক সংখ্যার জন্যে এমন এক ধণাত্মক সংখ্যা আছে। যেমনকি মূল সংখ্যার সঙ্গে সেই সংখ্যার যোগফল শূন্য হবে, সেরকম পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে, প্রত্যেক ধনাত্মক সংখ্যার জন্যে এমন এক ধনাত্মক সংখ্যা আছে, যেমন কি মূল সংখ্যার সহিত সেই সংখ্যাকে যোগ করলে, যোগফল শূন্য হবে। এমন দুটি সংখ্যাক পরস্পর বিপরীত সংখ্যা বলা হয়ে। অর্থাৎ, দুটি পরস্পর বিপরীত সংখ্যার যোগফল হচ্ছে শূন্য।

বলত দেখি ঃ
+4 র বিপরিত সংখ্যা -4,
(-5) র বিপরিত সংখ্যা +5

এই রকম দুটি সংখ্যার পরস্পর যোগাত্মক বিলোমী বলা হয়।
সংকেত ব্যবহার করে উপরোক্ত কথাকে আমরা নিম্ন মতে বলতে পারব।

a এক পূর্ণসংখ্যা হলে
$$a+(-a)=(-a)+a=0$$

পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে যোগফলের এই নিয়মকে বিলোমী নিয়ম বলা হয়।

বলত দেখি ঃ
যোগ প্রক্রিয়ার বিলোমী নিয়ম স্বাভাবিক সংখ্যার মধ্যে ছিল না কেন?

✍ **উত্তর লেখ ঃ**

1. দুটি পূর্ণ সংখ্যা লেখ, যার যোগফল এক ঋণাত্মক হয়ে থাকবে।
   (ক) দুটির মধ্যে একটি ধণাত্মক, অন্যটি ঋণাত্মক হবে।
   (খ) দুটি সারাই ঋণাত্মক হয়ে থাকবে।
   (গ) দুটির মধ্যে একটি শূন্য হয়ে থাকবে।
2. এমন দুটি পূর্ণ সংখ্যা লেখ, যার যোগফল
   (ক) তুমি লিখে থাকা প্রত্যেক সংখ্যার থেকে ছোট।
   (খ) লিখে থাকা সংখ্যা দুটির মধ্যে একটার থেকে ছোট ও অন্যটির থেকে বড়।
   (গ) লিখে থাকা সংখ্যা দুটির মধ্যে প্রত্যেকের থেকে বড়।
3. দুটি পুর্ণ সংখ্যা লেখ যেমন কি সে দুটির বিয়োগ ফল।
   (ক) এক ঋণাত্মক সংখ্যা
   (খ) লিখে থাকা প্রত্যেক সংখ্যার থেকে ছোট
   (গ) লিখে থাকা প্রত্যেক সংখ্যার থেকে বড়।
   (ঘ) শূণ্য

জান কি?

(-3)+ (-5) = -8, যোগক্রিয়ার যোগফল, মেশান হওয়া প্রত্যেক সংখ্যার থেকে ছোট

1.3. বিয়োগ প্রক্রিয়ার ধর্ম ঃ

(ক) এস দুটি পূর্ণ সংখ্যার বিয়োগ ফল নির্ণয় করবো।
শূণ্য কুঠুরীতে বিয়োগ ফল লেখ।

(i) (+5)-(+3) = $\boxed{}$ (ii) (+8)-(-2) = $\boxed{}$

(iii) (+2)-(+5) = $\boxed{}$ (iv) (-3)-(-4) = $\boxed{}$

(v) (-5)-(-2) = $\boxed{}$ (vi) (-4)-(-4) = $\boxed{}$

উপরোক্ত বিয়োগ ফল গুলি প্রত্যেক একটা একটা পূর্ণ সংখ্যা।

এখান থেকে আমরা কি জানলাম বল ও লেখ। তাই দেখলে, দুটি পূর্ণ সংখ্যীর বিয়োগ ফল ও এক পূর্ণ সংখ্যা, অর্থাৎ পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে বিয়োগ প্রক্রিয়া ও সংবৃত্তি নিয়ম পালন করে।

দুটি পূর্ণ সংখ্যার জন্যে a ও b কে সংঙ্কেত রূপে ব্যবহার করে সংবৃক্তি নিয়মকে নিম্ন মত লিখতে পারব।

a ও **b** দুটি পূর্ণ সংখ্যা হলে
a - b সর্বদা একটা পূর্ণ সংখ্যা হবে।

বল দেখি ঃ
স্বাভাবিক সংখ্যারা মধ্যে বিয়োগ প্রক্রিয়া সংবৃত্তি নিয়ম পালন করার দেখেছিলে কি ? কারন কি ?

জেনে রাখঃ

5+(-3) যা 5-3 ত, তাই

অর্থাৎ 5+(-3)=5-3

লক্ষ্য কর, এখানে 5 + (-3) হচ্ছে এক যোগ প্রক্রিয়া যাকে, 5 - 3 বাবে প্রকাশ করা যেতে পারবে। (5 - 3) হচ্ছে একটা বিয়োগ প্রক্রিয়া। ইহা বলা যেতে পারে যে পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে প্রত্যেক যোগ প্রক্রিয়া কে বিয়োগ বিয়োগ প্রক্রিয়ায় প্রকাশ করা যেতে পারবে।

আমরা জানি পূর্ণ সংখ্যায় যোগ প্রক্রিয়া ক্রম বিনিময়ী নিয়ম, সহযোগী নিয়ম ও অভেদ নিয়ম লালন করে, পূর্ণ সংখ্যাকে বিয়োগ প্রক্রিয়া উপরোক, নিয়ম সব পালন করে কি ? নিজে পরীক্ষা করে দেখ।

অভ্যাস কার্য্য 1.2

1. নিম্নে থাকা উক্তি গুলিকে লও ঠিক উক্তির পেয়ে '✓' চিহ্ন ও ভুল উক্তির দেখে '✗' চিহ্ন দাও।
   - (ক) দুটি পূর্ণ সংখ্যার যোগফল এক পূর্ণ সংখ্যা।
   - (খ) দুটি পূর্ণ সংখ্যার বিয়োগফল সর্বদা এক ঋণাত্মক সংখ্যা।
   - (গ) পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে যোগাৎমক অভেদ হচ্ছে 0।
   - (ঘ) দুটি পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে ছোট সংখ্যার থেকে বড় সংখ্যাকে বিয়োগ করা যেতে পারবে না।
   - (ঙ) পূণ্যর থেকে যে কোন সংখ্যাকে বিয়োগ করলে বিয়োগ ফল সর্বদা ঋণাত্মক হবে।
2. নিম্নে থাকা শূন্য স্থান পূরণ কর।
   - (ক) (+3) + (   ) = 0
   - (খ) (-7) + (   ) = 0
   - (গ) -8 এর যোগাত্মক বিলোমী হচ্ছে (   ) ।
   - (ঘ) 0 র যোগাত্মক বিলোমী হচ্ছে (   ) ।
   - (ঙ) পূর্ণ সংখ্যা (   ), তার নিজের যোগাত্মক বিলোমী।
3. নিম্নে থাকা প্রশ্নের ডাইনে থাকা বন্ধনীর মধ্যে ঠিক শব্দ টিকে বেছে শূন্যস্থান পূরণ কর।
   - (ক) +3 র যোগাসকে বিলোমীর থেকে + 3 (   ) । [বড়, ছোট, সমান]
   - (খ) + 5 এর যোগাত্মক বিলোমীর থেকে -5 (   ) । [বড়, ছোট, সমান]

পূর্ণসংখ্যা লেখ যাদের

4. (ক) এমন দুটি যোগফল, তোমরা লিখে থাকা প্রত্যেক সংখ্যার থেকে বড়।

(খ) এমন দুটি পূর্ণ সংখ্যা লেখ, যাদের যোগফল তোমরা লিখে থাকা, প্রত্যেক সংখ্যায় থেকে ছোট।

5. >, =, < মধ্যের থেকে উপযুক্ত চিহ্নটি বেছে পূর্ণস্থানে বসাও।

(ক) +3 র যোগামৎক বিলোমী $\boxed{}$ -3 র যোগামৎক বিলোমী।

(খ) -5 এর যোগামৎক বিলোমী $\boxed{}$ -7 র যোগামৎক বিলোমী।

(গ) 3 এর যোগমৎক বিলোমী $\boxed{}$ 5 এর যোগামৎক বিলোমী।

(ঘ) +9 এর যোগামৎক বিলোমী $\boxed{}$ -4 এর যোগামৎক বিলোমী।

(ঞ) -4 এর যোগমৎক বিলোমী $\boxed{}$ 0 এর যোগামৎক বিলোমী।

1.4. পূর্ণ সংখ্যায় গুনন প্রক্রিয়া ঃ

আমরা স্বাভাবিক সংখ্যাদের মধ্যে গূণম প্রক্রিয়া সম্বন্ধীয় আলোচনা করেছি। এখান পূর্ণ সংখ্যাদের মধ্যে গুনন প্রক্রিয়া সম্বন্ধে আলোচনা করব।

পূর্ণ সংখ্যা তিন প্রকার , সেগুলি হল ধনাত্মক, ঋনাত্মক ও শূন্য, তাই পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে যে কোন প্রক্রিয়া আলোচনা করার সময় আমরা।

(ক) ধনাত্মক সংখ্যার সহিত ধনাত্মক সংখ্যার গুনন।

(খ) ধনাত্মক সংখ্যার সহিত শূন্যর গুনন।

(গ) শূন্যের সহিত ঋনাত্মক সংখ্যার গুনন।

(ঘ) শূন্যের সহিত ঋনাত্মক সংখ্যার গুনন।

(ঙ) ঋনাত্মক সংখ্যার মধ্যে ধনাত্মক সংখ্যার গুনন।

(চ) ঋনাত্মক সংখ্যার সহিত ঋনাত্মক সংখ্যার গুনন।

এই রকম ছয় রকম পর্যায় উক্ত প্রক্রিয়া আলোচনা করা আবশ্যক।

(ক) ধনাত্মক সংখ্যার সহিত ঋনাত্মক সংখ্যার গুনন ঃ

স্বাভাবিক সংখ্যার ক্ষেত্রে গুনন সম্বন্ধীয় আলোচনার সময়ে আমরা ধনাত্মক সংখ্যার সহিত ধনাত্মক সংখ্যার গুনন সম্বন্ধীয় আলোচনা করেছি। এখানে গুনন এক নিদ্দেষ্ট সংখ্যার সহত, সেই সংখ্যার ক্রমিক যোগ রূপে নেওয়া গিয়েছিল।

তাই $5 x 3 = 3+3+3+3+3$ অথবা $5+5+5$

ফলে এক ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা সহিত এক ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুননকে উক্ত ধনাত্মক সংখ্যার হবে। সহিত সেই সংক্যারে ক্রমিক যোগ ভাবে নেওয়া হবে।

যথাঃ $(+5) x (+4) = (+4)+(+4)+(+4)+(+4)+(+4)$

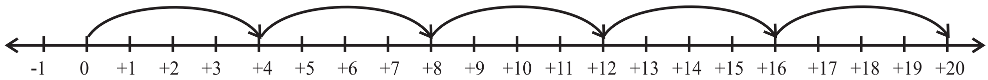
$= (+8)+(+4)+(+4)+(+4)$

$= (+12)+(+4)+(+4)$

$= (+16)+(+4)$

$= +20$

এসো এই প্রক্রিয়াকে সংখ্যা রেখায় দেখাব।



তোমরা সেই রকম $(+6) \times (+3)$ ও $(+4) \times (+7)$ নির্ণয় করে প্রত্যেক ক্ষেত্রে গুনফল লেখ।

প্রত্যেক ক্ষেত্রে আমরা লক্ষ করতে পারব

যে দুটি ধনাত্মক সংখ্যার গুনফল একটা ঋনাত্মক সংখ্যা।

(খ) ঋনাত্মক সংখ্যার সহিত শূন্যের গুনন ঃ

আমরা সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যার ক্ষেত্রে গুনন প্রক্রিয়া আলোচনার সময় ও আমরা শূন্যের সঙ্গে এক শূন্য সংখ্যার গুনন প্রক্রিয়া সম্পাদন করেছি।

তাই আমরা জানি ঃ

$5 \times 0 = 0$ বা $(+5) \times 0 = 0$

$0 \times 3 = 0$ বা $0 \times (+3) = 0$

(গ) ধনাত্মক সংখ্যার সহিত ঋনাত্মক সংখ্যার গুনন।

তোমরা জান $(+4) \times (+5) = 4 \times 5$

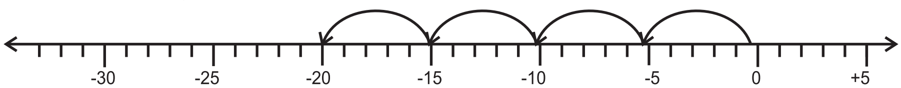
$= 5+5+5+5$

$= 20$

অর্থাৎ 4×5 হচ্ছে 4 সেটা 5 এর যোগ, ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সহিত ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যীর গুনন কে সেইভাবে অর্থাৎ ক্রমিক যোগ বলে লিখতে পারবো কি? হো লিখতে পারব অন্য কথায় $4 \times (-5)$ কে আমরা 4 দুটি -5এৰ যোগ ফল ভাবে লিখতে পারব। যেমন ঃ

$$\begin{aligned}(+4) \times (-5) &= 4 \times (-5)\\ &= (-5)+(-5)+(-5)+(-5)\\ &= (-10)+(-5)+(-5)\\ &= (-15)+(-5)\\ &= -20\end{aligned}$$

এসো সংখ্যা রেখা সাহায্য যোগ কার্য্য করব।



আমরা দেখলাম $(-5)+(-5)+(-5)+(-5) = -20$

অতএব $4 \times (-5) = -20$

সংখ্যা রেখা ব্যবহার করে তুমি নিজে গুনফল নির্ণয় কর ঃ

(ক) $3 \times (-2)$ (খ) $4 \times (-3)$ (গ) $5 \times (-5)$ (ঘ) $5 \times (-8)$

আমরা দেখলাম

একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা ঋনাত্মক পুর্ণ সংখ্যার

যথাঃ

সংখ্যা দুটি	গুণফল	গুণফলের অন্যরূপ
3, (-2)	-6	-(3x2)
4, (-3)	-12	-(4x3)
5, (-5)	-25	-(5x5)

উপরোক্ত গুনন কার্য্যকে আমরা নিম্ন মতে সংক্ষেপে লিখতে পারব।

$4 \times (-5) = -(4 \times 5) = -20$

$5 \times (-3) = -(5 \times 3) = -15$

(ঘ) শূন্য (০) এর সঙ্গে ঋণাত্মক সংখ্যার গুনন শূন্যের সহিত ধনাত্মক সংখ্যার গুনন

$0 \times 2 =$

$0 \times 1 =$

$0 \times 0 =$

$0 \times (-1) = 0$

$0 \times (-2) = 0$

$0 \times (-3) = 0$

ঙ) ঋনাত্মক পূর্ণসংখ্যা সঙ্গে ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুনন নিম্ন গুনফল গুলিকে লক্ষ কর।

$4 \times 3 = 12$

$3 \times 3 = 9 \quad = 12 - 3$

$2 \times 3 = 6 \quad = 9 - 3$

$1 \times 3 = 3 \quad = 6 - 3$

$0 \times 3 = 0 \quad = 3 - 3$

$-1 \times 3 = 0 - (3) \quad = -3$

তাই আমরা জানলাম শূন্যকে যে কোমা ঋনাত্মক সংখ্যার সহিত গুন করলে গুনফল শূন্য হবে।

পরবর্ত্তী লাইন নিজে পূরন করঃ

-2x3 = -3-( ) = ... [পূর্বের গুনফলের 3 কম]

-3x3 = ( )-( ) = ... [পূর্বের গুনফলের 3 কম]

-4x3 = ( )-( ) = ... [পূর্বের গুনফল থেকে 3 কম]

আমরা জানি, $3 \times (-4) = -12$

তাই আমরা দেখলাম $(-3) \times 4 = -12 = 4 \times (-3)$

নিম্ন প্রনালীতে পরবর্ত্তী গুনন নির্ণয় কর।

$-3 \times 5 = 5 \times (-3) = -(5 \times 3) = -15$

লক্ষ করঃ প্রত্যেক ক্ষেত্রে গুনক সমান। কিন্তু একটা লাইন থেকে তার পরবর্ত্তী লাইনে যাওয়ার বেলায় গুন্য। কমে কমে যাচ্ছে ও অনুযায়ী গুনফল ও 3 কমে যাচ্ছে।

নিম্নে থাকা শূন্যস্থন পূরণ করঃ

-4x6 = 6x(..........) = -(..........x.........) = ...

-3x8 = ...x(-3) = -(..........x.........) = ...

-5x4 = ...x(..........)= -(..........x..........) = ...

আমরা দেখলাম

3 x (-5) = -(3 x 5) যোগাত্মকে

3 x (-5) = -[3 x (-5 এর বিলোমী)]

= -(3 x 5) = -15

এইপ্রণালীকে সাধারন ভাবে নিম্ন মতে বলা যেতে পারে।

জান কি?

3 x -5 কে -[3 x (-5) যোগাত্মকে এ বি লো মি] তাতে লেখা যেতে পারে

a ও b দুটি ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে, a x (-b) = (-a) x b = -(a x b)

1. গুণফল নির্ণয় কর ঃ

(ক) 8 x (-12)   (খ) 14 x (-9)   (গ) (-18) x 8   (ঘ) (-16) x 12   (ঞ) (-15) x 16

2. শূন্যস্থান পূরণ কর ঃ

(ক) 15 x (-18) = -(15 x ....) = ...

(খ) 16 x (-12) = -(........ x 12) = ...

(গ) (-18) x 12 = -(........ x ....) = ...

(ঘ) (-21) x 14 = -(........ x ....) = ...

(ঙ) (........) x (-18) = (-18) x 16 = -(........ x ....) = ...

(ক) দুটি ঋনাত্মক সংখ্যার গুনন ঃ

তোমরা 5 x (-4) এবং (-7) x 6 এর গুনফল নির্ণয় করতে জেনেছ, এখন (-4) x (-3) এর গুনফল কিভাবে নির্ণয় করা হবে এস দেখবে।

তোমরা জান

-4 x 3 = -12

-4 x 2 = -8 = -12 + 4 =

-4 x 1 = -4 = -8 + 4 =

-4 x 0 = 0 = -4 + 4 =

সেভাবে -4 x (-1) = 0+4 = +4 = 0 + 4

বল দেখি ঃ

এই লাইন গুলিতে তুমি কোন সংরচনা লক্ষ করছ কি?

গুনন (গুনন প্রক্রিয়ার থাকা দ্বিতীয় সংখ্যা) কে 1 কমানের ফলে গুনফল কত বাড়ার দেখলে?

এখন সেরকম ভাবে পরবর্ত্তী লাইন গুলো সংপূর্ণ কর।

(-4) x (-2) = 4 + ... = ...

(-4) x (-3) = ... + ... = ...

(ক) (-4) x (-3) যেমন নির্ণয় করা হল, সেভাবে (-5) x 4 থেকে আরম্ভ করে (-5) x(-6) এর গুনফল কত হবে নির্ণয় কর।

(খ) (-6) x 3 থেকে আরম্ভ করে (-6) x (-7) এর গুণফল কত হবে নির্ণয় কর।

আমরা দেখলাম ঃ

পূর্ববর্ত্তী গুনফল গুলিকে লক্ষ করলে দেখব

(-4) x (-3) = +12 অর্থাৎ (-4) x (-3) = (+4) x (+3)

দুটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুনফল

= উক্ত সংখ্যা দুটির যোগামৎক বিলোমীর গুণফল

জান কি?

-a র যোগাত্মক বিলোমী = a এবং

-b র যোগাত্মক বিলোমি = b

সংকেত ব্যবহার করে আমরা উপরোক্ত প্রনালীকে নিম্নের মতন বলতে পারি।

a ও **b** দুটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে, **(- a) x (- b) = + (a x b)**

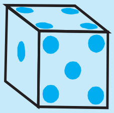
নিজে করে দেখ ঃ

- নিম্নে দেখা যাওয়ার মতন কেটা বোর্ড নাও,যেখানে - 71 থেকে আরম্ভ করে +71 পর্যন্ত সংখ্যাগুলে ক্রমান্বয়ে লেখা হয়ে থাকবে।

-71	-70	-69	-68	-67	-66	-65	-64	-63	-62	-61
-50	-51	-52	-53	-54	-55	-56	-57	-58	-59	-60
-49	-48	-47	-46	-45	-44	-43	-42	-41	-40	-39
-28	-29	-30	-31	-32	-33	-34	-35	-36	-37	-38
-27	-26	-25	-24	-23	-22	-21	-20	-19	-18	-17
-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14	-15	-16
-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71

- একটা থলিতে চারটি গুটি নেওয়া যাক। চারটে গুটির মধ্যের থেকে দুটে গুটি সাদা ও অন্য দুটি কালো করা যাক।

- সাদা গুটির ওপরে থাকা বিন্দুর সংখ্যাকে ঋনত্মক বলে বিচার করা যাক ও কালো গুটির ওপরে থাকা বিন্দু সংখ্যাকে ঋনাত্মক বলে বিচার করা যাক।



- প্রত্যেক খেলালি একটার সার ব্যবহার এ খেলার প্রারম্ভে সেই সার কে বোর্ড এর শূন্য লেখা যাওয়া আগে রাখবে, ভিন্ন ভিন্ন খেলালি ভিন্ন ভিন্ন রঙ্গ্রে সার ব্যবহার করবে।

- একজন খেলালি প্রত্যেক যার থলির ভিতর থেকে না দেখে দুটো গুটি আনবেও সে দুটি গড়াবে দেবে। গুটি দুটির থেকেপাওয়া সংখ্যা দুটির গুনে গুনফল নির্ণয় করবে। সেই গুনফল হবে ওর সংখ্যা তার পর গুটি দুটিকে আবার থলিতে রাখা হবে।

- গুনফল টি ধনাত্মক হলে, তার সারকে সে ততটা ঘর +71 এ দিগে নেবে, গুনফল টি ঋনামৎক হলে তার সারকে সে ততটা ঘর -71 এর দিগে নেবে।

- যে প্রথমে +71 কাছে পৌছবে সে জিতবে।

  যদি জুজনে থেকে অধিক বাচ্চা খেলতে থাকে তা হলে জেতা খেলানি কে ছেড়ে অন্যেরা, তাদের খেলায় এ গিয়ে যাবে, একজনের পর একজন জিতবে। যা র সার প্রথমে +71এ পৌছবে, সে হবে প্রথম, যে তার পর আসবে সে হবে দ্বিতীয়, এভাবে তাদের মদ্যে প্রথম দ্বিতীয়, তৃতীয় আদ বাছা হবে।

  প্রথম হওয়া বাচ্ছা পাবে 10 পয়েন্ট, দ্বিতীয় স্থান অধিকার করে থাকা বাচ্ছা 8 পয়েন্ট, সে ভাবে তৃতীয়, চতুর্থ পাওয়া বাচ্ছা যথাক্রমে 5 ও 3 পয়েন্ট পাবে।

  এভাবে এক বাজি খেলা শেষ হওয়ার পর আর একটা বাচি খেলা হবে। উভয় বাজির পর বিজয়ী খেলালী কে হল স্থির করা হবে।

1.4.1 তিনটি বা অধিক সংখ্যক ঋনাত্মক সংখ্যার গুনন ঃ

আমরা দেখলাম যে দুটি ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুনফল একটা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। আরো আমরা জানিয়ে, একটা ঋনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ও একটা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুনফল একটা ঋনাত্মক পূর্ণশংখ্যা হয়ে।

জান কি?

গনিতজ্ঞ অতএব (1770 খ্রী অ) প্রথমে প্রমান করে ছিলেন $(-1) \times (-1) = +1$

এখন এসো, তিনটি বা তার থেকে অধিক সংখ্যাক ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুনন করব। তিনটি স্বাভাবিক সংখ্যার গুনন করার সময় আমরা কি ভাবে গুন করে থাকি?

(ক) $(-5) \times (-3) \times (-4) = \{(-5) \times (-3)\} \times (-4)$

$= \{+(5 \times 3)\} \times (-4)$

$= (+15) \times (-4)$

$= -(15 \times 4) = -60$

আমরা তিনটি সংখ্যাকে মধ্যের প্রথম দুটি সংখ্যা কে গুনন করে থাকি ও পেয়ে থাকা গুনফল তৃতীয় সংখ্যাটিকে গুনন করে থাকি।

(খ) $(-5) \times (-3) \times (-4) \times (-2) = \{(-5) \times (-3) \times (-4)\} \times -2$

$= \{(-60) \times (-2)$ [(‘ক’ পাওয়া গুনফল নেওয়া হল)]

$= +(60 \times 2) = +120$

(গ) $(-5) \times (-3) \times (-4) \times (-2) \times (-6) = \{(-5) \times (-3) \times (-4) \times (-2)\} \times (-6)$

$= (+120) \times (-6)$ [(খ)এ পাওয়া গুনফল নেওয়া হল]

$= -(120 \times 6) = -720$

ওপরে পাওয়া গুনফল গুলিকে লক্ষ কর। কি দেখছ।

- দুটি ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুনফল এক ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।
- তিনটি ঋনাত্মক ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুনফল এক ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।
- চারটি ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা গুনফল এক ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।
- পাঁচটি ঋনাত্মক পূণত সংখ্যার গুনফল একটি ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

নিজে করে দেখ ঃ

তলায় পাওয়া সারনী পূরণ কর।

কয়টা ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা নিয়ে গুনন করব	গুনফল কোন প্রকার সংখ্যা হবে ?
দুটি	ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা
তিনটি	
চারটি	
পাঁচটি	
ছয়টি	
সাতটি	
আটটি	
নয়টি	
দশটি	

উপরস্ত সারনীর থেকে তুমি কি জানতে পেলে ?

- যুগ্ম সংখ্যক ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুনফল ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।
- অযুগ্ম সংখ্যা ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুনফল ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

নিজে করে দেখ।

$(-1) \times (-1) = +1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) =$ ....

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ....

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ....

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) =$ ....

(ক) যুগ্ম সংখ্যক -1 কে নিয়ে গুনন করলে গুনফল কত হবে?

(খ) তযুগ্ম সংখ্যক -1 কে নিয়ে গুনন করলে গুন ফল কত হবে?

উত্তর স্থির করঃ

(ক) $(-3) \times (-5) \times (-2) \times (-7)$ এর গুনফল কোন প্রকার সংখ্যা?

(খ) $(-3) \times (-5) \times (+2) \times (-7)$ এর গুনফল কি প্রকার সংখ্যা?

(গ) উপরোক্ত গুনফল দুটির মধ্যে কোনটি ঋনাত্মক ? পূর্ণ সংখ্যা ও কোনটি ধনাতকম পূণত সংখ্যা।

(ঘ) উপরিস্থ গুনফল দুটির মদ্যে একটা ধনাত্মক? পূর্ণ সংখ্যা হওয়ার বেলা অন্যটি ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা কেন হল?

(ঙ) নিম্ন সংখ্যক পূর্ন সংখ্যাদের গুনফল কোন চিহ্ন বিশিষ্ট হবে?

(i) পাচঁটি ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা ও দুটি ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

(ii) দুটি ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা ও পাচটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

(iii) তিনটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা ও পাচঁটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

(iv) আটটি ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা ও সাতটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

1.5 পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে গুনন প্রক্রিয়ার বিভিন্ন ধর্ম।

এসো পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে প্রক্রিয়ার সম্বন্ধে কিছু জানবঃ

(ক) গুনন প্রক্রিয়ার সংবৃত্তি নিয়মঃ

নিম্নস্থ পূর্ণ সংখ্যার দুটির গুনফল নির্ণয় কর ও গুনফল কি প্রকার সংখ্যা লেখ।

যেমনঃ $(-3) \times (+4) = -12$	ইহা এক পূর্ণ সংখ্যা।
$(+5) \times (+7) =$	....
$(+6) \times (-4) =$	....
$(-5) \times (+8) =$	....
$(-7) \times (-6) =$	....

বল দেখিঃ
পূর্ণ সংখ্যার মধ্যে যোগ প্রক্রিয়ায় সংবৃত্তি নিয়ম কি?

এখান থেকে তুমি কি জানলেঃ

দুটি পূর্ণ সংখ্যার গুনফল ও একটা পূর্ণ সংখ্যার

এমন দুটি পূর্ণ সংখ্যা বলতে পারবে কি যার গুনফল একটা পূর্ণ সংখ্যা নয়?

বাচ্চারা সকলে বলল -

“ একম কোন পূর্ণ সংখ্যা নেই যার গুনফল পূর্ণ সংখ্যা নয়”

তাই সবাই জানল -

দুটি পূর্ণ সংখ্যার গুনফল সর্বদা এক পূর্ণ সংখ্যার। সংকেত ব্যবহার করে সাধারন ভাবে বলতে পারব।

a ও b দুটি পূর্ণ সংখ্যা হলে
a x b মধ্য এক পূর্ণ সংখ্যা

অর্থাৎ

পূর্ণ সংখ্যা মধ্যে গুনন প্রক্রিয়া সংবৃত্তি নিয়ম পালন করে।

(খ) গুনন প্রক্রিয়ার ক্রম বিনিময়ী নিয়মম

নিজে করে দেখ

নিম্নে সারনীতে প্রথম ও দ্বিতীয় প্রত্যেক স্তম্ভে থাকা সংখ্যা গুলির গুনফল লেখ।

প্রথম স্তম্ভ	দ্বিতীয় স্তম্ভ	তৃতীয় স্তম্ভ
(+4) x (-5) = -20	(-5) x (+4) = -20	(+4) x (-5) = (-5) x (+4)
(+6) x (+7) =	(+7) x (+6) =	
(-8) x (+9) =	(+9) x (-8) =	
(-12) x (-5) =	(-5) x (-12) =	
(+18) x (-4) =	(-4) x (+18) =	
(+16) x (-12) =	(-12) x (+16) =	
(-12) x 0 =	0 x (-12) =	

আমরা দেখলাম ঃ

“দুটি পূর্ণ সংখ্যা কে গুনন করার পর আবার ক্রম বদলিয়ে গুনন করলে সমান গুনন ফল পাওয়া যায়।”

আমি জানলাম ঃ

পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রতে গুনন প্রক্রিয়া ক্রমবিনিময়ী।

আমরা সাধারন ভাবে বলতে পারব।

a ও b দুটি পূর্ণ সংখ্যা হলে
a x b = b x a

(গ) গুনন ক্ষেত্রে অভেদ নিয়ম ঃ

যোগক্ষেত্র অভেদ সম্বন্ধে আমরা আলোচনা করে সেরেছি

$3+0=3$, $-5+0=-5$ ইত্যাদি দেখে আমরা জানলাম যে কোন পূর্ণ সংখ্যা সহিত শূণ্য যোগকরলে যোগফল সেই সংখ্যার সঙ্গে সমান হয়ে , তাই 0 হচ্ছে পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে যোগফল অভেদ।

সেই রকম গুনন ক্ষেত্রে আমরা জানি।

$+5 \times 1 = +5$
$0 \times 1 = 0$
$-7 \times 1 = -7$

তাই আমরা জেনেছি যে পূর্ণ সংখ্যাকে 1 দ্বারা গুনন করলে গুনফল সেই পূর্ণ সংখ্যা হয়ে থাকে।
সংকেত ব্যবহার করে বললে, আমরা বলব ঃ

a একটা পূর্ণ সংখ্যা হলে,
$a \times 1 = 1 \times a = a$

ইহাকে গুনন ক্ষেত্রে, অভেদ নিয়ম কোলে বলা হয়ে এবং 1 কে গুনাত্মক অভেদ বলে বলা হয়।

বল দেখি, একটা পূর্ণসংখ্যাকে -1 দ্বারা গুনন করলে গুনফল কত হবে। নিম্ন গুনন ক্রিয়াগুলি সম্পাদন কর।

$(-4) \times (-1) = +(4 \times 1) = +4$ [+4 হচ্ছে -4 এর যোগ সংখ্যা বিলোমী]

$(+3) \times (-1) = -(3 \times 1) = -3$ [-3 হচ্ছে +3 এর যোগত্মক বিলোমী]

$(-7) \times (-1) = \boxed{}$
$(-1) \times (+15) = \boxed{}$
$(-1) \times (-8) == \boxed{}$
$(+15) \times (-1) = \boxed{}$

জান কি ঃ
$0 \times (-1) = ?$
0 এর যোগাত্মক বিলোমী = ?

জান কি ঃ
a র যোগাত্মক বিলোমী হচ্ছে -a
a এর যোগাত্মক বিলোমী হচ্ছে a

তোমরা যা দেখলে তাকে সাধার ডাবে নিম্ন মতে বলব -

a এক পূর্ণসংখ্যা হলে
$a \times (-1) = (-1) \times a = -a$ ও ইহা a র যোগত্মকে বিলোমী

(খ) গুনন প্রক্রিয়ায় সহযোগী নিয়ম ঃ

এসো -3, -2 ও 5 পূর্ণসংখ্যা তিনটিকে নিয়েগুনন করব।

$[(-3) \times (-2)] \times 5 = (+6) \times (+5) = +30$
$(-3) \times [(-2) \times 5] = -3 \times (-10) = +30$

প্রথম -3 ও -2 র গুনফল নির্ণয় করে গুনফলকে 5 এ দ্বারা গুনন করলে এবং গুনফল পেলাম +30।

পরে, -3কে -2 ও 5 এর গুনফল সহ গুনন করলে ও গুনফল পেল +30

তাই দেখলাম ঃ

$[(-3) \times (-2)] \times 5 = -3 \times [(-2) \times 5]$

তিনটি পূর্ণ সংখ্যাকে গুনন বার সময়, কোন দুটিকে প্রথমে গুনন করা হল, তার ওনার গুনফল নির্ভরপ করে না এি কথাটি সংকেত ব্যবহার করে আমরা নিম্ন মতে নিখে থাকি।

a, b ও c তিনটি পূর্ণ সংখ্যা হলে,
(a x b) x c = a x (b x c)

আমরা জানি পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে গুনন প্রক্রিয়া সহযোগী নিয়ম পালন করে।

আমরা কেবল দুটো সংখ্যাকে এক সঙ্গে গুনন করতে পারি, তাই তিনটি সংখ্যাকে গুনন করার সময় প্রথমে সে তিনটির মধ্যে দুটিকে গুনন করতে হবে।

তিনটি পূর্ণ সংখ্যার গুনফল নির্ণয় করার সময় আমরা কোন দুটিকে প্রথমে গুনন করলে পরবর্ত্তী গুনন ক্রিয়া সহজ হবে ইহা চিন্তা করি ও সেই অনুসারে আমরা সহযোগী নিযম ব্যবহার করে গুনন করি।

যথা ঃ: -8, -7 ও -5 এর গুনফল নির্ণয় করব। এম, কত প্রকারের আমরা এই গুনন প্রক্রিয়া সম্পাদন করা সম্ভব তা দেখব।

প্রথম প্রকার [(-8) x (-7)] x (-5)

দ্বিতীয় প্রকার - (-8) x [(-7) x (-5)]

তৃতীয় প্রকার - [(-8) x (-5)] x (-7)

কহিল দেখ ঃ
এই তিনটি প্রকার মধ্যে কোন প্রকার গুনন প্রক্রিয়া সম্পন্ন করিয়া তোমার জন্য সব থেকে বেশি সহজ ? কেন ?

(ঙ) যোগের ওপরে গুননের বন্টন নিয়ম

স্বাভাবিক সংখ্যা ক্ষেত্রে যোগের ওপর গুননের বন্টন নিয়ম আমরা জানি।

এসো একটা উদাহরন নিয়ে তাকে সনে ফেলব।

যথা 4 x (5+3) = (4 x 5) + (4 x 3)

[এখানে গুনন যোগের ওপর বন্টন করে]

এসো, পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে ইহার সত্যতা পরীক্ষা করব।

(i) (-2) x (3 + 5) = (-2) x 8 = -16

এবং [(-2) x 3] + [(-2) x 5] = (-6) + (-10) = -16

তাই আমরা দেখলাম

(-2) x (3 + 5) = [(-2) x 3] + [(-2) x5]

তলার উক্তি দুটির সংকেত সত্যতা পরীক্ষা কর।

(i) 3 x [(-4)+ (-5)] = [3x (-4)] + [3 x (-5)]

(ii) -4 x [(-3) + 2] = [(-4) x (-3)] + [(-4) x 2]

প্রত্যেক উক্তি সত্য হওয়া দেখলে কি ?

আমরা দেখলাম পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে, যোগ প্রক্রিয়ার ওপরে গুনন প্রক্রিয়া বন্ধন করে থাকে। সঙ্কেত ব্যবহার করে আমরা উপরোক্ত নিয়ম কে সাধারন ভাবে নিম্মমতে বলে থাকি।

a, b ও c পূর্ণ সংখ্যা হলে,
$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

ইহা হচ্ছে যোগ এর ওপর গুননের বন্টন নিয় ম।

এখন নিম্ন উক্তি গুলিকে দেখব -

আমরা বলতে পারবো কি ?

$4 \times (3 - 8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$

এসো দেখব ঃ

$4 \times (3 - 8) = 4 \times (-5) = -20$

এবং $4 \times 3 - 4 \times 5 = 12 - 32 = -20$

$\therefore 4 (3 - 8) = 4 \times 3 - 4 \times 8$

বল দেখি ঃ

- $4 \times [5 + (-3)] = 4 \times 5 + 4 \times (-3)$ ইহা সত্য কি ?
- $(-5) \times [(-4) + (-2)] = (-5) \times (-4) + (-5) \times (-2)$ ইহা সত্য কি ?

আর একটা উদাহরন দেখব।

$(-5) \times [(-4) - (-6)] = (-5) \times [(-4) + 6]$
$= (-5) \times (+2) = -10$

এবং $[(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)] = 20 - 30 = -10$

$\therefore (-5) \times [(-4) - (-6)] = [(-5) \times (-4)] - [(-5) \times (-6)]$

পুনশ্চ $(-9) \times [10 - (-3)]$ এবং $[(-9) \times 10] - [(-9) \times (-3)]$ নিয়ে পরীক্ষা কর।

তোমরা কি পেলে ?

পূর্ণসংখ্যার ক্ষেত্রে বিয়োগ প্রক্রিয়ার ওপর গুনন বন্টন

নিয়ণ করে থাকে কি ?

আমরা দেখলাম ।বিয়োগ প্রক্রিয়ার ওপরে ও গুনন বন্ধন করে থাকে।

সঙ্কেত ব্যবহার করে উপরোক্ত নিয়মকে সাধারন ভাবে নিম্নোমতে বলে থাকি।

a, b , c পূর্ণসংখ্যা হলে
$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$

এই হচ্ছে বিয়োগ ওপরে গুননের বন্টন নিয়ম উত্তর নির্ণয় কর -

উত্তর নির্ণয় কর -

(i) $10 \times [6 - (-2)] = 10 \times 6 - 10 \times (-2)$; ইহা সত্য কি ?

(ii) $(-15) \times [(-7) - (-1)] = (-15) \times (-7) - (-15) \times (-1)$;ইহা সত্য কি ?

(চ) **বন্টন নিয়ম দ্বারা পূর্ণ সংখ্যার গুনন ঃ**

যোগের ওপর গুননের বন্টন নিয়ম অনুযায়ী নিম্ন উক্তি গুলিকে সত্য।

(I) $(+3) \times [5+(-5)] = [(+3) \times 5 + (+3) \times (-5)]$

অর্থাৎ $(+3) \times 0 = (+15) + (-15) = 0$

(ii) $(-5) \times [(-4)+4] = [(-5) \times (-4) + (-5) \times 4]$

অর্থাৎ $(-5) \times 0 = (+20) + (-20) = 0$

সে রকম গুননের বন্টন নিয়ম অনুসারে $0 \times [(-7)+(+7)]$ এর মূল্য নির্ণয় কর।

আমরা (i) এ দেখলাম এক ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা $\times\ 0 = 0$

(ii) যে দেখলাম এক ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা $\times 0 = 0$

জান কি?

3-5 যাহা $3+(-5)$ তাহা, একথা তুমি জান কারন $(+2) \times (3-5)$ এবং $(+2) \times [3+(-5)]$ ভিন্ন নহে। যেন

$(+2) \times (3-5) = (+2) \times 3 - (+2) \times 5$

এবং $(+2) \times [3+(-5)] = (+2) \times 3 + (+2) \times (-5)$

মধ্যে কিছু পার্থক্য নেই।

যেন পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্ররে বিয়োগ উপরে গুনন বন্টন করিয়া ও যোগ উপরে গুনন বন্টন করিয়া ভিন্ন কথা নহে।

পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে ক্রম বিনিময় নিয়ম অনুযায়ী আমরা বলতে পারব

এক ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা $\times 0 = 0 \times$ উক্ত ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা $= 0$

এক ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা $\times 0 = 0 \times$ উক্ত ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা $= 0$

আমরা ওপরে উদাহরন গুলিতে দেখলাম

এক পূর্ণ সংখ্যা $\times 0 = 0$

সংকেত ব্যবহার করে আমরা উপরোক্ত কথাকে নিম্ন মতে বলতে পারব

a এক পূর্ণ সংখ্যা হলে

$$\mathbf{a \times 0 = 0 \times a = 0}$$

1.5.1 গুণন কার্য্যকে সহজ করব ঃ-

$(-25) \times 37 \times 4$ কে দু উপায়ে করা হয়েছে, লক্ষ কর।

প্রথম প্রনালী ঃ

$(-25) \times 37 \times 4 = [(-25) \times 37] \times 4$

$= (-925) \times 4 = -3700$

দ্বিতীয় প্রনালী ঃ

$(-25) \times 37 \times 4 = [(-25) \times 4] \times 37$

$= (-100) \times 37 = -3700$

উপরন্ত দু প্রকার গুনন প্রনালীর মধ্যে কোনটি সোজা লাগল ? কার কি বল ?

লক্ষ কর ঃ দ্বিতীয় প্রনালীতে গুননের ক্রম বিনিময়ী ও সহ যোগী এই দুটি নিয়মের সাহায্য নেওয়া হয়েছে। ক্রম বিনিময়ী, সহযোগী ও বন্টন নিয়মদের সাহায্য নিয়ে কি ভাবে গুনন কার্য্য সহজ করতে পারব তার আর ক'টা উদাহরন নিম্মে দেখ ঃ

(ক) 16×12 এর গুনফল নির্নয় কর।

16×12 কে আমরা $16 \times (10+2)$ রুপে লিখতে পারব।

তাই $16 \times 12 = 16 \times (10+2) = 16 \times 10 + 16 \times 2 = 160 + 32 = 192$

(খ) $(-23) \times 48 = (-23)(50-2) = (-23) \times 50 - (-23) \times 2 = (-1150) - (-46)$

$= -1150 + 46 = -1104$

বন্টন নিয়ম সাহায্যে গুনন কর, যেমন কার্য্যটি সোজা হবে।

(ক) $(-49) \times 18$; (খ) $(-25) \times (-31)$ (গ) $70 \times (-19) + (-1) \times 70$

উদাহরন ঃ

গুনফল নির্ণয় কর ঃ

(i) $(-18) \times (-10) \times 9$ (ii) $(-20) \times (-2) \times (-5) \times 7$

সমাধান ঃ

(i) $(-18) \times (-10) \times 9 = [(-18) \times (-10)] \times 9 = 180 \times 9 = 1620$

(ii) $(-20) \times (-2) \times (-5) \times 7 = (-20) \times [(-2) \times (-5)] \times 7$

$= [(-20) \times 10] \times 7 = (-200) \times 7 = -1400$

উদাহরন ঃ

একটা দেবীর বাচ্চাদের প্রশ্নপাতায় 15টি প্রশ্ন দাওয়া হয়েছিলে। প্রত্যেক প্রশ্নের ঠিক উত্তরের জন্যে 4 নম্বর ও প্রত্যেক ভুল উত্তররে জন্যে -2 নম্বর দেওয়ার ব্যবস্থা ছিলো।

সীমা সমস্ত প্রশ্নের উত্র ছিলো, কিন্তু মাত্র 9 টি উত্তর ঠিক ছিলো। সে মোট কত নম্বর পাবে ?

সমাধান ঃ

(ক) সীমার নম্বর, প্রত্যেক ঠিক সমাধানের জন্যে পায় 4 নম্বর

9 টি ঠিক প্রশ্নের জন্যে $9 \times 4 = 36$ নম্বর

ভুল প্রশ্নের সংখ্যা $= 15 - 9 = 6$

প্রত্যেক ভুল সমাধানের জন্যে -2 নম্বর।

6 টি ভুল সমাধানের জন্যে $6 \times (-2) = -12$ নম্বর।

সীমার মোট নম্বর $= 36 + (-12) = 36 - 12 = 24$

উদাহরন ঃ

ধরে নেওয়া যাক যে উপরে মাপা যাওয়া দুরত্বকে ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার দ্বারা সুচিত করা যায় ও ভুপৃষ্টের নিম্নকে মাপা দুরত্বকে ঋনাত্মক পূণও সংখ্যার দ্বারা সুচি ত করা যায়। অনুযায়ী নিম্ন প্রশ্ন গুলির উত্তর দাও।

ক) খনির ভেতরে যাওয়া উত্তোলন কারী যন্ত্রটি প্রতি মিনিটে 5 মিটার বেগে গতি করলে। ঘন্টায় পরে তার অবস্থিতকে কোন সংখ্যার সাহায্যে সুচিত করবে। (যন্ত্রটি ভূপৃষ্টের ছিলো ফলে ধরে নেওয়া যাক।)

(খ) যদি উত্তলন কারী যন্ত্রটি প্রথম অবস্থায় ভূপৃষ্ঠের 15 মি এপরে থাকে, এবং সেখান থেকে ইহা খনির ভেতরে পূর্বের বেগে গতি করে, তবে 45 মিনিট পরে ইহার অবস্থিতিকে কোন সংখ্যা সাহায্যে সুচিত করব ?

সমাধানঃ

যন্ত্রটি ভূপৃষ্ঠের নিম্মর যাওয়ায় ইহার অবস্থা

(ক) অবস্থিতকে ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার দ্বারা সুচিত করা হবে। প্রত্যেক মিনিটে ইহার অবস্থিত -5মি বদলাবে। তাই এক ঘন্টা (বা 60 মিনিটে) ইহার অবস্থিতি (-5) x 60 মি বা -300 মি বদলাবে।

কিন্তু তার প্রথম অবস্থিতি ভূপৃষ্ঠের হোয়ে থাকার এই অবস্থিতিকে 0মি দ্বারা সূচিত করা হবে। তাই এক ঘন্টা পরে যন্ত্রটির অবস্থিতি 0 + (-300) = -300মি। অর্থাৎ ইহা ভূপৃষ্ঠের থেকে 300মি. নিম্নে পৌছাবে।

(খ) 45 মিনিটে যন্ত্রটির অবস্থিতির পরিবর্ত্তন পরিমান = (-5) x 45 = -225 মি। অর্থাৎ তার প্রথম অবস্থিতে র থেকে 225মি নিম্নকে গিয়ে থাকেব তাই তার শেষ অবস্থিতি = (+15) + (-225) = -210মি. সংখ্যার দ্বারা সূচিত হবে। অর্থাৎ যন্ত্রটি ভূপৃষ্ঠের থেকে 210 মি নিম্নয়ে পৌছে থাক্ব।

অভ্যাস কার্য্য 1.3

1. **গুনফল নির্নয় কর ঃ**

(ক) 3 X (-2) (খ) (-1) X 222 (গ) (-24) X (-25) (ঘ) (-348) X (-1)

(ঙ) (-12) X 0 X (-16) (চ) (-8) X (-15) X 10 (ছ) 18 X (-6) X (-5) (জ) (-22) X (-5) X (-8)

(ঝ) (-1) X (+2) X (-3) X (-4) (ঞ) (-7) X (-5) X (-8) X (-1)

2. **সত্যতা পরীক্ষা কর ঃ**

(ক) 18 X [7 + (-3)] = [18 X 7] + [18 X (-3)]

(খ) (-24) X [(-6) + (-3)] = [(-24) X (-6)] + [(-24) X (-3)]

3. (ক) শূন্য ছাড়া যে কোন এক পূর্ণ সংখ্যাকে a , দ্বারা সূচিত করা গেলে (-1) X a এর গুন ফল কত ?

(খ) কোন পূর্ণ সংখ্যাকে (-1) দ্বারা গননন করলে নিম্ন গূনফল পাওয়া যাবে?

(i) -34 (ii) 42 (iii) 0

4. (-1) X 5 থেকে আরম্ভ করে গুননের বিভিন্ন ক্রম দেখিয়ে (-1) X (-1) = 1 বলে দর্শাও।

5. **গুননের উপযুক্ত নিয়ম ব্যবহার করে ঃ**

(ক) 24 X (-47) + (-47) x (-14) (খ) 8 X 48 X (-125) (গ) 15 X (-25) X (-4) X (-10)

(ঘ) (-46) X 102 (ঙ) 8 X (50-2) (চ) 625 X (-35)+(-625) X 65

(ছ) (-17) X (-29) (জ) (-57) X (-19) + 57

6. একটা ঘরের তাপমাত্রা ছিলো 40 ডিগ্রী সেল্সিয়াস। সেই কুঠুরিতে থাকা শীতলীকরন যন্ত্র প্রতি ঘন্টায় 5 ডিগ্রী সেল্ সিয়াস হারে তাপমাত্রা কমাতে পারলে, 10 ঘন্টা পরে তাপমাত্রা কত হবে?

7. জেমস এর ঘরের কাছ দিয়ে একটা রাস্তা পূর্ব পশ্চিম হয়ে লম্বা হয়ে গেছে। জেমস একবার ঘর থেকে বেরিয়ে সাইকেল চড়ে পূর্ব দিকে 5 কিমি গিয়ে 'ক' নামক স্থানে পৌছল। 'ক' এর থেকে পশ্চিম দিগে 12 কি. মি গিয়ে 'খ' স্থানে পৌছল।

(1) যদি জেমস এর ঘর থেকে পূর্ব দিকের অবস্থিত স্থান গুলিকে ধনাত্মক সংখ্যা দ্বারা ও পশ্চিমের অবস্থিত স্থান গুলিকে ঋনাত্মক সংখ্যা দ্বারা সূচিত করা যায়, তবে 'ক'ও 'খ' স্থানের অবস্থিকে সুচানের জন্যে কোন সংখ্যা ব্যবহার করা হবে।

(2) যদি 'ক' স্থানটি +10 দ্বারা সুচিত হয় ও 'খ' স্থানটি -6 দ্বারা সুচিত হয়, তবে 'ক' স্থানের কোন দিকে 'খ' স্থান অবস্থিত? 'ক' ও 'খ' স্থানের মধ্যে দুরত্ব কত?

8. শূন্য স্থানে উপযুক্ত পূর্ণ সংমখ্যা বসাও যেমন উপরে ঠিক হবে।

(ক) -5 x (..........) = 40 (গ) 7 x (.............) = -63

(খ) (...............) x (-12) = -96 (ঘ) (...........) x (-11) = 99

1.6 পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে বাগ প্রক্রিয়াঃ

হরন হচ্ছে গুননের বিপরীত প্রক্রিয়া একথা আমরা জানি এস কতক উদাহরন দেখব।

যেহেতু 4 x 6 = 24

অতয়েব 24 ÷ 4 = 6 এবং 24 ÷ 6 = 4।

সেরকম 8 x 7 = 56 থেকে আমরা পেতে পারব 56 ÷ 7 = 8 এবং 56 ÷ 8 = 7।

আমরা দেখলামঃ

স্বাভাবিক সংখ্যা ক্ষেত্রে গুনন থেকে ভাগ। সম্পর্কে দুটি তথ্য পাওয়া যায়।

জান কি?

গুনন কথা : গুন্য x গুনন = গুনফল

ভাগ কথায় লিখলে -

	গুনফল	-	ভাজ্য
	গুনন	-	ভাজক
	গুন্য	-	ভাগফল
অথবা	গুনফল	-	ভাজ্য
	গুন্য	-	ভাজক
	গুনন	-	ভাগফল

নিজে করে দেখ

দেওয়া হওয়া গুনন কথাকে তোমরা ভাগ কথায় লিখতে লিখতে পারবে কি?

নিম্ন সারন্যতে থাকা পূর্ণসংখ্যা সংমৃক্ত প্রথম দুটি গুনন কথা ও সেখান থেকে পাওয়া ভাগ কথা কে লক্ষ্য কর। ও পরবর্ত্তী শূন্যস্থান পূরণ কর।

গুনন কথা	তত্ সম্পৃক্ত ভাগ - কথা
4 x (-7) = -28	(-28) ÷ (-7) = 4 ও (-28) ÷ 4 = (-7)
(-6) x 8 = -48	
(-9) x (-7) = 63	
(-7) x 5 = ...	
(-9) x 6 = ...	
7 x (-8) = ...	
(-12) x (-4) = ...	

পূর্ব পৃষ্ঠায় থাকা সারনী অন্তভূক্ত আমরা জানলাম

(-28) ÷ 4 = -7
(-48) ÷ 8 = -6
(-35) ÷ 5 = -7
(-56) ÷ 7 = -8

আমরা দেখলাম

(-28) ÷ 4 = -(28 ÷ 4) = -7
(-48) ÷ 8 = -(48 ÷ 8) = -6

বলত দেখিঃ
ভাগফল ঋনাত্মক সংখ্যা হ্যয়ার মত চারটি হরন ক্রিয়ার উদাহরন দাও।

- সারনী অর্ন্তভুক্ত কার্য্য থেকে আমরা আরো ও জানলাম

63 ÷ (-9) = -7   এবং   63 ÷ (-7) = -9

48 ÷ (-12) = -4   এবং   48 ÷ (-4) = -12

ওপরে যা দেখলাম তাকে আমরা সাধারন ভাবে নিম্নমতে বলতে পারব।

a, b ও c কলমকে পূর্ণসংখ্যা a ÷ b = c হলে,
(-a) ÷ b = a ÷ (-b) = - (a ÷ b) = -c

ভাগফল নিণয় করঃ

(ক) 96 ÷ (-12)   (খ) 104 ÷ (-13)   (গ) 112 ÷ (-14)

- ওপরের সারনী অর্ন্তভুক্ত, কার্য্য থেকে আমরা আরো জানলাম।

(-28) ÷ (-7) = 4,   (-48) ÷ (-6) = 8,   (-54) ÷ (-9) = 6

আমরা দেখলামঃ

(-28) ÷ (-7) = +(28 ÷ 7) = 4
(-48) ÷ (-6) = +(48 ÷ 6) = 8
(-56) ÷ (-8) = +(56 ÷ 8) = 7

ওপরে যা দেখলাম তাকে আমরা সাধারন ভাবে নিম্ন মতে বলতে পারব।

a, b ও c ঋনত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং a ¸ b = c হলে,
(-a) ÷ (-b) = a ¸ b = c

ভাগফল নির্ণয় করঃ

(ক) (-32) ÷ (-8)   (খ) (-45) ÷ (-9)   (গ) (-48) ÷ (-6)

1.7 ভাগক্রিয়া সম্বন্ধে কিছু জানার কথাঃ

পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্র গুননের যে সব ধর্ম আছে, তা ভাগক্রিয়ার জন্যে প্রযুজ্য কি না এস দেখব।

- পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে গনিন সংকৃতি নিয়ণ পালন করে ।ভাগক্রিয়া সংবৃত্তি নিয়ণ পালন করে কি?

ভাগ	ফলাফল
(-8) ÷ 2 = -4	ভাগফল পূর্ণসংখ্যা
(-36) ÷ (-9) = 4	ভাগফল পূর্ণসংখ্যা
(48) ÷ (-12) = -4	ভাগফল পূর্ণসংখ্যা
(-12) ÷ 5 = ?	ভাগফল পূর্ণসংখ্যা হবে কি?

আমি দেখব

একটা পূর্ণ সংখ্যাকে অন্য এক পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে, ভাগফল সর্বদা পূর্ন সংখ্যা হয় না।

এতে পূর্ণ সংখ্যা কে ভাগ ক্রিয়া সম্পৃতি নিয়ম পালন করে না।

- পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে গুনন প্রক্রিয়া ক্রম বিনিময়ী - ভাগক্রীয়া সে নিয়ম পালন করে কি?

$(-8) \div 2 =$_____, $2 \div (-8) =$_____

এখানে ভাগফল দ্বয় সমান আছে কি? এখানে আমি কি জানি?

এমন ভাগক্রিয়া ক্রম বিনিময়ী নিয়ম পালন করে না।

জান কি?
পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে গুনন ক্রিয়া সংকতি নিয় পালন করে থাকে।

- পূর্ণসংখ্যা ক্ষেত্ররে, গুনন প্রক্রিয়ী সহযোগী নিয়ম পালন করে।
  ভাগ ক্রিয়া সহযোগী পালন করেকি? এস পরীক্ষা করি।

$[(-8) \div 4] \div (-2) = (-2) \div (-2) = 1$

$(-8) \div [4 \div (-2)] = (-8) \div (-2) = 4$

$[(-8) \div 4] \div (-2)$ এবং $(-8) \div [4 \div (-2)]$ এর মূল্য সমান হচ্ছে কি?

এথেকে আমি কি জানলাম ?

এমন ভাগ প্রক্রিয়া সহযোগী নিয়ন পালন করে নাই।

পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্ররে, যে কোন সে পূর্ণ সংখ্যা $a \times 1 =$ সেই পূর্ণসংখ্যা a।

ভাগক্রিয়া ক্ষেত্ররে আমি দেখলাম

$(-8) \div 1 = -8$ কারন $(-8) \times 1 = -8$

$0 \div 1 = 0$ কারন $0 \times 1 = 0$

পূর্ণসংখ্যা ক্ষেত্ররে, যে কোন সে এক পূর্ণ সংখ্যা a হলে, $a \times (-1) = -a$ যাহা a র যোগাত্মক বিলোমী।

আমি মধ্য দেখলাম -

$8 \div (-1) = -8$ (এবং -8 হল 8 র যোগাত্মক বিলামী)

$(-5) \div (-1) = 5$ (এবং 5 হল -5র যোগাত্মক বিলামী)

$0 \div (-1) = 0$ (এবং 0 হল 0 র যোগাত্মক বিলামী)

এমন আমি দেখিলাম -

a যে কোন সে পূর্ণসংখ্যা হলে, $a \div (-1) = -a$ যাহা কি a র যোগাত্মক বিলামী।

- আমি জানি যে, সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যা ক্ষেত্ররে সুন দ্বারা ভাগক্রিয়া $8 \div 0$ অর্থহীন।
  পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্ররে কি হবে এস দেখব?
  $(-5) \div 0$ এর ভাগ্যফল কত?
  যেপরি $6 \div (-2) = -3$ কারন $(-2) \times (-3) = 6$,
  সেই জন্য $(-5) \div 0 =$ কত ?

বল দেখিঃ
0 এর কোন সংখ্যাকে গুনিলে গুনফল -5 হবে? এজন্য সংখ্যা আছে কি ? তোমার উত্তর সপক্ষে কারন বল।

কোন সংখ্যা কে 0 দ্বারা গুনন করলে গুনফল -5 হবে?

অর্থাৎ (-5) ¸ 0 মধ্য অর্থহীন।

0 ¸ 0 = কত ?

আস দেখবো কোন সংখ্যা x 0 = 0 ?

5 x 0 = 0, 8 x 0 = 0, 15 x 0 = 0

কবে, 0 ¸ 0 ভাগফল কোন সে নির্দিষ্ট সংখ্যা হল কি?

নিশ্চয় তুমি বলবে 'না'?

এটা এক পূর্ণ সংখ্যা কে 0 দ্বারা ভাগ করবার অর্থহীন।

সাধারন ভাবে বলতে পারবে যে এক পূর্ণ সংখ্যার (0) দ্বারা ভাগ প্রক্রিয়া সংজ্ঞা কৃত নয়, অর্থাৎ ইহা নিরর্থক।

ভাগ ক্রিয়া সম্বন্ধীয় কত গুলি উদাহরন নিম্নে দেওয়া যাচ্ছে।। সেুগলিকে লক্ষ্য কর।

একটি পরীক্ষা তে প্রত্যেক ঠিক উত্তর জন্য 5 পরে নম্বর দেওয়া যায় মাত্র প্রত্যেক ভুল উত্তর জন্যে -2 নম্বর দেওয়া যাবে।

(i) সেই পরীক্ষারে রাধা সমস্ত প্রশ্নর উত্তর দিয়ে ছিল মাত্র সেরুপ দশটি উত্তর ঠিক ছিল। সে আমার 30 নম্বর পাইলে, পরীক্ষার মোট কতটা প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করেছিল?

(ii) মাধব সমস্ত প্রশ্নের উত্তর দিতে পারেনি। সে যিদি সাতটি প্রশ্নের ঠিক উত্তর দেয় ও মোট 19 নম্বর পায়, তবে সে কতটি প্রশ্নের উত্তর দিয়েছিল?

সমাধান : (i) প্রত্যেক ঠিক উত্তর জন্য 5 নম্বর পায়

রাধার 10 কোটি ঠিক উত্তর জন্য 5 x 10 = 50 নম্বর মিলিলা।

মাত্র সে পায়ছে 30 নম্বর। সেই জন্য ভুল উত্তর জন্য সেই পাওয়া নম্বর = 30 - 50 = - (50-30) = -20

প্রত্যেক ভুল উত্তর জন্য মেলে -2 নম্বর

∴ রাধার ভুল উত্তর সংখ্যা = (-20) ¸ (-2) = 10

রাধার মোট উত্তর সংখ্যা = 10 + 10 = 20

রাধা সব প্রশ্নের উত্তর দেওয়া পরীক্ষার পূর্ণ সংখ্যা = 20 ।

(ii) মাধব রা সাতটি ঠিক উত্তর জন্য পাওয়া নম্বর = 5 x 7 = 35 । মাত্র তার মোট নম্বর = 19

∴ ভুল উত্তর জন্য মাধব পাওয়া নম্বর = 19-35 = - 16

প্রতি ভুল উত্তর জন্য - 2 নম্বর

∴ মাধবের ভুল উত্তর সংখ্যা = (-16) ¸ (-2) = 8

তার মোট উত্তর সংখ্যা = ঠিক উত্তর সংখ্যা + ভুল উত্তর সংখ্যা = 7 + 8 = 15

উদাহরন একজন দোকানী প্রত্যেক কলমকে 1 টাকা লাভে বিক্রি করে ও তার পুরানো স্টক থাকা প্রত্যেক পেনসিলকে 40 পয়সা ক্ষতিতে বিক্রি করে।

(i) একটা নির্দিষ্ট মাসে সে 45 টি কলম বিক্রি করেছিল ও কিছু পেনসিল বিক্রি করে ছিলো। যদি সে মাসে মোটের উপর তার 5 টাকা ক্ষতি হয়ে থাকে, তবে সে মাসে সে কয়টি পেলসিল বিক্রি করেছিলো।

(ii) পরবর্ত্তী মাসে তার লাভ বা ক্ষতি কিছ হয়েছিলো না। সে যদি সেই মাসে 70টি কলম বিক্রি করে থাকে, তবে পেনসিল কটি বিক্রি করেছিলে?

সমাধানঃ (i) একটা কলমে সে পেয়েছিলো লাভ = 1টা + 1টা।

45 টি কলমে সে পেয়েছিলো লাভ = 45 x 1টা = 45টা বা 45টা

কিন্তু সে মাসে তার ক্ষতি = 5টা বা - 5টা

সুতরাং কলম ও পেনসিল বিক্রি করে সে রোজগার করল - 5টা

কিন্তু কলম বিক্রি করে সে রোজগার করল+ 45 টা

পেনসিল বিক্রি করে সে করে থাকা রোজগার = মোট রোজগার কলম থেকে পাওয়া রোজগার

= (-5) - (+45)

= -5 - 45

= -50 টাকা

= -5000 পয়সা

প্রত্যেক পেনসিলে তার ক্ষতি 40 পয়সা বা তার রোজগার -40 পয়সা।

∴ সুতরাং বিক্রি করে থাকা পেনসিল সংখ্যা = (- 5000) ÷ (-40) = 125

(ii) পরবর্ত্তী মাস তার লাভ বা ক্ষতি কিছু ছিল না।

∴ সুতরাং তার মোট রোজগার = 0

প্রতি পেনসিলে তার ক্ষতি = 40 পয়সা

বা তার রোজগার = -40 পয়সা

70টি কলম বিক্রি করে, সে করে থাকা রোজগার = 70 x (+1)টা. = + 70টা.

পেনসিল বিক্রির থেকে পাওয়া রোজগার = মোট রোজগার কলম থেকে পাওয়া রোজগার।

= 0 - (+ 70টা.)

= -70টা.

= -7000টা.

একটা পেনসিল থেকে রোজগার হয় - 40টা.

∴ সুতরাং বিক্রি হওয়া পেনসিলের সংখ্যা = (-7000) ÷ (- 40)= 175

জান কি?

লাভকে ঋনাত্মক রোজগার বলে বলব ক্ষতিকে ঋনাত্মক রোজগার বলে বলল।

অভ্যাস কার্য্য 1.4

1. **ভাগফল নির্ণয় কর ।**

(ক) $(-40) \div (-10)$　(খ) $(-60) \div (-6)$　(গ) $(-37) \div (+37)$

(ঘ) $15 \div [(-4) + 3]$　(ঙ) $18 \div [-3 - (-2)]$　(চ) $0 \div (-5)$

(ছ) $27 \div [(-14) + (-13)]$　(জ) $(-19) \div [-2 - (-21)]$　(ঝ) $[(-25) \div 5] \div (-1)$

(ঞ) $(-25) \div [5 \div (-1)]$　(ট) $(-32) \div [(-8) \div 4]$

2. a, b ও c **জন্যে নিম্ন পূর্ণ সংখ্যা নিয়ে,** $a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$ **এর সত্যতা পরীক্ষা কর ।**

(ক) $a = 12, b = -4, c = 2$　(খ) $a = -10, b = 1, c = -1$

3. (ক) চারজোড়া পূর্ণ সংখ্যা (a, b) লেখ, যেখানে $a \div b = -4$ এবং a একটা ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

যেমন (+ 12, -3) কারন (+ 12) ¸ (-3) = - 4

(খ) চারজোড়া পূর্ণ সংখ্যা (a, b) লেখ যেখানে $a \div b = -3$ এবং a একটা ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

যেমন (-15, 5), কারন $(-15) \div 5 = -3$

4. একটা স্থানের 12 টার সময় তাপমাত্রা 0 ডিগ্রী সেল সিয়াস অপেক্ষা 8 ডিগ্রী বেশী। মধ্যরাত পর্য্যন্ত প্রতি ঘন্টায় তাপমাত্রা 2 ডিগ্রী সেলসিয়াস হারে কমল। কখন তাপমাত্রা 0 ডিগ্রী অপেক্ষা 6 ডিগ্রী কম হবে? মধ্যরাত্র 12 টার সময় তাপমাত্রা কত হবে?

5. একটা কয়লা উত্তোলন কারী যন্ত্র খনির ভেতরে মিনিটে প্রতি 6 মি বেগোর গতি করে যদি ভূপৃষ্ঠে থেকে 10মি উচ্চতার থেকে যন্ত্র টি খনির ভিতরে গতি করে থাকে। তবে ইহা -350মি সূচতক স্থানে পৌছনের জন্যে কত সময় নেবে?

তৃতীয় অধ্যায়

ভগ্ন সংখ্যা ও দশমিক সংখ্যা

2.1 আমরা জানি ঃ

পূর্ব শ্রেনীতে আমরা ভগ্ন সংখ্যা এবং দশমিক সংখ্যার সহিত পরিচিত হয়েছি। ভগ্ন সংখ্যার ক্ষেত্রে প্রকৃততে অপ্রকৃত ভগ্ন সংখ্যা এবং মিশ্র সংখ্যাকে চিহ্নিট করা সঙ্গে সঙ্গ ভগ্ন সংখ্যার যোগ ও বিয়োগ প্রক্রিয়ার অভ্যেস করেছি, এছাড়া ভগ্ন সংখ্যা মধ্যে তুলনা , সদৃশ্য ও অসদৃশ্য ভগ্ন সংখ্যা সংখ্যা রেখায় ভগ্ন সংখ্যার স্থান নিরুপন এবং সম ভগ্ন সংখ্যা, সম্বন্ধে আলোচনা করেছি।

সে রকম দশমিক সংখ্যার ক্ষেত্রে দশমিক সংখ্যা মধ্যে তুলনা তথা সংখ্যার থাকা অঙ্গদের স্থানীয় মান অনুযায়ী বিস্তারিত প্রনালীতে লিখন এবং দশমিক সংখ্যার স্থান নিরুপন সম্বন্ধে ধারনা পেয়েছি।
এখন ভগ্নসংখ্যা এবং দশমিক সংখ্যার ক্ষেত্রে গুনন এবং হরন প্রক্রিয়া সম্পাদন করতে শিখব। তার পূর্বে ভগ্ন সংখ্যা সম্বন্ধে একটা সাধারন কথা জানা আবশ্যক। তা হল যদি বে ভগ্ন সংখ্যা লব ও হরের কোন সাধারন গুনিয়ক থাকে, তবে লব, হর প্রত্যেককে সেই সাধারন গুনিয়ক দ্বারা ভাগ করলে পাওয়া ভগ্ন সংখ্যাটি মূল ভগ্ন সংখ্যার লঘিষ্ঠ আকার হয়ে থাকে।

নিজে করে দেখ ঃ

$\frac{12}{18}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর ।

- $\frac{12}{18}$ কে 12 হচ্ছে লব, 18 হচ্ছে হর।
- 12 ও 18 র সাধারন গুননিয়কে মধ্যে সব থেকে বড় কোনটা ?
- 12 ও18 সাধারন গুননিয়কে মধ্যে সব থেকে বড় কোনটা ?
- 12 ও 18 কে তাদের বড় গুননিয়ক দ্বারা ভাগ করলে কোন কোন সংখ্যা লাভপাবে ?
- তবে $\frac{12}{18}$ র লঘিষ্ঠ রূপ কত ?

তোমরা নিশ্চই $\frac{12}{18}$ র লঘিষ্ঠা রূপ বা লঘিষ্ঠ আকার $\frac{2}{3}$ পেয়ে থাকবে।

অভ্যাস কার্য্য ঃ 2.1

1. নিম্ন সংখ্যা গুলি কে সংখ্যায় খায় স্থাপন কর।

(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{3}{5}$ (গ) $\frac{7}{2}$

2. নিম্ন সংখ্যা গুলিকের মধ্যে থাকা অঙ্গদের স্থানীয় মান অনুযায়ী বিস্তারিত করে লেখ?

(ক) 21.52 (খ) 13.534 (গ) 2.25

3. নিম্ন সংখ্যাগুলিকে অবঃ ক্রমে সাজিয়ে লেখ।

(ক) $\frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{8}{21}$ (খ) $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}$

4. নিম্ন ভগ্ন সংখ্যা গুলিকে লঘিষ্ট আকারে পরিনত কর।

(ক) $\frac{8}{12}$ (খ) $\frac{10}{30}$ (গ) $\frac{27}{36}$

5. যোগ ফল নির্ণয় কর।

(a) $4+\frac{7}{8}$ (b) $2\frac{2}{3}+3\frac{1}{2}$ (c) $\frac{7}{10}+\frac{2}{5}+1\frac{1}{2}$

6. বিয়োগ ফল কত হবে লেখ।

(a) $\frac{9}{10}-\frac{4}{15}$ (b) $8\frac{1}{2}-3\frac{5}{8}$ (c) $7-\frac{5}{8}$

7. আয়তকৃতি বিশিষ্ট একটা টিন চাদরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্ত যথাক্রমে $12\frac{1}{2}$ সে. মি. এবং $10\frac{2}{5}$ সে. মি. হলে। উক্ত চাদরের পরিসীমা স্থির কর।

8. রিঙ্কু টা 25.75 মূল্যায় কেটা বই কিনে দোকানীকে 50 টাকার একটা পোর্ট দিল দোকানীর রিঙ্কুকে কত ফেরাবে?

2.2 ভগ্ন সংখ্যার গুনন ঃ

স্বাভাবিক সংখ্যার মদ্যে গুনন এ ক্রিয়া সম্পাদন করায় আমরা অভ্যস্ত, এস. নিম্ন গুনন প্রক্রিয়াটিকে দেখব।

5×7 = 5 কোটি 7 র যোগ

= 7+7+7+7+7

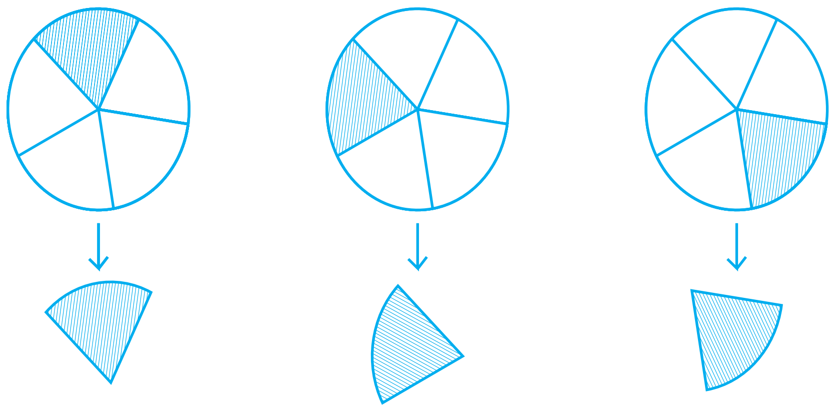
= 35

> জানিছ কি?
> কোন সংখ্যার ক্রমিক যোগকে, আমরা গুনন বলে বলে থাকি।

ভগ্ন সংখ্যা ক্ষেত্রে আমরা গুনন প্রক্রিয়া তাকে সম্পাদন করবো ?

2.2.1 একটা ভগ্ন সংখ্যা ও একটা স্বাভাবিক সংখ্যার গুনন ?

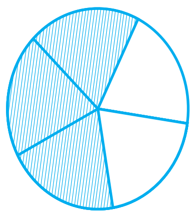
$3\times\frac{1}{5}$ কে আমরাও (তিনটি) $\frac{1}{5}$ এর যোগফল বলে বলতে পারব, নিম্নয়ে থাকা চিত্র 2.1 কে দেখ।



(চিত্র 2.1)

এখানে তিনটি সমান আকারের চাকতি নেওয়া হয়েছে, ও প্রত্যেক চাকতিকে পাঁচটি সমান ভাগে ভাগ করা হয়েছে, প্রত্যেকের $\frac{1}{5}$ অংশকে রঙিকর করা হয়েছে।

প্রত্যেক রঙিন অংশকে কেটে নিম্ন রাখা হয়েছে।



(চিত্র 2.2)

চিত্র 2.2 য়ের অন্য এক সমান চাকতিকে 5 সমান ভাগ করা হয়েছে, ওপরে চাকতি তিনটিকের থেকে আনা তিনটি সারা $\frac{1}{5}$ অংশকে এই চাকতির ওপর সাজিয়ে রাখা হয়েছে।

এখন বল চিত্রয়ে কি দেখা যাচ্ছে ?

চিত্রয়ে 5 সমান ভাগের 3 ভাগ রঙিন হয়ে থাকা দেখা যাচ্ছে

তাই $3\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

আমরা বলতে পারব $3\times\frac{1}{5}=\frac{3\times1}{5}=\frac{3}{5}$

পুর্ণ সংখ্যা 3 কে ভগ্ন সংখ্যার লব 1 সহিত গুনন করা যে গুনফলের লব পাওয়া গেছে, ভগ্ন সংখ্যার হরই গুনফল এর রূপ নেওয়া হয়েছে।

তলার উদাহরন গুলিকে দেখ ঃ

উদাহরন -1 3 ও $\frac{2}{7}$ এর গুনফল নির্ণয় কর।

সমাধান : $3\times\frac{2}{7}=\frac{3\times2}{7}=\frac{6}{7}$

উদাহরন - 2: 4 ও $\frac{3}{5}$ এর গুনন নির্ণয় কর।

সমাধান : $4\times\frac{3}{5}=\frac{4\times3}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$

> **জান কি ?**
> গুনফল অপ্রকৃত ভগ্ন সংখ্যা হলে গ কে মিশ্র সংখ্যায় পরিনত করব।

উত্তর লেখ

(ক) $2\times\frac{2}{5}=\frac{2\times\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$

(খ) $3\times\frac{5}{7}=\frac{\ldots\times\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

পেয়ে থাকা উত্তর প্রকৃত অথবা

অপ্রকৃত ভগ্ন সংখ্যা ? যদি অপ্রকৃত হয়ে থাকে, তাকে মিশ্র সংখ্যায় পরিণত করে উত্তর নির্ণয় করতে হবে।

উদাহরন -3: সমীরের কাছে 28 টাকা ছিলো। তার $\frac{1}{4}$ অংশ সঞ্জয় কে দিলো। সে সঞ্জয়কে কত টাকা দিলো ?

সমাধান : 28 এর $\frac{1}{4}$ = 28 এর 4 সমান ভাগের 1 ভাগ $=28\div4=7$

$$28\times\frac{1}{4}=\frac{28\times1}{4}=\frac{28}{4}=7$$

2.2.2 দুটি ভগ্ন সংখ্যার গুনন ঃ

মনে করা যাক, আমরা $\frac{2}{3}$ কে $\frac{4}{5}$ এর সহিত গুনন করব।

আমরা $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$ কে $\frac{2}{3}$ গুটি $\frac{4}{5}$ এর যোগ বলে বলতে পারব কি ?

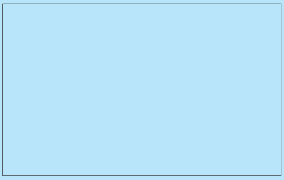
কারন কি ভেবে বল ?

তার $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$ কাজটি কেমন করবো ?

> **জান কি ?**
> ‘ $\frac{2}{3}$ গুটি ’ কথার অর্থ নেই, আমরা 1 গুটি 2 গুটি, 5 গুটি তাদি বলে থাকে ও তার অর্থ বুঝে থাকে। কারন জানার জন্যে গুনন সংখ্যা ব্যবহার করা হয়। গুনের জন্যে ভগ্ন সংখ্যা ব্যবহার করা হয় না।

নিজে করে দেখ ঃ

- চিত্র 2.3. (ক) তে দেখানোর মত আয়তকৃতি একটা কাগজ টুকরো নাও
- নিয়ে কাগজকে সমান দু ভাগে ভাগ কর। ভঙ্গা হয়ে থাকা কাগজ খন্ডের ওপরের ভাগটি ওপরে থাকা $\frac{1}{2}$ অংশ। (চিত্র 2.3. (খ)
- এখন দু ভাজ হয়ে থাকা কাগজ খন্ডকে আবার সমান তিন ভাজ কর।



[চিত্র 2.3 (ক)]

চিত্র 2.3. (গ) যে দর্শা যাওয়ার অংশ টি প্রথমে নেওয়া কাগজের $\frac{1}{2}$ এর $\frac{1}{3}$ অংশ

- চিত্র 2.3 (গ)যে থাকার মতন ভাজ করা কাগজ খন্ড্যপরে রঙ দাও। রঙ দেওয়া অংশটি প্রথমে নায়া যাওয়ার কাজগ খন্ডের $\frac{1}{2}$ এর $\frac{1}{3}$ অংশ।
- এখন ভজিকরা কাগজটিকে পুরো খুলে দাও। বর্ত্তমান খোলা হওয়া কাগজ দেখে নিম্ন প্রশ্ন গুলির উত্তর বল।

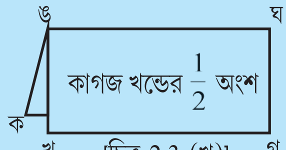
(ক) কাজগ খন্ড ওপরে থাকা ভাজের দাগ গুলির দ্বারা কাগজ খন্ডটি কতটি সমান ভাগে পরিনত হয়েছে?

(খ) কাগজ খন্ডের রঙিন অংশটি কাগজ খন্ডের কত সমান ভাগের থেকে কত ভাগ?

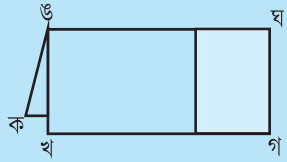
(গ) রঙিন অংশটি কোন ভগ্ন সংখ্যাকে সুচাচ্ছে?

এখানথেকে আমরা কি শিখলে।

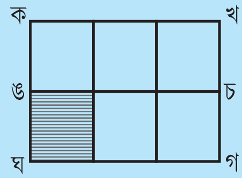
কাগজ খন্ডের $\frac{1}{2}$ এর $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ অর্থাৎ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$



[চিত্র 2.3 (খ)]



[চিত্র 2.3 (গ)]



নিজে করে দেখ ঃ

- আয়তাকৃতি বিশিষ্ট এক টুকরো কাগজ নাও।
- এই কাগজ খন্ডকে চার সমান ভাগ করে ভেঙে দাও।
- ভাজ করা কাগজকে আবার 2 সমান ভাগ করে ভেঙে দিত।
- ভাঙা হওয়া কাগজ কে পুরো খুলে দাও।
- ক্কাজগকে দেখে নিম্নয়ে থাকা শূন্যস্থঅন পুরাণ কর।

(a) কাগজ খন্ডটি .... গুটি সমান হওয়ার দেখা যাচ্ছে।

(b) কাগজের .... সমান ভাগ থেকে ....সমান ভাগ রঙিন।

(c) কাগজের খন্ডের ....অংশ রঙিন হয়েছে।

(d) কাগজটিকে প্রথমে .... গোটি সমান ভঅগে ভাগ করা হয়েছিল ও পরে এই ভাজ করা কাগজকে আবার .... গুটি সমানা ভাগে ভাজ করা হল। তাই কাগজটিকে মোট............. ভাগ হল।

(e) রা জানলাম, কাগজ খন্ডর .... অংশর রঙ পাওয়া এখান থেকে আমরা জানলাম ....× .... = $\frac{1}{8}$

এখন দেখবো – $\frac{1}{8}=\frac{1\times1}{4\times2}$

অতএব $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1\times1}{4\times2}=\frac{1}{8}$

আমরা জানলাম ঃ

- দুটি ভগ্ন সংখ্যার গুনফল এক ভগ্নসংখ্যা।
- গুন ফলের লব = গুনন করা ভগ্ন সংখ্যা । দ্বয়ের লবর গুনফল।

  গুনকালের হর = গুনন করা ভগ্নাংস দ্বয়ের হরর গুনফল।

  যথা ঃ $\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}=\frac{1\times1}{5\times7}=\frac{1}{35}$

এস, আর একটা কাজ করে দুটি সংখ্যার গুনফল স্থির করব।

বল দেখি ঃ

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$ এর গুনফল জানার জন্যে

- একটা আয়তাকৃতি বিশিষ্ট কাগজকে প্রথমে কত সমান ভাগে করে ভাজ করব।
- ভাজ করা কাগজকে আবার কত সমান ভাগ করে ভাজ করব।

নিজে করে দেখো ঃ

- আয়তকৃত বিক্রিয়া এক টুকর কাগজ নাও। ওপর থেকে তলায় দাগ কেটে কাগজ কয়েকপৃথকে তিনটি সমান ভাগে পরিনত কর। প্রথমে তিন ভাগ করে, পরে দাগ টেনে কিম্বা স্কেলের সাহায্যে সমান তিন ভাগে করে দাগ টানতে পার।

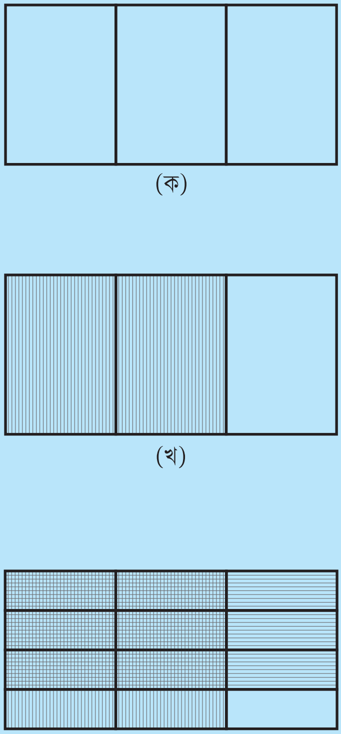
  দুইটি ভাগে কালো কালিতে ওপর থেকে তলায় দাগ টেলে পূরণ কর (চিত্র ঃ 'খ' মতে)
- বাম থেকে ডাইনে দাগ টেনে কাগজ দ্বয়কে সমান 4 ভাগ কর (চিত্র 'গ' এর মত) কাগজকে সমান 4 ভাজ করে পরে দাগ টানতে পার বা স্কেল দ্বারা মেপে দাগ টানতে পার।)
- বর্ত্তমান, 4 সমান ভাগে 3 ভাগ ওপরে লাল কালিতে বাম থেকে ডানে দাগ টেনে পূরণ করা হয়েছে।

  (ক) কাগজের ....অংশ ওপরে ওপরে থেকে তলায় কালো কালিতে দাগ টেনে পূরণ করা হয়েছে।

  (খ) কালিতে দাগ টেনে পূরণ করা গিয়েথাকা $\frac{2}{3}$ আবার .... অংশকে লাল কালিতে দাগ টেনে পূরণ করা হয়েছে।

  ((গ) কাগজ পৃষ্ঠের .... এর ....অংশের উভয় কালো ও লাল উভয় কালিতে দাগ সব রয়েছে।

  (ঘ) কাগজ পৃষ্ঠায় থাকা মোট 12 টি ছোট ছোট সমান ভাগের থেকে ....টি ভঅগে উভয় কালো ও লাল দাগ আছে।



(ক) (খ) (গ)

চিত্র 2.4

তাই আমরা জানলাম ঃ $\frac{2}{3}$ এর $\frac{3}{4}=\frac{6}{12}$ বা $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{12}$

কিন্তু $\frac{6}{12}=\frac{2\times3}{3\times4}$

তাই $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{2\times3}{3\times4}$

এখানে ও আমরা জানলাম।

- দুটি ভগ্ন সংখ্যার গুনফল এক ভগ্ন সংখ্যা।
- গুনফলের লব = গোনা হয়ে থাক ভগ্ন সংখ্যাদ্বয়ের লবর গুনফল

  গুন ফলের হর = গুনন করা হওয়া ভগ্নসংখ্যার দ্বয়ের হরর গুনফল।

  যথা ঃ $\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{3\times2}{7\times5}=\frac{6}{35}$

উদাহরন -4 : $\frac{3}{5}$ ও $\frac{4}{9}$ এর গুনফল কত ?

সমাধান ঃ $\frac{3}{5}\times\frac{4}{9}=\frac{3\times4}{5\times9}=\frac{12}{45}$

উদাহরন-5: $\frac{2}{3}$ ও $1\frac{1}{2}$ এর গুনফল কত ?

সমাধান ঃ $\frac{2}{3}\times1\frac{2}{5}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}$

$=\frac{2\times7}{3\times5}=\frac{14}{15}$

জান কি ?

গুনন করতে থাকা সংখ্যাদ্বয়ের মধ্যে কোন এক সংখ্যা মিশ্রসংখ্যা হয়ে থাকলে প্রথমে তাকে অপ্রকৃত ভগ্ন সংখ্যায় পরিনত করা হল ও তার পর গুনন কার্য্য করা হবে।

উদাহরন-6: একটা দোকানীর কাছে থাকা 40 গুটি পেনসিলের মধ্যে থেকে সে প্রথম দিন সমস্ত পেনসিলের $\frac{1}{5}$ অংশ বিক্রি করল, ও তার পরের দিন বাকি থাকা পেনসিল গুলোর $\frac{1}{4}$ অংশ বিক্রি করল। তবে সে উক্ত দুদিনে মোট কয়টা পেনসিল বিক্রি করল ?

সমাধান ঃ প্রথম দিন বিক্রি করা পেনসিলের সংখ্যা $= 40$ র $\frac{1}{5}$ অংশ

$=40\times\frac{1}{5}=\frac{40}{5}=8$ $\left[\frac{40}{5}\text{ অর্থ } 40\div5\right]$

করাত থাকা পেনসিলএর সংখ্যা $=40-8=32$

দ্বিতীয় দিন বিক্রি করে থাকা পেনসিলের সংখ্যা $=32$ র $\frac{1}{4}$ অংশ

$=32\times\frac{1}{4}=\frac{32}{4}=8$ $\left[\frac{32}{4}\text{ অর্থ } 32\div4\right]$

দুদিন ধরে বিক্রিয়ক মোট পেলসিলের সংখ্যা $=8+8=16$

অভ্যাস কার্য্য 2.2

1. গুনফল স্থির কর ঃ

(ক) $2\times\frac{1}{5}$ (খ) $7\times\frac{3}{5}$ (গ) $5\times\frac{2}{9}$ (ঘ) $8\times\frac{2}{3}$ (ঙ) $4\times1\frac{3}{5}$ (চ) $2\frac{1}{2}\times3$

2. গুনফল স্থির কর (গুনফল অপ্রকৃত ভগ্ন সংখ্যা হলে, তাকে মিশ্র সংখ্যীর পরিনত কর)

(ক) $\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}$ (খ) $\frac{3}{5}\times\frac{2}{7}$ (গ) $\frac{4}{9}\times\frac{5}{7}$ (ঘ) $\frac{5}{8}\times\frac{3}{4}$

(ঙ) $1\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$ (চ) $\frac{4}{5}\times3\frac{1}{3}$ (ছ) $2\frac{1}{3}\times1\frac{1}{2}$ (জ) $3\frac{1}{2}\times1\frac{2}{5}$

3. গুনফল নির্ণয় কর। সম্ভব হলে লঘিষ্ঠ আকার বিশিষ্ট কর। অপ্রকৃত ঘন্ত সংখ্যা হলে মিশ্র সংখ্যা পরিণত কর।

(ক) $3\frac{1}{2}\times1\frac{3}{8}$ (খ) $2\frac{1}{2}\times1\frac{1}{5}$ (গ) $2\frac{2}{5}\times1\frac{3}{4}$

4. নিম্ন প্রশ্নর উত্তর দাও।

(ক) 24 এর $\frac{1}{2}$ (খ) 18 এর $\frac{2}{3}$ (গ) 27 এর $\frac{5}{9}$ (ঘ) 121 এর $\frac{7}{11}$

5. একটা কার 16 কি. মি. রাস্তা অতিক্রম করার জন্যে 1 লিটার পেট্রল করকার করে $2\frac{3}{4}$ লিটার পেট্রোল ফেললে সেই কার কত রাস্তা অতিক্র করতে পারবে?

6. রিঙ্কি একটা সোজা লাইনে 9 টি চারাগাছ লাগাবে। যদি পাশাপাশি লাগাতে থাকা চারা দুটির মধ্যে $\frac{3}{4}$ মিটার ব্যবধান থাকে, তবে প্রথম ও দেখা চারাগাছের মধ্যে কত মিটার ব্যবধান থাকবে?

7. একটা শ্রেনীতে মোট ছাত্র ছাত্রী সংখ্যা হচ্ছে 56 মোট ছাত্র ছাত্রীদের মধ্যে ছাত্রী হচ্ছে $\frac{2}{7}$ অংশ মোট ছাত্র সংখ্যা $\frac{1}{5}$ অংশ স্কলের প্রত্যহ সাইকেল করে আসে। তবে শ্রেনীর ছাত্র সংখ্যা কত?
কতজন ছাত্র মাইকেল করে স্কুলে আসে?

8. গুনফল স্থির কর - (ক) $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{9}$

সুচনা ঃ $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{9}=\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\right)\times\frac{7}{9}$

$=\frac{2\times1}{3\times5}\times\frac{7}{9}$

(খ) $\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{6}{7}$

> জান কি?
> তিনটি ভগ্ন সংখ্যার গুনন ক্ষেত্রে, গুনন সহযোগী নিয়ম প্রযুজ্য।

9. গুনফল স্থির কর

(ক) $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}$

লক্ষ কর ঃ লব বা হর সম্পূর্ণ কেটে গেলে তার স্থানে 1 নেব।

(খ) $\frac{3}{5}\times\frac{7}{9}\times\frac{15}{28}$

জান কি?

ভগ্ন সংখ্যাকে র গুনন করে গুনফলকে লঘিষ্ঠ আকারে পরিনত করা যেতে পারে কিম্বা গুনন করার পূর্বে আমরা ন্মি মত কার্য্য করতে পারি।

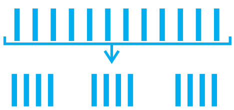
- প্রথম লব 2 ও দ্বিতীয় হর 4এর সাধারণ গুননিয়ণক 2 এবং 2 ও 4 উভয়কে 2 দ্বারা ভাগ করি বা 2 দ্বারা করিব।
- সেই মত দ্বিতীয় লব 3 ও তৃতীয় হর 6 উভয়কে সাধারন গুননীয়ক 3 দ্বারা কাটার এবং তৃতীয় লব 5 ও প্রথম হর 5 দুটোকে 5 দ্বারা কাটিবা। ভাগের কার্য্য আমি নিম্নতে দেখাও।

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{5}}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}_2}\times\frac{\cancel{5}}{\cancel{6}_2}=\frac{1}{1}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

2.3 ভগ্ন সংখ্যার দ্বারা ভাগক্রিয়া ঃ

আমরা পূর্বে একটা ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা কে অন্য এক ছোট ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার দ্বারা ভাগ করতে জানি, সে ক্ষেত্রে আমরা কি ভাবে ভাগক্রিয়া সম্পাদন করি এস মনে ফেলি।

মনে করা যাক12 কে 4 দ্বারা ভাগ করব।



: 12 টি বস্তু আছে

: 4 বস্তুর গোষ্ঠীতে পরিণত করা গেল।

আমরা জানলাম, 12 তে 4 তিনবার আছে।

তাই আমরা বললাম $12\div4=3$

এস, এমন এক ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা কে একটা ভগ্ন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করব।

জান কি?

ভাজ্য সংখ্যায় ভাজকে সংখ্যা যতবার থাকে ভাগফল জাত হয়।

2.3.1 ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যাকে ভগ্ন সংখ্যা দ্বারা ভাগ ক্রিয়া

এস 1কে $\frac{1}{2}$ দ্বারা ভাগ করব।

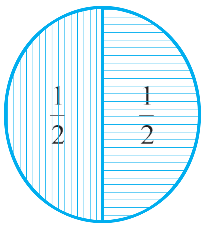
এর জন্যে1 এ কত গুটি $\frac{1}{2}$ আছে তা নির্ণয় করব।

চিত্র 3.5 এ একটা চাকতিকে সমান দু ভাবে ভাগ করা হয়েছে

তাই প্রত্যেক ভাগ চাকতির $\frac{1}{2}$ অংশ

তাই চিত্রর থেকে স্পর্ষ যে চাকতিতে দুটি $\frac{1}{2}$ আছে।

অর্থাৎ 1 এ $\frac{1}{2}$ দুবার আছে।তাই $1\div\frac{1}{2}=2$



[চিত্র 2.5]

✍ চিত্র 2.6 কে দেখে নিম্নস্থ শূন্যস্থান পূরণ কর।

পূরণ কর : 1 (ক) .... গুটি $\frac{1}{3}$ আছে।

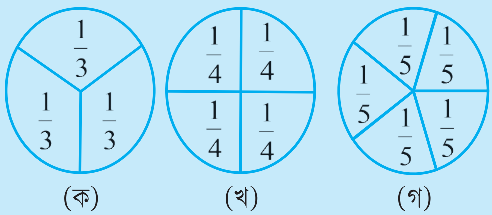
$\therefore\quad 1\div\frac{1}{3}=$..........

চিত্র খ: 1 খ ....গুটি $\frac{1}{4}$ আছে।

$\therefore\quad 1\div\frac{1}{4}=$.........

চিত্র গ : 1তে ....গুটি $\frac{1}{5}$আছে

$\therefore\quad 1\div\frac{1}{5}=$..........



[চিত্র 2.6]

এখন ভাগক্রিয়া কিভাবে করব তা দেখব।

$1\div\frac{1}{2}=2$ হওয়া আমরা চিত্র 2.5 এ দেখেছি।

কিন্তু $1\times2=2$ হয়ে, তাই আমরা লিখতে পারব $1\times\frac{2}{1}=2$ তা [কারন ঃ 2সঙ্গে $\frac{2}{1}$ সমান, এ কথা আমরা জানি তাই 1×2 স্থানে $1\times\frac{2}{1}$ ও লিখতে পারব।]

∴ সে সবে

$1\div\frac{1}{2}$ যাহা, $1\times\frac{2}{1}$ তাহা

সেরকম $1\div\frac{1}{3}=1\times\frac{3}{1}=3$

আমরা দেখলাম -

ভাগক্রিয়ার ভাজক এক ভগ্ন সংখ্যা, হওয়ার সম্য় ভাগফল পাওয়ার জন্যে ভাজ্য কে ভাজকের উল্টো ভগ্ন সংখ্যা (লবকে হর ও হরকে লব নিলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়) দ্বারা গুনন করি।

জেনে রাখ ঃ একটা ভগ্ন সংখ্যার লবকে হর ও হরকে লব রূপে নিলে যে ভগ্ন সংখ্যা লেখা হয়, তাকে প্রথম ভগ্ন সংখ্যার ব্যুহক্রম বা প্রতিলোভী বলা হয়।

তাই $\frac{1}{3}$ এর ব্যুহক্রম $=\frac{3}{1}$

$\frac{2}{5}$ এর ব্যুহক্রম $=\frac{5}{2}$

$\frac{3}{4}$ এর ব্যুহক্রম = ...

$\frac{5}{7}$ এর ব্যুহক্রম = ...

এখন আমরা বলব

ভাগক্রিয়ার ভাজক এক ভগ্ন সংখ্যা হওয়ার সময়, ভাগফল পাওয়ার জন্যে ভাজ্যকে ভাজকের ব্যুহক্রম দ্বারা গুনন করা হয়ে।

উদাহরন-7 3 কে $\frac{3}{5}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান : $3\div\frac{3}{5}=3\times\frac{3}{5}$ এর ব্যূহক্রম $=3\times\frac{5}{3}=\frac{15}{3}=5$ (উত্তর)

উদাহরন-8: 2 কে $1\frac{2}{3}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান ঃ $2\div1\frac{2}{3}=2\div\frac{5}{3}=2\times\frac{3}{5}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$ (উত্তর)

লক্ষ কর ঃ মিশ্র সংখ্যাকে অপ্রকৃত ভগ্ন সংখ্যায় পরিনত করে ভাগ ক্রিয়া সম্পাদন করা হল।

✍ নিম্নে থাকা শুন্য স্থান পূরণ কর ঃ

(ক) $\frac{2}{3}$ এর ব্যতি ক্রম = ... (খ) $\frac{3}{7}$এর ব্যুহক্রম= ....

(গ) $\frac{5}{2}$ এর ব্যহক্রম = ... (ঘ) 4 এর ব্যুহক্রম = ...

(ঙ) $1\div\frac{1}{5}=$.........×.........=......... (চ) $2\div\frac{3}{4}=$........×.........=.............

2.3.2 ভগ্ন সংখ্যাকে ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার দ্বারা ভাগ্যক্রিয়া

আমরা জানি যে 2 ও $\frac{2}{1}$ উভয় সমান।

তাই ভগ্নসংখ্যাকে একটা ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করার সময় পূর্বের মত ভাজ্যকে ভাজকের ব্যুহক্রম দ্বারা গুনন করা হয়।

যথাঃ $\frac{2}{3}\div4=\frac{2}{3}\times4$ র ব্যাতিক্রম) $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{2\times1}{3\times4}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ (উত্তর)

উদাহরন ঃ **9** $\frac{3}{5}$ কে 2 দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান: $\frac{3}{5}\div2=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$ (উত্তর)

উদাহরন-10 $2\frac{1}{3}$ কে দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান : $2\frac{1}{3}\div5=\frac{7}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{7}{15}$ (উত্তর)

✍ উত্তর নির্ণয় কর -

(ক) $\frac{4}{5}\div3=$ (খ) $3\frac{1}{3}\div4=$

2.3.3 ভগ্ন সংখ্যাকে ভগ্ন সংখ্যা দ্বারা ভাগ ক্রিয়া

এক ভগ্নসংখ্যা ভাজ্যকে এক ভগ্ন সংখ্যা ভাজাক দ্বারা ভাগ করার সময়ে ও ভাগক্রিয়ার পূর্ব বর্ণিত প্রনালী প্রয়োগ করা হয়, অর্থাৎ ভাজ্য ÷ ভাজক = ভাজ্য × ভাজক -র ব্যুতক্রম।

উদাহরন-11: $\frac{1}{3}$ কে $\frac{5}{6}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান $\frac{1}{3}\div\frac{5}{6}=\frac{1}{3}\times\frac{5}{6}$ এর ব্যুতক্রম)

$=\frac{1}{3}\times\frac{6}{5}=\frac{6}{15}$

$=\frac{2}{5}$ [লঘিষ্ট আকারে পরিনত করা হল]

বল দেখি ঃ
একটা সংখ্যাকে সে সংখ্যার ব্যুতক্রমের সহ গুন করলে গুনফল কত হবে?

✍ **উত্তর নির্ণয় কর।**

(ক) $\frac{2}{7} \div \frac{3}{5}$

(খ) $1\frac{3}{4} \div \frac{5}{6}$

(গ) $2\frac{3}{5} \div 1\frac{2}{3}$

অভ্যাস কার্য্য 2.3

1. ভাগফল স্থির কর।

(ক) $12 \div \frac{3}{4}$ (খ) $8 \div \frac{7}{3}$ (গ) $4 \div \frac{8}{5}$

(ঘ) $3 \div 2\frac{1}{3}$ (ঙ) $5 \div 3\frac{4}{7}$

2. ভাগফল স্থির কর

(ক) $\frac{7}{3} \div 2$ (খ) $\frac{3}{7} \div \frac{8}{7}$ (গ) $3\frac{1}{2} \div \frac{8}{3}$

(ঘ) $4\frac{1}{3} \div 3$ (ঙ) $3\frac{1}{2} \div 4$

3. ভাগফল স্থির কর।

(ক) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$ (খ) $\frac{3}{7} \div \frac{8}{7}$ (গ) $3\frac{1}{2} \div \frac{8}{3}$

(ঘ) $\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2}$ (ঙ) $2\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{5}$

4. $\frac{3}{5}$ মি দীর্ঘ ফিতার থেকে $\frac{1}{5}$ মিটার দীর্ঘ কত খানা ফিতে পেতে পারবে?

2.4 দশমিক সংখ্যা দ্বারা গুনন ?

দশমিক সংখ্যা (বা দশমিক ভগ্ন সংখ্যাী) হচ্ছে এর স্বতন্ত্র প্রকারের সাধারন ভগ্ন সংখ্যা, যে সাধারন ভগ্ন সংখ্যা হর 10, 100, 1000 এর মত 10 এর ঘাত সংখ্যা হয়ে থাকে। সে ভগ্ন সংখ্যাকে দশমিক বিন্দু ব্যবহার করে দশমিক সংখ্যা রূপে লেখা হয়।

যথাঃ $\frac{3}{10} = 0.3$

$2\frac{27}{100} = 2.27$ ইত্যাদি।

উপরিস্থ প্রত্যেক ক্ষেত্রে হরটি কেবল দশমিক বিন্দু রূপে আছে। তাই দশমিক সংখ্যাকে নিয়ে গুনন করার সময় দশমিক সংখ্যাকে ভগ্ন সংখ্যায পরিনত করে দিয়ে আমার গুনন করতে পারব।

2.4.1 দুটি দশমিক সংখ্যার গুনন

এস 0.3 ও 1.5 কে গুনন করব।

যথাঃ

$$0.3\times1.5=\frac{3}{10}\times1\frac{5}{10}$$
$$=\frac{3}{10}\times\frac{15}{10}$$
$$=\frac{45}{100}$$
$$=0.45$$

বলত দেখিঃ

এখানে $1\frac{5}{10}$ এর জন্যে $\frac{15}{10}$ কেন লেখা হয়েছে?

লক্ষ্য কর, এখানে লব দ্বয়ে গুনফলের থেকে ই দশমিক সংখ্যা দ্বয়ের গুনফল পাওয়া হয়েছে, হর দ্বয়ের গুনফল অর্থাৎ 100,আমাদের কেবল গুন ফলে দশমিক বিন্দুর স্থান নিরুপনে সাহায্য করেছে।

তাই আমরা দেখলাম ঃ

- গুননের প্রথম সংখ্যাকে 0.3 থেকে আমরা তিন নিয়েছি এবং দ্বিতীয় সংখ্যা 1.5 থেকে আমরা 15 নিয়েছি ও সেই সংখ্যা দুইটিকে গুনে $3\times15=45$ পেয়েছি।
- প্রথম সংখ্যার দশমিক বিন্দুর পরে একটি সংখ্যা আছে, ও দ্বিতীয় সংখ্যায় ও দশমিক বিন্দুর পরে একটা অঙ্গ আছে, এবং গুন ফলে দশমিক বিন্দুর পরে দুটি অঙ্ক থাকার আমরা দেখেছি।
- গুনন করতে থাকা প্রথম সংখ্যার দশমিক বিন্দুর পরবর্ত্তী অঙ্গ সংখ্যা 1 কে যোগ করে পেলাম 2, এবং গুনফলের দশমিক বিন্দুর পরবর্ত্তী অঙ্ক সংখ্যা 2 পেয়েছি।

কোন পরিস্থিতিতে দুটি দশমিক সংখ্যাকে গুনন করার আবশ্যকতা পড়ে থাকে, এস তা দেখব।

মানস কিলোগ্রাম 8.50 দরে 2.5 কি. গ্রা. বল রা কিলন, তবে কিনে থাকা সবজি বাবদ দোকানীকে কত টাকা দাম দেবে?

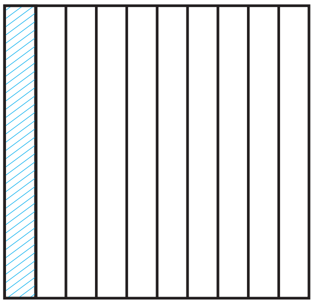
তোমরা নিশ্চিত রুপে বলবে যে মানস দোকানীকে দেয়া মূল্য $=(8.50\times2.50)$ টাকা, এখানে লক্ষ্য কর যে

8.5 এবং 2.5 প্রত্যেক একটা একটা দশমিক সংখ্যা। তাই এ ক্ষেত্রে দশমিক সংখ্যার দুটিকে গুনন করতে হবে।

এস, গুনন প্রনালী কে আর একবার বিচার করি।

পাশ্বস্থ চিত্র 2.7 কে দেখ।

- এখানে একটা কাগজলটিকে কত সমান ভাগে ভাগ করা হয়েছে।
- প্রত্যেক ভাগ হচ্ছে, কাগজ পচ্চির $\frac{1}{10}$ বা 0.1 অংশ, তাই চিত্রিত অংশ কাগজ পট্টির কত অংশ।



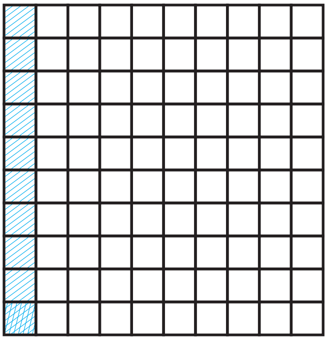
(চিত্র 2.7)

পুনশ্চ কাগজ পট্টি ওপরে বামের থেকে ডান দিকে দাগ টানা হয়ে পট্টি টিকে দশ সমান ভাগে ভাগ করা হয়েছে (চিত্র 2.8)ইহা দ্বারা চিত্র 2.7 এ দশমিক মত চিত্রিত অংশটিও সমান 10 ভাগে পরিনত হয়েছে, এই সমগ্র কাগজ পট্টিটিকে $10\times10=100$ গুটি সমান ভাগে পরিনত হয়েছে।

ফলে চিত্র 2.8 এ থাকা ছক চিহ্নিত অংশটি সমুদায় কাগজ পট্টির $\frac{1}{10}$ অংশের এক দশমাংশ।

তাই উক্ত ছক চিহ্নিত অংশটি সমুদায় পট্টির কত অংশ।

আমরা বলতে পারব যে ছক চিহ্নিত অংশটি সমুদার পট্টির $\frac{1}{10}$এর $\frac{1}{10}$অংশ বা 0.1 এর 0.1 অংশ $= 0.1\times0.1$ অংশ



(চিত্র 2.8)

সমুদয় পট্টিকে 1 ফেলে ধরলে, ছক চিহ্নিত অংশটি 0.1×0.1 সংখ্যাকে সুচিত কর। কিন্তু এই অংশটি সমূদয় কাগজ পট্টিরে 100 সমান ভাগ 1 ভাগ হেতু ইহার $\frac{1}{100}$ অর্থাত্ 0.01, তাই $0.1\times0.1=0.01$

- এস, $\mathbf{0.2\times0.3}$ কত স্থির করব।

চিত্র 2.9 এক একটা কাগজ লাটিকে বাম ডাইনে লাইনের দ্বারা 10টি সমান ভাগে পরিনত করেছি। এই দশটির ভেতরে 2 টি লাল রঙ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে।

পুনশ্চ ওপর তলা দাগ সাহয্যে পট্টিটিকে দাগ সমান ভাজে পরিনত করা হয়েছে এবং তার থেকে তিনটি কালো দাগ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে, তাই লাল রঙ ও কালো রঙ উফয় দ্বারা যে অংশটি চিহ্নিত তা সমগ্র পট্টির $\frac{2}{10}$ অংশের $\frac{3}{10}$ অংশ বা 0.2এর 0.3 অর্থাৎ 0.2×0.3 কিন্তু সমগ্র পট্টিটি $10\times10=100$ গুটি ছেঅট ছোট কুঠুরিতে পরিনত হয়েছে, এবং লাল রঙ কালো রঙ উভয় থাকা অংশে $2\times3=6$ গুটি কুঠুরি থাকা আমরা দেখছি। এই অংশটি মোট 100 গুটি কুঠুরি র থেকে ছয় গুটি কুঠুরি থাকায় ইহা হচ্ছে সমগ্র পাট্টি $\frac{6}{100}$ বা 0.06 অংশ।

তাই দেখলাম $0.2\times0.3=0.06$ ।

তবে দশমিক সংখ্যার গুনন কি ভাবে করা হবে

এস তা দেখব 0.2×0.3

দশমিক বিন্দু দুটিকে বাদ দিয়ে সংখ্যা দুটি লিখব

ও গুন ফল নির্ণয় করব $2\times3=6$

প্রথম সংখ্যা 0.2 যে দশমিক বিন্দুর পরবর্ত্তী অংশ $=1$

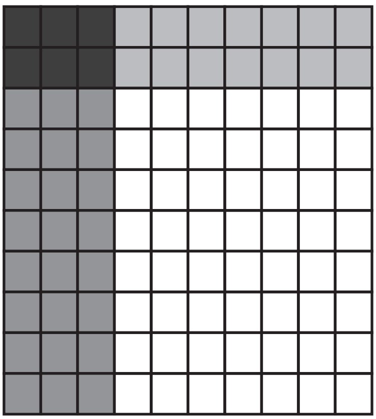
দ্বিতীয় সংখ্যা 0.3রে দশমিক বিন্দু পরবর্ত্তী অংশ $=1$

উভয় সংখ্যা দশমিক বিন্দু পরবর্ত্তী মোট সংখ্যা $=1+1=2$

তাই গুনফল দশমিক বিন্দুর পরে 2 অংক থাকবে

তাই যের থাকা গুনফল 6 কে 06 রূপে লিখব

[এর দ্বারা গুনফলের মূল্য বদলাবে না]



(চিত্র 2.9)

তবে আমরা দেখলাম

নিম্ন তিনটি সোপানের গুনন কার্য্য সম্পাদন করা গেল।

প্রথম সোপান ঃ 0.2×0.3 ক্ষেত্রে $2 \times 3 = 6$ ।

দ্বীতীয় সোপান ঃ প্রথম ও দ্বিতীয় উভয় সংখ্যায় দশমিক বিন্দু পরবর্ত্তী মোট অংক সংখ্যা $= 1 + 1 = 2$ ।

তৃতীয় সোপান ঃ পেয়ে থাকা গুনফল 6 এর বামে একটা শুন্য বসিয়ে ইহাকে দুঅংক বিশিষ্ঠ করার দ্বারা পেলাম 06।

চতুর্থ সোপান ঃ পেয়ে থাকা গুনফএলর ডাইনে দুটি অংক ছেড়ে দশমিক বিন্দু বামাতে পেলাম .06 বা 0.06
অর্থাৎ, $0.2 \times 0.3 = 0.06$

উদাহরন-12 1.2 ও 2.5 এর গুনফল স্থির কর।

সমাধান ঃ

প্রথম সোপান ঃ $12 \times 25 = 300$

দ্বিতীয় সোপান ঃ উভয় সংখ্যার দশমিক বিন্দুর পরবর্ত্তী মোট অংকের সংখ্যা $= 1 + 1 = 2$

তৃতীয় সোপান ঃ গুনফলের ডান দিক থেকে দুটি অংক ছেড়ে দশমিক বিন্দু স্থাপন করলে পরে 3.00 ।
$1.2 \times 2.5 = 3.00$ বা 3

✍ গুনফল স্থির কর ঃ

(ক) 0.5×0.6

(খ) 0.8×1.6

(গ) 2.4×4.2

(ঘ) 1.5×1.25

উদাহরন-13:

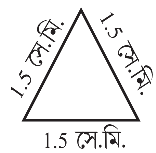
একটা সমবাহু ত্রিভূজের বাহুর দৈর্ঘ্য 1.5 সে.মি. হলে, ত্রিভূজের পরিসীমা স্থির কর।

সমাধান ঃ

সমবাহু ত্রিভূজের পরিসীমা $= 3 \times$ বাহুর দৈর্ঘ্য

$= 3 \times 1.5$ সে. মি.

$= 4.5$ সে. মি.



উদাহরন -14:

একটা আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ যথাক্রমে 73.5 সি. মি. ও 0.15 মিটার হলে, আয়তক্ষেত্র ক্ষেত্রফল স্থির কর।

সমাধান ঃ

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 73.5 সে. মি

= 0.735 মি.

ইহার প্রস্থ = 0.15 মি.

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ

$= (0.735 \times 0.15)$ সেমি

= 0.11025 ব মি (উত্তর)

জান কি ?

1 মি= 100 সে. মি

1 সে. মি= $\frac{1}{100}$ মিটার

দশমিক সংখ্যাকে এক ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার দ্বারা কিভাবে গুনন করা যায় দেখব ঃ

$0.4 \times 8 = ?$

এখানে প্রথম সংখ্যার দশমিক বিন্দুর পরবর্ত্তী অংক সংখ্যা = 1

এবং দ্বিতীয় সংখ্যায় কোন দশমিক= 1

$\therefore$ গুনফলের ডানদিকে কেটা অংক ছেড়ে দশমিক বিন্দু বসবে।

ফলে $0.4 \times 8 = 3.2$

8.0 এর মতন সংখ্যা গুনন করার যাফলে, দশমিক বিন্দু পরবর্ত্তী কোন অংক বলে বিচার করব, কারন 8.0=8।

কিন্তু 8.04 থাকলে এখানে দশমিক বিন্দুর পরবর্ত্তী অংক দুই বলে বিচার করব।

8.40 ক্ষেত্রে দশমিক বিন্দুর পরবর্ত্তী অংক সংখ্যা 1 বলে বিচার করব, কারন $8.40 = 8.4$

2.4.2 দশমিক সংখ্যাকে 10,100 বা 1000 মত সংখ্যার দ্বারা গুনন ঃ

আমরা জানিয়ে এক দশমিক সংখ্যাকে ভগ্ন সংখ্যার পরিনত করলে প্রবাহ হর 10 বা 100 বা 1000 এর মতন সংখ্যা হয়ে থাকে। $0.2 = \frac{2}{10}$, $0.34 = \frac{34}{100}$, $0.042 = \frac{42}{100}$

বর্তমান একটা দশমিক সংখ্যাকে 10, 100, 1000 মত সংখ্যা দ্বারা গুনন করব।

$0.2 \times 10 = \frac{2}{10} \times 10 = 2$ বা 2.0

এখানে দেখলে, মূল সংখ্যা 0.2 বা 0.20,দশমিক বিন্দুকে একটা স্থান, ডানদিকে নিয়ে 2 ঠিক ডান দিকে রাখলে গুনফল পাওয়া যাচ্ছে।

জান কি ?

দশমিক সংখ্যার ডানদিকে যতটি ০বসালেও সংখ্যা বলা হয় না।

জ্ঝজ্ঝযজ্ঞ $0.2 = 0.20$

$= 0.200$

$0.5 \times 100 = \frac{5}{10} \times 100 = \frac{500}{10} = 50$ বা 50.0

এখানে দেখলে, মূল সংখ্যা 0.5 বা 0.500 এর দশমিক বিন্দুকে, দুটি স্থান ডানদিকে নিয়ে 5 পরবর্ত্তী প্রথম পূন্যের ঠীক ডান দিকে রাখলে গুনফল পাওয়া যাচ্ছে।

তাই আমরা দেখলাম ঃ

এক দশমিক সংখ্যাকে 10,100,1000 মতন সংখ্যা দ্বারা গুনন করার সময় গুন্য সংখ্যা (দশমিক সংখ্যা)র অংকের কিছু পরিবর্ত্তন হচ্ছে না, কেবল দশমিক বিন্দুর স্থানের পরিবর্ত্তন ঘটছে।

দশমিক বিন্দুর স্থানের কি পরিবর্ত্তন করছে ?

(i) একটা দশমিক সংখ্যাকে 10 দ্বারা গুনন করার সময় দশমিক বিন্দু ডান দিকে একটা স্থান মরে যাচ্ছে।

(ii) একটা দশমিক সংখ্যাকে 100 দ্বারা গুনন করার সম্য় দশমিক বিন্দু দুটি স্থান ডানদিকে মরে যাচ্ছে।

(iii) একটা দশমিক সংখ্যাকে 1000 দ্বারা গুনন করার সময় দশমিক বিন্দু তিনটি স্থান ডানদিকে মরে যাচ্ছে।

লক্ষ কর ঃ

গুনন দ্বারা দশমিক বিন্দু যতটা স্থান ডান দিকে সরবে, যদি মূল দশমিক সংখ্যার, দশমিক বিন্দুর পরে, তার থেকে কম স্থান থাকে, তবে মূল দশমিক সংখ্যা পরে আবশ্যক সংখ্যাক শূন্য বসিয়ে দাওয় হচ্ছে ও তার পরে দশমিক বিন্দু সরিয়ে নেওয়া হচ্ছে। যথা - 3.2×1000 এর গুনফল নির্ণয় করব। এ গুননের গুনফল পাওয়ার জন্যে দশমিক বিন্দুকে তিনস্থান সরান আবশ্যক। কিন্তু দশমিক বিন্দুর পরে মাত্র একচটা স্থান আছে। তাই দশমিক সংখ্যা

$3.2 \times 1000 = 3.20000 \times 1000$

$= 3200.0$

(1) গুনফল ঃ

(ক) $3.4 \times 10 =$

(খ) $0.56 \times 100 =$

(গ) $1.04 \times 1000 =$

(ঘ) $0.3 \times 100 =$

(2) শূন্যস্থান পূরন কর

(ক) দশমিক সংখ্যাকে100 দ্বারা গুবার সময় দশমিক বিন্দু................গুটি স্থান ডান দিকে মরে যায়।

(খ) দশমিক সংখ্যাকে 1000 দ্বারা গুনন করার সময় দশমিক বিন্দু................গুটি স্থান ডান দিগে মরে যাবে।

অভ্যাস কার্য্য 2.4

1. গুনফল স্থির কর

(ক) 0.2×6 (খ) 8×4.3 (গ) 2.71×5

(ঘ) 20.1×4 (ঙ) 211.02×4 (চ) 3.4×5.0

2. গুনফল স্থির কর ঃ

(ক) 1.3×10 (খ) 36.8×10 (গ) 31.5×100

(ঘ) 1.56×100 (ঙ) 0.5×1000 (চ) 13.27×1000

3. গুনফল স্থির কর

(ক) 2.5×0.3 (খ) 0.1×21.8 (গ) 1.3×3.1

(ঘ) 0.5×0.005 (ঙ) 11.2×0.13 (ঙ) 1.07×0.02

4. একটা আয়চিত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 5.7 সে. মি. এবং 3 সে.মি. হলে, ইহার পরিসীমা ও ক্ষেত্রেফল স্থির কর।

5. যদি একটা স্কুটার 1 লিটার তেলে 55কি. মি. মাত্র, তবে 8.4 লিটার পেট্রোল এ কত কি.মি রাস্তা যাবে?

6. একটা জলের ট্যাঙ্কের জল ধারন ক্ষমতা 115.75 লিটার জলে সেই আকারের 12 টি জল ট্যাঙ্কের সমুদায় জল বা স্থল ক্ষমতা কত লিটার ?

2.5. দশমিক সংখ্যার ভাগক্রিয়া ঃ

লিজা জিনু, জিজিনা তিন বোন। লিজা বড়, লিজার কাছে 7.5 মি দীর্ঘ একটা রিবন আছে, যে তাকে সমান তিনভাগ করে সকলের ভেতরে ভাগ করে দিতে চাইল। সে কিভাবে প্রত্যেক ফিতার দৈর্ঘ্য কত হবে?

সে ভাবল যদি বিরনটি 12 মি. হয়ে থাকত ও তাকে তিন সমান ভাগ করতে হত, তবে সে 12 কে 3 দ্বারা ভাগ করত তাই এ ক্ষেত্রে সে 7.5 কে 3 দ্বারা ভাগ করবে সে ভাবল যে, কেটা দশমিক সংখ্যাকে একটা ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা ভাগক্রিয়া জানা আবশ্যক।

নিহার তার শ্রেনীর কিছু অংশ রঙিন কাগজে মাজাতে চাইল, তার কাছে 19.5 মিটার দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট এক রঙিন কাগজ পট্টি আছে। তবে সে এখান থেকে 1.5 মিটার বিশিষ্ট কত খানা রঙিন কাগজ পেতে পারবে।

নিহার চিন্তা করল।

যদি সমুদায় পট্টিটি 24 মি। হয়ে থাকত, এবং তার থেকে তাকে 3মি. দীঘ্য একটি কাটতে পড়ত, তবে সে 24 কে 3 দিয়ে ভাগ করত।

এখানে সমুদায় পট্টির দৈর্ঘ্য 19.5 মি. এবং কারতে থাক পট্টির দৈর্ঘ্য 1.5 মি. অতয়েব এখানেও তাকে 19.5 কে 1.5 ভাগ করতে হবে।

তাই তাকে দশমিক সংখ্যায় ভাগক্রিয়া প্রনালী জানা আবশ্যক বলে অনুভব করল

যে পরিস্থিতিতে ভাগক্রিয়া করা হয়। তা হচ্ছে।

(ক) কতগুলি বস্তুর সমাহারকে 5 টি সমান ভাগ করার সময় ভাগক্রিয়া করা হয়।

(খ) কতগুলি বস্তুর সমাহারকে প্রত্যেক, সমান সংখ্যক বস্তু কেড়ে নিলে সর্বাধিক কতবার নেওয়া তে পারবে তা জানার জন্যে ভাগক্রিয়া করা যায়। যথা - 30 টি করে খাতা প্রত্যেক বাচ্চাকে 5 টি করে খাতা দিলে, সর্বাধিক কটি বাচ্চা খাতা পেতে পারবে জানার জন্যে 30 কে 5 দ্বারা ভাগ করতে হবে।

সে রকম 7.5মি. দীর্ঘ্য রিবনকে, সমান তিন ভাগ করার জন্যে 7.5 কে 3 দ্বারা ভাগ করব। আরও 19.5 মি. পট্টির তেকে 1.5মি. দীর্ঘ্য ছোট্ট ছোট্ট পট্টি কাটলে, সর্বাধিক কত টুকরা পটিটি পাওয়া যাবে, তা জানার জন্যে 19.5 কে 1.5 দিয়ে ভাগ করব।

2.5.1 দশমিক সংখ্যাকে 10, 100 এবং 1000 দ্বারা ভাগ ঃ

এখন $231.5 \div 10$ এর ভাগ ফল স্থির করব।

$$\frac{231.5}{10} = \frac{2315}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{2315}{100} = 23.15$$

অথবা $\frac{231.5}{10} = \frac{231.5 \times 10}{10 \times 10} = \frac{2315}{100} = 23.15$ (লব ও হর, প্রত্যেককে 10 দ্বারা গুনন করা হল)

সেরকম $231.5 \div 100$

$$= \frac{231.5}{100} = \frac{231.5 \times 10}{100 \times 10} = \frac{2315}{1000} = 2.315$$

এবং $231.5 \div 1000$

$$= \frac{231.5}{1000} = \frac{231.5 \times 10}{1000 \times 10} = \frac{2315}{10000} = 0.2315$$

- একটা দশমিক সংখ্যাকে 10 দিয়ে ভাগ করলে যে ভাগ ফল পাওয়া যাচ্ছে সেখানে ভগ্ন সংখ্যার দশমিক বিন্দু তার পূর্বস্থঅন থেকে ক'টা স্থান বাম দিকে মরে যাওয়া দেখা যাচ্ছে?
- একটা দশমিক সংখ্যাকে 100 ও 1000এ ভাগ করলে দশমিক বিন্দু যথাক্রমে কতস্থান মরে যাচ্ছে?

লক্ষকর, ভাগ ফল পাওয়ার এই হচ্ছে কেটা সোজা সাপটা প্রনালী ?

✍ উত্তর লেখ -

(ক) $125 \div 10$ এর ভাগফল কত?

(খ) $235.41 \div 100$ এর ভাগফল কত?

(গ) $123.5 \div 1000$ এর ভাগফল কত?

2.5.2 দশমিক সংখ্যাকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা ভাগক্রিয়া ঃ

এখন এস 6.4 কে 2 দ্বারা ভাগ করব।

আমরা জানি $10 = 2 \times 5$

সের কম $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$

অর্থাৎ 10,100,1000 আদি সংখ্যাদের মৌলিক গুননীয়ক কেবল 2 ও 5পরবর্ত্তী ভাগক্রিয়া এই ধারনার

$$6.4 \div 2 = \frac{6.4}{2} = \frac{6.4 \times 5}{2 \times 5} = \frac{32.0}{10} = 3.20$$

বল দেখি ঃ

এখানে $\frac{6.4}{2}$ এর হরতে 5 গুনন করা গেল কেন

$$3.6 \div 5 = \frac{3.6}{5} = \frac{3.6 \times 2}{5 \times 2} = \frac{7.2}{10} = 0.72$$

$$7.8 \div 4 = \frac{7.8}{4} = \frac{7.8}{2 \times 2} = \frac{7.8 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 5 \times 5}$$

$$= \frac{7.8 \times 25}{100} = \frac{195.0}{100}$$

$$= 1.95$$

(হরের গুননীয়ক দুটি 2 হয়ে থাকায় দুটো 5 গুন করার দরকার হল)

লক্ষ্য কর ঃ ভাজক সংখ্যার মৌলিক গুননীয়ক গুন কেবল 2 ও 5 হলে প্রনালী অবলম্বন করা হয়। ভাজক সংখ্যার মৌলিক গুননীয়কের মধ্যে 2 বা 5 ভিন্ন অন্য সংখ্যা থাকলে, কি করব ? এস সেরকম এটা ভাগ ক্রিয়া করব।

$$23.8 \div 7 = \frac{238}{10} \div 7 \quad \text{(প্রথম সোপান)}$$

$$= \frac{238}{10} \times \frac{1}{7} = \frac{238 \times 1}{10 \times 7} \quad \text{(দ্বিতীয় সোপান)}$$

$$= \frac{238 \times 1}{7 \times 10} = \frac{238}{7} \times \frac{1}{10} \quad \text{(তৃতীয় সোপান)}$$

$$\text{(চতুর্থ সোপান)}$$

$$= 34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} \quad \text{(পঞ্চম সোপান)}$$

$$= 3.4$$

ভাগক্রিয়া ধারা প্রথম সোপান ঃ ভাজ্যয়ে থাকা দশকিম সংখ্যাকে ভগ্ন সংখ্যার পরিনত করা গেল

দ্বিতীয় সোপান ঃ ভাজ্যকে ভাজকের ব্যুতক্রমের সহিত গুনন করা হল।

তৃতীয় সোপান ঃ ভগ্ন সংখ্যার গুনন প্রনালী প্রয়োগ করা হল।

চতুর্থ সোপান ঃ হরতে গুননের ক্রম বিনিময় প্রনালী প্রয়োগ করা হল।

পঞ্চম সোপান ঃ পূর্ণ সংখ্যায় থাকা ভাগক্রিয়ার ভাগফল নির্ণয় করা হল ও $\frac{1}{10}$ দ্বারা আবার গুনে ইহাকে দশমিক সংখ্যাকে পরিনত করা হল।

উত্তর কত হলে লেখ ?

(ক) $2.4 \div 2$ (খ) $3.6 \div 4$ (গ) $3.3 \div 5$

(ঘ) $42.6 \div 25$ (ঙ) $73.8 \div 3$ (চ) $36.1 \div 14$

2.5.3 দশমিক সংখ্যাকে দশমিক সংখ্যার দ্বারা ভাগক্রিয়া ঃ

এস, 24.45 কে 0.5 দ্বারা ভাগ করব।

একটা দশমিক সংখ্যাকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করার প্রনালী আমরা জানি, এখানে ভাজকটি পূর্ণসংখ্যা হলে, আমরা পূর্ব প্রনালী অবলম্বন করতে পারব ?

(ক) $24.5 \div 0.5 = \frac{24.45}{0.5} = \frac{24.45 \times 10}{0.5 \times 10}$ [হরকে পূর্ণ সংখ্যায় পরিণত করা হল]

$$= \frac{244.5}{5} = \frac{244.5 \times 5 \times 2}{5 \times 2} \quad \text{[হরকে 10 এ পরিণত করা হল]}$$

$$= \frac{489.0}{10} = 48.9$$

(খ) $24.01 \div 0.7$

$$= \frac{2401}{100} \div \frac{7}{10}$$

$$= \frac{2401}{100} \times \frac{10}{7} = \frac{2401}{10} \times \frac{1}{7}$$ (লব, হর উভয় কে 10 দিয়ে কেটে দেওয়া হল)

$$= \frac{2401}{7} \times \frac{1}{10} = 343 \times \frac{1}{10}$$

$$= 34.3$$

✍ উত্তর কত হবে লেখ ঃ

(ক) $32.72 \div 0.4$ (খ) $48.06 \div 0.9$ (গ) $90.48 \div 1.2$

উদাহরণ-15

একটা রাস্তায় দৈর্ঘ্য 150 মি। রাস্তার পাশে12.5 মি ব্যবধানে বিদ্যুৎ তার লাগার জন্যে খুটি সব পোতা হবে। রাস্তার একটা মাথায় প্রথম খুটি টি পোতা হলে, রাস্তার ধারে মোট কয়টি খুঁটি পোতা হবে?

সমাধান ঃ

প্রত্যেক পোতা কাছাকাছি খুটি দুটি করে

মধ্যে ব্যবধান = 12.5মি.

মোট দুরত্ব = 150মি.

ব্যবধানের সংখ্যা = $\frac{15}{12.5} = \frac{150 \times 10}{12.5 \times 10}$

$$= \frac{1500}{125}$$

$$= \frac{60}{5}$$ (লব, হর উভয়কে 25দ্বারা কেটে দেওয়া হল)

$$= 12$$

খুটির সংখ্যা $= 12 + 1 = 13$ (উত্তর)

উদাহরন -16

একটি সুষম বহুভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2.5 সে.মি.। ইহার পরিসীমা 12.5 সে.মি. হলে, বহুভুজের বাহুর সংখ্যা কত?

সমাধান ঃ

পরিসীমা = প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ও বাহুর সংখ্যা

$\therefore$ বাহুর সংখ্যা = $\frac{\text{পরিসীমা}}{\text{প্রত্যেক বাহু দৈর্ঘ্য}}$

$$= \frac{12.5}{2.5} = \frac{12.5 \times 10}{2.5 \times 10}$$

$$= \frac{125}{25} = 5$$ (উত্তর)

জান কি?

যে বহুভুজের বাহু গুলি সমান তাকে সুষম বহুবূজ বলা হয়।

এখন বল এখানে লব ও হরে 10 গুনন কেন করা হয়েছে? লব ও হরে 100 গুনন করলে উত্তর কত পাওয়া যাবে।

ভাজ্য দশমিক সংখ্যা ও ভাজক পূর্ণ সংখ্যা ক্ষেত্রে ভাগক্রিয়ার বিকল্প প্রক্রিয়া।

প্রথম উদাহরন ঃ

মনে করা যাক্ আমরা 17.4কে 6 দ্বারা ভাগ করব। আমরা তলার শ্রেনীতে যে ভাবে ভাগক্রিয়ার বিকল্প প্রক্রিয়া।

```
    2.9
6 | 17.4
  | 12
  -----
    5.4
    5.4
  -----
     0
```

∴ ভাগফল = 2.9

লক্ষ্য কর ঃ

এখানে ভাজ্য হচ্ছে 5এক 4দশাংশে যাকে 54 দশাংশের সহিত সমান ভাজ্যকে দশাংশ করা হয়ে থাকায় ভাগফল ও দশাংশ হবে, তাই ভাগফল দশমিক বিন্দু সমান হল।

দ্বিতীয় উদাহরন ঃ

এস, 17.4 কে এই প্রনালীতে 5 দ্বারা ভাগ করব।

```
    3.48
5 | 17.4
  | 15
  -----
    2.4
    2.0
  -----
    0.40
     .40
  -----
      0
```

∴ ভাগফল হল 3.48

এখানে ভাজ্য 2.4 কে দশাংশে পরিণত করলে ইহা হবে 24 দশাংশ। ভাগফলে দশমিক বিন্দু সমান হল ও 24 দশাংশে 5 দ্বারা ভাগ করা হল।

এখানে দশাংশ কে শতাংশয়ে পরিনত করে পেলাম 40 শতাংশ ও ইহাকে 5 দ্বারা ভাগ করব।

তৃতীয় উদাহরন ঃ

এস, 17.4 কে 7 দ্বারা ভাগ করব।

```
    2.48
7 | 17.4
  | 14
  -----
    3.4
    2.8
  -----
    0.60
     .56
  -----
    0.04
```

∴ এখানে ভাগফল 2.48 ও ভাগশেষ 0.04

শতাংশয়ে পরিণত করলে পাব 60 শতাংশ। ইহাকে 7 দ্বারা ভাগ করলে।

তৃতীয় উদাহরনে হয়েথাকা ভাগ প্রক্রিয়াকে লক্ষ্য করলে আমরা নিম্নলিখিত ধারনা গুলি পাব।

- এখানে ভাগক্রিয়া শেষ হচ্ছে না।
- আমরা উত্তর দিতে পারতাম,   ভাগফল 2 ও ভাগশেষ 3.4

অথবা, ভাগফল 2.48 ও ভাগশেষ 0.04 (আমরা চাইলে, ভাগক্রিয়াকে আরো এ গিয়ে নিয়ে সহস্রাংশ স্থান পর্য্যন্ত, ভাগফল নির্ণয় করতে পারব।)

2.5.4 দৈর্ঘ্য ও ওজন (বস্তুত্ব) মাপের একক পরিবর্ত্তন ঃ

লিজার বন্ধু রতজত। লিজা যখন 7.5 মি দীর্ঘ্য রিবনকে সে তার দু বোনের মধ্যে সমান ভাবে ভাগ করছিল, তখন রজত ওখানে ছিল ও লিজার সমস্ত কান্ড সে দেখছিল। তার পর বলল “তুই যে হিসেব করছিস আমি ও সেই হিসেব করছি লক্ষ্য কর।”

লিজা বলল - “প্রত্যেক ভাগের দৈর্ঘ্য = 7.5 6ঘ.িম. = 750 6ঘ.িম’’

রজত বলল - “এখন রিবনকে সমান ও ভাগে ভাগ করলে প্রত্যেক ভাগ কত হবে, বলত ?”

লিজা বলল - “প্রত্যেক ভাগের দৈর্ঘ্য 250 সে. মি.।”

রজত বলল - “100 সে.মি. 1মি. হয়। এখন প্রত্যেক তারের দৈর্ঘ্য কে মিটারে পরিণত কর।”

লিজা হিসেব করল 100 সে.মি. = 1 মি.

250 সে.মি. = $250 \div 100$

= 2.50মি.

লিজা দেখল, অনেক সময়ে মাপের পরিমানে একক পরিবর্ত্তন প্রয়োজন হয়।

বল দেখিঃ
250 সে.মি .কে কি.মি. এককে পরিবর্ত্তন করলে কত হবে?

উদাহরণ -17

(ক) 2.4 মি. কে সে.মি. এ প্রকাশ কর।

(খ) 457 সে.মিকে মিটারে প্রকাশ কর।

(গ) 3.2 কি.গ্রা কে গ্রামে প্রকাশ কর।

(ঘ) 2524 গ্রাম কে কি. গ্রা. এ প্রকাশ কর।

সমাধান ঃ

(ক) এএখানে মি একক কে সে.মি একক এ প্রকাশ করা হবে।

1মি = 100 সে. মি

$\therefore$ 2.4 মি = 2.4×100 সে.মি. = 240সে. মি

জান কি ?

কোন দশমিক সংখ্যাকে 100 এ গুনন করা হলে, দশমিক বিন্দু দুই ঘর ডাইনে সরাতে হয়।

(খ) এখানে সে. মি. একক কে মি. একক এ প্রকাশ কর হবে।

100 সে. মি. = 1 মি.

475 সে. মি. = (457 ÷ 100)মি. = 4.57মি.

(গ) এখানে কি. গ্রা. কে গ্রাম একক এ পরিণত করা হবে।

1 কি.গ্রা. = 1000 গ্রাম

∴ 3.2 কি. গ্রা .= 3.2 × 1000 গ্রাম = 3200 গ্রাম

(ঘ) এখানে গ্রাম একক কে কি. গ্রা একক এ পরিণত করা হবে।

1000গ্রাম = 1কি. গ্রা.

∴ 2524 কি. গ্রা.= (2524 ÷ 1000) গ্রাম = 2.524 কি. গ্রা.

বলত দেখিঃ
3.2 মিলি গ্রাম প্রকাশ করলে কত হবে।

উত্তর লেখ ঃ

(ক) 2.6 মিটার কে মিটারে পরিনত কর।

(খ) 3.24 মিটারকে ডেসি মিটারে পরিনত কর।

(গ) 3.48 সে. মি. কে মি. ও সে. মি. একক এ ব্যবহার করে লেখার জন্যে শুন্যস্থান পূরণ কর।

মি সে. মি।

(ঘ) 0.728গ্রামকে কি. গ্রা.এ পরিনত কর।

(ঙ) 3.2 কি.গ্রা. কে গ্রাম একক এ পরিনত কর।

(চ) 4357গ্রামকে নিম্নমতে শূন্যস্থান পূরন করে লেখ।

4357 গ্রাম = ... কি.গ্রা. ....গ্রাম

অভ্যাস কার্য্য 2.5

1. ভাগফল স্থির কর।

(ক) 6.4 ÷ 2 (খ) 12.4 ÷ 4 (গ) 2.48 ÷ 4 (ঘ) 65.4 ÷ 6

(ঙ) 14.49 ÷ 7 (চ) 0.80 ÷ 5 (ছ) 3.76 ÷ 8 (জ) 10.8 ÷ 3

2. ভাগফল লেখ ।

(ক) 4.8 ÷ 10 (খ) 6.78 ÷ 10 (গ) 23.6 ÷ 10 (ঘ) 0.56 ÷ 10

(ঙ) 126.3 ÷ 10 (চ) 036 ÷ 10 (ছ) 0.02 ÷ 10 (জ) 4.8 ÷ 10

3. ভাগফল লেখ।

(ক) 132.4 ÷ 100 (খ) 257.4 ÷ 100 (গ) 348.0 ÷ 100 (ঘ) 25.7 ÷ 100

(ঙ) 32.4 ÷ 100 (চ) 4.79 ÷ 100 (ছ) 0.321 ÷ 100 (জ) 0.012 ÷ 100

4. ভাগফল লেখ।

(ক) $345.8 \div 1000$ (খ) $35.48 \div 1000$ (গ) $345 \div 1000$ (ঘ) $7.68 \div 1000$

5. নিম্নয়ে থাকা সম্পর্ক গুলির মধ্যে কোন গুলি ঠিক চেনাও।

(ক) $35.6 \div 1000 = 3.56 \div 10$

(খ) $283.5 \div 1000 = 2.835 \div 10$

(গ) $47.2 \div 1000 = 472.0 \div 10$

(ঘ) $0.839 \div 10 = 8.39 \div 10$

6. ভাগফল নির্ণয় কর।

(ক) $7.0 \div 3.5$ (খ) $36 \div 0.2$ (গ) $3.25 \div 0.5$ (ঘ) $37.8 \div 1.4$

7. একটা স্কুটার 3 লিটার পেট্রোলে 100.2কি. মি. দুরত্ব অতিক্রম করেছিল, তবে স্কুটারটি 1 লি পেট্রোলে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

8. একটা দূধওয়ালার কাছে 31.2 লি দুধ ছিল। সে চারটে চায়ের দোকানীর মধ্যে দুধটুকু সমান ভাবে ভাগ করে বেচে দিল, তবে প্রত্যেক ছা দোকানী কত করে দুধ পেল?

9. 23.5 মি. দীর্ঘ্য রিবনকে 5 জন বালিকার মধ্যে সমান ভাবে বন্টন করা হল। তবে প্রত্যেক পেয়ে থাকা রিবনের দৈর্ঘ্য কত?

10. একজন দোকানীর কাছে 37.5 কি.গ্রা. চিনি ছিলো। সে 2.5 কি.গ্রা. চিনির একটা করে প্যাকেট তৈরী করল। তবে তার কাছে থাকা সমস্ত চিনি কয়েকটি প্যাকেটে থাকবে?

11. সূচনা অনুসারে একক পরিবর্ত্তন কর।

(ক) 7.2 মি. কে সে. মি. একক এ লেখ।

(খ) 4.2 মি. কে সে. মি. একক এ লেখ।

(গ) 7.48 মি কে ডেসিমি একক এ লেখ।

(ঘ) 238 সে. মি কে মিটার একক এ লেখ।

(ঙ) 357 সে. মি. কে মিটার একক এ লেখ।

(চ) 2.3 সে. মি. কে মিলি মিটার একক এ লেখ।

জান কি?

1000 মি.	=	1 কিলোগ্রাম
100 মি.	=	1 হেক্টো মিটার
10 মি.	=	1 ডেকা মিটার
1 মি.	=	10 সে. মি. মি
	=	100 সেমি
	=	1000 মিমি

12. সূচনা অনুযায়ী একক পরিবর্ত্তন কর?

(ক) 3.2 কি.গ্রাম কে গ্রাম একক এ পরিবর্ত্তন কর।

(খ) 52.47 কি. গ্রা কে গ্রাম একক এ পরিনত কর।

(গ) 2537 গ্রামকে কি.গ্রা. একক এ লেখ।

(ঘ) 483.2 গ্রামকে কি. গ্রাম এ প্রকাশ কর।

(ঙ) 5.2 গ্রামকে মিল গ্রামে একক এ লেখল

তৃতীয় অধ্যায়

মৌলিক জ্যামিতিক চিত্র

3.1 আমরা যা জেনেছি।

আমরা যে জ্যামিতিক আকৃতি গুলির সম্বন্ধে পূর্ব শ্রেনীতে পড়েছি সেগুলি হল।

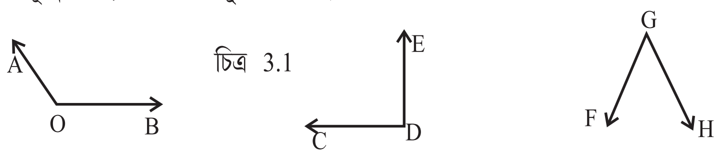
- সরলরেখা, রেখাখন্ড, রশ্মি।
- কোনও কোনে পরিমান, পরিমান দৃষ্টিতে কোনের প্রকার ভেদ, যথা ঃ সূক্ষ্মকোন, সমকোন ও স্থুলকোন।
- বিভিন্ন প্রকার সরলরৈখিক আবদ্ধ চিত্র, যথা ট্রাপিজিয়াম, সামন্তরিক চিত্র। আয়তচিত্র, বর্গচিত্র, ও রম্বস। বক্ররেখীয় চিত্র, যথা ঃ বৃত্ত, ব্যাসার্ধ, ব্যাস, জ্যা, বৃত্তকলা, বৃত্তের খন্ড, অর্ধবৃত্ত, বৃত্তের অন্তর্দৈশ, ও বহির্দেশ।

এস, আমরা পূর্বে পড়ে থাকা কথা মনে ফেলব।

1. নিম্নে থাক চিতদের মধ্যে রেখা, রশ্মি ও রেখা খন্ড চিহ্নটা কর।

(ক) (খ) (গ)

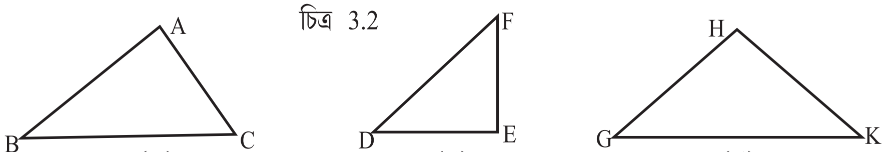
2. নিম্নে চিত্রর থেকে সূক্ষ্ম কোন, সমকোন ও স্থুল কোন চিহ্নট কর।



চিত্র 3.1

(ক) (খ) (গ)

3. নিম্ন চিত্রর থেকে সমকোনী ত্রিভুজ ও সুক্ষ্মকোনী ত্রিভুজ চেনাও।

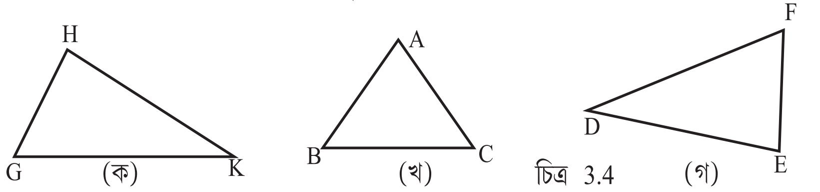


চিত্র 3.2

(ক) (খ) (গ)

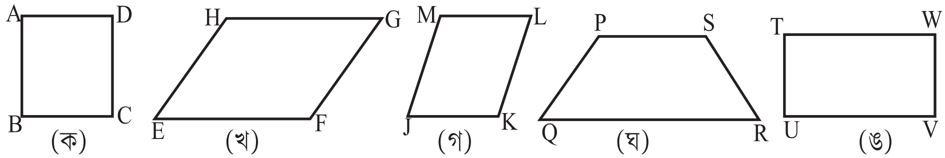
চিত্র 3.3

4. নিম্ন চিত্রর থেকে সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষম বাহু ত্রিভুজ চেনাও।



চিত্র 3.4

5. (ক) নিম্ন চিত্রর থেকে ট্রাপিজিরস, সামন্তরিক চিত্র, আয়তক্ষেত্র বর্গচিত্র, ও রম্বস চিহ্নট কর।



চিত্র 3.5

(খ) উপরিস্থ চিত্রদের মধ্যে কোন কোন চিত্রর সমস্ত কোন সমকোন ?

(গ) EFGH চিত্রয় কোন কোন সমান পরিমান বিশিষ্ট ? কোন বাহু গুলির দৈর্ঘ্য সমান ?

(ঘ) MJKL চিত্রয় কোন বাহু গুলির দৈর্ঘ্য সমান ?

3.2 বিভিন্ন প্রকার কোন - জোড়া

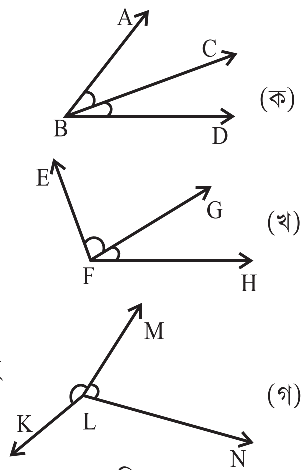
3.2.1. সন্নিহিত কোনঃ

পার্শ্বস্থ চিত্র (ক), (খ), (গ)য় দেখতে পাওয়া তিনজোড়া কোন হচ্ছে।

(ক) চিত্রয় $\angle ABC$ ও $\angle CBD$

(খ) চিত্রয় $\angle EFG$ ও $\angle GFH$

(গ) চিত্রয়ে $\angle KLM$ ও $\angle MLN$



চিত্র 3.6

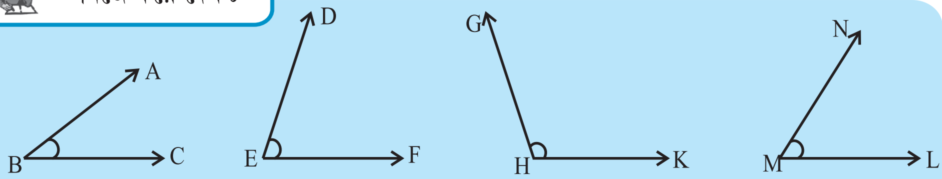
(ক) চিত্র কে লক্ষ্য কর।

- $\angle ABC$ ও $\angle CBD$ উভয়ের পার্শ্ববিন্দু B, তাই আমরা বলি B বিন্দু হচ্ছে $\angle ABC$ ও $\angle CBD$ র সাধারন পার্শ্ববিন্দু।
- $\overrightarrow{BC}$ হচ্ছে $\angle ABC$ ও $\angle CBD$ প্রত্যেক বাহু। তাই আমরা $\overrightarrow{BC}$ কে $\angle ABC$ ও $\angle CBD$ র সাধারন বাহু বলে বলে থাকি।
- A ও D বিন্দু $\overrightarrow{BC}$ বা $\overleftrightarrow{BC}$ বিপরীত দিকে আছে, অর্থাৎ কোন দুটির অন্ত দেশে কোন সাধারন বিন্দু নেই। এই তিনটি করনে $\angle ABC$ ও $\angle CBD$ কে পরস্পর সন্নিহিত কোন হয়।

✍ চিত্র 3.6 (খ) ও (গ) য় থাকা পরস্পর সম্মিহিত কোনের লেখ।

3.2.2. অনুপূরক ও পরিপূরক কোনঃ

নিজে করে দেখ ঃ



(i) (ii) (iii) (iv)

চিত্র 3.7

উপরিস্থ কোনগুলির পরিমান গ্রেট্রাক্রর সাহায্যে মাপ ওমাপ গুলি নিম্নের মতন সারননী করে সেখানে লেখ।

কোন	∠ABC	∠DEF	∠GHK	∠LMN
পরিমান				

- কোন কোন দুটির পরিমানের সমষ্ঠি 90^0 স্থির কর।
- কোন কোন দুটির পরিমানের সমস্টি 180^0 স্থির কর।
- যে কোন দুটির প্রমানের সমষ্টি 90^0, সে দুটিকে পরস্পরী অনুপূরক কোন বলা হয়।

এখানে পরস্পর অনুপূরক কোনদুটির নাম লেখ।

তুমি তৈরী করে থাকা সারনীকে লক্ষ কর।

- যে কোন দুটির পরিমানের সমস্টি 180^0, সে কোন দুটিকে পরস্পর পরিপুরক কোন বলা হয়।
- এখানে পরস্পর পরিপূরক কোন দুটির নাম লেখ।
- এখানে ∠ABC ও ∠LMN পরস্পর অনুপূরক।

  অর্থাৎ ∠ABC অনুপূরক ∠LMN এবং ∠LMN এর পরিপূরক ∠ABC।
- তোমরা পেয়ে থাকা ∠DEF ও ∠GHK এর পরিমানের সমষ্টি 180^0।

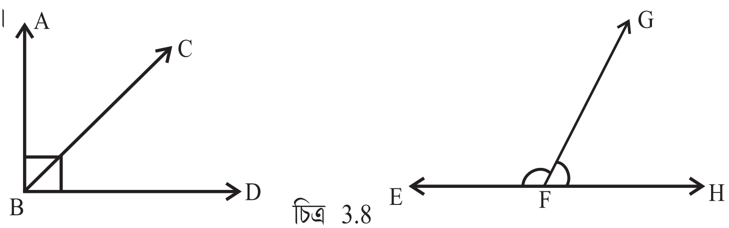
  তাই ∠DEF ও ∠GHK পরস্পর পরিপূরক

  অর্থাৎ∠DEF পরিপূরকব∠GHK এবং ∠GHK এর পরিপূরক ∠DEF।

বল দেখি ?
দুটি পরস্পর পরিপূরক কোনের মধ্যে একটি স্থূলকোন, হলে অন্যটি কোন প্রকার কোন হবে ?

3.2.3. সন্নিহিত অনুপূরক ও সন্নিহিত পরিপূরক -

নিম্ন চিত্রকে দেখ।



চিত্র 3.8

(ক) (খ)

চিত্র (ক) য়ে ∠ABCও ∠CBD দুটি পরস্পর সন্নিহিত কোন হবে কি ? কেন ?
চিত্র (খ) য়ে ∠EFG ও ∠GFH দুটি পরস্পর সন্নিহিত হবে কি ? কেন ?

চিত্রয় থাকা কোনগুলিকে মেপে নিম্ন সারনী পূরন কর।

কোনের নাম	∠ABC	∠CBD	∠EFG	∠GFH
কোনের পরিমান				

- ∠ABC ও ∠CBD এর পরিমানের সমষ্টি নির্ণয় কর।
- ∠EFG ও ∠GFH এর পরিমানের সমষ্টি নির্ণয় কর।

বল দেখি?
∠ABC ও ∠ABD সন্নিহিত হবে কি? তার কারন কি?

কি দেখলে?

(ক) কোন দুটি সন্নিহিত কোনের পরিমানের সমষ্টি 90^0 হল?

(খ) কোন দুটি সন্নিহিত কোন্রে পরিমানের সমষ্টি 180^0 হল?

(গ) কোন কোন দুটি পরস্পর অনুপূরক?

(ঘ) কোন কোন দুটি পরস্পর পরিপূরক?

জান কি?
পরস্পর সন্নিহিত পরিপূরক কোন দুটিকে এক সরলরেখা কোন বলা হয়।

∠ABC ও ∠CBD পরস্পর সন্নিহিত অনুপুরককারন সে দুটি সন্নিহিত কোন এবং পরস্পর অনুপুরক।

∠EFG ও ∠GFH পরস্পর সন্নিহিত পরিপূরক, কারন সে কোন সন্নিহিত ও পরস্পর পরিপূরক।

নিজে করে দেখ ঃ

- একটা স্কেল নাও।
- স্কেলের একটা বারকে চিত্র 3.8 (খ)রে E ও F বিন্দুর সহিত মিলিয়ে রাখ।
- কি লক্ষ্য করছ?
- তুমি নিশ্চয় লক্ষ করে থাকবে, যে H বিন্দুও স্কেলের বারের সহিত মিশে থাকছে

আমরা দেখলাম $\overleftrightarrow{FE}$ এবং $\overleftrightarrow{FH}$ উভয় এক সরল রেখায় অবস্থিত। তাই সন্নিহিত কোন ∠EFG , ∠GFH এর বহিস্থ বাহু $\overleftrightarrow{FE}$ এবং $\overleftrightarrow{FH}$ একটা সরলরেখায় থাকায় দেখলে।

এই কারনে সন্নিহিত কোন দুটিকে সরল জোড়া বলা হয়।

3.2.4. পরস্পর প্রতীপ কোনঃ

চিত্র 3.9 (ক)য়ে দৈর্খ কাঁচি'র কয়টি কোনাকৃতি দেখছ?

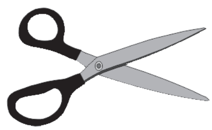
চিত্র (খ) য়ে AB ও CD সরলরেখায় দুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করছে। এই চিত্রায় কয়টা কোন দেখা যাচ্ছে।

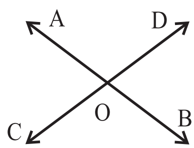
চিত্র 3.9 (খ)যে চারটি কোন দেখা যাচ্ছে। সে কোন চারটি হচ্ছে

∠AOC, ∠COB, ∠BOD, ∠DOA

লক্ষ্য কর ঃ

- উভয় ∠AOC এবং ∠COB এর সাধার বিন্দু $\vec{O}$;
- উভয় ∠AOC ও ∠COB এর সাধারন বাহু OC ।


(ক)



(খ)

চিত্র 3.9

- A ও B বিন্দু $\overleftrightarrow{CO}$ র বিপরিতে পার্শ্বে $\overrightarrow{OC}$ আছে।
  এখন নিশ্চিত রূপে বলতে পারবে

জান কি?
$\angle AOC$ এবং $\angle COB$ কোন দুটি কিপ্রকার কোন ?

$\angle AOC$ এবং $\angle AOD$ পরস্পব সন্নিহিত কোন,

সেরকম, $\angle AOC$ কোনের সঙ্গে সন্নিহিত অন্য কোন কোন আছে কি?

তোমরা নিশ্চই বলবে $\angle AOC$ র সহ $\angle AOD$ সন্নিহিত

$\angle AOC$ র সহিত $\angle COB$ সন্নিহিত,

$\angle AOC$ র সহিত $\angle COA$ সন্নিহিত,

সেই চিত্রে অবশিষ্ট কোন কোন থাকল?

অবশিষ্ট কোন টি হল $\angle BOD$ ।

এই $\angle BOD$ এবং $\angle AOC$ কু **ঘঠকে** পরস্পর প্রতীপ কোন বলা হয়।

$\angle AOC$ র প্রতীক কোন $\angle BOD$ এবং $\angle BOD$ প্রতীক কোন $\angle AOC$।

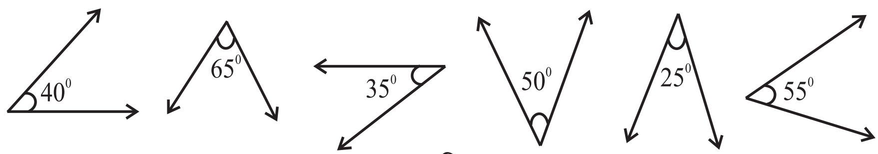
তাই আমরা বলব-

জান কি ?
প্রত্যেক কোনকে বিপরিত কোনও বলা হয়।

দুটি সরলেখা পরস্পরকে ছেদ করার দ্বারা গঠিত তোয়ে থাকা কোন চারটির মধ্যে একটা কোন সহিত সন্নিহিত হয়ে না থাকা কোনটি তার প্রতীপ কোন।

চিত্র 3.9 (খ) য়ে কত জোড়া পরস্পর প্রতীপ কোন থাকা দেখছ?

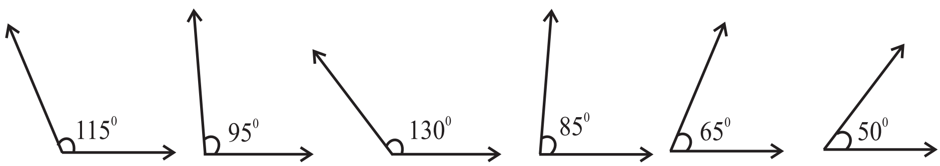
অভ্যাস কার্য্য 3.1

1. 

চিত্র 3.10

(ক) (খ) (গ) (ঘ) (ঙ) (চ)

ওপরে 6 গুটি কোনের চিত্র সেগুলির পরিমান দর্শা হয়েছে। তাদের মধ্যে থাকা পরস্পর অনুপূরক কোন জোড়া গুলিকে চেনাত ও সেগুলির নাম লেখ।

2. 

(ছ) (জ) (ঝ) (ঞ) (ট) (ঠ)

চিত্র 3.11

ওপরে 6 গুটি কোনের চিত্র ও সেগুলির পরিমান দর্শা হয়েছে। তাদের মধ্যে থাকা পরস্পর পরিপূরক কোন জোড়া গুলিকে চেনাও ও সুেগলির নাম লেখ।

3. নিম্নে পাওয়া ডিগ্রী পরিমান বিশিষ্ট কোনদের অনুপূরক কোনের পরিমান লেখ।

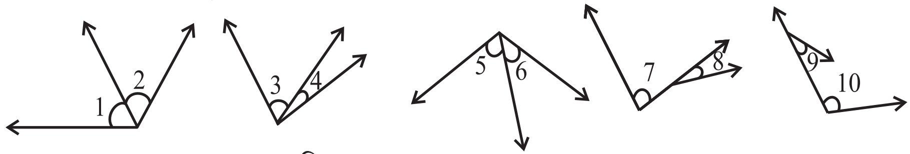
(ক) 40^0 (খ) 70^0 (গ) 85^0

4. নিম্নেয়ে দেওয়া ডিগ্রী পরিমান বিশিষ্ট কোনদের পরিপূরক কোনের পরিমান লেখ।

(ক) 30^0 (খ) 90^0 (গ) 110^0

জান কি
একটা স্থুল কোন অনুপূরক কোন থাকে কি ? তোমার উত্তরের কারন কি?

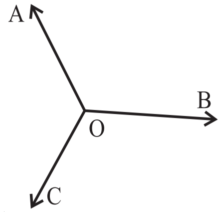
5. নিম্নস্থ প্রত্যেক চিত্রে থাকা পরস্পর সন্নিহিত কোনের জোড়া দের নাম লেখ। কোন চিত্রতে থাকা কোন দুটির পরস্পর সন্নিহিত হয় ?



চিত্র 3.12

6. পার্শ্বস্থ চিত্রয় থাকা পরস্পর সন্নিহিত কোন যোড়াদের নাম লেখ।

সূচনা ঃ এখানে তিনযোড়া পরস্পর সন্নিহিত কোন রয়েছে পেতে চেষ্টা কর।

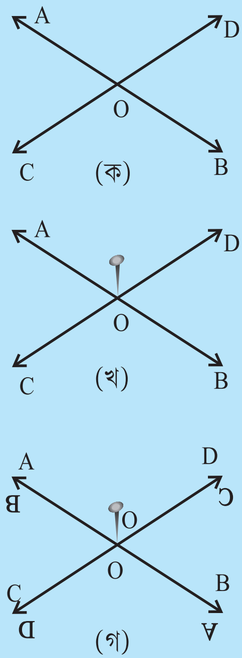


3.3. পরস্পর প্রতীক কোনের মধ্যে সংপর্ক

পরের প্রতীক কোন মধ্যতে থাকা সম্পর্ক জানবার জন্য নীচে দেওয়া কাজটা করবে।

নিজে করে লেখ ঃ

- স্কেল ব্যবহার করে তোমার খাতায় পার্শ্বস্থ চিত্রের্ 3.13(ক) মতন পরস্পরকে ছেদ করতে থাকা দুটি সরল রেখা অঙ্কন কর। রেখা দুটির নাম দাও $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ এবং ছেদ বিন্দুর নাম দাও O।
- একটা ট্রিসিং কাগজ (স্বচ্ছ কাগজ) নিয়ে সেই চিত্রর ওপরে রাখ ও সে কাগজের ওপরে $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ রেখার সহিত মিশিয়ে দুটি রেখা অঙ্কন কর খাতায়ে দিয়ে থাকা নামে সহিত মিশিয়ে ট্রেসিং কাগজের ওপর একে থাকা রেখা দুটির নাম দাও $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ । ছেদ বিন্দুর নাম দাও।
- এখন আমরা ট্রেসিং কাগজ ওপরে খাতায় থাক চিত্রর অবিকল নকল পেলাম।
- O বিন্দুতে চিত্রয়ে দেখানর মতন একটা পিন কাটা লাগিয়ে দাও (চিত্র-খ) এখন খাতাকে স্থির রেখে ট্রেসিম কাগজটিকে ধীরে ধীরে খুরাও যেমন পিনকাটা টি না খসে।
- ট্রেসিং কাগজে লেখা থাকা A অক্ষরটি এসে খাতায়ে লেখা থাকা B অক্ষরের ওপর পর্য্যন্ত আসা মাত্র ট্রেসিং কাগজটিকে স্থির রাখ। এই অবস্থায় দেখবে যে ট্রেসিং কাগজের রেখা দুটি খাতায় থাকা রেখা দুটির সহিত মিসে গেছে। এখন কে দেখছে?



চিত্র 3.13

(ক) ট্রেসিং কাগজে লেখা থাকে অক্ষর গুলি উলটো দেখা যাচ্ছে।

A দেখা যাচ্ছে ∀ মতন

B দেখা যাচ্ছে ᗺ মতন

C দেখা যাচ্ছে Ɔ মতন

D দেখা যাচ্ছে ᗡ মতন

(খ) খাতার কোন অক্ষরের কাছে ট্রেসিং কাগজের কোন অক্ষর আছে?

খাতার A র কাছে ট্রেসিং কাগজের উলটো B আছে।

খাতার B র কাছে ট্রেসিং কাগজের উলটো A আছে।

খাতার C র কাছে ট্রেসিং কাগজের উলটো D আছে।

খাতার $\overleftrightarrow{\underleftrightarrow{D}}$ র কাছে ট্রেসিং কাগজের $\overleftrightarrow{\underleftrightarrow{C}}$ আছে।

(গ) খাতার AB সহিত ট্রেসিং কাগজের DC রেখা মিলে গেছে।

খাতার CD সহিত ট্রেসিং কাগজের AB রেখা মিলে যাচ্ছে।।

এখন চিত্র দেখে নিম্ন প্রশ্নের উত্তর দাও।

1. খাতার ∠AOC সহিত ট্রেসিং কাগজের কোন কোনটি মিলে যাচ্ছে?
2. খাতার ∠BOD পরিমান সহিত কোন কোনের পরিমান সমান?
3. দুইটি কোন পরস্পর সহ মিলে গেলে, সে কোন দুটির মধ্যে কি সম্পর্ক আছে বলে বল?
4. উপরোক্ত কাজ কে ∠AOD ও ∠BOC রে পরিমানের মধ্যে কোন সর্ম্পক ছিল জান ?

বর্তমান তুমি প্রোট্রাক্টর সাহায্যরে ∠AOB, ∠BOC, ∠COD ও ∠DOA কোন চারটি কে মাপ ও তাকে পরিমানকে নিম্নতে দেওয়া যাওয়া বই এক সারনীর তৈরি করে লেখ।

কোন	∠AOC	∠BOD	∠BOC	∠DOA
কোন পরিমান				

তুমি সারনী দেখে ও নিম্ন প্রশ্ন গুলি কর। উত্তর দিও।

1. ∠AOC এর পরিমান সহ কোন কোনের পরিমান সমান?
2. ∠BOC এর পরিমান সহ কোন কোনের পরিমান সমান?
3. ∠AOC ও ∠BOD কে কি প্রকার কোন বলা যায়?
4. ∠BOC ও ∠DOA কে কি প্রকার কোন বলা যায়?

চিত্র 3.13 (ক) র মত আর দুটি ভিন্ন ভিন্ন চিত্র অংকন করে সেখানে থাকা প্রতীপ কোন গুলিকে চেন্যও। কোন গুলির পরিমান মেপে লেখ প্রতীপ কোন খোড়ার মধ্যে কি সংর্পক আছে লেখ।

আমরা জানলাম ঃ

দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে, উৎপন্ন হয়ে থাকা প্রত্যেক জোড়া প্রতীপ কোন সমপরিমান নির্দিষ্ট হয়।

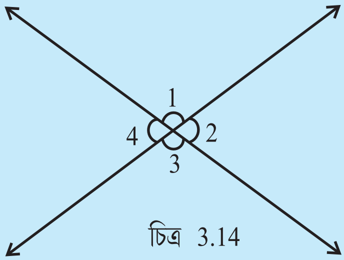
✍ পার্শ্বস্থ চিত্র দেখ প্রশ্ন গুলির উত্তর লেখ।

(ক) $\angle 1$ সহ অন্য কোন কোন সরল জোড়া গঠন করে?

(খ) $\angle 3$ প্রতীপ কোন টিকে?

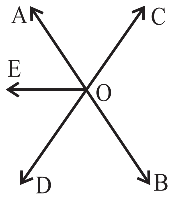
(গ) $\angle 2$ প্রতীপ কোনটি কে?

(ঘ) পার্শ্বস্থ ছবিতে $\angle 4$ পরিমান 60^0 হলে অন্য কোন তিনটির পরিমান কত?



চিত্র 3.14

অভ্যাস কার্য্য 3.2



চিত্র 3.15

1. পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(ক) $\angle AOC$ কোনের সন্নিহিত হওয়া একটা কোনের নাম লেখ। এরকম অন্য কোন কোন আছে কি। যদি আছে তার নাম লেখ।

(খ) $\angle AOC$ এবং $\angle AOB$ কোন দ্বয় পরস্পর সন্নিহিত কোন কি?

(গ) $\angle COB$ র সহিত অন্য কোন কোন সরল জোড়া গঠন করে?

(ঘ) $\angle AOD$ র সহিত অন্য কোন কোন সরলরেখা তার নাম লেখ? $\angle AOD$ সহিত পরস্পর পরিপূরক হয়ে থাকা অন্য কোন আছে কি? যদি থাকে, হবে তার নাম লেখ।

(ঙ) $\angle AOC$ কোনটি যে কোনের প্রতীপ কোন তার নাম লেখ।

(চ) চিত্রতে $\angle AOD$ কোনের প্রতীপ কোন থাকলে, তা'র নাম লেখ।

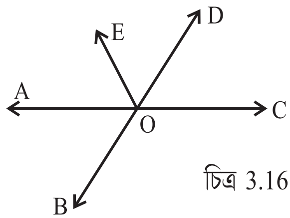
(ছ) চিত্রতে $\angle BOD$ কোনের প্রতীপ কোন আছে কি? তাকলে তা নাম লেখ।

2. পার্শ্বস্থ চিত্রতে $\overleftrightarrow{AC}$ ও $\overleftrightarrow{BD}$ রেখা দ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(ক) দুই জোড়া পরস্পরের প্রতীপ কোনের নাম লেখ।

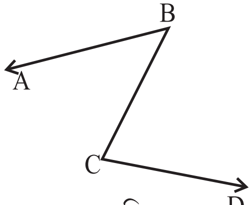
(খ) চার জোড়া সরলজোড়া কোনের নাম লেখ।

(গ) $m\angle AOE = 75^0, m\angle EOD = 40^0$ হলে $m\angle AOB, m\angle BOC, m\angle COD$ নির্ণয় কর।



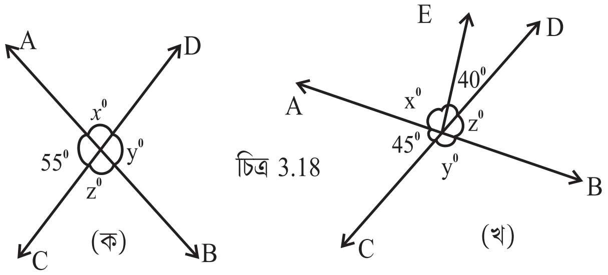
চিত্র 3.16

3. পার্শ্বস্থ চিত্র 3.17 এ $\angle ABC$ ও $\angle BCD$ পরস্পর সন্নিহিত কোন কি? তোমার উত্তরের জন্যে কারন লেখ।



চিত্র 3.17

4.



চিত্র 3.18

উপরিস্থ চিত্র (ক) এবং চিত্র (খ) য়ে $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ পরস্পরকে ছেদ করছে। চিত্র (ক) য়ে একটা কোনোর পরিমান ও চিত্র (খ) য়ে দুটি কোনোর পরিমান লেখা হয়েছে। প্রত্যেক চিত্রয়ে থাকা কোনের পরিমান x, y ও z এর মূল্য নির্ণয় কর।

5. শূন্যস্থঅন পূরন কর।

(ক) দুটি কোনের পরিমানের সমষ্টি .... হলে, কোন দুটি পরস্পর অনুপূরক।

(খ) দুটি পরস্পর পরিপূরক কোন পরিমানের সমষ্টি .... ।

(গ) একটা সরল জোড়া গঠন করতে থাকা কোন দুটি পরস্পর .... ।

(ঘ) দুটি রেখা পরস্পরকে ছেদ করলে প্রতীপ কোনদ্বয়ের পরিমান .... ।

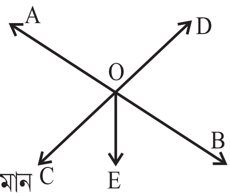
(ঙ) দুটি পরস্পর ছেদী রেখা দ্বারা গঠিত, এক জোড়া প্রতীপ কোন, প্রত্যেক সূক্ষ্ম কোন হলে, অন্য জোড়া প্রতীপ কোনের মধ্যে প্রত্যেক.................. ।

6. পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে AB ও CD পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(ক) যে প্রতীপ কোনদ্বয় স্থুল কোন, সে দুটির নাম লেখ।

(খ) যে সন্নিহিত কোন সব সরল জোড়া নয়, সেগুলির নাম লেখ।

এমন কত জোড়া। সন্নিহিত কোন আছে?



চিত্র 3.19

7. নিম্নয়ে ডিগ্রী পরিমান গুলির মধ্যে কোন জোড়া গুলি অনুপূরক কোনের পরিমান ও কোন জোড়া গুলি পরিপূরক কোনের পরিমানকে সুচায় চেনাও।

(ক) $55^0, 125^0$ (খ) $43^0, 47^0$ (গ) $112^0, 68^0$ (ঘ) $62^0, 28^0$

(ঙ) $40^0, 140^0$ (চ) $70^0, 20^0$ (ছ) $15^0, 165^0$ (জ) $90^0, 90^0$

8. (ক) যে কোনটি নিজের পরিপূরক, যে কোনটির পরিমান কত?

(খ) যে কোনটি নিজের অনুপূরক, সে কোনটির পরিমান কত?

9. দুটি পরস্পর পরিপূরক কোনের মধ্যে একটা কোনের পরিমানকে 10^0 অধিক করে দেওয়া হল। অন্য কোনের পরিমানকে পরিবর্ত্তন করলে, নতুন কোন দুটিও পরিপূরক হবে?

10. পরস্পর পরিপূরক হয়ে থাকা দুটি কোনেরমধ্যে উভয়,

(ক) সুক্ষ্ম কোন হতে পারবে কি?

(খ) স্থুল কোন হতে পারবে কি?

(গ) উভয় সমকোন হতে পারবে কি?

(ঘ) একটা সূক্ষ্ম ও অন্যটি স্থুল কোন হতে পারবে কি?

(ঙ) একটা সূক্ষ্ম ও অন্যটি স্থুল কোন হতে পারবে কি?

11. (ক) দুটি পরস্পর পরিপূরক কোনের মধ্যে একটার পরিমান অন্যটির পরিমানের পাঁচগুন হলে, কোন দুটির পরিমান নির্ণয় কর।

(খ) দুটি পরস্পর অনুপূরক কোনের মধ্যে একটির পরিমান অন্যটির চারগুন হলে, কোন দুটের পরিমান নির্ণয় কর।

3.4 একধিক সরলেখাও ছেদকঃ

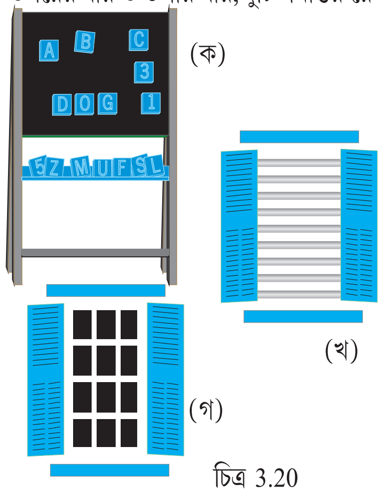
দুটি সরলেখার, দুটি অবস্থঅ থাকতে পারে, হয়ত সে দুটি সমান্তর বা সে দুটি অসমান্তর (অর্থাৎ পরস্পর ছেদক)

চিত্র 3.20 (ক) এ ব্ল্যাক বোর্ডটি সেন্ডে থাকা দেখছ। ব্লাকবোর্ড এর ওপরের বার ও তলার বার, দুটি সমান্তর রেখা খন্ডের নমুনা।

চিত্র (খ) য়ে লোহার রড় লাগা হয়ে তাকা জানালা দেখা যাচ্ছে এখানে থাকা লোহার রডগুলি সমান্তর রেখাখন্ডের নমুনা।

চিত্র (গ) এ গ্রীল লাগাল জানালা টি দেখা যাচ্ছে গ্রীলে লেগে থাকা লোহার পাত গুলি পরস্পর ছেদী রেখান্ডের নমুনা।

দুটি রেখার একটি সাধারন বিন্দু থাকলে, সে রেখা দুটিকে পরস্পর ছেদী রেখা বলা হয়। এবং সেই সাধারন বিন্দু রেখা দ্বয়ের ছেদবিন্দু বলা হয়ে।



চিত্র 3.20

তোমাদের পরিবেশে কোন কোন খানে পরস্পর ছেদী রেখা দেখছ, তা'র পাঁচটি উদাহরন দাও।

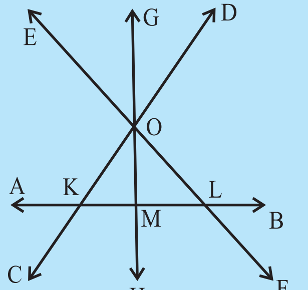
চিত 3.20 যেরকম চিত্র অংকন করা হয়েছে, তোমার খাতায় সেরকম চিত্র অংকন কর।

নিজে করে দেখঃ

(ক) চিত্র 3.21 এ দেখতে থাকা ছেদী রেখা জোড়া ও যে দয়ক ছেদ বিন্দুর নাম লেখ।

যেমন ঃ $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ পরস্পরী ছেদী এবং সে দ্বয়ের ছিদ বিন্দু K। এরকম দ্বয় জোড়া পরস্পর ছেদী রেখাদের ও তাদের ছেদ বিন্দুর নাম লেখ।

- এক চিত্রয়ে সমান্তর সরলরেখা থাকা দেখছ কি?



চিত্র 3.21

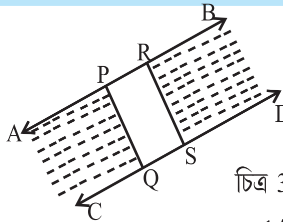
(খ) দুটি রেখা বা রেখা খন্ডের একটার থেকে অধিক ছেদ বিন্দু থাকা সম্ভব কি? যদি সম্ভব, এমন দুটি রেখার চিত্র কর।

(গ) তোমাদের পরিবেশে পরস্পরকে সমকোনে ছেদ কার রেখা বা রেখা খন্ডর উদাহরন কোথায় দেখতে পাওয়া যায়। লেখ।

(ঘ) একটা আয়তচিত্রের প্রত্যেক জোড়া বাহুর ছেদ বিন্দুতে উৎপন্ন কোনের, পরিমান কত মেপে স্থির কর। একটা পোষ্ট কার্ড নিয়ে এই কার্য্য কর।

3.4.1 ছেদব রেখাঃ

পার্শ্বস্থ চিত্র 3.22যে কেনালের উভয় পাশে থাকা দুটি বাঁধ $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ দুটি রেখারা নমুনা।

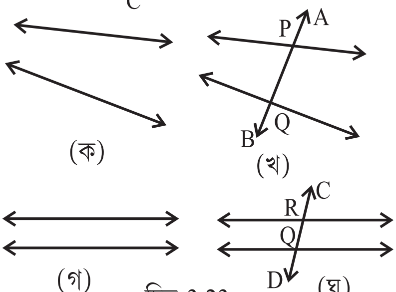


চিত্র 3.22

পোলটির প্রত্যেক বারে $\overline{PQ}$ ও $\overline{RS}$ একটা করে রেখা খন্ডের নমুনা।এখানে $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ কে $\overline{PQ}$ ছেদ করেছে।

সেই ভাবে $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ কে $\overline{RS}$ ও ছেদ করছে।

পার্শ্বস্থ চিত্র 3.23 (ক) যে দুটি সমান্তরাল সরলরেখা আছে চিত্র (খ) যে একটা সরলরেখা দুটি সমান্তর রেখাকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে।



চিত্র 3.23

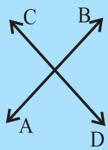
চিত্র (গ) যে দুটি সমান্তর সরলরেখা আছে।

চিত্র (ঘ) যে একটা সরলরেখা $\overleftrightarrow{CD}$, দুইটি সমান্তর রেখাকে R ও Q বিন্দুতে ছেদ করছে।

চিত্র (ঘ) কে $\overleftrightarrow{AB}$ কে অন্য দুই রেখার ছেদক রেখা বলা হয়।

চিত্র (ঘ) তে $\overleftrightarrow{CD}$ কে অন্য দুই রেখার ছেদক রেখা বলা হয়।

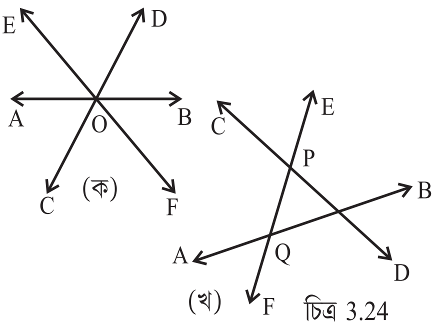
একটা রেখা অন্য দুই (বা অধিক সংখ্যক) রেখাকে ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করলে, সেই রেখাকে ছেদক রেখা বলা হয়।

> **জাণিছ কি ?**
>
> পার্শ্বস্থ চিত্ররে $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ দুটি পরস্পর ছেদী রেখা, এখানে $\overleftrightarrow{AB}$ অন্য এক রেখা $\overleftrightarrow{CD}$ কে ছেদ করছে এবং এখানে $\overleftrightarrow{CD}$ রেকা, অন্য এক রেখা $\overleftrightarrow{AB}$ কে ছেদ করছে এখানে $\overleftrightarrow{AB}$ অথবা $\overleftrightarrow{CD}$ কোনটাকেই ছেদক রেখা বলা যাবে না
>
> 
>

লক্ষ্য করঃ

3.24 (ক)রে $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ দুটি প্রস্পর ছেদী (বা অসমান্তর) রেখা। এই রেখা দুটিকে EF O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

পার্শ্বস্থ চিত্র (খ) তে $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ দুটি পরস্পর ছেদী (বা অসমান্তর) রেখাকে $\overleftrightarrow{EF}$ দুইটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু P ও Q তে ছেদ করছে।



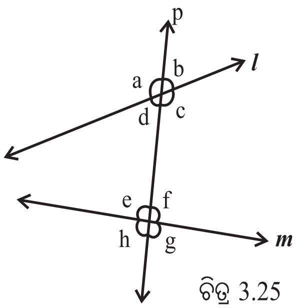
চিত্র 3.24

চিত্র (ক) যে $\overleftrightarrow{EF}$, অন্য দুরেখা $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$র ছেদক রেখা নয়, এখানে $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ ও $\overleftrightarrow{EF}$ কে এক বিন্দুগামী সরলরেখা বলা হয়।

চিত্র (খ) য়ে $\overleftrightarrow{EF}$ অন্য দুইরেখা $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ র ছেদক রেখা।

3.4.2. ছেদক রেখা দ্বারা উৎপন্ন কোনঃ

চিত্র 3.25 এ l ও m রেখা দ্বয়কে p রেখা ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করছে। তাই p রেখা এক ছেদক রেখা। প্রত্যেক ছেদ বিন্দু তে কোন সব উৎপন্ন হয়েছে, এবং সে কোন গুলিকে a, b, c, d, e, f, g ও h নামে নামিত করা হয়েছে।



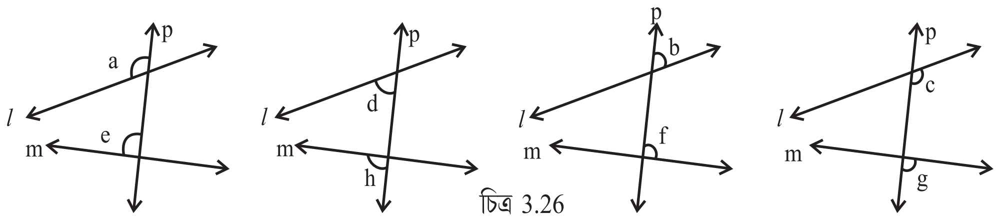
চিত্র 3.25

l রেখা ও p রেখাকে ছেদ বিন্দু তে 4 টি কোন উৎপন্ন হয়েছে। m রেখা ও p রেখার ছেদ বিন্দুতে 4 টি কোন উৎপন্ন হয়েছে।

এই 8 কটি কোনের মধ্যে ভিন্ন ভিন্ন কোনেদের ভিন্নি ভাবে নাম করন করা হয়। সে নাম করন কে নিম্নসারন তে দেখ।

ছেদিত রেখা l ও m ର এর অনঃস্থ কোন : d, c, e, f
ছেদিত রেখা l ও m এর বহিঃস্থ কোন : a, b, h, g
ছেদক রেখা p এর দক্ষিন পার্শ্বস্থ কোন : b, c, f, g
ছেদক রেখা p এর বাম পার্শ্বস্থ কোন : a, d, e, h
অনুরূপ কোন জোড়া : a ও e, d ও h, b ও f, c ও g
একান্তর অন্তঃস্থ কোন জোড়া : d ও f, c ও e
একান্ত অন্তঃস্থ কোন জোড়া : a ও g, b ও h
ছেদক রেখার এক পার্শ্বস্থ অনঃস্থ কোন জোড়া : d ও e, c ও f

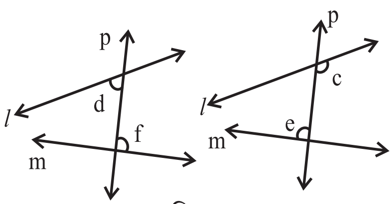
চিত্র 3.26 এ ভিন্ন প্রকার কোন জোড়াদের ভিন্ন ভাবে পাহিয়াছে।



চিত্র 3.26

উপরের চিত্র চারটিতে চার জোড়া অনুরূপ কোনের চিত্র আছে।

পার্শ্বস্থ চিত্র 3.27 দুটিতে দুজোড়া একান্তর কোনের চিত্র আছে।



চিত্র 3.27

লক্ষ্য করঃ

চিত্র 3.26 য়ে থাকা প্রত্যেক অনুরূপ কোন জোড়া

- ছেদক রেখার এক পার্শ্বে অপস্থিত। $\angle a$ ও $\angle e$ $\angle d$ ও $\angle h$ কোন জোড়া গুলির ছেদক রেখার বাম পার্শ্বে অবস্থিত। $\angle b$ ও $\angle f$, $\angle c$ ও $\angle h$ কোন জোড়া গুলি ছেদক রেখার ডান পার্শ্বে অবস্থিত।
- ছেদিত রেখা অনুরূপ পাশে অবস্থিত। $\angle a$ ও $\angle e$, $\angle b$ ও $\angle f$ যে প্রত্যেক ছেদিত রেখার ওপর দিকে অবস্থিত। $\angle d$ ও $\angle h$, $\angle c$ ও $\angle g$ প্রত্যেক ছেদিত রেখার তলার পাশে অবস্থিত।

চিত্র 3.27 (খ) য়ে থাকা প্রত্যেক একান্তর কোন জোড়াঃ

- ছেদক রেখার বিপরীত পাশে অবস্থিত। যথাঃ $\angle d$, ছেদক রেখার বামে ও $\angle f$, ছেদক রেখার ডাইনে, $\angle e$, ছেদক রেখার বামে ও $\angle c$. ছেদক রেখার ডাইনে অবস্থিত।
- ছেদক রেখার বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত। যথাঃ $\angle d$, ছেদিত রেখা l র তলার দিকে ও $\angle f$, ছেদিত রেখার m এর ওপর দিকে অবস্থিত। $\angle e$, ছেদিত রেখার m এর ওপর দিকে ও $\angle c$, ছেদিত রেখা l র তলার দিকে অবস্থিত।

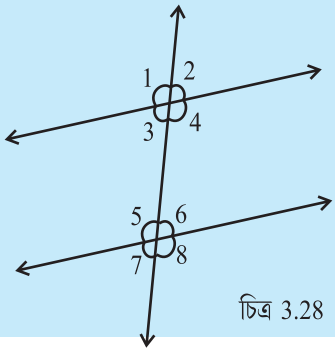
উত্তর লেখঃ

পার্শ্বস্থ চিত্রকে দেখে নিম্নর দেওয়া কোন জোড়া গুলি কি প্রকার কোন লেখ।

(ক) $\angle 1$ ও $\angle 5$ (খ) $\angle 3$ ও $\angle 6$

(গ) $\angle 4$ ও $\angle 6$ (ঘ) $\angle 4$ ও $\angle 5$

(ঙ) $\angle 3$ ও $\angle 6$ (চ) $\angle 2$ ও $\angle 6$



চিত্র 3.28

3.4.3 দুটি সমান্তর সরল রেখাও ছেদক

তোমরা জান যে,

এক সমতলের ওপর অঙ্কিত, দুটি সরলেখা পরস্পরকে কোন জাগায় ছেদ না করলে, সে সরলেখা দুটিকে সমান্তর সরলরেখা বলা হয়।

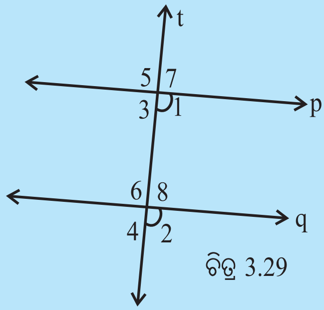
বল দেখিঃ

- তিনটি রেখাকে একটি ছেদক রেখা কতটি বিন্দুতে ছেদ করবে?
- দুটি রেখার জন্যে কয়টি ছেদক রেখা অংকন করা সম্ভব?
- কোন কোন ইংরাজি অক্ষর সমান্তর সরলরেখা থাকা দেখছ লেখ।

নিজে করে দেখঃ

- একটা রুলিং কাগজ নাও বা একটা রুলিং খাতার একটা পৃষ্ঠা খোল।
- স্কেলটি নিয়ে পৃষ্ঠার ওপরে আগের থেকে থাকা দাগ দুটির মধ্যের থেকে পাশাপাশি না থাক দুটি দাগের সহিত মিশিয়ে স্কেলের বারকে রাখ ও তোমার কলমের দাগ ফেল। বর্ত্তমান দেখব - তুমি নিয়ে থাকা দাগ দুটি মোটা হয়ে থাকার তা অন্য দাগের তুলনায় অধিক স্পষ্ট হয়ে গেল।
- এই ভাবে চারজোড়া দাগকে অধিক স্পষ্ট করে দাও। প্রত্যেক জোড়া দাগকে সরলরেখার সংকেত দ্বারা চিহ্নিত কর (অর্থাৎ উভয় দিকে তার চিহ্ন দাও)

- প্রত্যেক জোড়া সরলেখা সমান্তর সরল রেখায় পরিনত হবে (কারন রুলিং কাগজে থাকা দাগ গুলিকে সমস্ত সমান্তর)
- প্রত্যেক জোড়া সমান্তর রেখার জন্যে একটা একটা ছেদক অংকন কর।
- ছেদক রেখা ছেদিত রেখা দ্বয় সহিত যে কোন উৎপন্ন করল সেগুলিকে পার্শ্বস্থ চিত্রে মতন নামকরন কর।



চিত্র 3.29

একটি ট্রেসিং কাগজ নিয়ে ওপরে থাকা চিত্রর ও পরে রাখ। ট্রেসিং কাগজ ওপরে p, q ও t রেখাগুলির সহিত সেখার মত রেখা তিনটি অংকর কর বেং পূর্বচিত্র অনুযায়ী ট্রেসিং কাগজে অংকিত রেখা তিনটির নামাকরন কর। ট্রেসিং কাগজের ওপরে নকল করা কোনকে $\angle 1$, $\angle 2$ নাম দাও।

- বর্তমান ট্রেসিং কাগজটিকে ধীরে ধীরে ওপরের দিকে সরিয়ে নাও। ট্রেসিং কাগজের ওপর অংকিত p রেখা, রুলিং কাগজের ওপরে অংকিত q রেখার সহিত মিলে গেল যাওযার পরে ট্রেসিং কাগজকে স্থির করে রাখ।
- কি দেখছ?

বর্ত্তমান ট্রেসিং কাগজে অংকিত $\angle 2$, রুলিং কাগজে অংকিত $\angle 1$ সহিত সম্পূর্ণ মিশে যাওয়া দেখবে।

তাই আমরা দেখলাম $m\angle 1 = m\angle 2$

- সে ভাবে চিত্রর ওপরে ট্রেসিং কাগজ রেখে পূর্বের মতন কার্য্য কর। নিম্ন কোন জোড়ার মধ্যে থাকা সংস্পর্ক কে স্থির কর।

(ক) $\angle 3, \angle 4$ (খ) $\angle 5, \angle 6$ (গ) $\angle 7, \angle 8$

ওপরের কাজ থেকে আমরা কি পেলাম ?

দুটি সমান্তর সরলরেখাকে একটা ছেদক রেখা ছেদ করলে, উৎপন্ন হওয়া প্রত্যেক জোড়া অনুরূপ কোন সমপরিমান বিশিষ্ট।

এই সিদ্ধান্তকে ব্যবহার করে, আমরা অন্য এক সিদ্ধান্তে পৌছাতে পারব।

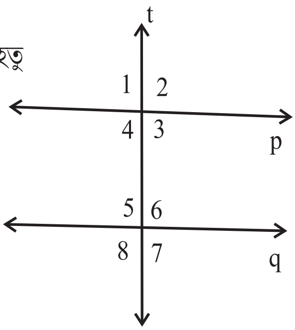
চিত্র 3.30 কে দেখঃ

এখানে p ও q দুটি সমান্তর সররেখা ও t সে দুটির ছেদক রেখা অনুরুপ কোন হেতু $m\angle 4 = m\angle 8$। কিন্তু t ও q রেখা দ্বয় পরস্পরকে ছেদ করতে থাকায় প্রতীপ হেতু $m\angle 8 = m\angle 6$ এবং $m\angle 4 = m\angle 6$।

পুনশ্চ, সেরকম অনুরূপ হেতু $m\angle 7 = m\angle 5$

কিন্তু t ও q রেখাদ্বয় পরস্পরকে ছেদ করতে থাকায় প্রতীপ হেতু $m\angle 7 = m\angle 5$ ।

তাই $m\angle 3 = m\angle 5$ ।



চিত্র 3.30

$\angle 4$ ও $\angle 6$ এবং $\angle 3$ ও $\angle 5$ কোন জোড়াগুলি কি প্রকার কোন জোড়া ?

উপরোক্ত প্রত্যেক জোড়া কোন পরস্পর একান্তর।

তাই আমাদের সিদ্ধান্ত হল ঃ

দুটি সমান্তর সরলরেখাকে, একটা ছেদক রেখা ছেদ করলে উৎপন্ন হয়ে থাকা প্রত্যেক জোড়া একান্তর কোন সমপরিমান বিশিষ্ট হয়ে থাকে।

এই সিদ্ধান্তকে ব্যবহার করে আমরা অন্য এক সিদ্ধান্ত পৌছতে পারব।

চিত্র 3.30তে সরল জোড়ার হেতু $\angle 6$ ও $\angle 7$ পরস্পর পরিপূরক। কিন্তু, অনুরূপ কোন হেতু $m\angle 3 = m\angle 7$ ।

তাই $\angle 6$ ও $\angle 3$ পরস্পর পরিপূরক। সেরকম সরল জোড়ার হেতু $\angle 1$ ও $\angle 4$ পরস্পর পরিপূরক তাই $\angle 5$ ও $\angle 4$ পরস্পর পরিপূরক।

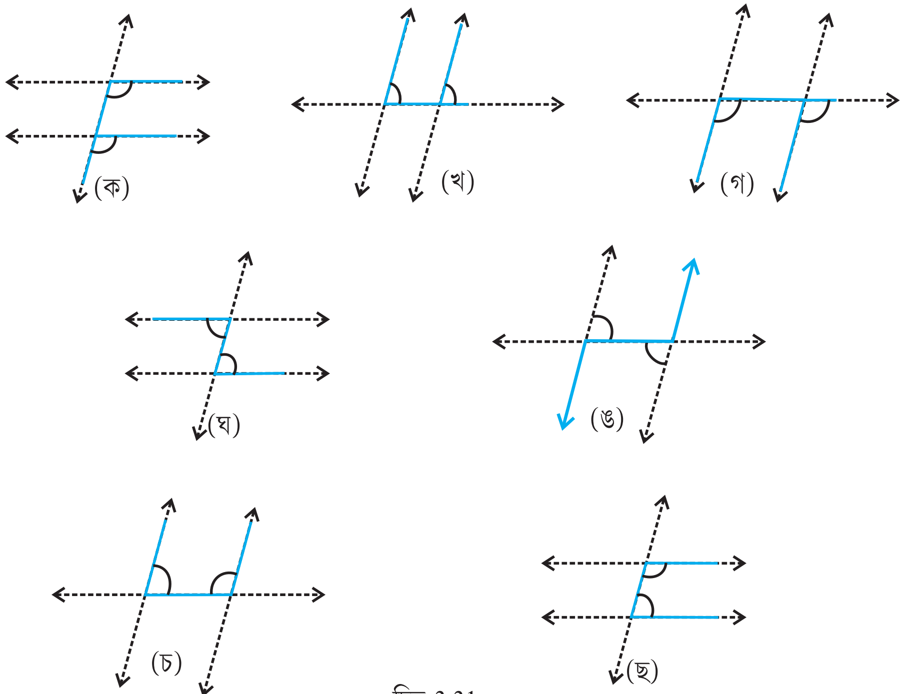
$\angle 6$ ও $\angle 3$ এবং $\angle 5$ ও $\angle 4$ কোন জোড়া গুলি কি প্রকার কোন জোড়া ?

এই কোন জোড়া দ্বয় পরস্পর ছেদক রেখার এর পার্শ্বস্থ অন্তস্থ কোন।

তাই আমাদের সিদ্ধান্ত হল ঃ

দুটি সমান্তর সরলেখাকে একটা ছেদক রেখা, ছেদ করলে, উৎপন্ন হওয়া ছেদক রেখার পার্শ্বস্থ অন্তর্স্থ কোন দ্বয় পরস্পর পরিপূরক অর্থাৎ, সে কোন দ্বয়ের পরিমানের সমষ্টি 180^0।

একান্তর কোন জোড়া, অনুরূপ কোন জোড়া ও ছেদক রেখার এর পার্শ্বস্থ অন্তস্থ কোন জোড়াদের সহজে চিহ্নিট করার জন্যে নিম্ন পাতে চিত্রদের লক্ষ কর।



চিত্র 3.31

চিত্র 3.31 (ক), (খ) ও (গ) প্রত্যেক রে একটা ইংরাজী অক্ষরন এর বিভিন্ন অবস্থত দেখতে পাওয়া যাচ্ছে। এ সমস্ত ক্ষেত্রে এক জোড়া অনুরূপ কোন চিহ্নিত করা হয়েছে। তাই F আকৃতিতে অনুরূপ কোন থাকে

(ঘ) ও (ঙ) প্রত্যেক চিত্র একটা ইংরাজী অক্ষর Z এর বিভিন্ন অবস্থা দেখতে পাওয়া যাচ্ছে।

এ সমস্ত ক্ষেত্রে এক জোড়া একান্তর কোন চিহ্নিত করাহয়েছে। তাই Z আকৃতি একান্তর কোন দর্শান হয়ে

(চ) ও (ছ) প্রত্যেক চিত্রয়ে কেটা ইংরীজী অক্ষর U র বিভিন্ন অবস্থঅ দেখতে পাওয়া যাচ্ছে।।

এ সমস্ত ক্ষেত্রে এক জোড়া ছেদক রোখার এক পার্শ্বস্থ অন্তস্থ কোন চিহ্নিত করা হয়েছে। তাই U আকৃতি ছেদক রেখার এক পার্শ্বস্থ অন্তস্থ কোনকে দর্শায়।

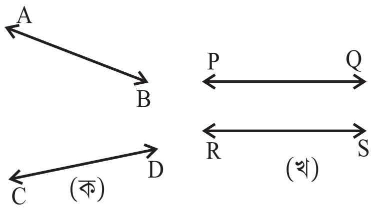
এক জোড়া সমান্তর সরলরেখা অংকর কর এবং সে রেখা দুটির এক ছেদক রেখা অংকন কর। ছেদক রেখা দ্বারা উৎপন্ন কোন গুলিকে মেলে নিম্ন উক্তির গুলির সত্যতা পরীক্ষা কর।

(ক) অনুরূপ কোনগুলি সমপরিমান বিশিষ্ট।

(খ) একান্ত কোন গুলি সমপরিমান বিশিষ্ট।

(গ) ছেদক রেখার এক পার্শ্বস্থ অন্তঃস্থ কোনগুলি পরস্পর পরিপূরক।

3.5 সমান্তর রেখা চিহ্নট ঃ

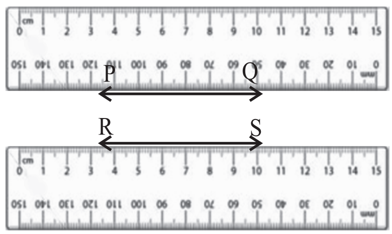


চিত্র 3.32

চিত্র 3.32র দুই জোড়া সরলেখা দেখছ।

(ক) চিত্রয় থাকা সরলরেখা $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ কে দেখলে জানা যাচ্ছে যে সে দুটির ডান দিকে থাকা অংশ পরস্পরকে ছেদ করে। তাই রেখা দ্বয় **অসমান্তর।**

কিন্তু (খ) চিত্র য়ে থাকা রেখা দ্বয় $\overleftrightarrow{PQ}$ ও $\overleftrightarrow{RS}$ কে কোন দিকে থাকা অংশ পরস্পরকে ছেদ করবে করবে তা জানা পড়ছে কি? PQ সহিত ও অন্যটিকে RS সহিত লাগিয়ে রাখ। (পার্শ্বস্থ চিত্রের মতন) স্কেলের বার দুটি পরস্পরে সহিত লেগে যাচ্ছে না। তাই রেখাদ্বয়কে ডানদিকে বা বাম দিকে বইয়ের পৃষ্ঠা ভেতরে পরস্পরকে ছেদ করবে না বলে জানা যাচ্ছে, কিন্তু কেবল রেখাদ্বয় চিত্রকে দেখে, তারা কোন স্থানে ছেদ করবে কি না তা জানা যাবে না। তাই আমাদের একটা পদ্দতি স্থির করতে হবে। বা রেখা দ্বয় সমান্তর কি না তা জানায় সাহায্য করবে।

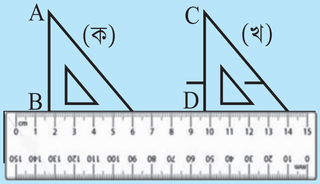


চিত্র 3.33

বর্ত্তমান দেখব দুটি রেখার এক ছেদক রেখা সে রেখাদ্বয়ের সহিত উৎপন্ন করা অনুরূপ বা একান্তর বা ছেদক রেখার এক পার্শ্বেস্থ অনঃস্থ কোন সাহায্যে, রেখাদ্বয় সমান্তর কি না জেনে তা জানবার কোন উপায় আছে কি?

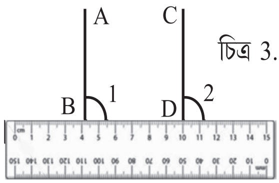
নিজে করে দেখ ঃ

- তুমি তোমার সেট্ স্কোয়ারে কে ব্যবহার করে কি ভাবে দুটি সমান্তর সরলরেখা অংকন করেছিলো মনে ফেল। চিত্র 3.34 সেই প্রনালী দর্শা হয়েছে।
- তুমি সেটস্কোয়ারটিকে একটা স্কেলের যারে লাগিয়ে (ক চিত্রর মতন) স্থানে রাখ ও তার সমকোন সংলগ্ন বার কে লাগিয়ে একটা রেখা খন্ড অংকন কর।
- আবার সেট স্কোয়ার কে (খ চিত্রের মতন) অন্য এক স্থানে সরিয়ে নিয়ে পূর্ব বারকে লাগিয়ে আর একটা রেখা খন্ড অংকন কর। রেখা খন্ড দুটিকে AB ও CD নাম দাও। পাওয়া রেখা খন্ড AB ও CD পরস্পর সমান্তর।



চিত্র 3.33

চিত্র 3.35 রে AB ও CD রেখা খন্ডের জন্যে স্কেলের বার এক ছেদক রেখার মত রয়েছে।



চিত্র 3.35

ফলে $\angle 1$ ও $\angle 2$ এক জোড়া অনুরূপ কোন। $\angle 1$ ও $\angle 2$ প্রত্যেক সেট্ স্কোয়ারের সমকোনের নকল। তাই আমরা দেখলাম উপরিস্থ অংকন পদ্ধতিতে আমরা এক জোড়া একান্তর কোনকে, সমপরিমান বিশিষ্ট কোরে দিলাম। এর দ্বারা দুটি সমান্তর রেখা খন্ড বা সমান্তর রেখা পেলাম।

তাই আমরা জানলাম -

দুটি সরলরেখাকে এক ছেদক রেখা ছেদ করলে, উৎপন্ন হওয়া এক জোড়া অনুরূপ কোন যদি, সমপরিমান বিশিষ্ট হয়, তবে রেখা দুটি সমান্তর হয়।

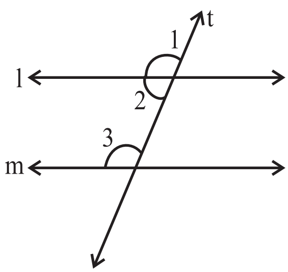
পার্শ্বস্থ চিত্রে সরলেখা l ও m লেগে t রেখা এক ছেদক বলে ধরে নেওয়া যাক। ছেদক রেখার বাম পার্শ্বস্থ অন্তস্থ কোন $\angle 2$ ও $\angle 3$ পরস্পর পরিপূরক।

সরল জোড়া হেতু $\angle 1$ ও $\angle 2$ পরস্পর পরিপূরক।

$\therefore m\angle 3 = m\angle 1$

কিন্তু এ কোন দুটি পরস্পর অনুরূপ

তাই $l \parallel m$



চিত্র 3.36

ফলে আমরা দেখলাম ঃ

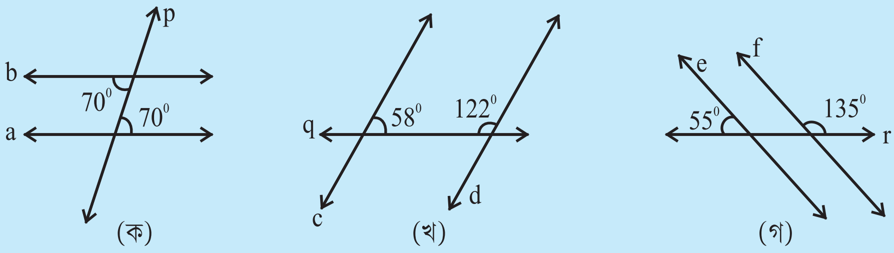
ছেদক রেখার এক পার্শ্বস্ত অন্তস্ত কোনদ্বয় পরস্পর পরিপূরক হলে, অনুরূপ কোনদ্বয় সর্বত্র সমপরিমান বিশিষ্ট হয়।

কিন্তু অনুরূপ কোনদ্বয় সমপরিমান বিশিষ্ট হলে, রেখা দ্বয় সমান্তর হয়।

তাই আমরা জানলাম ঃ

দুটি সরলরেখা কে, একটি রেখা চ্ছেদ করলে, যদি ছেদক রেখার এক পার্শ্বস্থ অন্তঃস্ত কোনদ্বয় পরস্পর পরিপূরক হয় তবে রেখা দ্বয় সমান্তর হবে।

নিজে উত্তর দিতে চেষ্টা কর।

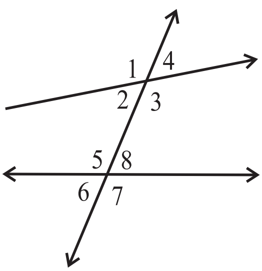


চিত্র 3.37

উপরিস্থ (ক), (খ) ও (গ) চিত্রেয়ে থাকা জোড়া রেখা জোড়ার মধ্যে থেকে কোন রেখা জোড়া সমান্তর এবং কোন রেখা জোড়া অসমান্তর স্থির কর। নিজের উত্তরের জন্যে কারন দর্শাও।

অভ্যাস কার্য্য 3.3

1. পার্শ্বস্থ চিত্র দেখে নিম্ন প্রশ্নের উত্তর দাও।

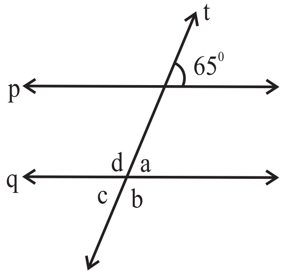


(ক) $\angle 1$ ও $\angle 5$ কি প্রকার কোনের জোড়া?
আর যে কোন গুলি সেই প্রকার, সেগুলির নাম লেখ।

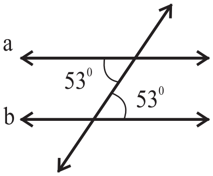
(খ $\angle 3$ ও $\angle 5$ কোন প্রকার কোনের জোড়া ?
সেই প্রকার অন্য কোনের জোড়ার নাম লেখ।

(গ) $\angle 2$ ও $\angle 5$ কোন প্রকার কোনের জোড়া ?
সেই প্রকার অন্য কোন জোড়ার নাম লেখ।

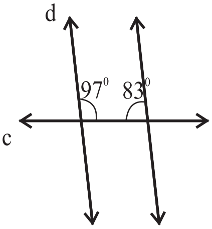
2. পার্শ্বস্থ চিত্রে সরলরেখা p ॥ q এবং রেখা t এক ছেদক। উৎপন্ন হওয়া কোনেদের মধ্যে একটি কোনের পরিমান 65^0 চিত্রয়ে দেওয়া হয়েছে। অন্য চারটি কোনর পরিমানকে a, b, c, d সংকেদ দ্বারা দর্শা হয়েছে। a, b, c ও d প্রত্যেকের মান নির্ণয় কর।



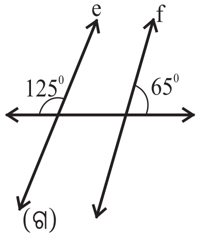
3. নিম্নয়ে থাকা চার জোড়া রেখাদের মধ্যে কোন জোড়া সমান্তর ও কোন জোড়া অসমান্তর বল। তোমা উত্তর সপক্ষে যুক্তি দর্শাও।



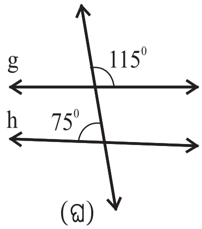
(ক)



(খ)

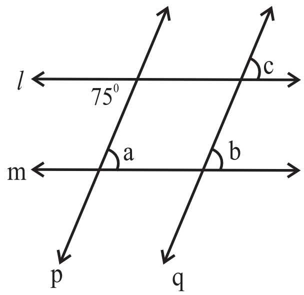


(গ)



(ঘ)

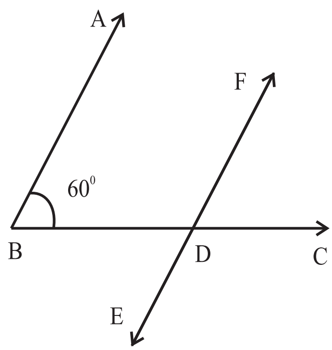
4. পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে সরলরেখা l ॥ m এবং সরলরেখা p ॥ q । চিত্রতে একটা কোন্র পরিমান 75^0 দেওয়া হয়েছে। অন্য তিনটি কোনের পরিমানকে a, b, c সংকেত দ্বারা সুচিত করা হয়েছে। a, b ও c র মান নির্ণয় কর।



5. পার্শ্বস্থ চিত্র মতন 60^0 পরিমান বিশিষ্ট $\angle ABC$ অংকন করে $\overrightarrow{BC}$ ওপরে কে বিন্দু চিহ্নত কর, তার নাম দাও D।

D বিন্দুতে $\overleftrightarrow{DE}$ (চিত্রয় দর্শাও যাওয়ার মতন) অংকর কর যেমন $\overrightarrow{DE}$ ॥ BA হবে।

এই কার্যের জন্যে $\angle BDE$ কোনের পরিমান কত নিয়ে $\overrightarrow{DE}$ অংকন করবে? কারন লেখ।



চতুর্থ অধ্যায়

ঘাতাঙ্ক ও ঘাতরাশি

4.1 আমরা যা জেনেছি ঃ-

ষষ্ঠ শ্রেনীতে আমরা ঘাতরাশি সম্বন্ধে বেশ কিছু শিখেছি কোন সংখ্যা বা রাশিকে আবার ও ঘাতাঙ্ক মাধ্যমে প্রকার করলে তাকে ঘাতরাশি বলা হয়।

যথা : $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

এখানে 32 কে 2^5 রূপে প্রকাশ করা হল, সেখানে সাধারন 2এবং ঘাতাঙ্ক 5।

আমরা বলি 32 হচ্ছে '2' য়ের পঞ্চম ঘাত।

সংখ্যা : 32
ঘাতাঙ্ক রূপ : 2^5
2^5 এক ঘাতরাশি

উত্তর লেখ ঃ

- 16, 2 আধারের কোন ঘাত?
- 3 আধারের চতুর্থ ঘাত কত?
- 125, কোন আধারের তৃতীয় ঘাত?
- 216 কে কোন ক্ষুদ্রতম আধার বিশিষ্ট ঘাত রাশি রূপ প্রকাশ করতে পারব।

4.2 ঘাতক রাশি ঃ

পৃথিবীর বস্তুত্ব কত তোমরা বলতে পারবে কি?

ইহা হচ্ছে প্রায় 5,970,000,000,000,000,000,000,000 কি.গ্রা. ইহা কে পড়তে চেষ্টা কর।

সেরকম যুরেন্সর বস্তুতত্ব হচ্ছে প্রায় 86,800,000,000,000,000,000,000,000 কি.গ্রা ।

এমন বল য়ুরেন্স ও পৃথিবীর মধ্যে কার বস্তুত্ব বেশী ?

এমন অনেক বড় বড় সংখ্যা আছে, যেগুলিকে পড়া বলা তথা তুলনা করা করা কষ্ট কর। এ সিংখা গুলিকে পড়া, বোধ না ও তালনা করার জন্যে আমরা ঘাতরাশি ব্যবহার করে থাক, বড় সংখ্যাকে আমরা আধার ও ঘা মাধ্যম প্রকাশ করে থাকি।

উদাহরন স্বরুপ $100000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

এখানে '10' আধার এবং '5' ঘাতাঙ্ক

100000 বের ঘাতক্ষীয় রুপ হচ্ছে 10^5।

সেরকম 1000 রের ঘাতক্ষীর রুপ 10^3।

কারন $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$

যে সংখ্যাকে সমান সমান উৎপাদক দের গুনফল রুপে প্রকাশ করা যয়, সেই সংখ্যাকে ঘাতক্ষীয় রূপে প্রকাশ করতে পারব।

একটা সংখ্যাকে বিস্তারিত প্রনালীতে লেখা প্রনালী আমরা জানি।

যথা ঃ $23574 = 2\times10000+3\times1000+5\times100+7\times10+4\times1$

একটা সংখ্যাকে বিস্তারিত প্রনালীতে লেখা প্রনালী আমরা জানি।

$23574 = 2\times10^4+3\times10^3+5\times10^2+7\times10^1+4\times1$

এখানে লক্ষ কর 10000, 1000, 100, 10 যথাক্রমে $10^4, 10^3, 10^2, 10^1$ মতন ঘাতঙ্কীয় রুপে লেখা হয়েছে।

তুমি সে ভাবে 135724 ও 2164593 কে বিস্তারিত রূপে লেখ।

তুমি লিখে থাকা বিস্তারিত রূপকে 10 আধার বিশিষ্ট ঘাতক রাশিতে প্রকাশ কর।

যেমন কতক সংখ্যাকে কেবল 10 আধার বিশিষ্ট ঘাতক রাশিতে প্রকাশ করা যেতে পারে। (যেমন $1000=10^3$), সেরকম কতক সংখ্যাকে অন্য আধার বিশিষ্ট ঘাতক রাশিতেও প্রকাশ করা যেতে পারে।

যথা ঃ $81 = 3\times3\times3\times3 = 3^4$

$64 = 4\times4\times4 = 4^3$, অথবা $64 = 2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^6$

নিজে করে লেখ ঃ

নিম্ন সারনীর শূন্যস্থান গুলিকে পূরন করার চেষ্টা কর।

সংখ্যা	ঘাতঙ্কীয় রূপ	আধার	ঘাতঙ্ক
125		5	
128			7
243			3
256		4	
216			3

উপরোক্ত আলোচনায় আমরা উভয় আধার ও ঘাতাঙ্ক প্রত্যেক গনন সংখ্যা ভাবে নিয়েছি।

বর্ত্তমানে ঋনামৎক পূর্ণ সংখ্যাকে আধার এবং গনন সংখ্যাকে ঘাতাঙ্ক রূপে নিয়ে কতক সংখ্যাক ঘাতঙ্গীয় রুপ স্থির করব।

$-8 = (-2)\times(-2)\times(-2) = (-2)^3$,

$81 = (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3) = (-3)^4$,

$25 = (-5)\times(-5) = (-5)^2$

জান কি?
25 কে 25^1 রূপে লিখব। 25^1 কে 25 এর ঘাতঙ্কীয় বলে না বলা ভাল।

বল দেখিঃ

81কে যেভাবে $(-3)^4$ ও $(+3)^4$ রূপে প্রকাশ করা যেতে পারছে। সেরকম (-8) কে (-2) ও $+2$ উভয় আধার বিশিষ্ট ঘাত রাশিতে প্রকাশ করতে পারা যাবে কি ? কারনলেখ।

উদাহরন - 1

2^3 ও 3^2 ঘাত রাশির মধ্যে কোনটি এসেছে।

সমাধানঃ

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

8 থেকে 9 বড়, এতএব 2^3 থেকে 3^2 বড়।

উদাহরন - 2

নিম্ন সংখ্যা গুলির ঘাতঙ্কীয় রূপে প্রকাশ করা কোন ক্ষেত্রে আধারটি এক মৌলিক সংখ্যা ?

(ক) 10000 (খ) 625 (গ) 729

$$\begin{array}{r|l} 5 & 625 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 3 & 729 \\ \hline 3 & 243 \\ \hline 3 & 81 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

সমাধানঃ

(ক) $10000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

(খ) $625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

(গ) $729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$

625 ও 729 ক্ষেত্রে আধার মৌলিক সংখ্যা।

উদাহরন - 3

নিম্ন সংখ্যা গুলিকে ঋনাত্মক আধার ঘাত রূপে লেখ।

(ক) -27 (খ) -32

$$\begin{array}{r|r} -3 & -27 \\ \hline -3 & +9 \\ \hline & -3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} -2 & -32 \\ \hline -2 & +16 \\ \hline -2 & -8 \\ \hline -2 & +4 \\ \hline & -2 \end{array}$$

সমাধান ঃ

(ক) $-27 = (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^3$

(খ) $-32 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^5$

উদাহরন - 4

নিম্ন ঘাতঙ্কীয় রাশিগুলিকে বিস্তারিত রূপে লেখ।

(ক) a^4 (খ) b^5 (গ) $(ab)^3$

সমাধান ঃ

(ক) $a^4 = a \times a \times a \times a$

(খ) $b^5 = b \times b \times b \times b \times b$

(গ) $(ab)^3 = ab \times ab \times ab$

$= a \times b \times a \times b \times a \times b = a \times a \times a \times b \times b \times b$

উদাহরন - 5

নিম্ন ঘাত রাশি গুলির মানস্থির কর।

$(1)^5$, $(-1)^3$, $(-1)^6$, $(-10)^3$, $(-2)^3$

বল দেখি?
$(1)^{10}$ ও $(1)^8$ মধ্যরে বড় কোনটি?
$(-1)^5$ ও $(-1)^{11}$ মধ্যরে ছোট কোনটি?

সমাধান ঃ

$(1)^5 = 1\times1\times1\times1\times1 = 1$

$(-1)^3 = (-1)\times(-1)\times(-1)$
$= 1\times(-1) = -1$

$(-1)^6 = (-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$
$= 1\times1\times1 = 1$

$(-10)^3 = (-10)\times(-10)\times(-10)$
$= 100\times(-10) = -1000$

$(-2)^3 = (-2)\times(-2)\times(-2)$
$= (+4)\times(-2) = -8$

ঋনাত্মক আধার বিশিষ্ট এক ঘাতরাশির ঘাতাঙ্ক যুগ্ম সংখ্যার হলে, ঘাতরাশিটি ঋনাত্মক হয়। সেই রকম, ঋনাত্মক আধার বিশিষ্ট একটি ঘাতরাশির ঘাতাঙ্ক অযুগ্ম সংখ্যা হলে। ঘাতরশিটি কি প্রকার হচ্ছে পরীক্ষা করে দেখ।

উদাহরন - 6

নিম্ন সংখ্যা গুলিকে মৌলিক সংখ্যার ঘাতরাশি দের গুনফল রূপে প্রকাশ কর।

(ক) 500 (খ) 392

সমাধান ঃ

(ক) $500 = 2\times2\times5\times5\times5$
$= 2^2\times5^3$

(খ) $392 = 2\times2\times2\times7\times7$
$= 2^3\times7^2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 500 \\ \hline 2 & 250 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 392 \\ \hline 2 & 196 \\ \hline 2 & 98 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline & 7 \end{array}$$

জান কি?

(-1) এর ঘাত অযুগ্ম সংখ্যা হলে ঘাতরাশির মান -1 এর ঘাত (-1) যুগ্ম সংখ্যা হলে, ঘাত রাশির মান কত? 1 হবে।

অভ্যাস কার্য্য 4.1

1. নিম্ন ঘাত রাশি দের মান স্থির কর।

(ক) 2^6 (খ) 9^3 (গ) 10^4 (ঘ) 5^4

2. নিম্ন সংখ্যাদের ঘাতাঙ্কীয় রূপে প্রকাশ কর। প্রত্যেক ক্ষেত্রে আবার ও ঘাতঙ্ককে চেনাও।

(ক) 512 (খ) 343 (গ) 729 (ঘ) 625

3. ঘাতাঙ্কীয় রুপে প্রকাশ কর।

(ক) $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

(খ) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

(গ) $p \times p \times p$

(ঘ) $a \times a \times a \times a \times a$

(ঙ) $r \times r \times r \times r \times r \times r$

4. দেওয়া হয়ে থাকা ঘাত রাশির মধ্যে কে বড় স্থির কর।

(ক) 4^3 ও 3^4

(খ) 5^3 ও 3^5

(গ) 2^8 ও 8^2

(ঘ) 2^{10} ও 10^2

বল দেখি ঃ
0^5 ও 0^{13} মধ্যে কে বড় বলতে পারবে কি?

5. নিম্ন সংখ্যাদের মৌলিক সংখ্যাগলির ঘাত রাশির গুনফল রূপে প্রকাশ কর।

(ক) 648 (খ) 432 (গ) 3600

6. সরল কর।

(ক) 2×10^3 (খ) $7^2 \times 2^2$

(গ) $2^3 \times 5^2$ (ঘ) $3^2 \times 4^3$

(ঙ) $3^2 \times 2^3 \times 5^2$ (চ) $5^2 \times 3^2 \times 2^2$

7. সরল কর।

(ক) $(-4)^3$ (খ) $(-2)^3 \times (-3)^2$

(গ) $(-3)^2 \times 2^4$ (ঘ) $(-2)^3 \times (-10)^3$

4.3. ঘাতাঙ্কায় নিয়ম ঃ

4.3.1. সম আধার বিশিষ্ট ঘাত রাশিদের গুনন ঃ

উদাহরন - 1

এস, $2^2 \times 2^3$ কে ঘাত রাশি রুপে প্রকাশ করব।

$2^2 \times 2^3$

$= (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 2^{2+3}$

যেহেতু, 5 কে (2+3) রূপে লেখা যেতে পারে।

দুটি 2 তিনটি 2 এর গুনন হচ্ছে পাচঁটি 2 এর গুনন 2^2ও 2^3 সম আধার বিশিষ্ট হেতু $2^2 \times 2^3 = 2^{2+3}$হবে।

উদাহরন- 2

সেরকম $(3)^4 \times (3)^3 = \{(3) \times (3) \times (3) \times (3)\} \times \{(3) \times (3) \times (3)\}$

$= (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) = (3)^7 = (3)^{4+3}$

তাই $(3)^4 \times (3)^3 = (3)^{4+3}$

উদাহরন - 3

$a^2 \times a^6 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a \times a)$

$= a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^8$

তাই $a^2 \times a^6 = a^{2+6}$

আমরা পেরে থাকা গুনফলকে নিম্ন সারনীতে লিখব।

উদাহরণ	প্রথম ঘাতরাশি	দ্বিতীয় ঘাত রাশি	ঘাত রাশি দ্বয়ের পূর্ণফল
1	2^2	2^3	2^5
2	3^4	3^3	3^7
3	a^2	a^6	a^8

ওপরের সারনীর থেকে তুমি কি লক্ষ করছ?

আমরা নিম্ন সিদ্ধান্তে উপনীত হব।

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

এখানে a এক ঋনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং m ও n প্রত্যেক একটা একটা গনন সংখ্যা।

1. নিজে পরীক্ষা করে সত্যতা প্রতিপালন কর।

   (ক) $3^2 \times 3^3 = 3^5$ (খ) $4^2 \times 4^2 = 4^4$

2. প্রত্যেককে একটা ঘাতরাশি তে প্রকাশ কর।

   (ক) $2^3 \times 2^5$ (গ্ব) $p^3 \times p^4$ (গ) $5^2 \times 5^3$

এস আবার বিশিষ্ট তিনটি ঘাত রাশির গুনন করব।

$5^2 \times 5^3 \times 5^4 = (5^2 \times 5^3) \times 5^4$ (গুননের সহযোগী নিয়ম)

$= 5^{2+3} \times 5^4$ (ঘাত রাশির গুননের নিয়ম)

$= 5^{2+3+4}$ (ঘাত রাশির গুনন নিয়ম)

$= 5^9$

সেরকম, $a^m \times a^n \times a^p = (a^m \times a^n) \times a^p$ (গুননের সহযোগী নিয়ম)

$= a^{m+n} \times a^p$ (ঘাত রাশির গুনন নিয়ম)

$= a^{m+n+p}$ (ঘাত রাশির গুনন নিয়ম)

বল দেখিঃ
$2^3 \times 3^2$ মান নির্ণয় করার সময়, তোমরা ঘাতাঙ্ক কে যোগ করতে পারবে কি? কারন বল।

$$a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$$

যেখানে a একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা m, n ও p প্রত্যেক একটা একটা জন গনন সংখ্যা।

4.3.2 সম আধার বিশিষ্ট ঘাত রাশি দ্বয়ের মধ্যে ভাগক্রিয়া

এখান সম আধার বিশিষ্ট দুটি ঘাত রাশি মধ্যে ভাগ করব, যেখানে ভাজ্যের ঘাতাঙ্ক, ভাজকের ঘাতাঙ্কর থেকে বড়।

প্রথম উদাহরন ঃ $3^5 \div 3^3$ কে সরল করব।

$$3^5 \div 3^3 = \frac{3^5}{3^3} \quad \frac{3\times3\times3\times3\times3}{3\times3} = 3^2 = 3^{5-3} \quad (\text{যেহেতু } 2 = 5-3)$$

$$\therefore 3^5 \div 3^3 = 3^{5-3}$$

দ্বিতীয় উদাহরন ঃ $$5^4 \div 5^2 = \frac{5^4}{5^2} = \frac{5\times5\times5\times5}{5\times5} = 5^2 = 5^{4-2}$$

$$\therefore 5^4 \div 5^2 = 5^{4-2}$$

তৃতীয় উদাহরন : a একটা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে $a^7 \div a^4$ কত স্থির করব।

$$\frac{a^7}{a^4} = \frac{a\times a\times a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a\times a} = a^3 = a^{7-4}$$

অতএব $\frac{a^7}{a^4} = a^{7-4}$

এস, উপরে আলোচনা করা যাওয়া তিনটি উদাহরনকে লক্ষ করব।

প্রথম উদাহরণ ঃ $3^5 \div 3^3 = 3^{5-3}$

দ্বিতীয় উদাহরন ঃ $5^4 \div 5^2 = 5^{4-2}$

তৃতীয় উদাহরন ঃ $a^7 \div a^4 = a^{7-4}$

উপরোক্ত, উদাহরণ তিনটিরে তুমি কি লক্ষ করছ?

লক্ষ কর, প্রত্যেক উদাহরনে

- ভাজ্য ও ভাজকে উভয় আবার সমান ভাগফলের আবার ও ভাজ্য বা ভাজকের আধার সঙ্গে সমান।
- ভাগফলের ঘাতাঙ্ক পাওয়ার জন্যে নেওয়া হয়েতাকার ভাজ্যের ঘাতাঙ্কর থেকে ভাজকের ঘাতঙ্কের বিয়োগ করা হয়েছে। সাধারন ভাবে ইহাকে আমরা নিম্ন মত বলতে পারব।

a এক ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং m ও n গনন সংখ্যা (যেখানে $m > n$) হলে $a^m \div a^n = a^{m-n}$

একটা ঘাত রাশির ঘাত নির্ণয় ঃ

(ক) $2^9 \div 2^3$

(খ) $10^5 \div 10^3$

(গ) $9^{11} \div 9^7$

(ঘ) $20^{15} \div 20^7$

বল দেখি ঃ
এই নিয়মের সাহায্য নিয়ে 4^5 কে 2^5 দ্বারা ভাগ করতে পারব কি? (সূচনা ঃ প্রথমে 4^5 কে 2 আধার বিশিষ্ট ঘাত রাশি তে পরিণত কর)

4.3.3 একটা ঘাত রাশির ঘাত নির্ণয়।

(i) (2^3) কে একটা $(3^3)^4$ ঘাত রাশিতে পরিনত করব।

$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3}$ (ঘাত রাশির গুনন নিয়ম)

তাই $(2^3)^2 = 2^{3\times2}$

(ii) সেই রকম $= 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$= (3^2 \times 3^2) \times (3^2 \times 3^2)$ (গুননের সহযোগী নিয়ম)

$= 3^{2+2} \times 3^{2+2}$ (ঘাতরাশির গুনন নিয়ম)

$(3^3)^4$

$= 3^{2+2+2+2}$ (ঘাত রাশির গুনন নিয়ম)

$= 3^{2\times4}$

(iii) সেইরকম a একটা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে কত স্থির করব।

$= a^3 \times a^3 \times a^3 \times a^3 = (a^3 \times a^3) \times (a^3 \times a^3)$ (কোন নিয়ম ব্যবহার হয়েছে?)

$= a^{3+3} \times a^{3+3}$ (কোন নিয়ম ব্যবহার হয়েছে?)

$= a^{3+3+3+3}$ (কোন নিয়ম ব্যবহার হয়েছে)

$= a^{3\times4}$

উপরোক্ত উদাহরন থেকে আমরা নিম্ন সিদ্ধান্তে উপনীত হলাম।

a এক ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং m ও n প্রত্যেক গুনন সংখ্যা হলে ইহাকে ঘাত রাশির ঘাত নিয়ম বলা হয়।

✍ নিম্ন ঘাত রাশির ঘাতকে এক ঘাত রাশিতে প্রকাশ কর।

(ক) $(7^3)^6$ (খ) $(5^2)^3$ (গ) $(4^3)^5$

4.3.4 সম ঘাতাঙ্ক বিশিষ্ট দুটি ঘাত রাশির গুনন।

(I) $2^3 \times 3^3$ কে একটা ঘাত রাশিতে পরিনত করব।

$2^3 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$

$= (2 \times 3)^3$

$\therefore 2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3$

(ii) $4^4 \times 3^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3)$

$= (4 \times 3)^4$

$\therefore 4^4 \times 3^4 = (4 \times 3)^4$

(iii) সেই রকম a ও b উভয়ে একটা করে ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে -

$$a^5 \times b^5 = a \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b$$

$$= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$$

$$a^5 \times b^5 = (a \times b)^5$$

$$\therefore\ a^5 \times b^5 = (a \times b)^5$$

উপরোক্ত উদাহরকন থেকে আমরা নিম্ন সিদ্ধান্তে উপনীত হলাম।

> a ও b প্রত্যেকে একটা করে ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে
> $a^m \times b^m = (ab)^m$ (যেখানে m একটা গনন সংখ্যা)

নিম্ন সমধাতঙ্ক বিশিষ্ট ঘাত রাশি দ্বায়ে গুনফল কে এক একটা ঘাত রাশিতে প্রকাশ কর।

(ক) $5^2 \times 3^2$ (খ) $3^3 \times a^3$ (গ) $a^4 \times b^4$

(a ও b প্রত্যেকে ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা)

উদাহরন ঃ

$3^2 \times 5^2$ ও $(5^2)^3$ মধ্যে কোন রাশিটি বড় স্থির কর।

সমাধান ঃ

প্রথম প্রনালী ঃ

$3^2 \times 5^2 = (3 \times 5)^2$

$= (15)^2 = 225$

সুতরাং $5^2 = (3 \times 5)^2$

বিকল্প প্রনালীঃ

$3^2 \times 5^2 = 9 \times 25$ বা 25 এর 9 গুন

$(5^2)^3 = (25)^3$

$= 25 \times 25 \times 25$

$= 25 \times (25 \times 25)$

$= 25 \times 625$ বা 25 এর 625 গুণ

$\therefore$ $3^2 \times 5^2$ অপেক্ষা $(5^2)^3$ বড়।

উদাহরন ঃ

$[(2^2)^3 X 3^6] X 5^6$ কে একটা ঘাতরাশিতে প্রকাশ কর।

সমাধান ঃ $[(2^2)^3 X 3^6] X 5^6 = [(2^{3x2} X 3^6] x 5^6$ (ঘাত রাশির ঘাত নিয়ম)

$= [(2^6 x 3^6] x 5^6$

$= (2 \times 3)^6 \times 5^6$ (সম ঘাতাঙ্ক বিশিষ্ট ঘাত রাশির গুনন নিয়ম)

$= 6^6 \times 5^6$

$= (6 \times 5)^6$ (সম ঘাতাঙ্ক বিশিষ্ট ঘাতক রাশির গুনন নিয়ম)

$= 30^6$

অভ্যাস কার্য্য 4.2

1. ঘাতাঙ্কীয় নিয়ম ব্যবহার করে এক ঘাত রাশির পরিণত কর।

(ক) $2^3 \times 2^4 \times 2^5$ (খ) $6^{15} \div 6^{12}$ (গ) $a^3 \times a^7$

(ঘ) 7×7^2 (ঙ) $5^2 \div 5^3$ (চ) $2^5 \times 3^5$

(ছ) $a^4 \times b^5$ (জ) $(3^4)^2 \times (2^6)^2$ (ঞ) $(2^{10} \div 2^8) \times 2^3$

2. সরল করে এক ঘাতক রাশিতে পরিনত কর।

(ক) $\dfrac{2^3 \times 3^4 \times 4}{3 \times 3^3}$ (খ) $\dfrac{3 \times 7 \times 11^8}{21 \times 11^3}$

(গ) $[(5^2)^3 \times 5^4] \div 2^7$ (ঘ) $25^4 \div 5^3$

(ঙ) $\dfrac{3^7}{3^4 \times 3^3}$ (চ) $\dfrac{2^4 \times a^5}{4^2 \times a}$

(ছ) $(2^3 \times 2)^2 \div 2^5$ (ঞ) $\left(\dfrac{a^5}{a^3}\right) \times a^8$

3. নিম্ন সংখ্যাকে মৌলিক সংখ্যা আধার বিশিষ্ট একাধিক ঘাত রাশিকে গুনফল রূপে প্রকাশ কর।

(ক) 270 (খ) 768 (গ) 108×192 (ঘ) 729×64

4. সরল কর ঃ

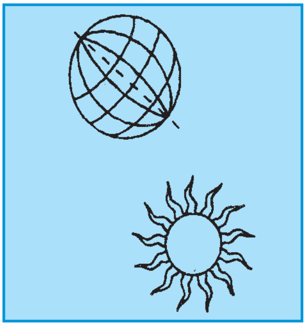
(ক) $\{(4)^2\}^2$ (খ) $(6)^3 + (6)$ (গ) $(2)^3 \times (3)^3 \div (6)^3$

(ঘ) $(5)^2 \times (5)^4 \div (5)^2$ (ঙ) $\dfrac{(2^5) \times 7^3}{8^3 \times 7}$ (চ) $\dfrac{3^2 \times 10^5 \times 25}{5^3 \times 6^4}$

4.4. বৈজ্ঞানিক পদ্ধতিতে সংখ্যা লিখন।

বিভিন্ন ক্ষেত্রে আমরা 65,000; 125,00,000; 35,00,000,00 অব্দি বড় বড় সংখ্যা গুলি (অধিক অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা ব্যবহার করি। এমন কি কতক তথ্যকে ও বড় সংখ্যা দ্বারা ই প্রকাশ করে থাকি।

যেমন —



- পৃথিবীর থেকে সূর্যের দূরত্র প্রায় 149,600,000,000 মি.।
- আলোকের বেগ সেকেন্ড প্রতি প্রায় 300,000,000 মিটার।
- পৃথিবীর বস্তুত্ব হচ্ছে প্রায় 5,976,000,000,000,000,000,000,000 কি. গ্রা।

এর কম বড় বড় সংখ্যাকে ছোট আকারে লিখলে হিসেব করা, মনে রাখা ও বিভিন্ন ক্ষেত্রে ব্যবহার করা সুবিধে জনক হয়ে থাকে।

এস দেখব, সেগুলিকে কিভাবে সংক্ষিপ্ত আকারে লেখা যায়।

এখন বল, এই রকম বড় বড় সংখ্যা গুলিকে কি ভাবে সংক্ষিপ্ত আকারে লেখা

যায়।

এখন বল:

$$48 = 4.8 \times 10 = 4.8 \times 10^1$$

$$480 = 4.8 \times 100 = 4.8 \times 10^2$$

$$4800 = 4.8 \times 1000 = 4.8 \times 10^3$$

$$48000 = 4.8 \times 10000 = 4.8 \times 10^4$$

বলত দেখিঃ
48000000 কে কেমন লেখা যাবে।

এখানে সংখ্যাগুলিকে একটা নিৰ্দিষ্ট রূপে লেখা হয়েছে।

প্রত্যেক সংখ্যাকে দুটি সংখ্যার গুনফল রূপে প্রকাশ করা হয়েছে।

সে দুটির মধ্যে —

- প্রথমটি হচ্ছে একটা দশমিক সংখ্যা যার দশমিক বিন্দুর আগে কেটা মাত্র অঙ্ক আছে এর ফলে সংখ্যাটি 1 বা তার থেকে বড় কিন্তু 10 এর থেকে ছোট।
- অন্যটি 10 আধার বিশিষ্ট একটি ঘাত রাশি, যার ঘাতাঙ্ক বা একটা গনন সংখ্যা

যথা — 480 = 4.8 × 10^2

সংখ্যা   দশমিক সংখ্যা   10 আধার বিশিষ্ট ঘাত রাশি

আর একটা উদাহরণ নেব।

130,000,000 সংখ্যা যে আমরা নিম্ন মতে প্রকাশ করতে পারব।

$$130,000,000 = 1.3 \times 100000000$$
$$= 1.3 \times 10^8$$

পূর্বোক্ত উদাহরন গুলির থেকে দেখালাম যে, মূল সংখ্যা টি কে দুটি সংখ্যার গুনফল রূপে প্রকাশ করা হয়েছে।

প্রথমটি হচ্ছে 1 বা তার থেকে বড় ও 10 থেকে ছোট একটা দশমিক সংখ্যা। অন্যটি 10 আধার বিশিষ্ট একটি ঘাত রাশি, যার ঘাতাঙ্ক এক গনন সংখ্যা।

উপরিক্ত পদ্ধতিতে প্রকাশিত সংখ্যা রূপকে সংখ্যার প্রমানিক রূপ বা মানকে রূপ এবং প্রকাশ পদ্ধতিটি কে বৈজ্ঞানিক পদ্ধতি বলা হয়।

আমরা একটা সংখ্যার প্রমানিক রূপ কি ভাবে পাই তা নিম্মক্তো দেখ।

3768.2 প্রামানিক রূপে প্রকাশ করব।

$$= \frac{3768.2}{1000} \times 1000$$
$$= 3.7682 \times 1000$$
$$= 3.7682 \times 10^3$$

[যেহেতু প্রথম অংশটি 3.7682 হওয়া আবশ্যক, তাই 1000 দ্বারা ভাগ করা হল। সংখ্যাটি না বদলানের জন্যে 1000 দ্বারা গুনন করা হল।]

তবে, 1,00,000 কে কি ভাবে প্রামানিক রূপে প্রকাশ করব।

$$
\begin{aligned}
1{,}00{,}000 &= 1\times 1{,}00{,}000 \\
&= 1.0\times(10\times10\times10\times10\times10)\ [\because 1=1.0] \\
&= 1.0\times 10^{5}
\end{aligned}
$$

তাই প্রামানিক রূপে প্রথম সংখ্যাকে 1 অথবা 1 ও 10 মধ্যবর্ত্তী এক দশমিক সংখ্যা ভাবে নেওয়া যেতে পারে।

(টোকা: 1 থেকে ছোট হয়ে থাকা এক ধনাত্মক দশমিক সংখ্যা (যেমন 0.0000345) কে কি ভাবে প্রামানিক রূপে প্রকাশ করা হয় তা পরে জানব)

উদাহরন ঃ

নিম্ন সংখ্যা গুলির প্রামানিক রূপ দর্শাও।

(ক) 65,950 (গ) 5985.3

(খ) 34,30,000 (ঘ) 783.14

সমাধান ঃ

(ক) 65,950 $= 6.595\times 10000 = 6.5950\times 10^{4}$

(খ) 34,30,000 $= 3.43\times 1000000$

$= 3.43\times 10^{6}$

(গ) $5985.3 = 5.9853\times 1000 = 5.9853\times 10^{3}$

(দশমিক বিন্দুটে বাম দিকে অস্থান সরে গেল)

(ঘ) 783.14 $= 7.8314\times 100$

$= 7.8314\times 10^{2}$

অভ্যাস কার্য্য 4.3

1. (ক) আলোকের গতি সেকেন্ড প্রতি 300,000,000 মিটার। এই বেগকে প্রামানিক রুপে প্রকাশ কর।

(খ) পৃথিবী থেকে চন্দ্রের হারাহারি, দুরত্ব প্রায় 384000000 মিটার উক্ত দুরত্বর প্রামানিক রুপ লেখ।

2. নিম্নয়ে কতগুলি সংখ্যার প্রামানিক রূপ দেওয়া হয়েছে, সংখ্যা টিকে লেখ।

(ক) 9.8×10^{4} (খ) 1.385×10^{7}

(গ) 5.15×10^{10} (ঘ) 3.9×10^{11}

3. নিম্ন দেওয়া প্রত্যেক উক্তিতে থাকা সংখ্যার প্রমানিক রুপ লেখ।

(ক) পৃথিবীর ব্যাস প্রায়। 1,27,56,000 মিটার।

(খ) সূর্য্যর প্যাস প্রায় 1,400,000,000 মিটার।

(গ) শনি গ্রহর থেকে সূর্যের দূরত্ব প্রায়, 1,433,500,000,000 মিটার।

(ঘ) পৃথিবীতে প্রায় 1,353,000,000 ঘন কি.মি সমুদ্রের জল আছে।

পঞ্চম অধ্যায়

পরিমেয় সংখ্যা

5.1 আমরা যা জানিঃ

আমরা পূর্বে স্বাভাবিক সংখ্যা (1, 2, 3.................) ও তাদের নিয়ে চার মৌলিক গানিতিক প্রক্রিয়া সম্পাদন বিষয়ে জেনেছি। তারপরে '0' সহিত সমস্ত গনন সংখ্যাকে সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যা (0, 1, 2, 3.........) ও দাতের মধ্যে চার মৌলিক সানিতিক প্রক্রিয়া সম্বন্ধে ও জানলাম । সম্প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যার সহিত ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা সম্বন্ধে জেনেছি। উক্ত সংখ্যাদের সংপৃক্ত চার গানিতিক প্রক্রিয়া ও তাদের ধর্ম বিষয়ে ও জেনেছি। ভগ্ন সংখ্যা বিষয়ে ও জেনেছি, যেখানে ভগ্ন সংখ্যা লব ও হর সর্বদা ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। এই অধ্যায় আমরা সংখ্যা পদ্ধতি সংগকে অধিক আলোচনা করব।

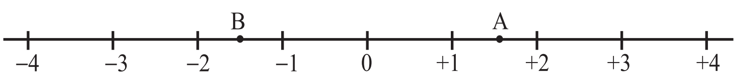
5.2 পরিমেয় সংখ্যার আবশ্যকতা

মনে কর তুমি গনিতে 100 থেকে 45 নম্বর পেয়েছে। এই 100 থেকে 45 কে সংখ্যার রুপে $\frac{45}{100}$ লেখা যায়। $\frac{45}{100}$ কে এক ভগ্ন সংখ্যা বলে তুমি জান, সেইরকম একজন 100 টাকা আনাচ কিনে তা কে বিক্রি করাযে তার 38 টাকা ক্ষতি করার কথাকে 100 টাকায় ক্ষতি 38টাকা বলা হয়। এই ক্ষেত্রে ক্ষতি 38 টাকা অথবা লাভ 38 টাকা বলে বলা হয়। ‘‘100 টাকায়– 38 টাকা লাভকে আমরা ‘‘লাভ $\frac{-38}{100}$ ’’ ভাবে লিখে থাকি।

মনে কর, তোমাদের কাছে থাকা মিস্ত্রি 8 ভাগের 3 ভাগ হরিকে দিলে। তবে হরিকে দিয়ে থাকা মিস্ত্রি পরিমানকে তোমার মিস্ত্রির $\frac{3}{8}$ রুপে লেখা যেতে পারবে। 100 টাকায় কিনে বিনা লাভ বা ক্ষতি তে বিক্রি করলে আমরা বলি 100 টাকার লাভ বা ক্ষতি 0 টাকা, এ পিরিস্থিতি কে সুানর জন্যে $\frac{0}{100}$ লিখতে পারব।

লক্ষ্য করঃ $\frac{45}{100}, \frac{38}{100}, \frac{3}{8}$ হচ্ছে একটা একটা ভগ্ন সংখ্যা।

এস, সংখ্যা রেখা নিয়ে, কতক সংখ্যাকে উপস্থাপন করব।



সংখ্যা রেখাতে +1 ও +2 র ঠিক মধ্য বিন্দুকে A ভাবে মুলক হয়েছে। A বিন্দু সুচীতে থাকা সংখ্যাটি হচ্ছে $1\frac{1}{2}$ বা $\frac{3}{2}$ । এখন বল ; '0' র বাম দিকে–1 ও – 2 মধ্য বিন্দুটি কোন সংখ্যাকে সুচাবে। তুমি নিশ্চয় বলবে যে, ইহা এই বিন্দু

$-1\frac{1}{2}$ কে সুচাচ্ছে। $-1\frac{1}{2}$ বা $\frac{-3}{2}$ এর মত সংখ্যা সহিত আমরা পূর্ব পরিচিত নই। এণন সংখ্যাকে ভগ্ন সংখ্যা বলতে পারব না। ইহা একটি পরিমেয় সংখ্যা

$\frac{45}{100}, \frac{3}{7}, \frac{0}{100}, \frac{3}{2}, \frac{-3}{2}$ এর মতন সংখ্যাগুলি হচ্ছে একটা একটা পরিমেয় সংখ্যা এমন তলায় দেওয়া উদাহরনকে লক্ষ্য কর।

2 হচ্ছে একটা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। ইহার যোগত্মক বিলোমী হচ্ছে – 2।

এখন বল, 2 এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল 0 হবে।

সেই রকম,

+5 সহিত কত যোগ করলে যোগফল 0 হবে।

+5 সহিত – 5 যোগ করলে যোগফল 0 হবে?

এখন বল, $\frac{1}{2}$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল 0 হবে?

$\frac{2}{5}$ এর সহিত কত যোগ করলে যোগফল 0 হবে?

জান কি?
কোন সে সংখ্যা সহিত তার যোগাত্মক বিলোমী কে যোগ করলে যোগফল 0 হবে।

তোমরা নিশ্চয়ই বলবে, কোন ভগ্ন সংখ্যার সহিত, তার যোগাৎমক বিলোমীকে যোগ করলে যোগফল 0 হবে। অর্থাৎ প্রত্যেক ভগ্ন সংখ্যার এর যোগাত্মক বিলোমী সংখ্যা আছে।

প্রসারিত স্বাভাবিক সংখ্যার সহিত সমস্ত ঋনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং ভগ্ন সংখ্যা ও তাদের যোগাত্মক বিলোমীকে একত্র নিয়ে পরিমেয় সংখ্যা সমূহ গঠিত।

যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ রূপে প্রকাশ করে হতে থাকবে, তাহা এক পরিমেয় সংখ্যা। যেখানে p ও q উভয় পূর্ণ সংখ্যা ও q এর মূল্য 0 হতে থাকবে না।

$\frac{p}{q}$ রে প্রকাশিত পরিমেয় সংখ্যাতে p কে লব ও q কে হর বলা হয়।

উত্তর লেখঃ

(ক) 3 টি পরিমেয় সংখ্যা লেখ, যার লব ধনাত্মক।

(খ) 3 টি পরিমেয় সংখ্যা লেখ, যার লব ঋনাত্মক।

(গ) 3 টি পরিমেয় সংখ্যা লেখ, যার লব শূন্য।

(ঘ) 3 টি পরিমেয় সংখ্যা লেখ যার হর ধনাত্মক।

5.2.1. ধনাত্মক এ ঋনাত্মক সংখ্যা।

$\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{9}{13}, \frac{3}{8}$ পরিমেয় সংখ্যা গুলিতে লব ও হর উভয়ে ধনাত্মকে পূর্ণ সংখ্যা।

এমন সংখ্যাকে ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা বলা হয়।

যে পরিমেয় সংখ্যার লব বা হর মধ্যের থেকে কোন একটা ঋনাত্মক, তা'কে ঋনাতক পরিমেয় সংখ্যা বলা হয়।

উদাহরন ঃ $\frac{-1}{3}, \frac{-4}{5}, \frac{3}{-7}, \frac{5}{-8}$ ইত্যাদি

$\frac{-3}{-5}$ একটি পরিমেয় সংখ্যা

ইহার লব ও হর উভয়ে ঋনাতকে পূর্ণসংখ্যা

লক্ষ্যকর, $\frac{-3}{-5} = \frac{(-3)\times(-1)}{(-5)\times(-1)} = \frac{3}{5}$

অর্থাৎ $\frac{-3}{-5}$ হচ্ছে এক ঋনাত্মকপূর্ণ সংখ্যা

অর্থাৎ, যে পরিমেয় সংখ্যার লব ও হর উভয়ে ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

0 এক প রিমেয় সংখ্যা , যা ধনাত্মক নয় কি ঋনাত্মক ও নয়

যেহেতু, $\frac{0}{7} = \frac{0}{-3} = \frac{0}{18} = 0$

2,3,5, হচ্ছে একটা একটা পূর্ণ সংখ্যা যে গুলিকে যথাক্রমে $\frac{2}{1}, \frac{3}{1}$ ও $\frac{5}{1}$ ভাবে লিখতে পারব।

> জান কি?
>
> $\frac{0}{-3}$ হচ্ছে একটা পরিমেয় সংখ্যা '0' সহিত সমান।

ইহাকে এমন ভাবে লিখতে পারব।

$2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$-4 = \frac{-4}{1} = \frac{4}{-1} = \frac{-8}{2} = \frac{8}{-2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

> জান কি?
>
> 5 কে সেই মত কি করে লিখতে পারব।

এখানে দেখলে প্রত্যেক পূর্ণ সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ রুপে প্রকাশ করা যেতে পার যেখানে। p ও q একটা একটা পূর্ণ সংখ্যা $q \neq 0$।

> জান কি?
>
> $q \neq 0$ কে q , 0 সহ সমান নহে বলে পরা যায়।

অর্থাৎ প্রত্যেক পূর্ণ সংখ্যা একটা পরিমেয় সংখ্যা।

$\frac{1}{2}, \frac{1}{7}$ হচ্ছে একটা একটা ভগ্ন সংখ্যা। এই ভগ্ন সংখ্যা গুলি একটা একটা পরিমেয় সংখ্যা কেন?

বিন্দু $3, \frac{-2}{3}, \frac{0}{2}, \frac{-5}{7}, \frac{3}{-8}$ হচ্ছে পরিমেয় সংখ্যা কিন্তু এরা ভগ্ন সংখ্যা নয়।

অর্থাৎ প্রত্যেক ভগ্ন সংখ্যা একটা একটা পরিমেয় সংখ্যা, কিন্তু প্রত্যেক পরিমেয় সংখ্যা ভগ্ন সংখ্যা নয়।

যেমন,

10 টি পরিমেয় সংখ্যা লেখ।

তাদের মধ্যে থেকে 5 টি উভয় ভগ্ন সংখ্যাও পরিমেয় সংখ্যা হবে এবং অন্য পাঁচটি কেবল পরিমেয় সংখ্যা হবে, কিন্তু ভগ্ন সংখ্যা হবে না।

5.3 পরিমেয় সংখ্যার প্রামানিক রূপ ঃ

নিম্ন লিখিত পরিমেয় সংখ্যা গুলিকে লক্ষ্য কর ঃ

$\frac{3}{5}, \frac{-5}{8}, \frac{4}{7}, \frac{-9}{11}, \frac{-3}{13}$

উপরোক্ত প্রত্যেক পরিমেয় সংখ্যার লব ও হরের সাধারন গুন নিয়ক 1 ও প্রত্যেক হর ঋনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং কেবল লবও উভয় ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং কেবল লব ও উভয় ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা আছে। এ পিরিমেয় সংখ্যা গুলিকে, পরিমেয় সংখ্যার প্রামানিক রূপে আছে

কোন গুলি প্রামানিক রূপে আছে?

$\frac{5}{12}, \frac{-5}{7}, \frac{3}{4}, \frac{-45}{30}, \frac{12}{-19}, \frac{36}{-24}, \frac{28}{35}$

5.3.1 প্রামানিক রূপে না থাকা পরিমেয় সংখ্যাকে প্রমানিক রূপে পরিবর্ত্তন ঃ

উদাহরন ঃ $\frac{-45}{60}$ কে প্রামানিক রূপে প্রকাশ কর,

সমাধান ঃ

প্রথম প্রনালী

$$\frac{-45}{60} = \frac{-45 \div 3}{60 \div 3} = \frac{-15}{20} = \frac{-15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{-3}{4}$$

কিম্বা

দ্বিতীয় প্রনালী ঃ

45 ও 60 এর গ.সা.গু. = 15

তাই $\frac{-45}{60} = \frac{-45 \div 15}{60 \div 15} = \frac{-3}{4}$

এখন বল -

- উভয় প্রনালীতে উত্তর সমান হচ্ছে কি?
- উভয় প্রনালীতে উত্তর নির্ণয় করায় কি কি ভিন্নতা আছে?

উদাহরন ঃ নিম্ন পরিমেয় সংখ্যা গুলির প্রামানিক রূপ লেখ।

(ক) $\frac{48}{-36}$ (খ) $\frac{-21}{-35}$

সমাধান ঃ

(ক) 48 ও 36এর গ.সা.গু = 12

$\frac{48}{-36}$ এর প্রামানিক রূপ জানার জন্যে আমাদের উত্তর লব ও হরকে (– 12) দ্বারা ভাগ করতে হবে।

$$\therefore \frac{48}{-36} = \frac{48 \div (-12)}{-36 \div (-12)} = \frac{-4}{3}$$

(খ) 21 ও 35র গ.সা. গু = 7

$\frac{-21}{-35}$ কে প্রামানিক রূপে প্রকাশ করার জন্যে ইহার লব ও হর কে উভয়কে (– 7) দ্বারা ভাগ করতে হবে।

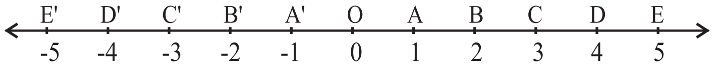
$$\frac{-21}{-35}=\frac{-21\div(-7)}{-35\div(-7)}=\frac{3}{5}$$

জান কি?

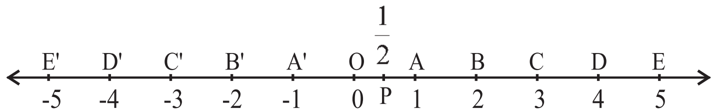
কোন পরিমেয় সংখ্যার প্রামানিক রূপের জন্যে উভয় লব ও হরকে তাদের গ.সা.গু দ্বারা ভাগ করা হবে। যদি হরটি ঋনাত্মক থাকে তবে, উভয় লব ও হরকে গ.সা.গু র ঋনাত্মক রূপ দিয়ে ভাগ করা হবে।

5.3.2. পরিমেয় সংখ্যাকে সংখ্যারে খায় প্রকাশ ঃ

আমরা আগের থেকে পূর্ণ সংখ্যাদের সংখ্যারে খাযে সুচাতে জানি। বর্ত্তমান পরিমেয় সংখ্যাকে কি ভাবে সুচাব তা আলোচনা করব। সংখ্যা রেখার '0' র ডাইনে ধনাত্মক সংখ্যাকে বাসে ঋনাত্মক সংখ্যাগুলিকে দর্শা হয়ে থাকে।



এস দেখব, পরিনয় সংখ্যাকে কি করে সংখ্যা রেখারে উপস্থাপন করা যায়। মনে কর আমি $\frac{1}{2}$ কে সংখ্যা রেখাকে উপস্থাপন করব। এখন আমরা 0 ও 1 র মর্ধবর্ত্তী দূরত্বকে দুই সমান ভাগ করব মনে কর সে মধ্যবিন্দু 'P'।

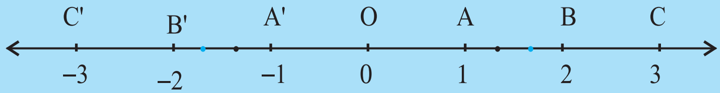


তাই OP = PA = $\frac{1}{2}$

এখন আমরাঃ $\frac{-1}{2}$ কে সংখ্যা রেখার দেখান আমরা জানি $\frac{1}{2}$ থেকে $\frac{-1}{2}$ যোগ করলে যোগফল 0 হবে।

অর্থাৎ, সংখ্যা রেকাতে 0 থেকে $\frac{1}{2}$ এর দূরত্ব ডান দিকে যত, 0 থেকে $\frac{-1}{2}$ এর দূরত্ব বাম দিগে তত।

✍ তুমি নিম্ন সংখ্যা রেখায় $\frac{-1}{2}$ কে দেখাতে দেয়া কর।

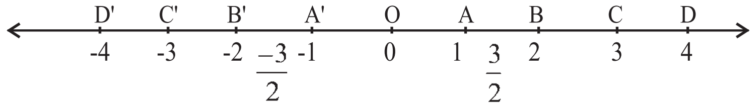


লক্ষ্য কর ঃ 0 থেকে A' এর দূরত্বা 1 একক । 0 থেকে বাম দিকে থাকায় A' সূচক সংখ্যাটি হচ্ছে –1 । 0 ও A' এর মধ্যবর্ত্তী বিন্দু $\frac{-1}{2}$ ।

মনে কর, আমরা $\frac{3}{2}$ ও $\frac{-3}{2}$ কে সংখ্যা রেখার উপমাপন করব।

প্রথমে $\frac{3}{2}$ কে মিশ্র সংখ্যায় পরিনত কব। $\frac{3}{2}$ মিশ্র সংখ্যাকে পরিনত করলে $1\frac{1}{2}$ হবে।

এখান থেকে আমরা জানলাম ইহা 1 ও 2 র মধ্যে অবস্থান করবে। সেরকম ও   এর অবস্থিতি হচ্ছে -1 ও -2 এর মধ্যে। কারন $\frac{3}{2}$ টি র ডানদিকে যতদুরে আছে $\frac{-3}{2}$ টি 0 র বাম দিকে ততটা দূরে আছে



উদাহরনঃ

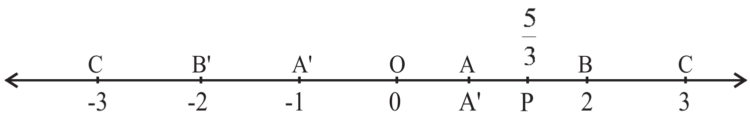
$\frac{5}{3}$ ও $\frac{-5}{3}$ কে সংখ্যা রেখায় স্থাপন করঃ

সমাধানঃ

সোপান 1 : $\frac{5}{3}$ এক অপ্রকৃত ভগ্ন সংখ্যা $\frac{5}{3}$ কে মিশ্র সংখ্যায় প্রকাশ করলে $1\frac{2}{3}$ হবে।

সোপান 2 : $1\frac{2}{3}$ এর মানে তাই 1 ও 1 এর দুই তৃতীয়াংশ তাই ইহা 1 ও 2 মধ্যে থাকবে।

সোপান 3 : $\frac{5}{3}$ বা $1\frac{2}{3}$ কে সংখ্যা রেখায় দেখাত হলে 1 ও 2 এর মধ্যবর্ত্তী দূরত্বক সমান তিন ভাগে ভাগ করে সেখান থেকে 2 ভাগ নিতে হবে।



সোপান 4 : A ও B র মধ্যবর্ত্তী দূর তাকে সমান 3 ভাগ করে।– $1\frac{2}{3}$ কে P বিন্দু দ্বারা দেখান হয়েছে।

সোপান 5 : '0' থেকে 'P' এর দূরত্ব যত, 0 র বাম দিকে তত দূরে যাক বিন্দুটি হচ্ছে $1\frac{2}{3}$ বা $\frac{-5}{3}$ । ইহাকে Q বিন্দু দ্বার দেখান হয়েছে।

✍ সংখ্যা রেখা অঙ্কনকরে সেখানে $\frac{7}{3}$ ও $\frac{-7}{3}$ কে দেখাও।

অভ্যাস কার্য্য 5.1

1. নিম্ন পরিমেয় সংখ্যা গুলির মধ্যে ধনাত্মক ও ঋনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা গুলিকে বাছ।

$\frac{5}{5}, \quad \frac{2}{9}, \quad \frac{3}{-5}, \quad \frac{5}{12}, \quad \frac{-3}{-17}, \quad \frac{-25}{-6}, \quad \frac{-13}{9}, \quad \frac{-15}{28}, \quad \frac{5}{-6}$

2. নিম্ন পরিমেয় সংখ্যা গুলিকে তাদের প্রামানিক রূপে প্রকাশ কর।

(ক) $\frac{-22}{55}$ (খ) $\frac{16}{-24}$ (গ) $\frac{77}{132}$ (ঘ) $\frac{64}{24}$ (ঙ) $\frac{-27}{-15}$

3. $\frac{-55}{-27}$ কে প্রামানিক রূপে প্রকাশ করার সোপান গুলিকে লেখ

4. নিম্ন পরিমেয় সংখ্যা গুলিকে ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা রেখার ওপর দেখাও।

(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{-4}{5}$ (গ) $\frac{-8}{3}$ (ঘ) $\frac{5}{2}$

5.4 পরিমেয় সংখ্যায় চার মৌলিক গানিতিক প্রক্রিয়া,

পূর্বে আমরা ভগ্নাংশ যোগ, বিয়োগ, গুনন ও ভাগ প্রক্রিয়া সংস্পর্কে আলোচনা করেছি। এখানে আমরা পরিমেয় সংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুনন ও ভাগ সম্পর্কে পর্যায় ক্রমে আলোচনা করব।

5.4.1 পরিমেয় সংখ্যাদের যোগ ঃ

জান কি?

1 কে $\frac{3}{3}$, 2 কে $\frac{6}{3}$ ও 3 কে $\frac{9}{3}$ ভাবে লেখা হয়।

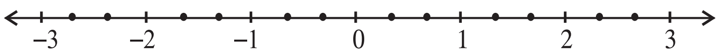
- এসো, সম হর বিশিষ্ট দুটি পরিমেয় সংখ্যাকে যোগ করব।

  বুলনা $\frac{8}{3}$ ও $\frac{-4}{3}$ কে যোগ করার জন্যে সংখ্যা রেখা টেনে পূর্ণসংখ্যা উপস্থাপন করল।
- বুলনা প্রথমে যোগ করতে থাকা সংখ্যা দুটিকে মিশ্র সংখ্যায় পরিনত করল, সে পেল

  $\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$ ও $\frac{-4}{3}=-1\frac{1}{3}$
- সে সংখ্যা রেখায় –2 থেকে –1, –1 থেকে 0, 0 থেকে 1, 1 থেকে 2, 2 থেকে 3 মধ্যে থাকা ঘর গুলিকে সমান তিন ভাগে পরিনত করল

$$-2\frac{2}{3}+\left(-1\frac{1}{3}\right)=\left(-1\frac{1}{3}\right)+2\frac{2}{3}$$

বর্ত্তমান বল ঃ-



- –2 ও –1 মধ্যে কতটি ছোট ভাগ আছে? প্রত্যেক ছোট ভাগে দৈর্ঘ্য, কোন সংখ্যাকে বোঝায়।
- $-1\frac{1}{3}$ ঘরটি শূন্য এর কোন পাশে থাকবে?
- $-1\frac{1}{3}$ সংখ্যাটি কোন দুটি পূর্ণসংখ্যার মধ্যে আছে?
- $-1\frac{1}{3}$ সহিত $2\frac{2}{3}$ মেশাতে হলে, সংখ্যা রেখার ডান বা বামের মধ্যে কোন দিকে যেতে হবে?
- $-1\frac{1}{3}$ থেকে $2\frac{2}{3}$ ঘরের ডান দিকে এলে আমরা কোথায় পৌছঁব?
- অর্থাৎ সংখ্যা দুটির যোগফল কত পেলে?

✍ সংখ্যা রেখা অংকন করে যোগফল নির্ণয় কর।

(ক) $\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}$ (খ) $\frac{3}{4}+\frac{-7}{4}$

সম হর বিশিষ্ট পরিমেয় সংখ্যাদের যোগ করবার অন্য এক উপায় জানব। নিম্ন উদাহরণ গুলিকে লক্ষ কর।

উদাহরন (ক) $\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{7}\right)$ (খ) $\frac{1}{-2}+\frac{3}{-2}$ (গ) $\frac{3}{-4}+\left(\frac{-1}{4}\right)$

সমাধানঃ (ক) $\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{7}\right)=\frac{3+(-6)}{7}=\frac{-3}{7}$

(খ) $\frac{1}{-2}+\frac{3}{-2}=\frac{1+3}{-2}=\frac{-4}{2}=-2$

(গ) $\frac{3}{4}+\left(\frac{-1}{4}\right)=\frac{3+(-1)}{4}=\frac{2}{4}$

জান কি?

দুটি সমহর বিশিষ্ট পরিমেয় সংখ্যার যোগ করার সময় যোগফলরে হরকে, সমান রেখে, লব দুটি যোগফল কে লব রূপে ব্যবহার করা হয়।

✍ উত্তর নির্ণয় করঃ

(ক) $\frac{5}{7}+\left(\frac{-6}{7}\right)$ (খ) $-1\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$

এখন হর অসমান হয়ে থাকা পরিমেয় সংখ্যাদের যোগফল নির্ণয় করব।

দুটি পরিমেয় সংখ্যাকে যোগ করার সময়ে প্রথমে তাদের সম হর বিশিষ্ট করা হয়, তারপর নূতন পরিমেয় সংখ্যা দ্বয়ের নবর সমগ্রিক লব রূপে এহবং সাধারন হর টিকে হর রূপে নিয়ে যে নতুন পরিমেয় সংখ্যাটি পাওয়া যায়, তা তাদের যোগফল।

- দুটি ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যার যোগ।

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{7}=\frac{21}{35}+\frac{10}{35}=\frac{21+10}{35}=\frac{31}{35}$$

লক্ষ্য কর এখানে $\frac{3}{5}$ এর হর 5 ও $\frac{2}{7}$ এর হর হচ্ছে 7,

5 ও 7 এর ল.সা.গু 35 অর্থাৎ $\frac{3}{5}$ ও $\frac{2}{7}$ প্রত্যেককে 35 হর বিশিষ্ঠ সংখ্যাকে পরিনত করা যাবে।

2য় প্রনালী : $\frac{3}{5}+\frac{2}{7}$

সোপান -1 : 5 ও 7 এর ল. সা. গু. = 35

সোপান -2 : 35 কে যোগফলের হর রূপে লেখ।

সোপান -3 : হরদের ল.সা.গু (35) কে প্রথম পরিমেয় সংখ্যার হর দ্বারা ভাগ করলে, যা ভাগফল হবে, তাকে সেই পরিমেয় সংখ্যার লবের সহিত গুনন কর। $(35\div5)\times3$ । ইহা হবে যোগফলের লবর প্রথম অংশ।

সোপান -4 : হরদের ল.সা.গু (35) কে দ্বিতীয় পরিমেয় সংখ্যার হর দ্বার ভাগ করলে, যা ভাগফল হবে, তাকে সেই পরিমেয় সংখ্যার লবের সহিত গুনন কর। $(35 \div 7) \times 2$।

ইহা হবে যোগফল লবের দ্বিতীয় অংশ, লবর এই দুই অংশকে যোগ কর। ইহাকে সংক্ষেপে এ ভাবে লেখা যেতে পারে।

$$= \frac{3\times7+2\times5}{35}$$

$$= \frac{21+10}{35}$$

$$= \frac{31}{35}$$

এখানে দুটি প্রনালীতে যোগফল নির্ণয় করা হয়েছে।

এই দুটি প্রনালীর মধ্যে কি ভিন্না আছে?

উদাহরন ঃ

- একটা ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যার সহিত একটা ঋনাত্মক পরিমেয় সংখ্যার যোগ।

$$\frac{11}{2}+(\frac{-5}{4})=\frac{22}{4}+(\frac{-5}{4})+\frac{22+(-5)}{4}=\frac{22-5}{4}=\frac{17}{4}=4\frac{1}{4}$$

উদাহরন ঃ

- দুটি ঋনাত্মক পরিমেয় সংখ্যার যোগ।

$$(\frac{-8}{5})+(\frac{-7}{11})=(\frac{-88}{55})+(\frac{-35}{55})=\frac{(-88)+(-35)}{55}=\frac{-123}{55}=-2\frac{13}{55}$$

যোগফল নির্ণয় কর।

(ক) $\frac{5}{3}+\frac{3}{5}$ (খ) $(\frac{-3}{7})+\frac{2}{3}$ (গ) $(\frac{-5}{6})+(\frac{-3}{11})$

অভ্যাস কার্য্য 5.2

1. নিম্ন লিখিত পরিমেয় সংখ্যাদের যোগ কর।

(ক) $\frac{2}{9}, \frac{5}{9}$ (খ) $\frac{-3}{7}, \frac{5}{7}$ (গ) $\frac{5}{4}, \frac{-7}{4}$ (ঘ) $\frac{-17}{6}, \frac{-13}{6}$

2. মান নির্ণয় কর ঃ

(ক) $\frac{11}{2}+\frac{5}{4}$ (খ) $\frac{-3}{7}+\frac{7}{17}$ (গ) $\frac{5}{4}+\frac{-4}{3}$ (ঘ) $\frac{-1}{2}+\frac{-2}{7}$

3. x ও y নিম্ন লিখিত মানের জন্যে প্রমান কর $x+y=y+x$

(ক) $x=\frac{5}{7}$, $y=\frac{-3}{2}$ (খ) $x=-8$ $y=\frac{9}{2}$

4. মান নির্ণয় কর।

(ক) $\frac{-3}{10}+\frac{12}{-10}+\frac{14}{10}$ (খ) $\frac{-9}{11}+\frac{2}{3}+\frac{-3}{4}$ (গ) $2+\frac{-1}{2}+\frac{-3}{4}$

5.4.2. পরিমেয় সংখ্যার বিয়োগ

গীতা দুটি পরিমেয় সংখ্যা নিল $\frac{5}{9}$ ও $\frac{3}{11}$। "$\frac{5}{9}$ থেকে $\frac{3}{11}$ বিয়োগ করলে বিয়োগ ফল কত হবে" সোমেশ জিজ্ঞাসা করল।

গীতা কেমন ভাবে উত্তর নির্ণয় করল লক্ষ কর।

$$\frac{5}{9}-\frac{3}{11}=\frac{55-27}{99}=\frac{28}{99}$$

সোমেশ জানত দুটি পূর্ণ সংখ্যার বিয়োগ করার সময়ে বিয়োগ কাজকে যোগ রূপে নিম্ন মতে লেখা হয়।

$$n-y=n+(-y)$$

সে $\frac{5}{9}$ ও $\frac{3}{11}$ রের বিয়োগ ফল নির্নয় করার জন্যে নিম্ন প্রনালী অবলম্বন করল।

$$\frac{5}{9}-\frac{3}{11}=\frac{5}{9}+\left(\frac{-3}{11}\right)=\frac{55+(-27)}{99}=\frac{28}{99}$$

উভয় ক্ষেত্রে প্রনালীতে বিয়োগ বেরল।

দুটি সারা প্রনালীতে বিয়োগ ফল নির্ণয় কর। উভয় ক্ষেত্রে বিয়োগ ফল সমান হচ্ছে কি?

(ক) $\frac{7}{8}-\frac{5}{11}$ (খ) $\frac{7}{11}-\frac{8}{5}$ (গ) $\frac{11}{2}-\frac{5}{4}$ (ঘ) $\frac{-3}{7}-\frac{7}{11}$

সীতা এক ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যাকে এক ঋনাত্মক সংখ্যার বিয়োগ করল। সে কিভাবে বিয়োগ করল। লক্ষ কর।

$$\frac{5}{6}-\left(\frac{-2}{5}\right)=\frac{5}{6}+\frac{2}{5}=\frac{25+12}{30}=\frac{37}{30}$$

রহিম একটা ঋনাত্মক পরিমেয় সংখ্যাকে বিয়োগ করল

$$\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(\frac{-3}{8}\right)=\left(\frac{-2}{5}\right)+\left(\frac{-3}{8}\right) \text{ এর যোগাত্মক বিলোমী}$$

$$=\frac{-2}{5}+\frac{3}{8}$$

$$=\frac{-16}{40}+\frac{15}{40}$$

$$=\left(\frac{-1}{40}\right)$$

জান কি?

পরিমেয় সংখ্যার বিয়োগ করার সময়ে, যে সংখ্যাটিকে বিয়োগ করা যায়, তার যোগাত্মক বিলোমীকে যোগ করলে আবশ্যক উত্তর পাওয়া যায়।

অভ্যাস কার্য্য 5.3

1. প্রথম পরিমেয় সংখ্যার থেকে দ্বিতীয় পরিমেয় সংখ্যা কে বিয়োগ কর।

(ক) $\frac{11}{2}, \frac{5}{4}$ (খ) $\frac{-3}{11}, \frac{7}{11}$ (গ) $\frac{5}{4}, \frac{-4}{3}$ (ঘ) $\frac{5}{42}, \left(\frac{-6}{21}\right)$

2. মান নির্ণয় করঃ

(ক) $\frac{6}{7}-\frac{-5}{7}$ (খ) $\frac{7}{24}-\frac{5}{36}$ (গ) $\frac{9}{10}-\frac{7}{-15}$ (ঘ) $\frac{8}{23}-\frac{5}{11}$

5.4.3 পরিমেয় সংখ্যাদের গুনন ঃ

ভগ্ন সংখ্যার গুনন সম্পর্কে আমরা জেনেছি (এস, তা মনে ফেলি)

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=$ কত ?

ইহা তুমি কেমন জানলে ?

আমরা লক্ষ্য করলাম যে

দুটি ভগ্ন সংখ্যার গুনফল $= \dfrac{\text{1ম ভগ্ন সংখ্যার লব} \times \text{2 য় ভগ্ন সংখ্যার লব}}{\text{1ম ভগ্ন সংখ্যার হর} \times \text{2 য় ভগ্ন সংখ্যার হর}}$

> **জান কি ?**
> প্রত্যেক ভগ্ন সংখ্যা এক পরিমেয় সংখ্যা কিন্তু প্রত্যেক পরিমেয় সংখ্যা এক ভগ্ন সংখ্যা নয়।

ভগ্ন সংখ্যার গুননের এই নিয়মকে পরিমেয় সংখ্যার গুননে ব্যবহার করব।

তলায় দেওয়া প্রত্যেক উদাহরনে দুটি পরিমেয় সংখ্যাকে গুনন করা হয়েছে। সেগুলি লক্ষ করঃ

উদাহরন -1:
$$\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{1\times3}{2\times4}=\frac{3}{8}$$

উদাহরন -2:
$$\frac{1}{4}\times\left(\frac{-1}{3}\right)=\frac{1\times(-1)}{4\times3}=\frac{-1}{12}$$

উদাহরন -3 :
$$\frac{-3}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{(-3)\times2}{5\times7}=\frac{-6}{35}$$

উদাহরন - 4 :
$$\frac{-2}{5}\times\frac{-3}{11}=\frac{(-2)\times(-3)}{5\times11}=\frac{6}{55}$$

এখন ওপরের উদাহরন গুলিকে লক্ষ করে নিম্ন সারনীর খালি ঘর গুলিকে পূরন কর। এটটা উদাহরন তোমাদের জন্যে করে দেওয়া হয়েছে।

উদাহরন	প্রথম পরিমেয় সংখ্যা	দ্বিতীয় পরিমেয় সংখ্যা	গুনফল	প্রথম পরিমেয় সংখ্যা কোন একারের ?	দ্বিতীয় পরিমেয় সংখ্যা কোন প্রকারের ?	গুনফল কোন প্রকারের সংখ্যা ?
প্রথম	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা	ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা	ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা
দ্বিতীয়						
তৃতীয়						
চতুর্থ						

এই সারনীতে তুমি কি লক্ষ করছ?

প্রথম উদাহরন ঃ দুটি ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যার গুনফল এক ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা।

দ্বিতীয় উদাহরন ঃ একটা ধনাত্মক একটা ঋনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা গুনফল একটা ঋনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা।

সেরকম অন্য দুটি উদাহরনে তোমরা কি সব লক্ষ্য করছ লেখ।

গুনফল ঃ

(ক) $\frac{-5}{8}\times\frac{-9}{7}$ (খ) $\frac{5}{7}\times\frac{-7}{5}$ (গ) $3\times\frac{-7}{8}$ (ঘ) $\left(\frac{-4}{7}\right)\times\left(\frac{-7}{4}\right)$

অভ্যাস কায়্য 5.4

1. নিম্ন লিখিত পরিমেয় সংখ্যার গুনফল নির্ণয় কর।

(ক) $\frac{7}{24}\times-16$ (খ) $\frac{-3}{5}\times2$ (গ) $\frac{-7}{6}\times(-24)$ (ঘ) $\frac{5}{7}\times(\frac{-2}{3})$

(ঙ) $\frac{9}{8}\times\frac{32}{7}$ (চ) $\frac{50}{7}\times\frac{14}{7}$ (ছ) $\frac{4}{7}\times\frac{2}{7}$ (ঞ) $\frac{13}{15}\times\frac{25}{26}$

2. সরল কর ঃ

(ক) $(\frac{-16}{15}\times\frac{20}{8})-(\frac{15}{5}\times\frac{35}{5})$ (খ) $(\frac{13}{8}\times\frac{12}{13})+(\frac{-4}{9}\times\frac{3}{2})$

3. প্রমান কর $x\times y=y\times x$ যখন

(ক) $x=\frac{1}{2}, \quad y=\frac{3}{5}$ (খ) $x=\frac{2}{7}, \quad y=\frac{-11}{8}$ (গ) $x=\frac{3}{5}, \quad y=\frac{2}{9}$

5.4.4 পরিমেয় সংখ্যার ভাগক্রিয়া ঃ

এর পূর্বে আমরা পরিমেয় সংখ্যার গুনন সম্পর্কে পড়েছি এস পূনরালোচনা করব।

$\frac{3}{4}$ তে কোন সংখ্যা গুন করলে গুনফল 1 হবে?

$\frac{3}{4}$ একটা ভগান সংখ্যা। 1 লব 3 ও হর 4।

তোমরা নিশ্চই বলবে যে $\frac{3}{4}$ য়ের লব ও হরকে উল্টো লিখলে (লব সংখ্যাকে হর সংখ্যা য় ও হর সংখ্যাকে লব সংখ্যায় বদলিয়ে) যে ভগ্ন সংখ্যা পাওয়া যাবে তাকে $\frac{3}{4}$ সহিত গুনলে গুনফল 1 হবে।

✍ শূন্য স্থান পূরন কর।

$5\times\frac{1}{5}=$ _____	$\frac{-5}{8}\times$ _____ $=1$
$8\times$ ___ $=1$	$\frac{3}{-11}\times$ _____ $=1$
$\frac{4}{7}\times$ ____ $=1$	$\frac{7}{15}\times$ _____ $=1$

জান কি?

দুটি পরিমেয় সংখ্যাকে গুনন করলে যদি গুনফল 1 হয় তবে প্রত্যেককে অন্যটির ব্যুতক্রম সংখ্যা বা গুননায়কে বিলোমী বলা হয়। ইহাকে ও অন্যটির প্রতিলোমী বলা হয়।

- তলায় দুটি ভগ্ন সংখ্যার হরন করা হয়েছে। তা লক্ষ কর।

প্রথম সোপান $=\frac{3}{4}\div\frac{1}{2}$ এর ব্যুহক্রম

দ্বিতীয় সোপান $=\frac{3}{4}\times\frac{2}{1}$

তৃতীয় সোপান $=\frac{3\times2}{4\times1}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

এখানে ওপরের হরন প্রক্রিয়াকে লক্ষ করে নিম্ন প্রশ্ন গুলির উত্তর লেখ।

- কোন ভগ্ন সংখ্যা, কোন ভগ্ন সংখ্যা হরন করা হয়েছে।
- হরন প্রক্রিয়ার প্রথম সোপান কি করা হয়েছে?
- হরন প্রক্রিয়ার দ্বিতীয় সোপানে কি করা হয়েছে?
- হরন প্রক্রিয়ার তৃতীয় সোপানের কি করা হয়েছে?

এখান থেকে দুটি ভগ্ন সংখ্যার হরন কি ভাবে করা হয় জানলে?

একটা ভগ্ন সংখ্যা (ভাজ্য) কে আর একটা ভগ্ন সংখ্যা (ভাজক) দ্বারা ভাগ করব যা ভাজ্য সংখ্যাকে ভাজক সংখ্যার ব্যুহক্রম দ্বারা গুনন করব ও তাই। এখন পরিমেয় সংখ্যার হরন ক্ষেত্রে ইহারে ব্যবহার করব।

উদাহরন - 1

$\frac{5}{8}\div\frac{7}{3}=\frac{5}{8}\times\left(\frac{7}{3}\text{ এর প্রতিলোমী}\right)$

$=\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{5\times3}{8\times7}=\frac{15}{56}$

উদাহরন - 2

$\frac{1}{4}\div\left(\frac{-2}{5}\right)=\frac{1}{4}\times\left(\frac{-2}{5}\text{ এর প্রতিলোমী}\right)$

$=\frac{1}{4}\times\frac{5}{-2}=\frac{1\times5}{4\times(-2)}=\frac{5}{-8}=\frac{-5}{8}$

জান কি?

$\frac{-2}{5}$ যা $\frac{2}{-5}$ তাই

উদাহরন - 3

$$\left(\frac{-2}{3}\right)\div\left(\frac{4}{11}\right)=\frac{-2}{3}\times\left(\frac{4}{11}\text{ এর প্রতিলোমী}\right)$$

$$=\frac{-2}{3}\times\frac{11}{4}=\frac{-2\times11}{3\times4}=\frac{-22}{12}=\frac{-11}{6}$$

উদাহরন - 4

$$\left(\frac{-8}{5}\right)\div\left(\frac{-6}{7}\right)=\frac{-8}{5}\times\left(\frac{-6}{7}\text{ এর প্রতিলোমী}\right)$$

$$=\frac{-8}{5}\times\frac{-7}{6}=\frac{(-8)\times(-7)}{5\times6}=\frac{56}{30}=\frac{28}{15}$$

দেওয়া হওয়া চারটি উদাহরন দেখে তলার সারনী পূরন কর ঃ

	প্রথম উদাহরন	দ্বিতীয় উদাহরন	তৃতীয় উদাহরন	চতুর্থ উদাহরন
প্রথম পরিমেয় সংখ্যা (ভাজ্য)	$\frac{5}{8}$			
দ্বিতীয় পরিমেয় সংখ্যা (ভাজক)	$\frac{7}{3}$			
দ্বিতীয় পরিমেয় সংখ্যার প্রতিলোমী ?	$\frac{3}{7}$			
প্রথম পরিমেয় সংখ্যা সহিত দ্বিতীয় পরিমেয় সংখ্যার প্রতিলোমীর গুনফল।	$\frac{15}{56}$			
প্রথম পরিমেয় সংখ্যা ধনাত্মক অথবা ঋনাত্মক ?	ধনাত্মক			
দ্বিতীয় পরিমের সংখ্যা ধনাত্মক অথাব ঋনাত্মক ?	ধনাত্মক			
ভাগফল পরিমেয় সংখ্যা ধনাত্মক অথবা ঋনাত্মক ?	ধনাত্মক			

পূরণ করে থাকা সারনীকে তুমি কি লক্ষ করছ ?

- কোন ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যাকে এক ধনাত্মক পরিমের সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল এক ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা হবে।
- একটা ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যাকে এক ঋনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে, ভাগফল একটা ঋনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা হবে।

✍ সেই রকম তৃতীয় ও চতুর্থ উদাহরন থেকে তুমি কি জানছ লেখ।

অভ্যাস কার্য্য 5.5

1. নিম্নলিখিত সংখ্যাদের গুননমৎক বিলোমী নির্নয় কর।

(ক) $\frac{5}{9}$ (খ) $\frac{-4}{3}$ (গ) -2 (ঘ) 8

(ঙ) $1\frac{1}{2}$ (চ) $\frac{11}{-12}$ (ছ) $\frac{-2}{-19}$ (জ) $-2\frac{1}{7}$

2. ভাগফল লেখ।

(ক) $3\div\frac{4}{5}$ (খ) $\frac{-3}{5}\div 2$ (গ) $\frac{-4}{7}\div 3$ (ঘ) $\frac{1}{5}\div\frac{6}{7}$

(ঙ) $\frac{-1}{8}\div\frac{3}{4}$ (চ) $\frac{-7}{6}\div\left(\frac{-2}{3}\right)$ (ছ) $\frac{-5}{6}\div\left(\frac{-1}{4}\right)$ (জ) $\frac{-3}{13}\div\left(\frac{-4}{65}\right)$

5.5 ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা দশমিক সংখ্যা রূপ।

ভগ্ন সংখ্যাকে কিভাবে দশমিক সংখ্যার প্রকাশ করা হয় সে সম্পর্কে আমরা পূর্বেই জেনেছি। তলায় কতগুলি ভগ্ন সংখ্যাকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করা হয়।

$\frac{7}{10}=0.7$ $\frac{17}{100}=0.17$ $\frac{11}{10}=1.1$

$\frac{123}{10}=12.3$ $\frac{9}{1000}=0.009$ $\frac{231}{1000}=0.231$

জান কি?

যে কোন ভগ্ন সংখ্যার হর 10, 100,1000 মতন সংখ্যা হলে সেগুলিকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করা যায়।

নিম্ন উদাহরন গুলিকে লক্ষ কর।

উদাহরনঃ

(ক) $\frac{1}{2}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10}=0.5$

(খ) $\frac{3}{4}=\frac{3\times25}{4\times25}=\frac{75}{100}=0.75$

(গ) $\frac{3}{25}=\frac{3\times4}{25\times4}=\frac{12}{100}=0.12$

(ঘ) $\frac{3}{125}=\frac{3\times8}{125\times8}=\frac{24}{1000}=0.024$

বলত দেখি

এই উদাহরন ভগ্ন সংখ্যা দশমিক সংখ্যায় পরিনত করার জন্য কোন উপায় ব্যবহার করা হয়েছে? এমন করা থাকার কারন কি হতে পারে?

প্রত্যেক উদাহরনে ভগ্ন সংখ্যার হরকে10, 100 বা 1000 এর মত (10 আধার বিশিষ্ট ঘাতরাশি) সংখ্যায় পরিনত করে দশমিক সংখ্যার প্রকাশ করা হয়েছে, মনে ফেল, এক পরিমেয় সংখ্যার হরর গুননীয়ক দের মধ্যে 2 বা 5 ভিন্ন অন্য কোন গুননিয়মক না থাকলে পরিমেয়টি দশমিক সংখ্যায় পরিনত হয়ে থাকে।

নিম্ন লিখিত ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যাকে দশমিক সংখ্যার প্রকাশ কর।

(ক) $\frac{7}{8}$ (খ) $\frac{23}{125}$ (গ) $\frac{3}{16}$ (ঘ) $\frac{59}{200}$ (ঙ) $\frac{24}{25}$

5.5.1. ভাগক্রিয়া সাহায্যে পরিমেয় সংখ্যাকে দশমিক সংখ্যার প্রকাশ ঃ

প্রত্যেক পরিমেয় সংখ্যাকে ভাগক্রিয়া দ্বারা দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করা যেতে পারবে।

উদাহরন ঃ

$\frac{3}{4}$ কে দশমিক সংখ্যা প্রকাশ কর।

সমাধান ঃ **প্রথম প্রনালী** -(ভগ্ন সংখ্যা হরকে 10 এর ঘাত রাশিতে প্রকাশ কর)

$$\frac{3}{8}=\frac{3\times125}{8\times125}=\frac{375}{1000}=0.375$$

দ্বিতীয় প্রনালী ঃ (ভাগক্রিয়া দ্বারা)

$$\begin{array}{r|l} & .375 \\ \hline 8 & 30 \\ & 24 \\ \hline & 60 \\ & 56 \\ \hline & 40 \\ & 40 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$\therefore \frac{3}{8}=0.375$$

উদাহরনঃ

ভাগক্রিয়া দ্বারা $\frac{16}{5}$ কে দশমিক সংখ্যার প্রকাশ কর।

সমাধান

$$\begin{array}{r|l} & 3.2 \\ \hline 5 & 16 \\ & 15 \\ \hline & \ \ 10 \\ & \ \ 10 \\ \hline & \ \ \ 0 \end{array}$$

$\therefore \frac{16}{5} = 3.2$

ওপরে আলোচনা করা সমস্ত উদাহরনে যে সব দশমিক সংখ্যা পাওয়া গেল। সেগুলেকে সসীস দশমিক সংখ্যা বলা হয়। কারন এগুলিকে নির্ণয় করার সংয় ভাগক্রিয়ার ভাগফল ক'টা অঙ্কয় সীমিত থাকছে ও শেযে ভাগশেষ '0' হচ্ছে।

এখন তুমি নিম্ন উদাহরনটি লক্ষ কর।

উদাহরনঃ

(ক) $\frac{1}{3}$ কে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ কর।

সমাধানঃ

$$\begin{array}{r|l} & .3333 \\ \hline 3 & 10 \\ & \ \ 9 \\ \hline & \ \ 10 \\ & \ \ \ 9 \\ \hline & \ \ \ 10 \\ & \ \ \ \ 9 \\ \hline & \ \ \ \ 10 \\ & \ \ \ \ \ 9 \\ \hline & \ \ \ \ \ 1 \end{array}$$

এখানে তুমি কি লক্ষ করছ?

এই ভাগক্রিয়ার ভাগফলে 3 বার বার আসছে। ভাগশেষ '0' না হওয়ার এই ভাগক্রিয়ার শেষ নেই।

$\frac{1}{3} = 0.333...$ (এখানে 3 এর অন্ত নেই)।

এই দশমিক সংখ্যাকে সংক্ষেপে $0.\overline{3}$ ভাবে লেখা যায়। (ইহা কে পৌনঃ পুনিক দশমিক তিন পড়া হয়)

তাই $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ ।

(গ) $\frac{6}{11}$ কে দশমিক সংখ্যার প্রকাশ কর।

$$
\begin{array}{r|l}
 & .545454... \\
11 & 60 \\
 & \underline{55} \\
 & \ \ 50 \\
 & \ \ \underline{44} \\
 & \ \ \ \ 60 \\
 & \ \ \ \ \underline{55} \\
 & \ \ \ \ \ \ 50 \\
 & \ \ \ \ \ \ \underline{44} \\
 & \ \ \ \ \ \ \ \ 60 \\
 & \ \ \ \ \ \ \ \ \underline{55} \\
 & \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 50 \\
 & \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \underline{44} \\
 & \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 6
\end{array}
$$

জান কি?

এখানে ভাগফলে 5 ও 4 এর পুনরাবৃত্তি হচ্ছে। তেমন এখানে ভাগফলকে $.\overline{54}$ ভাবে লেখা যাবে।

এখানে সমস্ত পর্যায়ে ভাগক্রিয়ায় ক্রমান্বয়ে ভাগশেষ 5 ও 6 আসছে। তাই আমরা যতবার ভাগ করলেও ভাগফল 5 ও 4 ক্রমান্বয়ে আসবে।

$\therefore \quad \frac{6}{11} = 0.545454... = 0.\overline{54}$ এখানে 5 ও 4 এর পূনারবৃত্তি ঘটছে।

(ଓ) $\frac{25}{12}$ କୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର।

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2.08333... \\
12 & 25 \\
 & \underline{24} \\
 & \ \ 100 \\
 & \ \ \underline{96} \\
 & \ \ \ \ 40 \\
 & \ \ \ \ \underline{36} \\
 & \ \ \ \ \ \ 40 \\
 & \ \ \ \ \ \ \underline{36} \\
 & \ \ \ \ \ \ \ \ 4
\end{array}
$$

বল দেখি এখানে $\frac{25}{12}$ কে দশমিক সংখ্যায় কিভাবে লেখা হবে? এভাবে লেকা যাওয়ার কারন কি?

উপরোক্ত উদাহরনে আলোচনা হয়ে থাকা সমস্ত দশমিক সংখ্যাকে তমীম পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যা বলা হয়।

জান কি?

- কোন পরিমেয় সংখ্যার হরর মৌলিক গুননিয়কদের মধ্যে 2 বা 5 ভিন্ন অন্য কোন গুননিয়ক না থাকলে, উক্ত পরিমেয় সংখ্যাটি সসীম দশমিক সংখ্যায় পরিনত হতে পারবে।

  যথা $\frac{4}{5}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{25}$ ইত্যাদি।

- যদি কোন মৌলিক পরিমেয় সংখ্যার হর 2 ও 5 ব্যতীত অন্য যে কোন মৌলিক সংখ্যা কিম্বা তাদের গুনিতক হয়ে থাক, তবে ইহাকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করলে সসমী পৌমঃপুনিক দশমিক সংখ্যা হবে।

  যথা $\frac{1}{3}, \frac{6}{11}, \frac{73}{7}, \frac{2}{15}$ ইত্যাদি।

5.5.2. ঋনাত্মক দশমিক সংখ্যার দশমিক সংখ্যা।

নিম্ন উদাহরন গুলিকে লক্ষ কর।

উদাহরন 1: $\frac{-4}{5}=\frac{-4\times2}{5\times2}=\frac{-8}{10}=-\left(\frac{8}{10}\right)=-0.8$

উদাহরন 2: $\frac{-19}{4}=\frac{-19\times25}{4\times25}=\frac{-475}{100}=-\left(\frac{475}{100}\right)=-4.75$

উদাহরন 3: $\frac{-1}{3}=-\left(\frac{1}{3}\right)=-(0.333....)=-0.\bar{3}$

জেনে রাখঃ যদি $-\frac{p}{q}$ এর দশমিক রূপ = – ($\frac{p}{q}$ এর দশমিক রূপ)

অভ্যাস কার্য্য 5.6

1. নিম্ন লিখিত পরিমেয় সংখ্যা গুলিকে হর 10এর ঘাতরাশি তে প্রকাশ করে দশমিক সংখ্যায় পরিনত কর।

   (ক) $\frac{2}{5}$ (খ) $\frac{21}{20}$ (গ) $\frac{-5}{4}$ (ঘ) $\frac{-16}{25}$

2. নিম্ন লিখিত পরিমেয় সংখ্যা গুলিকে ভাগক্রিয়া প্রনালীতে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ কর।

   (ক) $\frac{3}{5}$ (খ) $\frac{7}{8}$ (গ) $\frac{9}{16}$ (ঘ) $\frac{10}{3}$

   (ঙ) $\frac{-11}{5}$ (চ) $\frac{5}{11}$ (ছ) $\frac{2}{15}$ (জ) $\frac{-2}{15}$

3. ভাগক্রিয়া না করে নিম্ন পরিমেয় সংখ্যাদের মধ্যে কোন গুলি সসীম দশমিক সংখ্যা ও কোন গুলি অসীম দশমিক সংখ্যা হবে লেখ। তোমার উত্তর সপক্ষে কার লেখ।

   (ক) $\frac{9}{4}$ (খ) $\frac{17}{40}$ (গ) $\frac{15}{11}$ (ঘ) $\frac{22}{7}$

   (ঙ) $\frac{29}{250}$ (চ) $\frac{37}{21}$ (ছ) $\frac{49}{14}$ (জ) $\frac{126}{45}$

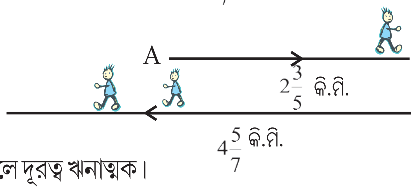
4. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$ কে দশমিক পরিপ্রকাস করে তা অসীম কি সসীম লেখ।

5. $\frac{11}{135}$ পরিমেয় সংখ্যার দশমিক রূপ সসীম বা অসীম হবে ভাগক্রিয়া না করে কি ভাবে নির্নয় করবে লেখ।

5.6 পরিমেয় সংখ্যাদের গানিতিক প্রক্রিয়ার প্রয়োগ ঃ

উদাহরন -1

প্রকাশ A স্থান থেকে $2\frac{3}{5}$ কি.মি. পূর্বে দিকে হেটে যাওয়ার পর, সেখান থেকে পশ্চিমকে $4\frac{5}{7}$ কি.মি ফিরল তবে সে 'A' থেকে কত দূরে ও কোন দিগে আছে ?



সমাধান ঃ

মনে কর A থেকে পূর্বদিকে দূরত্ব ধনাত্মক তাই পশ্চিম দিগে গেলে দূরত্ব ঋনাত্মক।

তাই প্রকাশ হেটে থাকা দূরত্ব $=2\frac{3}{5}+\left(-4\frac{5}{7}\right)=\frac{13}{5}+\left(\frac{-33}{7}\right)=\frac{13\times7+(-33)\times5}{5\times7}$

$$=\frac{91+(-165)}{35}=\frac{-74}{35}=-2\frac{4}{35}$$

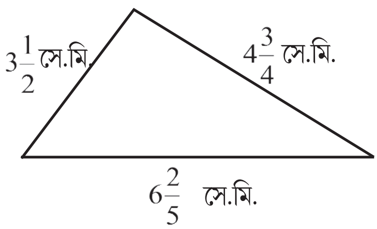
যেহেতু দূরত্ব ঋনাত্মক সংখ্যা হল তাই প্রকাশ 'A' স্থানের থেকে পশ্চিমে $2\frac{4}{35}$ কি.মি. দূরে আছে।

উদাহরন - 2

একটি ত্রিভূজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $4\frac{3}{4}$ সে.মি., $3\frac{1}{2}$ সে.মি., ও $6\frac{2}{5}$ সে.মি. হলে, ইহার পরিসীমা কত ?

ସମାଧାନ

ত্রিভূজের পরিসীমা $= 4\frac{3}{4}$ সে.মি. $+ 3\frac{1}{2}$ সে.মি. $+ 6\frac{2}{5}$ সে.মি.



$=\left(\frac{19}{4}+\frac{7}{2}+\frac{32}{5}\right)$ সে.মি.

$=\left(\frac{19\times5+7\times10+32\times4}{20}\right)$ সে.মি.

$=\left(\frac{95+70+128}{20}\right)$ সে.মি.$=\frac{293}{20}$ সে.মি.

$=14\frac{13}{20}$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভূজের পরিসীমা হচ্ছে $14\frac{13}{20}$ সে.মি.।

> জান কি ?
>
> ত্রিভূজের পরিসীমা হচ্ছে, ইহার তিন বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি।

উদাহরন -3

একটা আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে $41\frac{2}{3}$ মিটার $18\frac{3}{5}$ মিটার হলে, ইহার ক্ষেত্রফল কত ?

সমাধানঃ

আয়তক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য = $41\frac{2}{3}$ মিটার = $\frac{125}{3}$ মিটার

আয়তক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য = $18\frac{3}{5}$ মিটার = $\frac{93}{5}$ মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

$= \left(\frac{125}{3}\times\frac{93}{5}\right)$ বর্গ মিটার

$= \left(\frac{125}{3}\times\frac{93}{5}\right)$ বর্গ মিটার

= 775 বর্গ মিটার

বল দেখিঃ
এই আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘকে অর্ধেক ও প্রস্থকে দু গুন করলে, যে নতুন ক্ষেত্র হবে, তার ক্ষেত্রফলের ও মূল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাতক কত হবে।

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 775 বর্গমিটার।

উদাহরন - 4

দুটি পরিমেয় সংখ্যার গুন ফল $\frac{-8}{65}$ । একটি সংখ্যা $\frac{5}{26}$ হলে, অন্য সংখ্যাটি কত ?

সমাধানঃ

পরিমেয় সংখ্যা দুটির গুনফল = $\frac{-8}{65}$

একটা সংখ্যা = $\frac{5}{26}$

$\therefore$ অন্য টি $= \frac{-8}{65}\div\frac{5}{26}$

$= \frac{-8}{\cancel{65}_{5}}\times\frac{\cancel{26}^{2}}{5}$

$= \frac{-16}{25}$ (উত্তর)

জান কি ?

a ও b দুটি অশূন্য সংখ্যা

$a \times b = ab$

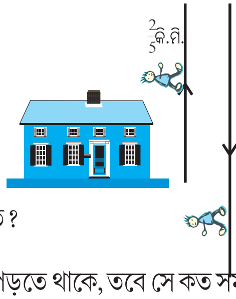
$ab \div a = b$

$ab \div b = a$

অভ্যাস কার্য্য 5.7

1. একটা ত্রিভূজের বাহুদের দৈর্ঘ্যর পরিমান যথাক্রমে $2\frac{1}{3}$ সে.মি., $3\frac{1}{2}$ সে.মি. ও $4\frac{2}{5}$ সে.মি. হলে ত্রিভূজটির পরিসীমা কত?

2. কমলবাবু তাদের ঘরের কাছ থেকে $\frac{2}{5}$ কি.মি. উত্তর দিকে যাওয়ার পর। $1\frac{3}{4}$ কি.মি. দক্ষিন দিকে হাঁটল, তবে সে তার ঘরের থেকে কোন দিকে কতদূরে আছেন।



3. দুটি পরিমেয় সংখ্যার যোগফল -9।, তাদের মধ্যে একটা $\frac{15}{8}$ হলে অন্যটি কত?

4. মেরী প্রত্যেক দিন $5\frac{2}{3}$ ঘন্টা পড়ে। সে যদি $2\frac{4}{5}$ ঘন্টা গনিত ও বিজ্ঞান পড়তে থাকে, তবে সে কত সময় অন্য বিষয় গুলি পড়ে?

৫। $9\frac{4}{3}$ ও $5\frac{5}{6}$ এর যোগফল $11\frac{2}{5}$ ও $7\frac{1}{3}$ এর যোগফলের মধ্যে পার্থক্য কত?

6. একটা বর্গাকৃতি মাঠের একটা বাহুর দৈর্ঘ্য $5\frac{3}{4}$ মিটার হলে, সেই মাঠের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্নয় কর। এই মাটের চারপাশের বেড়া তৈরী করার জন্যে মিটারে ৪ টাকা হিসাবে মোট কত খরচ হবে?

7. কোন সংখ্যাকে $\frac{-8}{5}$ দ্বারা গুনলে গুনফল 36 হবে।

8. দুটি পরিমেয় সংখ্যার গুনফল $\frac{-16}{9}$ ।তাদের মধ্যে একটা $\frac{-4}{3}$ হলে, অন্যটি কত?

5.7. পরিমেয় সংখ্যার পরম মান।

আমরা পূর্বে পূর্ণ সংখ্যার পরমমান নির্ণয় করার সম্পর্কে জানি।

3 এর পরম মান $= |3| = 3$

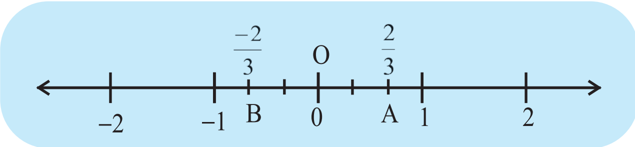
7 এর পরম মান $= |7| = 7$

-6 এর পরম মান $= |-6| = 6$

-15 এর পরম মান $= |-15| = 15$

> **জান কি?**
>
> যদি m একটা পূর্ণ সংখ্যা হয় তবে ইহার পরম মান কে |m| রুপে লেখা যায় ও ইহাকে ‘m র পরম মান বলে পড়া যায়।

সেই রকম পরিমেয় সংখ্যার ও পরমমান আছে। সংখ্যা রেখার ‘ধ’ থেকে $\frac{+2}{3}$ সূচক বিন্দুর দূরত্ব $\frac{2}{3}$ এবং ‘ধ’ থেকে সূচক বিন্দুর দুরত্ব ও $\frac{2}{3}$ ।তাই $\frac{+2}{3}$ ও $\frac{-2}{3}$ উভয় সংখ্যা $\frac{2}{3}$ সহিত সংযুক্ত।



∴ O মুল বিন্দু কে 0 (শূন্য) রূপে নেওয়া হয়।

এখন ওপর সংক্যা রেখায় O ও A মধ্যে দূরত্ব $\frac{2}{3}$ একক ও O, B মধ্য দুরত্ব ও $\frac{-2}{3}$ একক।

∴ $\frac{-2}{3}$ এর পরম মান $=\left|\frac{-2}{3}\right|=-\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ পরম মান $=\left|\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$

তোমার পরিমেয় সংখ্যার পরম মান বলতে কি জানলে?

- যদি x একটা ধনাত্মক পরিমেয় সংখ্যা হয়, তবে $|x| = x$ হবে।
- যদি x একটা ঋনাত্মক সংখ্যা। হয় তবে $|x| = x$ হবে।

জান কি?

কোন সে সংখ্যার পরমান ধনাত্মক হয়।
যদি $x=0$ হয় তবে $|x|=0$

উদাহরন ঃ

প্রমান কর ঃ

(ক) যদি $x=\frac{3}{5}$ এবং $y=\frac{-4}{3}$, তবে $|x+y| < (|x|+|y|)$

(খ) যদি $x=\frac{4}{7}$, $y=\frac{5}{3}$ তবে $|x+y| = |x|+|y|$

(গ) যদি $x=\frac{-2}{5}$, $y=\frac{-3}{2}$, তবে $|x+y| = |x| + |y|$

সমাধান ঃ

(ক) $x=\frac{3}{5}$ $y=\frac{-4}{3}$

বাম পার্শ্বেঃ $|x+y|$

$$=\left|\frac{3}{5}+\left(\frac{-4}{3}\right)\right|$$
$$=\left|\frac{9+(-20)}{15}\right|$$
$$=\left|\frac{(-11)}{15}\right|$$
$$=\frac{11}{15}$$

দক্ষিণ পার্শ্বে $= |x|+|y|$

$$=\left|\frac{3}{5}\right|+\left|\frac{-4}{3}\right|$$
$$=\frac{3}{5}+\frac{4}{3}$$
$$=\frac{9+20}{15}$$
$$=\frac{29}{15}$$

$\therefore$ বামপার্শ্বে < দক্ষিন পার্শ্বে

অর্থাৎ $|x+y| < (|x|+|y|)$ (প্রমানিত)

(খ) $x=\frac{4}{7}$ $y=\frac{5}{3}$

বামপার্শ্বে $= |x+y| = \left|\frac{4}{7}+\frac{5}{3}\right| = \left|\frac{12+35}{21}\right| = \left|\frac{47}{21}\right| = \frac{47}{21}$

দক্ষিন পার্শ্বে $= |x|+|y| = \left|\frac{4}{7}\right| + \left|\frac{5}{3}\right| = \frac{4}{7}+\frac{5}{3} = \frac{12+35}{21} = \frac{47}{21}$

$\therefore$ বাম পার্শ্ব = দক্ষিন পার্শ্ব

অর্থাৎ $|x+y| = (|x|+|y|)$ (প্রমানিত)

(গ) $x=\frac{-2}{5}$ $y=\frac{-3}{2}$

বাম পার্শ্বে $= |x+y| = \left|\frac{-2}{5}+\left(\frac{-3}{2}\right)\right|$

$= \left|\frac{(-4)+(-15)}{10}\right|$

$= \left|\frac{-19}{10}\right|$

$= \frac{19}{10}$

দক্ষিণ পার্শ্বে $= |x|+|y| = \left|\frac{-2}{5}\right| + \left|\frac{-3}{2}\right|$

$= \frac{2}{5}+\frac{3}{2}$

$= \frac{4+15}{10}$

$= \frac{19}{10}$

অর্থাৎ $|x+y| = |x|+|y|$ (প্রমানিত)

বলত দেখি

$|x-y| = |x| - |y|$

হবে কি?

উদাহরন

যদি $x=\frac{-3}{5}$ ও $y=\frac{-2}{7}$ হয়।

প্রমান কর $|x\times y| = |x|\times|y|$

সমাধান

বাম পার্শ্বে $= |x\times y| = \left|\frac{-3}{5}\times\frac{-2}{7}\right|$

$= \left|\frac{(-3)\times(-2)}{5\times 7}\right|$

$= \left|\frac{6}{35}\right| = \frac{6}{35}$

জান কি?

x ধনাত্মক বা ঋনাত্মক হোক এবং

y ধনাত্মক বা ঋনাত্মক হোক

$|x\times y| = |x|\times|y|$

দক্ষিন পার্শ্বে = $|x| \times |y| = \left|\frac{-3}{5}\right| \times \left|\frac{-2}{7}\right|$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{5 \times 7}$$

$$= \frac{6}{35}$$

এখানে বাম পার্শ্ব = দক্ষিন পাশ্বে

অর্থাৎ $|x \times y| = |x| \times |y|$ (প্রমানিত)

অভ্যাস কার্য্য 5.8

1. নিম্ন লিখিত পারমেয় সংখ্যার পরমমান নির্ণয় কর।

   (ক) $\frac{1}{-5}$ (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) $\frac{-3}{-2}$ (ঘ) $\frac{-26}{21}$

2. x এর নিম্ন মান গুলিকে নিয়ে প্রমান কর যে $|x| = |-x|$

   (ক) 4 (খ) -9 (গ) $\frac{-3}{7}$ (ঘ) $\frac{3}{-8}$

3. x ও y এর নিম্ন মান গুলি নিয়ে প্রমান কর যে $|x+y| = |x| + |y|$

   (ক) $x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{5}$ (খ) $x = \frac{-3}{4}, y = \frac{-3}{2}$

4. x ও y এর নিম্ন মান গুলিকে নিয়ে $|x+y| < (|x| + |y|)$ সত্য কি না পরীক্ষা কর।

   (ক) $x = -8,\ y = 5$ (খ) $x = \frac{4}{3}, y \frac{-7}{9}$

5. x ও y এর নিম্ন মান গুলিকে নিয়ে প্রমান কর। $|x \times y| = |x| \times |y|$

   (ক) $x = \frac{-4}{5}$, $y = \frac{2}{3}$ (খ) $x = \frac{-5}{11}$, $y = \frac{-3}{7}$

5.8 দুটি পরিমেয় সংখ্যার মধ্যবর্ত্তী পরিমেয় সংখ্যা নির্নয় কর ঃ

সেলিম 2 ও 10 মধ্যে 7 টি গনন সংখ্যা আছে। বলে জেনেছ সেগুলি হল 3, 4, 5, 6, 7, 8 ও 9 । সেরকম অবদুল ও জানে – 4 ও 4 মধ্যে 7 টি পূর্ন সংখ্যা আছে। সেগুলি হচ্ছে –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3। দুটি পূর্ণসংখ্যার মধ্যে এক নির্দিষ্ট সংখ্যক পূর্ণ সংখ্যা আছে।

এখন দেখব, দুটি পরিমেয় সংখ্যার মধ্যে কয়েটি পরিমেয় সংখ্যা আছে?

লীনা দুটি পরিমেয় সংখ্যা $\frac{-2}{3}$ ও $\frac{-3}{7}$ নিয়ে সে দুটি সমান হর বিশিষ্ট পরিমেয় সংখ্যায় পরিণত করে।

এমন লিখল $\frac{-2}{3}=\frac{-2\times7}{3\times7}=\frac{-14}{21}$ ও $\frac{-3}{7}=\frac{-3\times3}{7\times3}=\frac{-9}{21}$

আমরা জানি $\frac{-14}{21}<\frac{-13}{21}<\frac{-12}{21}<\frac{-11}{21}<\frac{-10}{21}<\frac{-9}{21}$

কিম্বা $\frac{-2}{3}<\frac{-13}{21}<\frac{-12}{21}<\frac{-11}{21}<\frac{-10}{21}<\frac{-3}{7}$

অর্থাৎ $\frac{-2}{3}$ ও $\frac{-3}{7}$ মধ্যে কত গুলি পরিমেয় সংখ্যা আছে।

বল দেখিঃ
-1 ও 1 মধ্যতে কতটা পূর্ণ সংখ্যা আছে -2 ও -3 মধ্যে কতটা পূর্ণ সংখ্যা আছে।

পুনশ্চ অবদুল $\frac{-2}{3}$ ও $\frac{-3}{7}$ কে সমহর করার জন্যে এমন করল। সে পরিমেয় সংখ্যা দুটিকে 42 হর বিশিষ্ট সংখ্যায় পরিণত করল।

$$\frac{-2}{3}=\frac{-2\times14}{3\times14}=\frac{-28}{42} \text{ ও } \qquad \frac{-3}{7}=\frac{-3\times6}{7\times6}=\frac{-18}{42}$$

এবং $\frac{-28}{42}$ ও $\frac{-18}{42}$ মধ্যে থাকা পরিমেয় সংখ্যা গুলিকে

$$\frac{-28}{42}<\frac{-27}{42}<\frac{-26}{42}<\frac{-25}{42}<\frac{-24}{42}<\frac{-23}{42}<\frac{-22}{42}<\frac{-21}{42}<\frac{-20}{42}<\frac{-19}{42}<\frac{-18}{42}$$

$$\Rightarrow-\frac{2}{3}<\frac{-9}{14}<\frac{-13}{21}<\frac{-25}{42}<\frac{-4}{7}<\frac{-23}{42}<\frac{-11}{21}<\frac{-1}{2}<\frac{-10}{21}<\frac{-19}{42}<\frac{-3}{7}$$

লীনা $\frac{-2}{3}$ ও $\frac{-3}{7}$ এর মধ্যে 4 টি পরিমেয় সংখ্যা নির্ণয় করার বেলা অবদুল 9 টি পরিমেয় সংখ্যা নির্ণয় করল। তাই আমরা দুটি পরিমেয় সংখ্যার মধ্যে অনির্দ্দিষ্ট সংখ্যক পরিমেয় সংখ্যা নির্ণয় করতে পারব।

উত্তর লেখ ঃ

(ক) $\frac{1}{2}$ ও $\frac{1}{5}$ এর মধ্যে পাঁচটি পরিমেয় সংখ্যা।

(খ) $\frac{2}{7}$ ও $\frac{-1}{7}$ এর মধ্যে তিনটি পরিমেয় সংখ্যা।

উদাহরন ঃ

2 ও 3 এর মধ্যে তিনটি পরিমেয় সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

প্রথমে 2 ও 3 কে সমান হর বিশিষ্ট পরিমেয় সংখ্যায় পরিণত করব।

$$2 = \frac{8}{4}$$

$$3 = \frac{12}{4}$$

$$\frac{8}{4} < \frac{9}{4} < \frac{10}{4} < \frac{11}{4} < \frac{12}{4}$$

$$\Rightarrow 2 < \frac{9}{4} < \frac{5}{2} < \frac{11}{4} < 3$$

অর্থাৎ 2 ও 3 এর মধ্যে থাকা তিনটি পরিমেয় সংখ্যা হচ্ছে $\frac{9}{4}, \frac{5}{2}, \frac{11}{4}$

জান কি?

$\Rightarrow$ চিহ্নটির অর্থ হচ্ছে "ইহা সুচায়"

এরকম আমরা 2 ও 3 এর মধ্যে অসংখ্য পরিমেয় সংখ্যা নির্ণয় করতে পারব।

অভ্যাস কার্য্য 5.9

1. 3 ও 4 এর মধ্যে তিনটি পরিমেয় সংখ্যা নির্ণয় কর।

2. -1 ও 1 এর মধ্যে থাকা 3 টি পরিমেয় সংখ্যা নির্ণয় কর।

3. $\frac{-2}{5}$ ও $\frac{2}{5}$ এর মধ্যবর্ত্তী 4টি পরিমেয় সংখ্যা নির্ণয় কর।

4. $\frac{-1}{2}$ ও $\frac{1}{2}$ মধ্যবর্ত্তী 3টি পরিমেয় সংখ্যা নির্নয় কর।

ষষ্ঠ অধ্যায়

বীজ গণিত

6.1. আমরা যা জানি ঃ

ষষ্ঠ শ্রেনীতে আমরা চল রাশি, বীজ গণিতিক রাশি বীজ গণিতিক রাশির সংযুক্ত পদ এবং পদের সহগ সম্পর্কেও অবগত হয়েছি। এস সেগুলিকে মনে করব।

চলরাশি

আমরা বীজ গনিতে চল রাশির আবশ্যকতা সম্বন্ধে আলোচনা করেছিলাম। চল রাশি গুলিকে x, y, l, m,.......দ্বারা কেবল নাম করন করা যায়। x, y, l, m,......কে আক্ষরিক বীজ বলা হয়। পুর্ব্বোক্ত প্রত্যেক বীজ যে কোন এক সংখ্যাকে সুচায়। অর্থাৎ এক বীজের কোন এক নির্দিষ্ট মান না থাকার সময় ধ্রুবক গুলির মান অপরিবর্ত্তনীয়।

পদ এবং বীজ গানিতিক রাশি ঃ

চলরাশি ও ধ্রুবক গুলি নিয়ে পদের সৃষ্টি হয়ে থাকে। কতক পদকে নিয়ে এক বীজ গানিতিক রাশি গঠিত হয়ে থাকে।

নিম্নে উদাহরনে দেখব,

$4x+5$ এক বীজ গানিতিক রাশি।

$4x$ ও 5 পূর্ব্বোক্ত রাশির একটা একটা পদ।

সেরকম $3-4xy+5x^2$, $10y-x$ আদি একটা একটা বীজ গানিতিক রাশি। উক্ত রাশিগুলিতে থাকা x ও y একটা করে চলরাশি।

$3-4xy+5x^2$ এক তিনপদ বিশিষ্ট বীজ গানিতিক রাশি হওয়ার সময়ে $10y-x$ দুপদ বিশিষ্ট এক বীজগানিতিক রাশি। তোমরা জান দুই বা ততধিক পদ বিশিষ্ট রাশিকে বহুপদ বিশিষ্ট রাশি বলা হয়।

সহজ ঃ

আমরা জানি যে একটি পদে থাকা দুটি উৎপাদকের মধ্যে একটিকে অন্যটির সহগ বলা হয়।

উদাহরন স্বরূপ

2ab পদটির 2 এক সাংখিক সহজ।

2a, b র সহগ এবং

2b, a র সহগ।

সাধারনতঃ 2 কে ab সহগ বলে বলা হয়।

সদৃশ ও অসদৃশ পদ ঃ

পদ গুলির আক্ষরিক বীজ গুলিকে সমান এবং বীজ গুলির ঘাতাঙ্ক সমান হয়ে থাকলে। উক্ত পদ গুলিকে সাদৃশ পদ। অন্যথা অসাদৃশ পদ বলা হয়ে থাকে।

উদাহরন স্বরূপ ঃ

$12x, -2x, 7x, x$ প্রভৃতি সাদৃশ পদ

$7xy, 3x^2y, -2x$ প্রভৃতি অসাদৃশ পদ

অভ্যাস কার্য্য 6.1

1. নিম্ন বীজগানিতিক রাশি গুলেকের পদ সংখ্যার স্থির কর এবং পদগুলিকে আলাদা আলাদা করে লেখ।

ক) $-4x+5$ খ) $-4x+5y$ গ) $3y+2y^2$

ঘ) $1+x+x^2$ ঙ) $5xy^2+5x^2y-3xy$ চ) $Pq+q$

ছ) $4p^2-3q^2$ জ) $2x+\frac{1}{4}$

2. যে বীজ গানিতিকর রাশির ধ্রুবক সংখ্যা ভিন্ন অন্য প্রত্যেক পদের সাংঘিক সহগ গুলি লেখ।

ক) $5-3t^2$ খ) $7xy-5x^2-2$ গ) $-P^2q^2+7pq$

ঘ) $x+2xy+3y$ ঙ) $m+3n$

3. 'x' চল রাশি বিশিষ্ট পদগুলিকে চিহ্ন কর এবং পদগুলিকের থেকে 'x' এর সহগ স্থির কর।

ক) xy^2+x খ) $13y^2-8xy$ গ) $2-x$

ঘ) $x+y+2$ ঙ) $12xy^2+25$ চ) $7xy+xy^2$

4. নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে সাদৃশ পদ গুলিকে একত্র করে লেখ।

ক) $4-xy^2, -4yx^2, 8x^2, 2xy^2, 7y, -11x^2, -100x, -11yz, 20x^2y, 5x, -3$

খ) $10pq, 7p, 8q, p^3q^2, 7qp, -100p, -23, 12q^2p^2, -3p, 7, 20q^2p^3, 78pq, 13p^2q, qp^2, 701p^2$

6.2. বীজগানিতিক রাশিদের ক্ষেত্রে যোগ ও বিয়োগ ঃ

নিম্ন পরিস্থিতি গুলিকে অনুধান করঃ

প্রথম পরিস্থিতি -

একটা ফলের দোকানীর কাছ থেকে নবীন যাতাটা কমলা কিনল।

সিমুন তার দুগুন থেকে তিনটি কম সংখক কমলা কিনল।
যদি আমরা নবীন কিনে থাকা সংখ্যাকে এক চল রাশি x দ্বারা সূচাব।

অর্থাৎ, আমরা মনে করে নেব যে নবীন কিনে থাকা কমলা সংখ্যা $= x$

বর্ত্তমান নবীন ও সিমুন মোট কমলা কিনে ছিল তা জানার চেষ্টা করব।

নবীন ও সিমূন কিনে থাকা মোট কমলা সংখ্যা কেনার জন্যে আমাদের x ও $2x-3$ কে যোগ করার আবশ্যক।

x ও $2x-3$ প্রত্যেক একটা একটা বীজ গানিতিক রাশি এবং সে দুটি রাশিকে যোগ করলে, নবীনও সিমুন কিনে থাকা মোট কমলা সংখ্যা জানা যাবো।

দ্বিতীয় পরিস্থিতি ঃ

x মিটার দীর্ঘ ও y মি. প্রস্থ বিশিষ্ট এক আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল থেকে একটা বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 15 বর্গ মিটার অধিক হয়েথাকার সময়, অন্য এক বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 7 বর্গ মিটার কম। প্রথমে বর্গক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল দ্বিতীয় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল থেকে কত বর্গ মিটার অধিক।

এখানে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য x প্রস্থ= $x \times y = xy$ ব.মি.

প্রথম বর্গক্ষেত্র ক্ষেত্রফল = $(xy + 15)$ ব.মি.

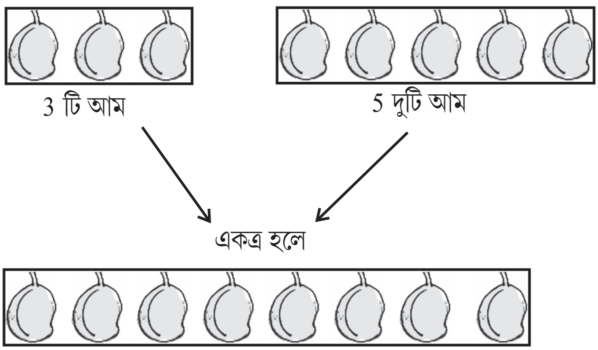
দ্বিতীয় বর্গক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল = $xy - 7$ ব.মি.

প্রশ্নটির উত্তর পাওয়ার জন্য$(xy + 15)$ ও $(xy - 7)$ বীজ গানিতিক রাশি দ্বায়ের বিয়োগফল স্থির করতে হবে।

উপরোক্ত দুটি সারা পরিস্থিতির উত্তর পাওয়ার জন্যে আমাদের বীজগানিতিক রাশিদের .ক্ষেত্রের যোগও বিয়োগ কেমন হয় তা জানা দরকার।

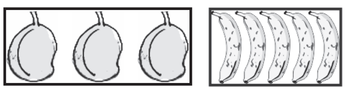
ষষ্ঠ শ্রেনীতে আমরা কম বেশি সাদৃশ পদ গুলির ক্ষেত্রে কেমন যোগ ও বিয়াগ প্রক্রিয়া সম্পাদিত হয় তা জেনেছি। এস সেগুলিকে মনে ফেলব।

তলায় জিজ্ঞাসা করা প্রশ্নগুলির উত্তর বল ঃ



মোট কয়টা আম হল ?

আমরা দেখলাম



3 টি আম ও 5 টি কলা একত্র হলে, বলতে পরি কি 8 টি কলা বা 8টি আম ?

আমরা দেখলাম দুটো ঝুড়িতে থাকা এক রকমের ফলকে একত্র করলে, ফলগুলিকের সংখ্যা মিশে গেছে। এই হল সাদৃশ পদের নমূনা।

কিন্তু ভিন্ন প্রকারের ফল দুটি সমুহকে একত্র করলে, তাদের সংখ্যা মিশতে পারবে না, এই হচ্ছে অসদৃশ পদের নমুনা ইহাকে বীজ গানিতিক রাশিদের যোগক্ষেত্রে ব্যবহাক করব।

উদাহরন-1

$3x$ ও $4x$ এর যোগ ফল স্থির করব।

সমাধানঃ

$$
\begin{aligned}
3x+4x &= 3\times x+4\times x \\
&= (3+4)\times x \\
&= 7\times x = 7x
\end{aligned}
$$

(সংখ্যাদের ক্ষেত্রে ব্যবহৃত বন্টন নিয়মের প্রয়োগ করা হল।)

$\therefore\ 3x+4x=7x$

জান কি?

দুই বা ততোধিক সদৃশ পদ যোগফল স্থির করবার হলে সদৃশ পদ গুলো সাংক্ষিক সহগ মান গুলোর যোগফল স্থির করা হয়।

উদাহরন-2

$2xy,\ 3xy$ এবং $5xy$ এক যোগফল স্থির করব।

সমাধানঃ

$$
\begin{aligned}
2xy+3xy+5xy &= 2\times xy+3\times xy+5\times xy \\
&= (2+3+5)\times xy \\
&= 10\times xy = 10xy
\end{aligned}
$$

$\therefore\ 2xy+3xy+5xy=10xy$

ଜାଣିଛ କି ?

সদৃশ পদ মান গুলো বিয়োগ ফল স্থির করবার হলে পদ গুলোর সাংক্ষিক সহগ গুলোর বিয়োগ ফল স্থির করবার হয়।

উদাহরন-3

5 ab থেকে 3ab বিয়োগ করব।

ସମାଧାନ :

$$
\begin{aligned}
5ab-3ab &= 5\times ab-3\times ab \\
&= (5-3)\times ab \\
&= 2\times ab = 2ab
\end{aligned}
$$

(বন্টন নিয়ম ব্যবহার করা হল)

মনে রাখ -

অসদৃশ পদের যোগ এবং বিয়োগ থেকে একটা নতুন পদ পাওয়া যায় না। যথা ঃ $2x^2$ ও $3xy$ এর যোগফল $= 2x^2 + 3xy$

6.2.1 বীজ গানিতিক রাশিদের যোগফল নির্ণয় কর ঃ

উদাহরন - 4

সরল কর ঃ $7x - 3y - 2x + 7y - 4x$

সমাধান ঃ $7x - 3y - 2x + 7y - 4x$

$= 7x - 2x - 4x - 3y + 7y$

$= (7 - 2 - 4)x + \{(-3) + 7\}y$

$= (7 - 6)x + (7 - 3)y$

$= 1 \times x + 4 \times y = x + 4y$

উপরে দেওয়া উদাহরনকে লক্ষ করে নিম্ন প্রশ্ন গুলির উত্তর লেখ।

- কোন গানিতিক পরিপ্রকাশকে সরল করতে বলা হয়েছে?
- এই গানিতিক পরিপ্রকাশে মোট কয়টি পদ আছে ও সেগুলি কি?
- x বীজ থাকা পদ ও y বীজ থাকা পদ গুলিকে চেনাও।
- এই পরি প্রকাশে সাদৃশ পদ গুলিকে একত্র করে সাজিয়ে লিখলে কি পাব?
- এমন x বীজ থাকা পদ গুলির সমষ্টি কত?
- y বীজ থাকা পদ গুলির সমষ্টি কত?
- নির্ণয় উত্তর কত হল?

উদাহরন-5

$2x + 5y - 8$ ও $4x - 3y$ বীজ গানিতিক রাশিদের যোগফল স্থির কর।

সমাধান ঃ

$2x + 5y - 8$ ও $4x - 3y$ এর যোগ $= 2x + 5y - 8 + 4x - 3y$

$= (2x + 4x) + \{5y + (-3y)\} - 8$ (ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରାଗଲା।

$= (2 + 4)x + \{5 + (-3)\}y - 8$

$= 6x + 2y - 8$

$\therefore$ $2x + 5y - 8$ ও $4x - 3y$ ର যোগফল $6x + 2y - 8$

উদাহরন - 6

যোগ কর ঃ $3x^2 - 6x - 2, 8x + 5 - x^2, -4 + x + 2x^2$

সমাধান ঃ

প্রথম প্রনালী ঃ

যোগফল $= 3x^2 - 6x - 2 + 8x + 5 - x^2 - 4 + x + 2x^2$

$= 3x^2 - x^2 + 2x^2 - 6x + 8x + x - 2 + 5 - 4$ (এমন কোন লেখা হল?)

$= (3 - 1 + 2)x^2 + \{(-6 + 8 + 1)\}x - 2 + 5 - 4$ (এই সোপানে কি করা হল)

$= (3 + 2 - 1)x^2 + (8 + 1 - 6)x + 5 - 2 - 4$ (এই সোপানে কি করা হল?)

$= 4x^2 + 3x - 1$

দ্বিতীয় প্রনালী ঃ

$$3x^2-6x-2, \qquad 8x+5-x^2, \qquad -4+x+2x^2$$

এই তিনটি বীজগনিতিক রাশিকে নির্ম্ন মতে ও লিখতে পারব।

$$3x^2-6x-2, \qquad -x^2+8x+5, \qquad 2x^2+x-4$$

এমন তিনটি যারা রাশিতে থাকা সদৃশ পদ গুলিকে তলায় তলায় লিখব।

$$\begin{array}{r} 3x^2-6x-2 \\ -x^2+8x+5 \\ 2x^2+x-4 \\ \hline 4x^2+3x-1 \end{array}$$

ওপরে উদাহরনের দ্বিতীয় প্রনালীতে করা যাওয়া সমাধানকে লক্ষ কর।

- প্রথমে বীজগনিত রাশিগুলির পদগুলিকের সব চাইতে বড় ঘাতাঙ্ক থেকে সব থেকে ছোট ঘাতাঙ্ক ক্রমে সাজাব। অর্থাৎ x^2 থাকা পদ কে প্রথমে রাখব x থাকা তারপর ও x না থাকা পদবে পরে রাখব।
- বীজ গনিতিক রাশি তিনটিকে তলায়তলায় লিখব যেমন সদৃশ পদ গুলিকে তলায় তলায় থাকবে।
- এখন সদৃশ পদ গুলিকে যোগ করে যোগফল নির্ময় করা হবে।

অভ্যাস কার্য্য 6.2

1. সাদৃশ পদগুলিকে একত্র করে সরল কর।

   ক) $21b-7a+3b-2a$

   খ) $-z^2+13z^2-5^z+7z^3-15z$

   গ) $3a-2b-c-5b+6c+2a$

   ঘ) $6ab+2a-3ab-ab+5a$

   ঙ) $5x^2y-5x^2+3yx^2-3y^2+x^2+y^2+4xy^2-2y^2$

2. যোগফল স্থির কর।

   ক) $3mn, -5mn, 8mn, -4mn$ খ) $5a, 8a, -9a, -2a$

   গ) $a+b-3, b\ -2a+3$ ঘ) $-7mn+5, 2mn+2$

   ঙ) $x^2-2y+3, 3y^2+5y-7$ চ) $14x+10y-12xy-13, 18-7x-10y+8xy$

   ছ) $5m-n+5, 3m+4n-1$ জ) $x^2-y^2-1, y^2-1-x^2, 1-x^2y^2$

6.2.2 বীজ গানিতেক রাশিদের ক্ষেত্রে বিয়োগ ঃ

ষষ্ট শ্রেনীতে আমরা পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে বিয়োগ প্রনালী যেমন হয়, তা জেনেছি। তা হল একটা সংখ্যাকে বিয়োগ করার অর্থ, ইহারা যোগাৎমক বিলোমী বা ইহার বিপরীত সংখ্যাকে যোগ কর।

উদাহরন স্বরূপ

$5-(-3)=5+3=8$

অর্থাৎ a ও b দুটি পূর্ণ সংখ্যা হলে $a-b=a+(-b)$

উদাহরন - 7

$8xyz$ থেকে $-5xyz$ বিয়োগ কর,।

সমাধানঃ

$8xyz-(-5xyz)$

$=8xyz+5xyz$ [$-5xyz$ এর বিলোমী যোগ করা হল]

$=(8+5)xyz=\underline{13xyz}$ [বন্টন নিয়ম প্রয়োগ]

উদাহরন - 8

$2a+5b-3c$ থেকে $a+3b-2c$ • বিয়োগ করা রাশি অর্ন্তভুক্ত)

সমাধানঃ

প্রথম প্রনালী -

$(2a+5b-3c)-(a+3b-2c)$

$=2a+5b-3c-a-3b+2c$

$=2a-a+5b-3b-3c+2c$

$=(2-1)a+(5-3)b+\{(-3)+2\}c$

$=a+2b-c$

বিকল্প প্রনালী -

$2a+5b-3c$

$-a\ -3b+2c$

$a\ +2b-c$ (সাদৃশ পদ গুলিকে তলায় তলায় সাজিয়ে লেখা হয়ে বিয়োগ হওয়া রাশির সমস্ত পদের বিলোমী নেবার জন্যে প্রত্যেক পদের চিহ্ন পদলে দেওয়া হল। ইহাকে স্তম্ভ প্রনালীতে বিয়োগ কর।)

উদাহরন - 9

$3a-2b+c,\ 3b-5c+2a$ ও $c-a+2b$ যোগফল থেকে $4c-2a+2b$ বিয়োগ কর।

সমাধানঃ

$3a-2b+c,\ 3b-5c+2a$ ও $c-a+2b$

$=3a-2b+c+3b-5c+2a+c-a+2b$

$=3a+2a-a-2b+3b+2b+c+c-5c$

$=(3+2-1)a+\{(-2)+3+2\}b+(1+1-5)c$

$=4a+3b-3c$

এখন $4a+3b-3c$ থেকে $4c-2a+2b$ বিয়োগ করব।

$=(4a+3b-3c)-(4c-2a+2b)$ (বিয়োগ হওয়ার রাশির প্রত্যেক পদের বিলোমীকে যোগ করা হয়েছে।)

$=4a+3b-3c-4c+2a-2b$ (সদৃশ পদগুলিকে একত্র করে সাজান হয়েছে)

$=4a+2a+3b-2b-3c-4c$ (সাদৃশ পদের যোগফল নির্ণয় করা হয়েছে)

$=(4+2)a+(3-2)b+\{(-3)+(-4)\}c$

$=6a+b-7c$

নির্ণয় উত্তর $=6a+b-7c$

অভ্যাস কার্য্য 6.3

1. বিয়োগ কর ঃ

   ক) $-5y^2$ ରୁ y^2 খ) $-12xy$ ରୁ $6xy$ গ) $5mn$ ରୁ $3nm$

   ঘ) $3a^2b$ ରୁ $-2a^2b$ ঙ) $-8xyz$ ରୁ $7xyz$ ত্ন) $-7xy$ ର $-8xz$

2. বিয়োগ কর

   ক) $5a+b$ ରୁ $3a-2b$ খ) $5xy-4zyz-2xy$ ରୁ $3xyz+5xy-2xy$

   গ) $5p-q-2r$ ରୁ $3p-2q+r$ ঘ) $-m^2+5mn+2n^2$ ରୁ $4m^2-3mn+5n^2$

3. ক) $2x$ সহিত কোন রাশি যোগ করলে যোগফল $5x$ হবে ?

   খ) $7xy$ র সহিত কত যোগ করলে $3xy$ হবে ?

   গ) x^2+xy+y^2 রে কোন রাশি যোগ করলে যোগফল $2x^2+3xy$ হবে ?

   ঘ) $8x^2y$ থেকে কোন রাশি বিয়োগ করলে বিয়োগফল $3x^2y$ হবে ?

   ঙ) $2a+8b+10$ থেকে কোন রাশি বিয়োগ করলে বিয়োগ ফল $-3a+7b+16$ হবে ?

   চ) $x^2-2xy+3y^2$ অপেক্ষা $-x^2+5xy-2y^2$ কত বেশী ?

4. ক) $2xy-zy-zx$ ও $2yz-zx+xy$ এর যোগফল থেকে $xy-yz-zx$ ବିୟୋଗ କରି ବିୟୋଗଫଳ ସ୍ଥିର বিয়েঅঘ করে বিয়োগফল স্থির কর।

   খ) $3x-y+11$ ও $-y-11$ এর যোগফল $4x-3y+5$ থেকে কত কম্ ?

   গ) $2x+y-3z$ ও $x-y+z$ এর যোগফল থেকে $5x-7y+z$ কত বেশি ?

6.3 সমীকরন ও তার সমাধান ঃ

পূব্ববর্ত্তী অধ্যায় আমরা এক বা একাধিক চলরাশিকে নিয়ে কিভাবে ভিন্ন ভিন্ন বীজগনিত রাশি গঠন করা যায় তা আমরা শিখেছি, আমরা এও জানি যে এক চল রাশি বিভিন্ন সংখ্যক মানকে সুচাতে পারে। এবং ভিন্ন ভিন্ন অক্ষর দ্বারা চিহ্নিত হয়। সাধারনত ঃ x, y, z, l, m, n আদি অক্ষর দ্বারা চল রাশিদের চিহ্নিত করা হয়।

তলার শ্রেনীতে আমাদের নিম্ন প্রকারের প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করা হয়। একটা প্রশ্নকে ভিন্ন ভিন্ন রূপে প্রকাশ করা যাওয়া হয়।

প্রথম প্রশ্ন : কোন সংখ্যার সহিত 7 যোগ করলে 11 হবে ?

দ্বিতীয় প্রশ্ন : শূন্যস্থান পূরন কর ,.............. সহিত 7 যোগ করলে 11 হয়।

তৃতীয় প্রশ্ন : $* + 7 = 11$

তারক(*) চিহ্ন কোন সংখ্যাকে বোঝা যায় ?

প্রথম প্রশ্নের কোন সংখ্যা দ্বিতীয় প্রশ্নের শূন্য স্থান সূচক (........ চিহ্ন) এবং তৃতীয় প্রশ্নর তারকা(*) চিহ্ন সকলে একটা অজানা সংখ্যাক সূচায়। বর্ত্তমান এই অজানা সংখ্যার জন্যে আমরা x মস্কে ব্যবহার করে পূর্ণবার তৃতীয় প্রশ্নকে লিখব। তবে তৃতীয় প্রশ্নের অন্য রূপ হবে - $x+7=11$

অর্থাৎ পূর্ব্বোক্ত প্রশ্নটিকে নিম্ন রূপে লিখতে পারব।

চতুর্থ প্রশ্ন : "$x+7=11$ হলে $\boldsymbol{x}$ এর মান কত ?"

এখানে আমরা দেখছি বীজগনিত রাশি $x+7$ কে অন্য এক রাশি ।11 সহিত সমান বলে বলা হয়েছে। ইহা এক উক্তি যেখানে দুটি রাশিকে সমান বলে বলা হয়ে। প্রথম প্রশ্নের সমাধান আমরা তলার শ্রেনীতে নিম্ন মতে বলে ছিলাম।

নির্ণয় সংখ্যা $= 11-7=4$

প্রশ্ন - 4 এ থাকা সমীকরন অজ্ঞাত রাশি বলে বলা হয় এই উক্তিকে একটা সমীকরন বলে বলা হয়। সমীকরনে থাকা x এর স্থানে 4 নেওয়া হয় , কি প্রশ্ন যাবে এস দেখব।

$x+7=11$, x এর স্থানে 4 নেওয়া হল। $4+7=11$ ବା $11 = 11$ গুন্দয গুনদ্বহট্রশুনভ

ଯଦି ପୂବୋକ୍ତ ସମୀକରଣର ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି x ସ୍ଥାନରେ 5 ନିଆଯାଏ, କ'ଣ ମିଳିବ ଆସ ଦେଖିବା-

$x+7=11$

$5+7=11$ (x স্থানে 5 নিলে)

$\Rightarrow 12=11$

ইহা সত্য নয়।

এই রকম পরীক্ষা করে দেখা যেতে পারে x এর স্থানে 4 ছাড়া অন্য কোন সংখ্যা বসালে সমীকরনটি এক সদত্য উক্তিতে পরিনত হবে না।

আমরা বলি x এর মান 4 এর জন্যে সমীকরন টি সিদ্ধ হয়। আমরা ও বলি।

$x+7=11$ সমীকরন এর সমাধান হচ্ছে $x=4$

নিম্ন সারনীতে খালি ঘর পূরন কর (উত্তর 'হ্যা' কিম্বা 'না' হবে)

ক্রমিক সংখ্যা	সমীকরন	মূল্য	মূল্যর জন্যে সমীকরন সিদ্ধ হচ্ছে কি না।
1	$x+3=0$	$x=3$	
2	$x+3=5$	$x=2$	
3	$3x=1$	$x=1$	
4	$\frac{3}{x}=5$	$x=15$	
5	$5x=16-1$	$x=3$	
6	$\frac{m}{3}=2$	$m=6$	
7	$a-7=1$	$a=6$	
8	$a+3=2a$	$a=3$	

উক্তি গুলি সারনীর বামদিগের স্তম্ভে লেখা হয়েছে প্রত্যেক উক্তিকে গানিতিক সংকেত ব্যবহাক করে সারনীর ডান দিগের স্তম্ভে লেখা হয়েছে।

উক্তি	গানিতিক সংকেত ব্যবহার করে লেখা হয়েছে।
(A) 4 এর সঙ্গে x মিশলে 9 হয়।	(1) $4+x=9$
(B) x থেকে 7 কমে গেলে 6 হয়	(2) $x-7=6$
(C) x এর 9 গুন 12 সহিত সমান	(3) $9x=12$
(D) y এর দুগুন থেকে 6 অধিক 18 সহিত সমান	(4) $2y+6=18$
(E) x ও b এর দুগুনের সমষ্টি 15 হয়।	(5) $x+2b=15$

তোমরা লক্ষ্য কর, সারনীর জন দিগের স্তম্ভে প্রত্যেক গানিতিক উক্তিকে একটা একটা সমীকরন বলা হবে। প্রথমে চারটি সমীকরনে একটা করে অজ্ঞাত রাশি x অথবা y প্রত্যেক সমীকরনকে এক অজ্ঞাত রাসি বিশিষ্ট সমীকরন বলা হয়। (5) এ থাকা সমীকরনকে দুই অজ্ঞাত রাশি বিশিষ্ট সমীকরন বলা হয়। যে সমীকরনে অজ্ঞাত রাশির সর্বোচ্চ ঘাত 1 হয়ে থাকে, তা' কে সরল বা এক ঘাতী সমীকরন বলব। ফলে (1) থেকে (5) পর্য্যন্ত প্রত্যেক সমীকরন এক সরল সমীকরন।

এই অধ্যায়ে আমরা কেবল এক অজ্ঞাত রাশি বিশিষ্ট একঘাতী বা সরল সমীকরন কথা আলোচনা করব। **সমীকরন সম্বন্ধে কয়টি জানার কথা ঃ**

- দুটি বীজগানিতিক রাশির মধ্যে এক সমান তাতে সমীকরন বলা হয়।
- সমীকরনের দুটি পার্শ্ব আছে। যথা বাম পাশ্বে এবং দক্ষিন পার্শ্ব। সমীকরনের দুই পার্শ্বর মধ্যে খুব কমে একটা পার্শ্ব অজ্ঞাত রাশি বিশিষ্ট হওয়া দরকার।

- সমীকরনে ব্যবহৃত অজ্ঞাত রাশির সর্ব্বোচ্চ ঘাত অনুযায়ঈ সমীকরনের নাম করন করা হয়। যথাঃ একঘাতী দ্বিঘাতী ইত্যাদি।
- সমীকরনে ব্যবহৃত অজ্ঞাত রাশ, তাদের সংখ্যা অনুযায়ী সমীকরনের ও নামকরন করা গিয়ে থাকে। যথা ঃ এক অজ্ঞাত রাশি বিশিষ্ট, দুই অজ্ঞাত রাশি বিশিষ্ট ইত্যাদি।
- অজ্ঞাত রাশির যে মানের জন্যে সমীকরনটি সিদ্ধ তাক্তে সমীকরনের সমাধান বলা হয় (এক অজ্ঞাত রাশি বিশিষ্ট এর ঘাতী সমীকরনের এক মাত্র সমাধান সম্ভব।)

অভ্যাস কার্য্য 6.4

1. অজ্ঞাত রাশি বিশিষ্ট সরল বা একঘাতী সমীকরন গুলি কে বেছে লেখ।

   (ক) $2x + 3 = 7$ (খ) $y + 5 = x + 2$ (গ) $z + 2 = 7z - 4$

   (ঘ) $2x + 7 = 5 + x$ (ঙ) $y - 7 = 5y - 8$ (চ) $xy - 5 = x + 3$

   (ছ) $x^2 - 3x = 2$ (জ) $2x - 7 = 8$

2. x কে অজ্ঞাত রাশি রুপে নিয়ে নিম্ন উক্তি গুলিকে গানিতিক উক্তিতে প্রকাশ কর।

   (ক) একটা সংখ্যার থেকে 3 বিয়োগ করলে বিয়োগ ফল 7 হয়।

   (খ) 10 একটা সংখ্যার দুগুন থেকে 4 কম।

   (গ) কেটা সংখ্যার তিন ভাগের এক ভাগ হচ্ছে 6।

   (ঘ) একটা সংখ্যা 5 থেকে যত বেশী, 15 থেকে তত কম।

   (ঙ) একটা সংখ্যার 6 গুনের থেকে 7 বিয়োগ করলে বিয়োগফল 3 হয়।

   (চ) রমার বর্ত্তমান বয়স x বছর নিয়ে (i) 5 বছর পরে তা'র বয়স কত হবে? (ii) 3 বছর পূর্বে তার বয়স কত ছিল লেখ।

3. নিম্ন লিখিত সমীকরন গুলিকে সাধারন উক্তিতে প্রকাশ কর।

   (ক) $x - 5 = 9$ (খ) $5p = 20$

   (গ) $3n + 7 = 1$ (ঘ) $x = -2$

4. নিম্ন প্রশ্ন গুলির তে থাকা অজ্ঞাত সংখ্যাকে x নিয়ে প্রশ্ন গুলিকে সমীকরন রুপে লেখ।

   (ক) কোন সংখ্যার দুগুন 16 সঙ্গে সমান ?

   (খ) কোন সংখ্যায় 7 কমিয়ে দিলে 12 পাওয়া যাবে?

(গ) কোন সংখ্যায় এক তৃতীয়ংশ 5 সঙ্গে সমান ?

(ঘ) কোন সংখ্যায় এক চতুথাংশ হচ্ছে 5 ?

(ঙ) কোন সংখ্যার থেকে 8 অধিক হচ্ছে 15 ?

5. নিম্নে সূচনা গুলিকে অনুধাবন করে তাকে সমীকরন মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(ক) রোজীর বাবার বয়স 49 বছর। বাবার বয়স রোজী বয়েসের থেকে তিন গুনের 4 বেশী। রোজীর বয়স 'y' নাও।

(খ) ইরফানের কাছে থাকা মার্বেলের সংখ্যা 37 । ইরফান বলল পারমিতার কাছে থাকা মার্বেল সংখ্যার পাঁচ গুনের থেকে 7টি বেশী মার্বেল আমার কাছে আছে। পারমিতার কাছে থাকা মার্বেল কে x নাও।

6.4 সমীকরনের সমাধান প্রনালী ঃ

পূর্ব অনুচ্ছেদের সমীকরন ও তার সমাধান বললে কি বোঝায় ? সে বিষয় সাম্যক আলোচনা করা হয়েছে। মনে ফেলতে চেষ্টা কর।

$4x+5=17$ একটা সমীকরন ও এখানে থাকা অজ্ঞাত রাশি 'x' এর মানকে সমীকরনের সমাধান বলা হয়।

কোন সংখ্যার 4 গুনের থেকে 5 বেশী হলে 17 সহিত সমান হবে। এস সেই সংখ্যাটি নির্ণয় করার নিমিত্ত প্রনালীদের বিষয় আলোচনা করব।

x এর জন্যে বিভিন্ন সংখ্যা নিয়ে পরীক্ষা করে দেখব।

x কে যদি 0 নেওয়া হয়।

$4x+5=4\times0+5=0+5=5$

x কে যদি 1 নেওয়া হয়- $4x+5=4\times1+5=4+5=9$

x কে যদি 2 নেওয়া হয় - $4x+5=4\times 2+5=13$

x কে যদি 3 নেওয়া হয় - $4x+5=4\times3+5=12+5=17$

আমরা দেখলাম, x এর মান 3 হলে সমীকরন টি সিদ্ধ হচ্ছে।

$\therefore$ $4x+5=17$ সমীকরনটির সমাধান হচ্ছে 3 ।

উদাহরন -10

$x-7=-3$ সমীকরনের সমাধান কর।

সমাধান ঃ

এখানে $x-7=-3$ একটা সমীকরন। সমীকরনের বাম পার্শ্বে $x-7$ এবং দক্ষিন পার্শ্বে $-$ 3 ।

বর্ত্তমান সমীকরনে থাকা x রে জন্যে ক্রমান্বয়ে 0, 1, 2.... আদি মান নিয়ে বাম পার্শ্বকে সরল করব, কোন মানের জন্যে বাম পার্শ্ব, দক্ষিন পার্শ্বের সহিত সমান হচ্ছে দেখব।

সমীকরন	চলরাশি 'x' এর মান	বাম পার্শ্বে	দক্ষিন পার্শ্বে
$x-7=-3$	0	-7	-3
	1	-6	-3
	2	-5	-3
	3	-4	-3
	4	-3	-3

লক্ষ্য কর, x এর মান 4 এর জন্যে উপরের সমীকরনের বামপার্শ্ব, দক্ষিন পার্শ্বের সহিত মনান হল।

আমরা বলি সমীকরনটি $x=4$ এর জন্যে সিদ্ধ হল।

তাই সমীকরনের সমাধান বা মূল হচ্ছে 4 ।

অন্য এক উদাহরন নিয়ে এই প্রনালীহর সমাধান করব।

> জান কি?
> সমীকরনকে সিদ্ধ করতে থাক অজ্ঞাত রাশির মানকে সমীকরন সমাধান বা মূলবোধ বলা হয়।

উদাহরন - 11

$2y+7=1-y$ সমাধান কর।

সমাধানঃ

$2y+7=1-y$ সমীকরনের উভয় পার্শ্বেরে অজ্ঞাত রাশি y রয়েছে, আমরা y এর বিভিন্ন মানের জন্যে বামপার্শ্ব ও দক্ষিন পার্শ্ব কে সরল করে 'y' এর কোন মানের জন্যে সমীকরনটি সিদ্ধ হবে, তা দেখব।

সমীকরন	চলরাশি 'y' এর মান	বাম পার্শ্ব	দক্ষিন পার্শ্ব
$2y+7=1-y$	0	7	1
	1	9	0
	-1	5	2
	-2	3	3

সারনীর y এর জন্যে নেওয়া সংখ্যা গুলিকে দেখে বোধন জিজ্ঞাসা করল- "আমরা ও প্রথম উদাহরনের x এ জন্যে ক্রমান্বয়ে 0, 1, 2, আদি মান নিচ্ছিলাম, এখানে y এর জন্যে 1 এর পরে -1 কেন নিলাম"?

তার কাছে তার বড় বোধন সীমা ছিলো - সে বলল "যখন y এর জন্যে 0 নিলে, বাম দিক ও ডান দিকে এর জন্যে পাওয়া মান দুটির পার্থক্য কত? রোবন হিসেব করল, $7-1=6$।

আবার y এর জন্যে 1 নেওয়া তে বাম দিক ও ডান দিকের জন্যে পেয়ে থাকা মান দুটির পার্থক্য কত হল?

বোধন আবার হিসেব করল $9-0=9$

বর্ত্তমান সীমা বলল "উভয় পাশের জন্যে পাওয়া পার্থক্য অধিক হওয়ার দেখা গেল। যদি y এর মান 2 নেওয়া হয়, এই পার্থক্য আর বাড়বে। ইহা পরীক্ষা করে দেখা যেতে পারে। তাই y এর জন্যে আর ধনাত্মক সংখ্যা না নিয়ে ঋনাত্মক সংখ্যা নেওয়া হল।

এখন সারনীতে 1 এর পরে কেন – 1 নেওয়া হল তা বোযন বুঝল।

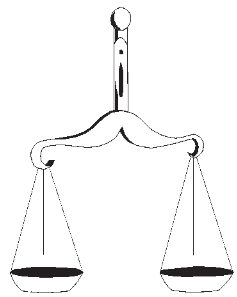
এখানে আমরা দেখলাম y এর মান – 2 এর জন্যে সমীকরনের বামপার্শ্বে ও দক্ষিন পার্শ্ব সমান হল। অর্থাৎ y এর মান – 2 এর জন্যে সমীকরনটি সিদ্ধ হচ্ছে।

∴ সমীকরনের সমাধান হচ্ছে $y = -2$

পূর্বের সমাধান প্রনালীর থেকে জানা যায় ইহা অধিক সময় সাপেক্ষ। সমীকরনের মূল বড় সংখ্যা এই প্রনালীতে সমাধান করা অধিক সময়সিদ্ধ। তাই সমীকরনের একটা সহজ প্রনালী কেমন বের করা যাবে তা' এখানে আলোচনা করব।

সমীকরন এক সাধারন নিকতির সঙ্গে তুলনীয়। ইহার দুই পার্শ্ব নিকিতির দুই মল্লার সাদৃশ্য সময় (=) চিহ্নের বাম পার্শ্ব, বামপলার বাটখারা ও দক্ষিন পার্শ্ব দক্ষিন পার্শ্বর জিনিযের সহিত তুলনীয়। সমান (=) চিহ্নটি উভয় সমানতাকে সুচিয়ে থাকে।

বাম পাল্লার পাটখারা ও দক্ষিন পাল্লার জিনিষ উভয় ওজন সমান হয়ে থাকলে, নিকতির দন্ড ভূমির সহিত সমান্তর ভাবে থাকে ও কিতিটি সমতুল অবস্থায় আছে বলে বলা হয়। বাম পাল্লায় অধিক বাটখারা ফেললে ও দক্ষিন পাল্লায় সমান ওজনের জিনিষ নিলে, নিকতিটি সমতুল অবস্থায় থাকে। সেরকম সমান ওজনের বাটখারা ও জিনিষ বের করে নিলে নিকতির সমতুল অবস্থা অপরি বর্ত্তীতে থাকে।



এই সমীকরন ও একটা নিকতির সমতুল অবস্থার সহিত তুলনীয় তাই এক সমীকরনের ক্ষেত্রে নিম্ন নিয়ম সব প্রযুজ্য।

(a) এক সমীকরনে উভয় পার্শ্বয়ে সমান সংখ্যা যোগ করলে সমান তায় পরিবর্ত্তন ঘটেনা (যোগ নিয়ম)

যথা ; $x+3=7$ হলে, $x+3+5=7+5$ অর্থাৎ, $x+8=12$ হবে।

(b) এক সমীকরনের উভয় পার্শ্বর থেকে সমান সংখ্যাক বিয়োগ করলে, সমান তা অটুট থাকে। (বিয়োগ নিয়ম)

যথা : $3x+7=10$ হলে, $3x+7-7=10-7$ অর্থাৎ $3x=3$ হবে।

(c) এক সমীকরনের উভয় পার্শ্বকে সমান সংখ্যা দ্বারা গুনন করলে, সমান তা অপরিবর্ত্তিত থাকে (গুনন নিয়ম)

যথাঃ $\frac{x}{2}=5$ হয় তবে $\frac{x}{2}\times 4=5\times 4$ হবে।

অর্থাৎ $2x=20$ হবে।

(d) এক সমীকরনের উভয় পার্শ্বকে কে, অনশূন্য সংখ্যার সাহায্যে ভাগ করলে ও সমানতা অপরিবর্ত্তীত থাকে (ভাগ নিয়ম)

যথাঃ যদি $3x=21$ তবে $3x\div 3=21\div 3$ অর্থাৎ $x=7$ হবে।

উপরোক্ত নিয়ম গুলির সহায়তায়ে সমীকরনের সমাধান সহজে হয়ে থাকে।

নিম্ন উদাহরন গুলিকে লক্ষ কর।

উদাহরন - 12

সমাধান করঃ $x+3=9$

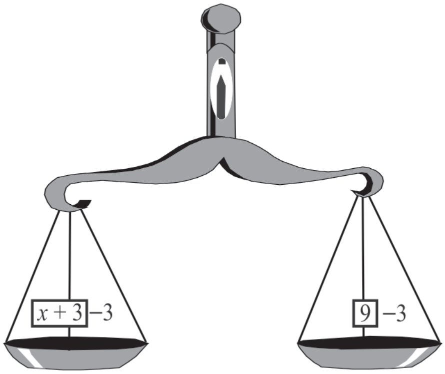
সমাধানঃ

$x+3=9$

বা, $x+3-3=9-3$ (উভয় পার্শ্বর থেকে 3 বিয়োগ করে)

বা, $x=6$

$\therefore$ সমাধান হচ্ছে $x=6$



বল দেখিঃ
ওপরের সমীকরনে (কেবল বামপার্শ্বর থেকে) 3 বিয়োগ করলে, সমীকরনটি সমতুল হয়ে থাকছে কি? কেন?

এহ সমাধান প্রক্রিয়া দেখে রেখা তার বন্ধু মিনুকে জিজ্ঞাসা করল সমীকরনের উভয় পার্শ্বে 3 বিয়োগ করা আবশ্যক বলে জানলে কি ভাবে?

মিলু উপর শ্রেনীতে পড়ে সে বললঃ

সমীকরনের বাম পার্শ্বতে থাকা, অজ্ঞাত রাশি x এর সহিত $+3$ রয়েছে। যেহেতু আমাদের x এর মান জানা দরকার, তাই বামদিকে কেবল x থাকা আমরা চাই, তাই বাম দিকের x এর সহিত যোগ করা 3 কে বের করে নেব যা আমাদের দরকার যোগ হয়ে থাক 3 কে বের করার জন্যে 3 বিয়োগ করা দরকার।

ইহা শুনে রেখা বলল, তবে যদি বাম পার্শ্বে $x-3$ থাক আমরা ও উভয় পার্শ্বে 3 যোগ করতাম।

মিনু বলল - ঠিক বলেছ।

শুদ্ধতা পরীক্ষনঃ

এখন 'x' এর মান 6 র জন্যে সমীকরন $x+3=9$ সিদ্ধ হচ্ছেইখ না দেখব।

বাম পার্শ্ব $= 6+3 = 9 =$ দক্ষিন পার্শ্বে

বল দেখি :
সমীকরনের বাম পার্শ্বে যদি হই (বা $x \times 2$) থাকত, তবে সমা ধীনের জন্যে কি করা হত।

উদাহরন - 13

সমাধান করঃ $x-3=7$

সমাধান $x-3=7$

বা, $x-3+3=7+3$

বা, $x=10$

বলত দেখি :
উদাহরন 13 র বাম পার্শ্বে x সহিত 3 যোগ করা হয়েছে কেন?

শুদ্ধতা পরীক্ষনঃ

($x = 10$ হলে, সমীকরনের বামপার্শ্বে $= x - 3 = 10 - 3 = 7$ = দক্ষিণ পার্শ্বে

∴ বাম পার্শ্ব = দক্ষিন পার্শ্ব

উদাহরন - 14

সমাধান কর : $7x + 41 = 62$

সমাধান :

$7x + 41 = 62$

বা $7x + 41 - 41 = 62 - 41$

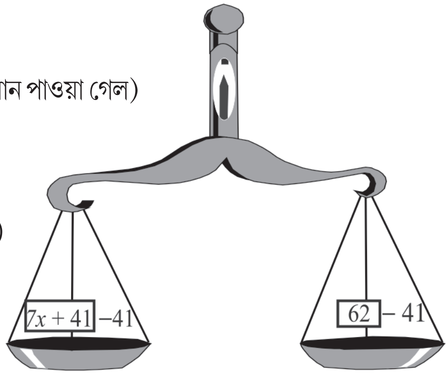
(উভয় পার্শ্বের থেকে 41 বিয়োগ করায় অজ্ঞাত রাশি $7x$ এর মান পাওয়া গেল)

বা $7x + 0 = 21$

বা $7x = 21$

বা $\frac{7x}{7} = \frac{21}{7}$ (উভয় পার্শ্বকে 7 দ্বারা ভাগ করা হল)

বা $x = 3$



শুদ্ধতা পরীক্ষণ : x এর মান বাম পার্শ্বে '3' নিয়ে

বাম পার্শ্ব $= 7x + 41 = 62$

বা $7 \times 3 + 41 = 21 + 41 = 62$ = দক্ষিণ পার্শ্বে

∴ বামপার্শ্ব = দক্ষিণ পার্শ্বে

উদাহরন - 15

সমাধান কর : $2x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

সমাধান : $2x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

বা $2x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$

বা $2x = \frac{2+1}{3} = \frac{3}{3}$

বা $2x = 1$

বা $x = \frac{1}{2}$

শুদ্ধতা পরীক্ষণ :

বামপার্শ্ব $= 2x - \frac{1}{3}$

$$= 2\times\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$$

$$= 1-\frac{1}{3}=\frac{3-1}{3}=\frac{2}{3}$$

= বামপার্শ্ব

জেনে রাখ :

সমীকরনের বাম পার্শ্বের অর্ন্তগত রাশি (x, y বা যা কিছু) থাকা পদের সহিত অন্য যে পদ থাকে তাকে অপসরন করা যায়। অন্য পদটি যোগ করা হয়ে থাকলে, বিয়োগ নিয়ম ব্যবহার করা হয়, বিয়োগ হয়ে থাকলে, যোগ নিয়ম ব্যবহার করা হয়।

বামপার্শ্বে কেবল অজ্ঞাত রাশি x থাকা পদ থোকার সময়ে তার সহজ রূপে থাকা সংখ্যাকে বের করার জন্যে সংখ্যাটি x এর সহিত গুনন হয়ে থাকলে, হরন নিয়ম ব্যবহার করা হয়। সংখ্যাটি x এর সহিত হরন করা হয়, গুনন নিয়ম ব্যবহার করা হয়।

(ক) $3p-10=5$

বা $3p-10+10=5+10$

(এখানে বাম পার্শ্বে – 10 কে অপসরন করার জন্যে উভয় পার্শ্বে 10 যোগ করা হয়েছে)

ফলে আমরা পাব

$3p=5+10$

এখানে লক্ষ কর, সমীক বর্নের বাম পার্শ্বে থাকা –10 অপসারির হওয়ার জান পার্শ্বে + 10 পাওয়া গেছে, আমরা বলি বাম পার্শ্বে থাকা – 10 পদটির পার্শ্ব পরিবর্ত্তন করা হয়েছে।

সেরকম অন্য একটা উদাহরন দেখ।

(খ) $5x+12=27$

বা $5x+12-12=27-12$

বা $5x=27-12$

পূর্বের মত বাম পার্শ্বে থাকা + 12 পার্শ্ব পরিবর্ত্তন করলে দক্ষিন পার্শ্বে 12 বিয়োগ করতে পড়ে।

(গ) $3x=12$ ক্ষেত্রে বাম পার্শ্বের থেকে 3 অপসারিত করার জন্যে, আমরা উভয় পার্শ্বে 3 দ্বারা ভাগ করব।

এর ফলে আমরা পাব - $3x=12$

বা $\frac{3x}{3}=\frac{12}{3}$

বা $x=\frac{12}{3}$

আমরা দেখলাম, বাম পার্শ্বে x সহিত গুনন করে থাকা 3 টি ডান পাশে ভাগ করা হয়েছে।

(ঘ) $\frac{x}{5}=2$ ক্ষেত্রে বাম পার্শ্বের থেকে, আমরা উভয় 5 কে অবসরন করার জন্যে, আমরা উভয় পার্শ্বে কে 5 দ্বারা ভাগ করব।

তাই আমরা পাব - $\frac{x}{5}=2$

বা $\frac{x}{5}\times 5=2\times 5$

বা $x=2\times 5=10$

ଏଠାରେ ଦେଖିଲେ ବାମପାଖରେ ଥିବା x ର ଭାଜକ 5 କୁ ଅପସାରଣ କରିବା ଲାଗି, ଆମେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିଛୁ।

তাই আমরা পাব - $\frac{x}{5}=2$

বা $x=2\times 5=10$

বাম পাশ থেকে অপসারন করা সংখ্যাটি ডান পাশে যাচ্ছে। ইহাকে পার্শ্বে পরিবর্ত্তন প্রক্রিয়া বলা হয়। আমরা সমীকরনটি সমাধান করার সময়ে যোগনিময়ম, বিয়োগ নিয়ম, আদি নিয়ম গুলিকে প্রয়োগ না করে। পার্শ্ব পরিবর্ত্তন প্রনালী অবলম্বন করে কি ভাবে সমীকরনটিকে সমাধান করব, তা নিম্ন উদাহরন দেখ।

উদাহরন - 16

সমাধান কর $4m+12=20$

সমাধান :

$4m+12=20$

বা $4m=20-12$ (12 এর পার্শ্ব পরিবর্ত্তন দ্বারা)

বা $4m=8$ (12 এর পার্শ্ব পরিবর্ত্তন দ্বারা)

বা $m=\frac{8}{4}$ ବା $m=2$

$\therefore$ সমীকরন সমাধান $m=2$

> **জান কি ?**
>
> কোন এক রাশির পার্শ্ব পরিবর্ত্তন করা গেল তার চিহ্ন্য পরিবর্ত্তন ঘটবে।

উদাহরন -17

সমাধান কর : $2p-1=p+5$

সমাধান :

$2p-1=p+5$

বা $2p-p=1+5$ (এখানে -1 এর পার্শ্ব পরিবর্ত্তন করা গিয়ে দক্ষিন পার্শ্বে যোগ হয়েছে এবং p র পার্শ্ব পরিবর্ত্তড় করা গিয়ে বাম পাশ থেকে ইহাকে বিয়োগ করা হয়েছে। এর দ্বারা অজ্ঞাত রাশি p কে কেবল বামপাশে রাখা হয়েছে।)

বা $p=6$ (উত্তর)

আমরা এখন পর্যন্ত কোন সমীকরনকে তার সমাধান নির্ণয় করলে, এখন তা'র ঠিক উল্টো পরিস্থিতি সম্পর্কে আলোচনা করব। যে কোন সমাধান থেকে সমীকরন নির্ণয় করব।

ডবল ব্ল্যাক বোর্ডএ $x=4$ লেখন।

ইহাকে লক্ষ করে কমল $x+5=9$ লিখল।

সুব্রত হঠাৎ দাড়িয়ে পড়ে বলল $3x+2=14$ ।

কমল ও সুব্রত লিখে সমীকরন দুটি সমাধান করা যখন ব্ল্যাক বোর্ড এ লিখে থাক সমাধান পাওয়া গেল কি? লক্ষ্য কর, ধবলে লেখা থাকা, সমাধানের জন্যে একাধিক সমীকরন তৈরি হতে পারল। $x = 5$ জন্যে, তুমি আর দুটি সমীকরন তৈরী কর।

নিজে করে লেখ।

- $a=6$ নাও।
- এটিকে নিয়ে চারটি ভিন্ন ভিন্ন সমীকরন তৈরি কর।
- তুমি তৈরী করে থাক সমীকরন চারটিকে তোমার শ্রেনীর চারজন বাচ্চাচেক সমাধান করতে দাও।
- তার সমাধান করে a এর মান কত পেলো?
- তারা $a=6$ পেলো কি?

অভ্যাস কার্য্য 6.5

1. প্রত্যেক সমীকরনের জান দিকের বন্ধনীর মধ্যে থাকা সংখ্যাদের মধ্যে কোনটি সমীকরনের মূল, তা বেছে লেখ।

(ক) $3x-7=2$ [0, 1, 2, 3]

(খ) $2y+3=y+2$ [0, 1, −1, 2]

(গ) $\frac{z}{5}=3$ [12, 15, 18, 9]

(ঘ) $\frac{y}{5}-2=1$ [4, 8, 12, 15]

(ঙ) $30-5x=x-6$ [2, 5, 6, −6]

2. অজ্ঞাত রাশির জন্যে ভিন্ন ভিন্ন মান নিয়ে পরীক্ষা দ্বার সমাধান কর।

(ক) $2x+3=13$ (খ) $3-x=x-5$

(গ) $4x=20$ (ঘ) $3y-2=7$

3. সমীকরনের যোগ, বিয়োগ, গুনন ও ভাগ নিয়মদের মধ্যে থেকে উপযুক্ত নিয়ম প্রয়োগ করে সমাধান কর।

(ক) $x+5=2$ (খ) $z-4=0$

(গ) $y-3=2-y$ (ঘ) $5x-3=2$

4. পার্শ্ব পরিবর্ত্তন প্রক্রিয়া অবলম্বন করে সমাধান কর :

(ক) $3x-2=46$ (খ) $5m+7=17$ (গ) $2q+6=12$

(ঘ) $\frac{2a}{3}=6$ (ঙ) $\frac{3p}{3}=6$ (চ) $2q+7=q+9$

নিজে করে দেখ

এস খেলব,

তোমার বয়স কত ?

- তোমার বয়সাভাব। তার সাথে 5 যোগ কর।
- দাওয়াঁ যোগফলের 2 গুনন কর।
- গুনফল থেকে 10 বিয়োগ কর
- এখন পেয়ে থাকা সংখ্যার থেকে তুমি ভেবে থাকা, তোমার বয়সের সংখ্যা কে বিয়োগ কর।
- তুমি যে পেলে তা ভেবে থাকা সংখ্যা কি ?

ইহা কেমন জানা গেল ? একে নিম্ন মতে প্রকাশ করতে পারব ।

তোমার বয়সকে x ধর।

বয়সে 5 যোগ করব। $=x+5$

পেয়ে থাকা যোগফলে 2 গুনব $=2(x+5)=2x+10$

10 বিয়োগ করব $=2x+10-10=2x$

ভেবে থাকা বয়স বিয়োগ করব $=2x-x=x$

অর্থাৎ তুমি ভেবে থাকা তোমার বয়স পেয়ে গেল,

সে ভাবে অনেক সমীকরন তৈরী করতে পাবর

যেমন কোন সংখ্যায় 2 গুনে 3 মেশালে 5 হবে $2x+3=5$

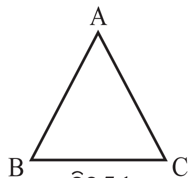
তুমি এই ভাবে কত গুল সমীকরন তৈরী কর।

সপ্তম অধ্যায়

ত্রিভুজের ধর্ম

7.1 আমরা যা জানি :

A, B, C এ সরলরেখায় না থাকা তিনটি বিন্দু হলে $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ও $\overline{CA}$ রেখা খন্ড তিনটির দ্বারা গঠিত চিত্র হচ্ছে, একটা ত্রিভুজ এবং এর নাম Δ ABC (কে 7.1)। পার্শ্ব বিন্দু বলা হয়।



চিত্র 7.1

A, B, ও C কে Δ ABC পার্শ্ব বিন্দু বলা হয়।

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ও $\overline{CA}$ কে Δ ABC বাহু বলা হয়।

$\angle A$, $\angle B$ ও $\angle C$ কে Δ ABC কোন বলা হয়।

$\angle A$ র এর সম্মুখীন বাহু $\overline{BC}$ ও বাহু $\overline{BC}$ সম্মুখীন কোন হচ্ছে $\angle A$।

(ক) সেই রকম $\angle B$ ও $\angle C$ র সম্মুখীন বাহু স্থির কর।

(খ) XYZ নামক একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর। XY, YZ ও ZX এর সম্মুখীন কোন গুলির নাম লেখ।

বাহুদের মাপ অনুযায়ী ত্রিভুজের বিভাগীকরন নিম্ন প্রকারে করা যেতে পারে।

(ক) সমবাহু ত্রিভুজ (খ) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (গ) বিষম বাহু ত্রিভুজ

সেরকম কোনদের পরিমানের পরিপ্রেক্ষীতে ত্রিভূজের বিভাগীকরন হচ্ছে।

(ক) সুক্ষ্মকোনী ত্রিভুজ (খ) স্থুলকোনী ত্রিভুজ (গ) সমকোনী ত্রিভুজ

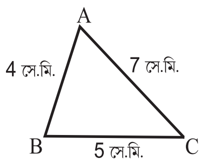
অভ্যাস কার্য্য 7.1

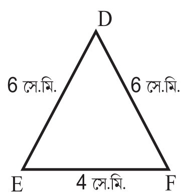
1. (ক) Δ PQR রে $\underline{QR}$ এর সম্মুখীন কোনের নাম লেখ।

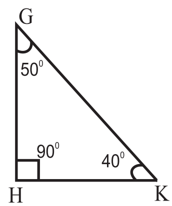
   (খ) Δ DEF এ $\angle E$ র সম্মুখীন বাহুর নাম লেখ।

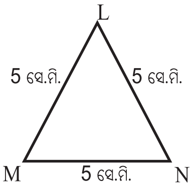
   (গ) Δ KLM এ M শিখর সম্মুখীন বাহুর নাম লেখ।

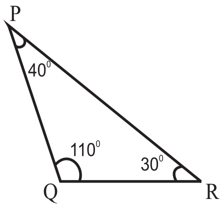
2. নিম্ন চিত্রে বিভিন্ন ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ও কোনের পরিমান মান দেওয়া হয়েছে। সেগুলি দেখে নিম্ন প্রশ্নের গুলির।

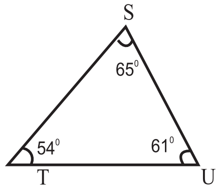












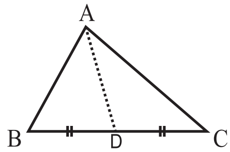
উপরোক্ত ত্রিভুজের নাম করন কর।

(ক) বিষম বাহু ত্রিভুজ (খ) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (গ) সমবাহু ত্রিভুজ

(ঘ) সমকোনী ত্রিভুজ (ঙ) স্থুলকোনী ত্রিভুজ (চ) সূক্ষ্মকোনী ত্রিভুজ

7.2 ত্রিভুজ সম্পৃক্ত কতক স্বতন্ত্র রেখা খন্ড।

(ক) ত্রিভুজের মধ্যমা :



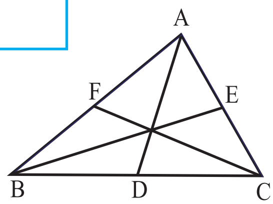
চিত্র 7.2

চিত্র 7.2 যে থাকা Δ ABC র $\overline{BC}$ বাহুকে দেখ। $\overline{BC}$ প্রতি মধ্যমা D ।

$\overline{BC}$ বাহুর মধ্যবিন্দু A । AD কে Δ ABC র একটা মধ্যমা বলা হয়।

তাই আমরা জানলাম :

> **ত্রিভুজের একটি বাহুর মধ্য বিন্দুও উক্ত বাহুর সম্মুখীন শীর্ষ বিন্দুর সংযোজকে রেখা খন্ডকে ত্রিভুজের একটা মধ্যমা বলা হয়।**



চিত্র 7.3

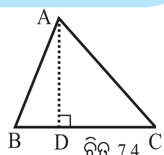
চিত্র 7.2 অঙ্কন করা হয়ে থাকা মধ্যমা হচ্ছে BC প্রতি মধ্যমা

$\overline{CA}$ ও $\overline{AB}$ র মধ্য বিন্দু নিয়ে আর দুটি মধ্যমা অঙ্কন করা যেতে পারে, সিগুলিকে চিহ্নটি কর।


নিজে করে দেখ:

- একটা ত্রিভুজ অঙ্কন কর এর নাম দাও DEF ।
- Δ DEF এর বাহু $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ ও $\overline{FD}$ র মধ্য বিন্দু চিহ্নত কর। মধ্য বিন্দু তিনটির নাম দাও K, L, M ।
- $\overline{KF}$, $\overline{LD}$ ও $\overline{ME}$ মধ্যমা তিনটি অঙ্ক কর। $\overline{KF}$ ও $\overline{LD}$ র ছেদ বিন্দুটি মধ্যমার, ওপরে থাকল কিম্বা বায়েরে থাকল দেত্বলে? এখান থেকে আমরা কি লিখলাম?
  তুমি নিশ্চই লক্ষ করে থাকবে যে $\overline{KF}$ ও $\overline{LD}$ র ছেদ বিন্দু $\overline{ME}$ মধ্যমার ওপরে থাকবে। অথাৎ মধ্যমা তিনটি এর বিন্দুগামী।

(খ) ত্রিভুজে উচ্চতা :

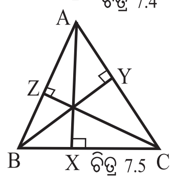


চিত্র 7.4

চিত্র 7.4 এ থাকা Δ ABC র শীর্ষ বিন্দু A থেকে $\overline{BC}$ প্রতি $\overline{AD}$ লম্বা অঙ্কন করা হয়েছে।

$\overline{AD}$ বাহুকে Δ ABC র $\overline{BC}$ বাহু প্রতি অঙ্কিত লম্ব বলে বলা হয়। দৈর্ঘ্য $\overline{AD}$ কে Δ ABC এর $\overline{BC}$ প্রতি উচ্চতা বলা হয়।

শীর্ষ বিন্দু B এর থেকে $\overline{AC}$ বাহুর প্রতি ও শীর্ষ বিন্দু C র থেকে $\overline{AB}$ বাহুর প্রতি ও এখন একটা লম্ব অঙ্কন করা যেতে পারে। সে দুটি ও Δ ABC র অন্য দুটি লম্ব।



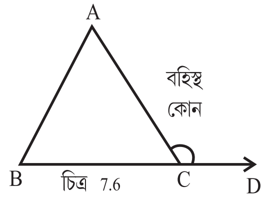
চিত্র 7.5

নিজে করে দেখ:

- Δ DEF অঙ্কন কর।
- সেট স্কোয়ারের সাহায্যে D বিন্দুর $\overline{EF}$ প্রতি লম্ব অঙ্কন কর। ও লম্বের পায়ের বিন্দুর নাম দাও X।
- সে রকম E বিন্দুর থেকে $\overline{DF}$ প্রতি লম্ব অঙ্কন কর। ও এই লম্বের পায়ের বিন্দুর নাম দাও Y।
- পুনশ্চ পূর্বের মতন F বিন্দুর থেকে $\overline{DE}$ প্রতি লম্ব অঙ্কন কর ও পায়ে বিন্দুর নাম Z। দাতা এমন Δ DEF এর $\overline{EF}$ প্রতি লম্ব $\overline{DX}$, $\overline{FD}$ প্রতি লম্ব $\overline{EY}$ ও $\overline{DE}$ প্রতিলম্ব $\overline{FZ}$ লেখ।
- বলত দেখি, $\overline{DX}$, $\overline{EY}$ ও $\overline{FZ}$ লম্ব তিনটি পরস্পর কে একটা বিন্দুতে ছেদ করতে থাকায় দেখছ অথবা ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করা দেখছ?

তোমরা নিশ্চই দেখছ যে, লম্ব এর পরস্পরকে একটা বিন্দুতে ছেদ করছে অর্থাৎ ত্রিভুজের লম্ব তিনটি এক বিন্দু গামী।

7.3 ত্রিভুজর বহিস্থকোন ও ইহার ধর্ম :



চিত্র 7.6

ত্রিভুজের তিনটি কোন থাকে, তা তোমরা জান। ত্রিভুজের প্রত্যেক কোন থেকে ত্রিভুজের অন্তস্থ কোন বলে ও বলা হয়।

চিত্র 7.6 এ থাকা Δ ABC কে দেখ। $\overrightarrow{BD}$ রশ্মি অঙ্কন কর, যেমন $\overline{BC}$ বাহু $\overrightarrow{BD}$ এর অংশ হয়ে থাকবে।

এখন বল, $\overrightarrow{CD}$ ও $\overline{CA}$ দ্বারা কোন কোন উৎপন্ন হচ্ছে?

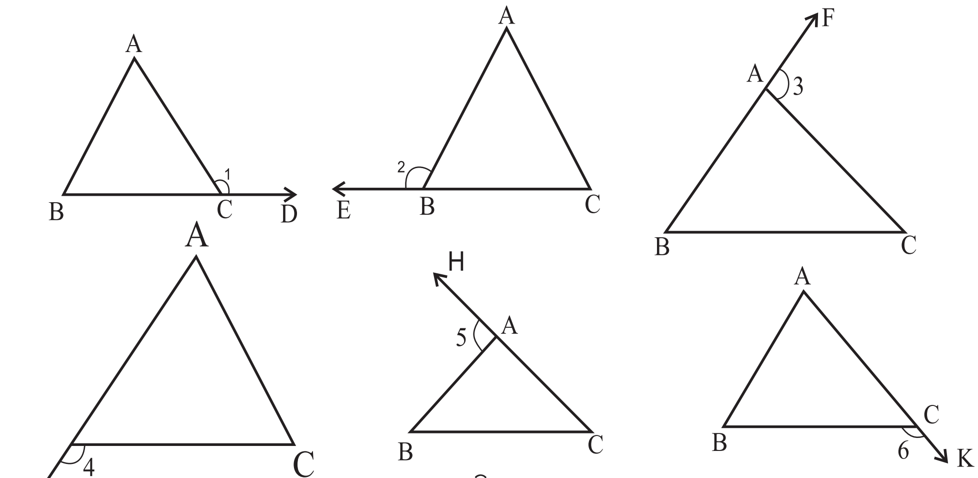
উৎপন্ন কোন হচ্ছে $\angle ACD$ ।

$\angle ACD$ কে Δ ABC রে একটা বহিস্থ কোন বলা হয়। এরকম Δ ABC র কয়টি বহিস্থ কোন সম্ভব?

নিম্ন চিত্র কে দেখ।

জান কি ?

$\overrightarrow{CD}$ কে আমার মধ্যে $\overline{BC}$ এর বর্দ্ধিতাংশ বলে। $\overline{BC}$ এর বর্দ্ধিতাংশ $\overrightarrow{CD}$ সহ $\overline{AC}$ বাহু বহিস্থ $\angle ACD$ কোন উৎপন্ন করে বলে মধ্যক বলে।



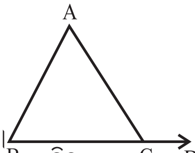
চিত্র 7.7

Δ ABC এ প্রত্যেক শীর্ষ বিন্দুতে দুটি করে বহিস্থ কোন সম্ভব।

চিত্র 7.8 তে Δ ABC র একটা বহিস্থ কোন $\angle ACD$ ।

Δ ABC তিনটি অন্তস্থ কোনের মধ্যের থেকে $\angle ACB$, বহিস্থ $\angle ACD$ সন্নিহিত কোন।

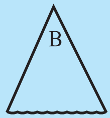
অন্য দুটি অন্তস্থ কোন $\angle BAC$ ও $\angle ABC$ কে বহিস্থ $\angle ACD$ র অন্তস্থ দূরবর্ত্তী কোন বলা হয়।

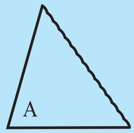


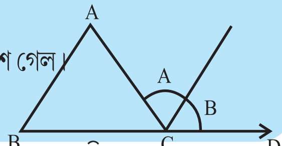
চিত্র 7.8

নিজে করে দেখ :

- একটা ট্রেসিং কাগজ নিয়ে Δ ABC ওপরে রাখ এবং $\angle ABC$ ও $\angle BAC$ র অবিকল নকল অঙ্কন কর। ট্রেসিং কাগজ না থাকলে সাদা কাগজে তেল লাগিয়ে কাগজ নেওয়া যেতে পারে।
- $\angle ABC$ ও $\angle BAC$ র নকল চিত্রর বারে বারে কেটে দিয়ে কোন দুটিকে আলাদা করে নাও চিত্রর মতন কোন আকৃতির খন্ডসব পাবে।
- Δ ABC র C বিন্দুতে CA সহিত কাটা যাওয়া $\angle A$ আকৃতির একটা বারকে লাগিয়ে রাখ। এবং CD সহিত কাটা যাওয়া $\angle B$ আকৃতির একটা বারকে লাগিয়ে রাখ (চিত্র 7.9 মত)।
- এখন দেখবে যে $\angle A$ আকৃতি ও $\angle B$ আকৃতির অন্য বার দুটি পরস্পর সহিত মিশে গেল।
- এখান থেকে তুমি কি জানলে? তোমার বন্ধুউদের সঙ্গে আলোচনা করে লেখ।







চিত্র 7.9

নিজে করে দেখ:

- তোমরা খাতায় Δ ABC অঙ্কন কর।
- $\overrightarrow{BD}$ অঙ্কন করা যার $\overline{BC}$ বাহু একটা অংশ। বহিস্থ কোন $\angle ACD$ পেলে।
- $\angle A$, $\angle B$ ও বহিস্থ $\angle ACD$ কে প্রোট্রাক্টর সাহায্যে মাল।
- $m\angle A + m\angle B$ কত নির্ণয় কর।
- পেয়ে থাকা সমষ্টি $m\angle ACD$ র মধ্যে কি সম্পর্ক আছে দেখছ?
- উপরোক্ত কার্য্যের থেকে আমরা কি জানলাম ?

আমরা জানলাম :

একটা ত্রিভুজে একটা বহিস্থ কোনের পরিমান, ইহার অন্তস্থ দূরবর্ত্তী কোন দ্বয়ের পরিমানের সমষ্টি সহিত সমান।

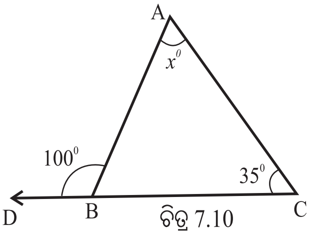
উত্তর লেখ:

1. Δ ABC র প্রত্যেক শীর্ষ বিন্দুতে কয়কি বহিস্থ কোন অঙ্কন সম্ভব?
2. Δ ABC র A শীর্ষে বিন্দুর তে বহিস্থ কোন দুটি অঙ্কন করে সে দুটির পরিমানের মধ্যে কি সম্পর্ক থাকবে? তোমার উত্তরের কারন কি?
3. এই ত্রিভুজের একটা বহিস্থ কোনের পরিমান তার সন্নিহিত অন্তস্থ কোনের পরিমানের মধ্যে সম্পর্ক কি? তোমার উত্তরের কারন বল?

উদাহৰন - 1

পাৰ্শ্বস্থ চিত্ৰয় Δ ABC ৰ একটা বহিস্থ $\angle ABD$ অঙ্কন করা হয়েছে।

$m\angle ABD = 100^0$, $m\angle A = x^0$ ও $m\angle C = 35^0$ হলে x এর মান কত?



চিত্ৰ 7.10

সমাধান :

$\angle ABD$ একটা বহিস্থ কোন।

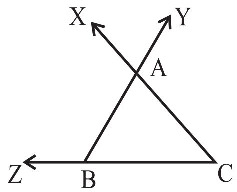
কিম্বা $m\angle ABD = m\angle A + m\angle C$

কিম্বা $100^0 = x^0 + 35^0$

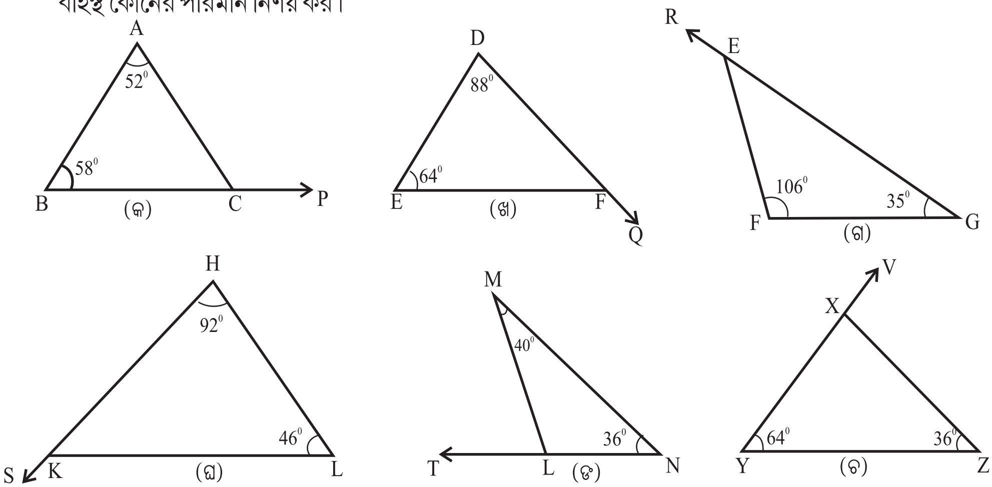
কিম্বা $100^0 - 35^0 = x^0$

কিম্বা $x = 65$

অভ্যাস কাৰ্য্য 7.2

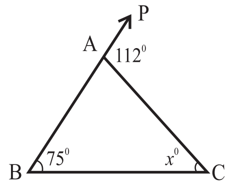


1. পাৰ্শ্বস্থ চিত্ৰৰে দেখা বহিস্থ কোন গুলির নাম লেখ।
2. একটা ত্ৰিভুজের মোট কত গুটি বহিস্থ কোন আঁকা সম্ভব?
3. নিম্নস্থ প্ৰত্যেক চিত্ৰ যে দেখতে থাকা ত্ৰিভুজের দুটি কোনের পরিমান দেওয়া হয়েছে এবং একটা বহিস্থ কোন দৰ্শা হয়েছে। উক্ত বহিস্থ কোনের পরিমান নিৰ্ণয় কর।



4. পাৰ্শ্বস্থ চিত্ৰয়ে Δ ABC ৰ $\angle B$ ও বহিস্থ $\angle PAC$ ৰ পরিমান যথাক্ৰমে 75^0 ও 112^0 ।

   $\angle C$ এর পরিমান কে x^0 রূপে সূচিত করা হয়েছে। x এর মূল্য নিৰ্ণয় কর।



5. Δ ABC তে $\angle B$ এর পরিমান $\angle C$ এর পরিমানের দুগুন। এই ত্রিভুজের A ০ওপর অঙ্কিত একটা বহিস্থ কোনের পরিমান 114^0 হলে, ত্রিভুজটির প্রত্যেক কোনের পরিমান নির্ণয় কর।

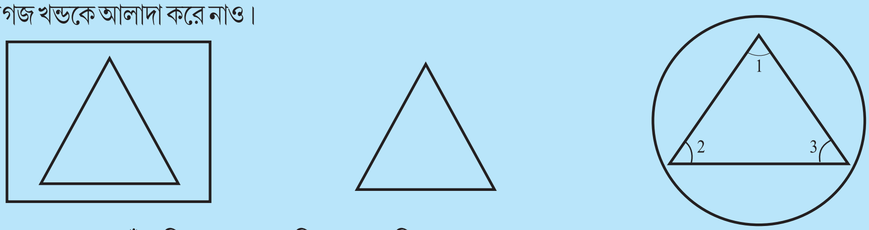
6. পার্শ্বস্থ Δ ABC তে AC=BC । বহিস্থ $\angle ACP$ পরিমান 160^0হলে, $\angle B$ ও $\angle A$ র পরিমান নির্ণয় কর।

7.4 ত্রিভুজের কোন পরিমান সম্পৃক্ত ধর্ম :

ত্রিভুজের তিন কোনের পরিমানের মধ্যে থাকা সংম্পর্ক কে জানার জন্যে নিম্ন কার্য্য গুলিকে করব।

নিজে করে দেখ :

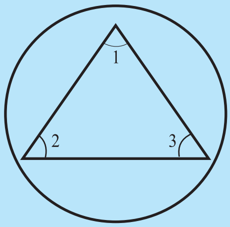
- একটা কাগজ নিয়ে তার ওপর একটা ত্রিভুজ অঙ্কন কর। এবং এই ত্রিভুজের বাহুর বারে বারে কেটে ত্রিবুজ আকৃতি কাগজ খন্ডকে আলাদা করে নাও।



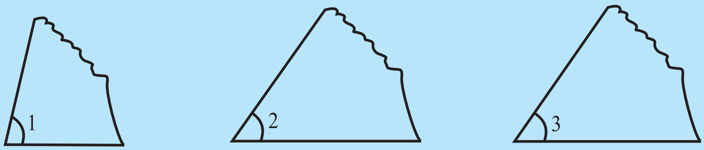
কাগজ ওপরে আঁক ত্রিভুজের চিত্র (ক) ত্রিভুজ আকৃতি কাগজ খন্তর চিত্র (খ) কোন এর $\angle 1, \angle 2$ও $\angle 3$ চিত্র (গ)

চিত্র **7.11**

- ত্রিভুজ আকৃতি বিশিষ্ট কাগজের কোন তিনটিকে $\angle 1, \angle 2$ ও $\angle 3$ রূপে নামিত কর।(চিত্র - গ)।

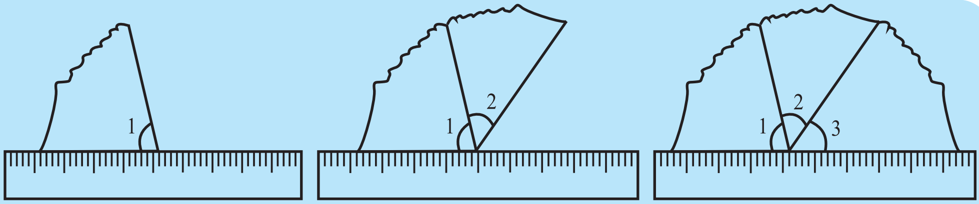


- ত্রিভুজ আকৃতির কাগজ থেকে কোন তিনটি কেটে আলাদা করে দাও।



চিত্র 7.12

- তোমার খাতার ওপরে একটা স্কেল রাখ। স্কেলের একটা বারের সহিত কাটা হয়ে থাকা কোন তিনটির শীর্ষ বিন্দুকে চিত্র 7.13 তে দর্শানর মতন লাগিয়ে রাখ। এখানে $\angle 1$ এর কেটা করে সহিত $\angle 2$ একটা বার লেগে আছে ও $\angle 2$ এর অন্য বারের সহিত $\angle 3$ একটা বার লেগে আছে।



$\angle 1$ নামিত কোন রাখা হয়েছে $\angle 1$ ও $\angle 2$ নামিত কোন রাখা আছে $\angle 1$, $\angle 2$ ও $\angle 3$ নামিচ কোন রাখা হয়েছে।

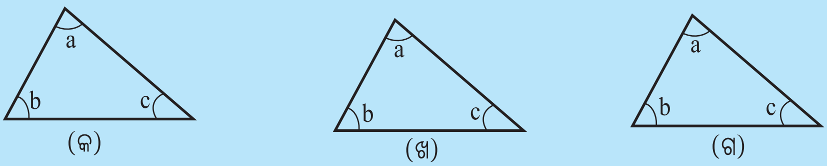
চিত্র 7.13

$\angle 1$ এর একটা বার ও কোন $\angle 3$ এর একটা যার স্কেলের বারের সহিত লেগে আছে। অর্থাৎ সেই বার দুটি কে সরলরেখায় রয়েছে।

এখান থেকে ত্রিভুজের কোন তিনটির পরিমান সমষ্টি কত হল বলে জানলে ?

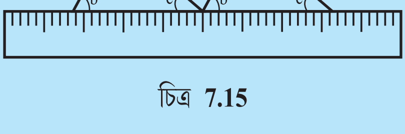
নিজে করে লেখ:

- তোমার খাতায় একটা ত্রিভুজ অঙ্গন কর। কোন গুলিকে $\angle a, \angle b, \angle c$ ° রূপে নামিত কর।
- একটা ট্রেসিং কাগজ নিয়ে সেখানে তোমার খাতায় অঙ্কিত ত্রিভুজের তিনটি অবিকল নকল প্রস্তুত কর। ও মূল ত্রিভুজের কোনদের নাম করন অনুযায়ী কোন গুলির নাম করন কর।
- ট্রেসিং কাগজ থেকে নকল ত্রিভুজ তিনটিকে কেটে আলাদা কর যেমন চিত্র (ঌ), (খ) ও (গ) যে দর্শা হয়েছে।



চিত্র **7.14**

- তোমার খাতার একটা পৃষ্ঠার ওপর একটা স্কেল রাখ, ত্রিভুজ তিনটিকে স্কেলের বারে নিম্ন চিত্রর মতন সাজিয়ে রাখ। এখানে একটা খন্ডের $\angle a$ নামিত কোন, অন্য একটা $\angle b$ নামিত কোন ও তৃতীয় টিতে $\angle c$ নামিত কোন একত্র থাকবে।

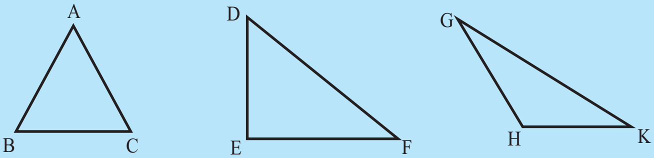


চিত্র **7.15**

- এই অবস্থায় প্রথম তিভুজের $\angle c$ র একটা বাহুতে তৃতীয় ত্রিভুজর $\angle c$ র একটা বাহু স্কিল বারকে লেগে থাকার দেখব। এখান থেকে ত্রিভুজের $\angle a$, $\angle b$ ও $\angle c$ র পরিমানের সমষ্টি কত হবে ?

নিজে করে লেখ:

- তোমার খাতায় বিভিন্ন আকৃতির তিনটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর।



- প্রোট্রাকার ব্যবহার করে প্রত্যেক ত্রিভুজের কোন তিনটির পরিমান নির্ণয় কর ও সেগুলিকে নিম্ন সারনীতে যথা স্থানে লেখ।

তিভুজের নাম	কোন তিনটির পরিমান	কোন তিনটির পরিমানের সমষ্ঠি
Δ ABC	$m\angle A=$ $m\angle B=$ $m\angle C=$	...........+...........+...........=
Δ DEF	$m\angle D=$ $m\angle E=$ $m\angle F=$	...........+...........+...........=
Δ GHK	$m\angle G=$ $m\angle H=$ $m\angle K=$	...........+...........+...........=

- প্রত্যেক ক্ষেত্রে কোন তিনটির পরিমানের সমষ্ঠি কত হওয়া দেখছ?

তাই আমরা জানলাম:

একটি ত্রিভুজের কোন তিনটির পরিমানের সমষ্ঠি 180^0।

তোমরা উত্তর নির্ণয় করার চেষ্টা কর :

1. Δ ABC এর $m\angle A=70^0$ ও $m\angle B=45^0$ হলে, $m\angle C$?
2. Δ PQR এর $m\angle R$ অপেক্ষা $m\angle Q$ 10^0 অধিক ও $m\angle Q$ থেকে $m\angle P$ 10^0 অধিক হলে, কোন তিনটির পরিমান নির্ণয় কর।

উদাহরন - 2

Δ ABC তে $\angle A$ পরিমান $\angle B$ এর পরিমানের দু গুন $\angle C$ এর পরিমান তিনগুন হলে, কোন তিনটির পরিমান নির্ণয় কর।

সমাধান : নাও আছে

$m\angle A$ = $\angle B$ এর পরিমানের তিনগুন

$m\angle C$ = $\angle A$ এর পরিমান

= $3\times\angle A$ এর পরিমান

= $3\times2\times\angle B$ এর পরিমান

= $6\times\angle B$ এর পরিমান বা $\angle B$ পরিমানের 6 গুন

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^0$$

কিন্তু $2m\angle B + m\angle B + 6m\angle B = 180^0$

তাই $9m\angle B = 180^0$

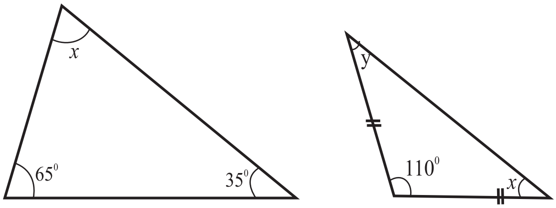
বা, $m\angle B = \dfrac{180^0}{9} = 20^0$

বা, $\because m\angle A = 2m\angle B = 2\times 20^0 = 40^0$

$m\angle C = 6m\angle B = 6\times 20^0 = 120^0$

অভ্যাস কার্য্য 7.3

1. নিম্ন চিত্র তিনটির থেকে x , y ও z এর মান নির্ণয় কর।

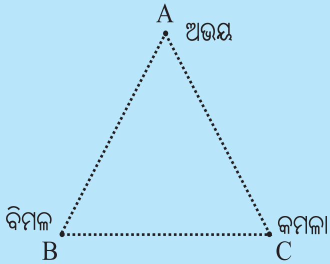


2. Δ ABC তে $m\angle A = m\angle B + m\angle C$ হলে, কত $m\angle A$ নির্ণয় কর।

7.5. ত্রিভুজের বাহু সম্পর্কিত ধর্ম :

নিজে করে দেখ:

- স্কুলে খেলার মাঠে যাও। চিত্র দেখা যাওয়ার মত, তিনজন বন্ধুকে তিনটি স্থানে দাড় করাও। চিত্র 7.17 এ অভয়, বিমল ও কমলা এরকম তিনটি স্থানে দাড়িয়ে আছে।



ଚିତ୍ର 7.17

- এর বর্ত্তমান দুটো দড়ি নাও। প্রত্যেক দড়ির কেটা মাথা অভয়কে করতে বল।

- একটা দড়িকে অভয়ের কাছ থেকে কমলার কাছে ন্যা। ও কমলাকে দড়িটিকে টেনে ধরতে বল। কমলা ধরার স্থানে দড়ি টিকে কেটে দ্যা। এখন সে দড়ির কেটা মাথা কেটে দাও। এখন সে দড়ির একটা মাথা অভয় ধরেছে ও অন্য মাথা কমলা ধরেছে। তাই সে দড়িটি দৈর্ঘ অভয়েন্ন থেকে কমলার দূরত্বের সঙ্গে সমান।

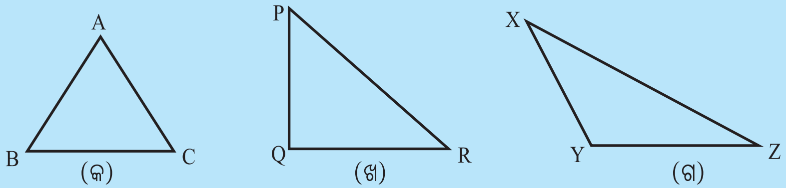
- দ্বিতীয় দড়িটির একটা মাথা অভয়ের হাতে আছে। দড়িটিকে বিমলকে দড়িচিটকে টেনে ধরতে বল, দড়িটিকে কমলার দিকে ঠেলে দাও এবং কমলাকে এই দড়িটিকে টেনে ধরতে বল, কমলা টেনে ধরার পর দড়িটি সেখানে কেটে দাও।

- এখন দ্বিতীয় দড়ির একটা অংশ অভয়ের থেকে বিমল পর্য্যন্ত দূরত্ব সহিত সমান ও অন্য অংশ বিমল থেকে কমলার দূরত্ব র সহিত সমান। তাই প্রথম দড়িটির লম্বা = AC, দ্বিতীয় দড়ির লম্বা = AB + BC
- বর্ত্তমান দড়ি দুটিকে নিয়ে সে দুটির দৈর্ঘ্য ভুল না কর। কি পেলে? প্রথম দড়ির দৈর্ঘ্যর অপেক্ষা, দ্বিতীয় দড়ির দৈর্ঘ্য বেসী।

  এএখন থেকে কি জানলে ΔABC তে $AB + BC > AC$

নিজে করে দেখ

- তোমার খাতায় তিনটি ভিন্ন ভিন্ন ত্রিভুজ অংকন কর। সে ত্রিভুজ তিনটির নাম দাও ABC, PQR, XYZ ।



- প্রত্যেক ত্রিভূজের বাহু গুলি মাপ ও নিম্ন সারনী পূরন কর (শেষ স্তম্ভ (3) ও স্তম্ভ (4)এ কলের মধ্যে কোনটি বৃহত্তর লেখ)

ত্রিভূজের নাম (1)	বাহুর দৈর্ঘ্য (2)	দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্ঠি (3)	তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য (4)	স্তম্ভ (3) ও (4) ফলাফল মধ্যে তুলনা (5)
ΔABC	AB =	AB + BC =	AC =	
	BC =	AB + AC =	BC =	
	CA =	BC + AC =	AB =	
ΔPQR	PQ =	PQ + QR =	RP =	
	QR =	QR + RP =	PQ =	
	RP =	PQ + RP =	QR =	
ΔXYZ	XY =	XY + YZ =	ZX =	
	YZ =	YZ + ZX =	XY =	
	ZX =	XY + ZX =	YZ =	

- উপরিস্থ সারনীর স্তম্ভ (5) থেকে আমরা কি শিখলাম?

একটি ত্রিভূজের যে কোন দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যর সমষ্টি ইহার তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যর থেকে বৃহত্তর।

বলত দেখি:
একটা ত্রিভূজের যে কোন দুটি বাহুরদৈর্ঘ্যর বিয়োগ ফল তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যর থেকে কম হবে না অধিক হবে?

✍ Δ PQR এর PQ = 8 সে.মি. ও PR=11 সে.মি. নিম্ন উক্তি গুলির মধ্যে ঠিক উক্তিটিকে বাছ।

(ক) QR, 2 সে.মি. থেকে অধিক ও 19 সে.মি. থেকে কম।

(খ) QR, 3 সে.মি. থেকে অধিক ও 20 সে.মি. থেকে কম।

(গ) QR, 3 সে.মি. থেকে অধিক ও 19 সে.মি. থেকে কম।

(ঘ) QR, 2 সে.মি. থেকে অধিক ও 20 সে.মি. থেকে কম।

তোমার উত্তর সাপেক্ষে কারন দর্শাও।

অভ্যাস কার্য্য 7.4

1. নিম্নস্থ কোন মাপগুলি একটা ত্রিভুজের বাহু দ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সহিত সমান হতে পারে?

(ক) 4 সে.মি., 5 সে.মি. ও 9 সে.মি.

(খ) 5 সে.মি., 6.5 সে.মি. ও 12 সে.মি.

(গ) 12 সে.মি., 7 সে.মি. ও 4 সে.মি.

(ঘ) 8 সে.মি., 9 সে.মি. ও 11 সে.মি.

জান কি?

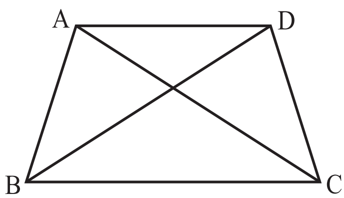
- বৃহত্তম মাপের সহিত অন্য দুটি মাপের সমষ্টিকে তুলনা করলে, বৃহত্তম মাপটি অন্য দুটির সমষ্টি থেকে ছোট হওয়া আবশ্যক।
- ক্ষুদ্রতম মাপ কে অন্য দুই মাপের বিয়োগফলের সহিত তুলনা করলে, ক্ষুদ্রতম মাপটি অন্য দুটির বিয়োগ ফল থেকে বড় হওয়া আবশ্যক।

2. পার্শ্বস্থ চিত্রর থেকে $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ র দৈর্ঘ্য। মাপ। নিম্ন শূন্য স্থান পূরন কর।

AB + BC + CD + DA = ________

AC + BD = ________

AB + BC + CD + DA $\boxed{}$ AC + BD [> বা <]



এখান থেকে কি শিখলে? লেখ

3. নিজে চিন্তা কর, বন্ধুদের সঙ্গে আলোচনা কর, তারপর উত্তর লেখ, প্রত্যেক উত্তরের কারন লেখ।

(ক) একটা ত্রিভুজের দুটি কোন, প্রত্যেক সমকোন হতে পারবে কি?

(খ) একটা ত্রিভুজের দুটি কোনের মধ্যে প্রত্যেকে স্থুল কোন হতে পারবে কি?

(গ) একটা ত্রিভূজের কেবল একটা কোন সূক্ষ্মকোন হতে পারবে কি?

(ঘ) একটা ত্রিভুজের কেবল দুটি কোন সূক্ষ্মকোম হতে পারবে কি?

(ঙ) একটা ত্রিভুজের প্রত্যেক কোনের মাপ 60^0 হতে পারবে কি?

(চ) একটা ত্রিভুজের প্রত্যেক কোনের মাপ 60^0 থেকে বড় হতে পারবে কি?

(ছ) একটা ত্রিভুজের প্রত্যেক কোনের মাপ 60^0 থেকে ছোট হতে পারবে কি?

(জ) একটা ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি., 7 সে.মি. ও 15 সে.মি. হতে পারবে কি?

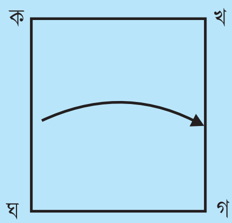
(ঝ) একটা ত্রিভুজের বাহুত্রয়ে দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি., 5 সে.মি. ও 3 সে.মি. হতে পারবে কি?

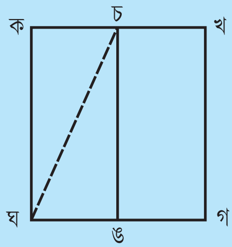
(ঞ) একটা ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. 5 সে.মি. ও ৪ সে.মি. হতে পারবে কি?

নিজে করে দেখ:

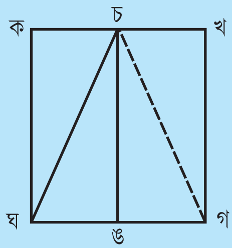
কাগজ ভেঙ্গে সমকোনী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ তৈরী করব।

- একটা বর্গাকার কাগজ নিয়ে বাম - ডান বার ভেঙ্গে অর্ধেক কর । ভাজটিকে ভালকরে চেপে খুলে দাও। ভাজটির নাম 'ই এফ' রাখ।

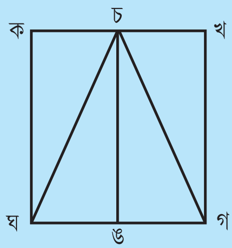




- 'ই এফ' বিন্দু দ্বয় থেকে জুড়ে ভেঙ্গে দাও, ও কাগজ টিকে খুলে দাও। আমরা 'ই এফ' ভাজ পাব।



- সেরকম 'ই ' ও 'সি' বিন্দুদ্বয়কে জুড়ে ভেঙ্গে দাও ও কাগজটিকে খুলে দাও।



এখন 'ডি ই সি' একটা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হবে। ' ই এফ' হবে ইহার মধ্যমা, তাই 'ডি ই এফ' ও 'সি এফ ই' দুটি সমকোনী ত্রিভুজ হবে।

অষ্টম অধ্যায়

ব্যবহারিক গণিত

8.1 আমরা যা জানি :

দুটি জিনিষকে তুলনা করার জন্যে আমরা ভগ্ন সংখ্যা অনুপাত বা শতকড়ার সাহায্য নিয়ে থাকি। ভগ্ন সংখ্যা ও অনুপাত কি ভাবে শতকড়ায় প্রকাশ করা হয়, তা তোমরা পূর্ব শ্রেনীতে পড়েছ। বিভিন্ন ক্ষেত্রে কি ভাবে শতকড়ার প্রয়োগ করা হয় এস দেখব।

মনে কর রাজা গনিতরে 50 থেকে 45 ও বিজ্ঞানে 80 থেকে 76 নম্বর রেখেছে, বলত দেখি সে কিয়ে বেশী ভাল করেছে। যদি দুটি মারা বিষয়ে মোট মম্বর সমান হয়ে থাকত, তবে আমরা সহজেই বলতে পারতাম, সে কোনটিতে অধিক ভাল করেছে। কিন্তু এখানে বিষয় দুটির মোট নম্বর সমান নেই।

তাই প্রথমে আমরা দুটি সারা বিষয়ে মোট নম্বর কে সমান বলে করব। মনে করা যাক প্রত্যেক বিষয়ের মোট নম্বর 100।

গনিতে সে পেয়েছে 50 থেকে 45

$\therefore$ 1 নম্বর থেকে পেয়েছে $\dfrac{45}{50} = \dfrac{9}{10}$

100 নম্বর থেকে সে পেয়েছে $\dfrac{9}{10} \times 100 = 90$

বিজ্ঞানে সে পেয়েছে 80 নম্বর থেকে 76

$\therefore$ 1 নম্বর থেকে পেয়েছে $\dfrac{76}{80} = \dfrac{19}{20}$

100 নম্বর থেকে যে পেয়েছে $\dfrac{19}{20} \times 100 = 95$

অন্য কথায়,

গনিতে তার নম্বর 90 বা 90%

বিজ্ঞাপন তার নম্বর শতকরা 95 বা 95%

সে গনিত অপেক্ষা বিজ্ঞানে অধিকর ভাল করেছো।

জান কি?

শতকরায় প্রকাশ করতে হলে, হরকে সর্বদা 100 করতে হবে

বর্তমান নিম্ন উদাহরনটি দেখ মীরা তার মাইনের 5% খর্চা করে। এখান থেকে আমরা বুঝলাম যদি 100 টাকা মীরার মাইনে হয়, তবে, মীরা সঞ্চয় করে থাকা 5 টাকার পরিমান হচ্ছে তার মাইনের 100 ভাগের 5ভাগ।

$\therefore$ ত'র সঞ্চয় = মাইনের 5%

$= \dfrac{5}{100} \times$ তা'র মাইনে

$= \dfrac{5}{100} \times 5000$ টাকা

জান কি?

একটা সংখ্যার শতকরা 5 অর্থ সেই সংখ্যার 100 ভাগের 5 ভাগ, অর্থাৎ 5% মানে 100 ভাগের থেকে 5 ভাগ।

নিজে করে দেখ:

- তোমার শ্রেনীতে একদিনের অনুপস্থিতি বাচ্চাদের সংখ্যা , সমূদায় বাচ্চা সংখ্যার শতকরা ?
- তোমাদের শ্রেনীতে গনিতে 30 থেকে কম নম্বর রেখে থাক বাচ্চা সংখ্যা সমূদায় বাচ্চার সংখ্যার কত শতকরা।

8.1.1 শতকরা বৃদ্ধি ও হ্রাস :

গ্রীষ্ম ছুটির পূর্বে মিলির ওজন 40 কি.গ্রা. ছিল। কিন্তু ছুটির পরে তার ওজন 42 কি.গ্রা. হওয়ার দেখা গেল, তবে তার ওজনের শতকরা কত বৃদ্ধি হল সে হিসেব করব।

মিলির ছুটির পূর্বে ওজন = 40 কি.গ্রা.

তার ছুটির পরে ওজন = 42 কি.গ্রা.

ওজন বৃদ্ধি = 42 কি.গ্রা. - 40 কি.গ্রা.

= 2 কি.গ্রা.

ওজন বৃদ্ধি 40 কি.গ্রা. থাকার সময় বৃদ্ধি = 2 কি.গ্রা.

মূল ওজন 1 কি.গ্রা.হয়ে থাকলে বৃদ্ধি হত = $\frac{2}{40}$

মূল ওজন 100 কি.গ্রা. এ হয়ে থাকলে বৃদ্ধি হত = $\frac{2}{40}\times 100$ কি. গ্রা.

= 5 কি.গ্রা.

100 কি.গ্রা. এ বৃদ্ধি 5 কি.গ্রা.

তাই শতকরা বৃদ্ধি = 5 বা তার ওজন বৃদ্ধি = 5 শতকরা বা 5%

শতকরা হিসাব :

শতকরা বৃদ্ধি = $\frac{\text{বৃদ্ধি}}{\text{মূল পরিমান}} \times 100$

আর একটা উদাহরন দেখব:

উদাহরন -1

একটা বাস এ 30 জন যাত্রী যায় ছিল। রাস্তায় 6 জন যাত্রী নেমে গেল, তবে বাস এর যাত্রীর সংখ্যা শতকরা কত কমে গেল ?

সমাধান :

বাস এ থাকা মূল যাত্রীর সংখ্যা = 30

6 জন নেমে যাওয়ার, যাত্রী সংখ্যা হ্রাস হল 6।

30 থেকে হ্রাস পেল 6

তাই 1 থেকে হ্রাস পেল = $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

100 থেকে হ্রাস $= \frac{1}{5} \times 100 = 20$

শতকরা হ্রাস = 20 বা তার ওজন বৃদ্ধি 20 বা 20%

উদাহরন - 2

জ্যামিতি বাক্সটির পূর্ব বছরে দাম = 35 টাকা

বর্তমানের দাম = 42 টাকা

মাইনে বৃদ্ধি = 42 টাকা - 35 টাকা = 7 টাকা

শতকরা বৃদ্ধি = $\frac{\text{বৃদ্ধির পরিমান}}{\text{মূল দাম পরিমান}} \times 100$

$= \frac{7}{35} \times 100$

গত বছরের দাম 35টাকা $\xrightarrow[\text{7 টাকা}]{\text{বৃদ্ধি}}$ এ বছরের দাম 42 টাকা

$\therefore$ দাম বৃদ্ধি = 20 শতকরা বা 20%

উদাহরন - 3

রমাদেবী বালিকা বিদ্যালয়ে 80 জন ছাত্রী ছিল। তাদের মধ্যে 8 জন ছাত্রীদের অভিভাবকদের হওরায়, তারা সে বিদ্যা থেকে অন্য বিদ্যালয়ে চলে গেল। তবে সে বিদ্যালয়ে ছাত্রী সংখ্যা শতকরা কত কমে গেল?

সমাধান :

রমাদেবী বালিকা বিদ্যলয়ের পূর্বের ছাত্রী সংখ্যা = 80

বিদ্যালয়ে ছাত্রী সংখ্যা হ্রাস = 8 জন

ছাত্রীসংখ্যা হ্রাসের শতকরা পরিমান = $\frac{\text{হ্রাসের পরিমান}}{\text{মুল পরিমান}} \times 100$

$= \frac{8}{80} \times 100 = 10$

শূন্যস্থান পূরন কর।

\ শতকরা হ্রাস = 10 শতকরা বা 10 %

পূর্ববর্ত্তী ছাত্রী সংখ্যা 80 জন $\xrightarrow[\text{8 জন}]{\text{চলে গেল}}$ এ বছরের ছাত্রী সংখ্যা ....

অভ্যাস কার্য্য 8.1

1. রহিম 200 টি ডাকটিকেট সংগ্রহ করেছিল। হাসিনা রহিম অপেক্ষা 12% অধিক ডাকটিকেট সংগ্রহ করেছিল। তবে হাসিনা সংগ্রহ করে থাকা ডাকটিকিট সংখ্যা কত ?

2. মিতুন 150 টি নারকেল বিক্রি করার জন্যে রেখেছিল। তার থেকে 20% নষ্ট হয়ে গেল। অবশিষ্ট নারকেল সে একটা 5 টাকা হিসেবে বিক্রি করলে, মোট কত টাকা পেল ?

3. জন পরীক্ষায় 445 নম্বর রাখায় তার প্রথম শ্রেনীর নম্বর থেকে 35 নম্বর কম থাকল। যদি প্রথম শ্রেনীতে পাশ করার জন্যে অতিকমে 60% নম্বর আবশ্যক হয়ে থাকে, তবে মোট কত নম্বরের জন্যে পরীক্ষা হয়েছিল।

4. একজন ব্যাক্তি মাসিক মাইনার 30% বার শোধ করল, অবশিষ্ট পঞ্চাশ শতাংশ সঞ্চয় করলেন। তার কাছে বাকি 10,500 টাকা ঘর খরচার জন্যে থাকল, তার মাসিক মাইনে কত ?

5. পুরুলিয়া প্রাথমিক বিদ্যালয়ের ছাত্র ছাত্রীর সংখ্যা 140 এবং রেল বাহিনী প্রাথমিক বিদ্যালয়ের ছাতগ্র ছাত্রীর সংখ্যা 175। তবে বেল বাহিনী প্রাথমিক বিদ্যালয়ে ছাত্র ছাত্রীর সংখ্যা পুরুলিয়া প্রাথমিক বিদ্যালয়ের ছাত্র ছাত্রীদের সংখ্যা থেকে শতকরা কত অধিক ?

6. শলিল বাবুর বাগানে 60টি নারকেল গাছ আছে, এবং জয়ন্ত বাবুর বাড়িতে 75টি নারকেল গাছ আছে ?

   (ক) খলিল বাবুর নারকেল গাছের সংখ্যা, জয়ন্ত বাবুর নারকেল গাছের সংখ্যার থেকে শতকরা কত কম ?

   (ক) জয়ন্ত বাবুর নারকেনল গাছের সংখ্যা, খলিল বাবু নারকেল গাছের সংখ্যার অপেক্ষা শতকরা কত অধিক ?

   (গ) উভয়ে উত্তর সমান হল কি ? যদি না হল, কেন সমান হল না বল ?

8.2 লাভ ও ক্ষতি হিসেবের শতকরার ব্যবহার :

একজন ব্যবসায়ী যত দাম দিয়ে জিনিষ কেনে বিক্রির বেলায় যে কিনে থাকা দামের থেকে অধিক দামে বিক্রী করে লাভ পায়। তাই লাভ মানে বস্তুর দামের বৃদ্ধি। কেনা দাম হচ্ছে মূল দাম।

যেমন শতকরা বৃদ্ধি $= \dfrac{\text{বৃদ্ধির পরিমান}}{\text{মূল পরিমান}} \times 100$

সেরকম :

$$\text{শতকরা লাভ} = \frac{\text{লাভ}}{\text{উকনা দাম}} \times 100$$

অনেক সময়ে বাজারের দাম কমে যাওয়ার বা বিক্রি করা বস্তুটি পুকেন হয়ে যাওয়ার ব্যবসায়ীকে নিজের কেনা দাম থেকে কম দামের বস্তুটিকে বিক্রি করার দরকার হয়ে থাকে। অর্থাৎ সে কিনে থাকা দাম থেকে কম করে বস্তুটিকে বিক্রি করে। তার ব্যবসায়ের ক্ষতি হচ্ছে বস্তুর দামের ঘটে থাকা হ্রাস।

শতকরা হ্রাস $= \dfrac{\text{হ্রাসের পরিমান}}{\text{মূল পরিমান}} \times 100$

সেরকন শতকরা ক্ষতি $= \frac{\text{ক্ষতি}}{\text{কেনা দাম}} \times 100$

রামবাবু একজন বাগানের মালিকের কাছ থেকে 80 টাকার আম কিনল, কিন্তু হাটে যেতে না পারায়, সে আমটুকু নিজের ঘরে রেখে, কাছে দোকানী কে 75 টাকায় বিক্রি করে দিলেন, বল এর দ্বারা রামবাবু শতকরা কত ক্ষতি হল?

ক্ষতি = কেনা দাম - বিক্রি দাম = 80 টাকা - 75টাকা = 5 টাকা

তার 80 টাকা কেনা দামে 5টাকার ক্ষতি।

1টাকা কেনা দামে ক্ষতি $= \frac{5}{80}$ টা।

100 টাকা কেনা দামে ক্ষতি $= \frac{5}{80} \times 100$ ট.

তাই তার শতকরা ক্ষতি $= \frac{5}{80} \times 100$

শতকরা ক্ষতি $= \frac{\text{ক্ষতি}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times 100$

জান কি?

শতকরা লাভ বা ক্ষতি সর্বদা বস্তুর ক্রয় মূল্যের ওপরে হিসেব করা হয়।

ক্রয়মূল্য, বিক্রয়মূল্য ও লাভ বা ক্ষতি মধ্যের থেকে, যে কোন দুটি লাভ থাকলে, অন্যটি নির্ণয় করা যায়, এস দেখব।

উদাহরন - 4

সীমা একটি রেডিওকে 450 টাকায় কিনেছিল। রেডিও টিকে কত টকায় বিক্রি করলে তার শতকরা 4% ক্ষতি হবে?

সমাধান :

প্রথম প্রনালী :

রেডিও র ক্রয়মূল্য = 450 টাকা

ক্ষতি = 4%

100 টাকা ক্রয়মূল্য সময় তা'র ক্ষতি = 4 টাকা

$\therefore$ বিক্রি মূল্য = ক্রয় মূল্য - ক্ষতি

= 100 টাকা - 4টাকা = 96টাকা

$\therefore$ 450 টাকা ক্রয় মূল্য সময় বিক্রয় মূল্য $= \frac{96}{100} \times 450$ টাকা

= 432 টাকা

বিক্রয় প্রনালী :

ক্ষতি = ক্রয় মূল্যের 4 % $= \frac{450 \times 4}{100}$ টাকা = 18 টাকা

বিক্রয় মূল্য = ক্রয় মূল্য - ক্ষতি = 450 টাকা - 18 টাকা = 432 টাকা

উদাহরন - 5

দুটি এক রকমের বিছানার চাদর 640 টাকায় কিনি যেটা 5 % ক্ষতি ও অন্যটি 10% পবিত্র বিক্রি করলে মোট ওপরে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান :

2টি বিছানা চাদরের বা ক্রয় মূল্য = 640 টাকা

∴ 1 টি বিছানা চাদরের ক্রয়মূল্য = 640 ÷ 2 টাকা = 320 টাকা

একটা চাদর বিক্রিতে ক্ষতি = 5 %

= ক্রয় মূল্যর 5 % = $\frac{320\times5}{100}$ টাকা

= 16 টাকা

∴ প্রথম চাদরের বিক্রয় মূল্য = ক্রয় মূল্য - ক্ষতি

= 320 টাকা - 16 টাকা = 304 টাকা

দ্বিতীয় চাদর টিতে লাভ = 10%

= ক্রয় মূল্য 10%

= $\frac{320\times10}{100}$ টাকা = 32 টাকা

∴ দ্বিতীয় চাদরের বিক্রয় মূল্য = ক্রয় মূল্য + লাভ

= 320 টাকা + 32 টাকা

= 352 টাকা

মোট বিক্রয় মূল্য = 304 টাকা + 352 টাকা

= 656 টাকা

মোট ক্রয় মূল্য = 640 টাকা

মোট লাভ = 656 টাকা - 640 টাকা = 16 টাকা

তাই শতকরা লাভ =

$\frac{\text{লাভ}}{\text{ক্রয়মূল্য}}\times 100$

$=\frac{16}{640}\times100\%$

বা 2.5 %

নিজে সমাধান কর: $=\frac{5}{2}\%$

পার্শ্বস্থ সমাধানকে দেখে নিম্ন প্রশ্নদের উত্তর লেখ:

- প্রথম চাদরের ক্রয় মূল্য কত?
- প্রথম চাদর কত শতকরা ক্ষতিতে বিক্রি করা হয়েছে।
- প্রথম চাদরের ক্ষতি পরিমান কেমন বেরোনো?
- প্রথম চাদরে বিক্রয় মূল্য কত বেরোল?
- প্রথম চাদরে বিক্রিতে লাভ কিম্বা ক্ষতি হল?
- এখানে লাভ/ক্ষতির পরিমান কত?
- সেরকম দ্বিতীয় চাদরের বিক্রয়মূল্য কেমন বেরল?
- দ্বিতীয় চাদরের ক্রয় মূল্য ও বিক্রয় মুল্যর মধ্যে বড় কোনটি?
- দুটি চাদরের বিক্রয় মূল্য সমষ্টি কত?
- দুটি চাদরের লাভ হল বা ক্ষতি?
- মোট লাভের পরিমান কত?
- শতকরা লাভ কেমন বেরোল?

একজন দোকানী 4টি লেবু কে 3 টাকায় কিনেল এবং 3 টিকে 4টাকার দরে সব গুলি বিক্রি করল। তবে তার শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হল?

সমাধানের জন্যে সূচনা :

এখানে যে ক'টা লেবু কিনেছিল, তা জানা নেই, তা না জানলে আমরা মোট কেনা দাম বা মোট বিক্রি লাভ নির্ণয় করতে পরেব না। হিসেবের সবিধের জন্যে সে কিনে থাকা মোট লেবু সংখ্যাকে 4 ও 3 এর ল.সা.গু. যত, তাই ধরে নেব (কিন্তু 4 টির কেনা দাম আছে এবং 3 টির বিক্রি দাম দাও আছে)।

অভ্যাস কার্য্য 8.2

1. একজন ব্যাক্তি 1200 টাকায় 40 টি খেলনা বাকি কিনে 16% লাভ এ বিক্রি করেছে। প্রত্যেক খেলনা কার কে সে কত টাকায় বিক্রি করেছে?

2. একটা বলদকে 900 টাকায় বিক্রি করায় সুধাকর বাবু 10% ক্ষতি হল। তবে সে কত টাকায় কিনেছিলেন? কত টাকায় বিক্রি করলে, তা'র শতকরা 10% লাভ হয়ে থাকত?

3. 10টি লাল বেলুনকে 1 টাকারে ও 8 টি ছিট বেলুনকে1 টাকায় কিনে, সবগুলি বেলুনকে এক টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

4. রহিম বাবু 800 টাকায় কিনে থাকা চালের $\frac{3}{4}$ অংশ 10% লাভে ও অবশিষ্ট অংশ 10% ক্ষতিতে বিক্রি করল। তবে সমস্থ চাল বিক্রিতে তা'র শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হল?

5. একজন মাল গোদাম ব্যবসায়ী 800 টাকা মূল্যে কিনে থাকা চালেকে বস্তাকে 10% লাভ রেখে খুচরা দোকানীকে বিক্রি করল, খুচরা দোকানীটি সেই চাল বস্তার 15% লাভ রেখে বিক্রি করল? তাব গ্রাহকটি কত দাম দিয়ে চালের বস্তাটি কিনল?

6. একজন দোকানী 5টি নারকেল 24 টাকা দরে কিছু নারকেল কিনে সেগুলিকে 20 টাকায় 3টি করে বিক্রি করল, তবে ত'র শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হল, নির্ণয় কর।

8.3 সুদ হিসেব :

গৌরীর মা একদিন ব্যাঙ্ক যাওয়ার সময় গৌরী তার হাতে একটা বই দেখল। বইটি দেখার জন্যে তা'র খুব ইচ্ছা করল মায়ের কাছ থেকে বই নিয়ে সে দেখল। বইটির ওপর লেখা ছিল State Bank of India। বইটি খুলে দেখল, বিভিন্ন তারিখে জমা হয়ে থাকা টাকার পরিমান সব লেখা হয়েছে। কোথায় টাকার পরিমান অধিক হয়েছে। কোথায় কম হয়েছে, সে বইতেটি লেখা হয়েছে জানার জন্যে মা কে জিজ্ঞাসা করল।

মা বললেন - ''তার আয়ের থেকে ঘর খরচের জন্যে কিছু টাকা ঘরে রেখে বাকিটা সে ব্যাঙ্কে জমা করলেন। ব্যাঙ্কে কোন তারিখে, সে রত জমা দিলেন তা বইতে লেখা হয়েছে।

গৌরী জিজ্ঞাসা করল " তুমি যখন টাকা জমা করছ, তখন টাকা পরিমান, বাড়ত, কিন্তু মাঝে মাঝে কমে যাচ্ছ কেমন ?

মা বল্লেন। "দরকারের সময় কিছু টাকা মাঝে মাঝে উঠিয়ে আমি, উঠিয়ে আমার পর গচ্ছিত টাকার পরিমান কমে যায়"

গৌরী জিজ্ঞাসা করল, " তুমি টাকা ঘরে না রেখে ব্যাঙ্কে কেন রাখ ? জমা করার সময়, ওঠানোর সময়। রিকসা করে ব্যাঙ্কে যাচ্ছ।।"

মা বুঝিয়ে দিলেন, " প্রথমত: ব্যাঙ্কে টাকা রাখলে ইহা নিরাপদে থাকে, দ্বিতীয়ত: ব্যাঙ্কে আমার জমা টাকার ওপর কিছু টাকা আমায় দেয়। এই টাকাকে সুদ বলা হয়। ব্যাঙ্ক টাকা গচ্ছিত করার সময় ব্যাঙ্কে কোন হারে সুদ নেবতা আমাদের জানিয়ে দেব। ভারত সরকারের নিয়ম অনুযায়ী এই সুদের হার স্থির করা হয়ে থাকে।"

এরপর মা গৌরীকে সুদ হিসেবের কৌশল শিখিয়ে দিলেন।

- প্রত্যেক 100 টাকা জমার ওপর যত পরিমান, সুদ দাওয়া হয়: তাকে শতকরা সুদের হার বলা হয় ও ইহাকে ' r' সঙ্কেত দ্বারা সুচিত করা যায়।
- জমা থাক টাকা পরিমানকে মূলধন বলা হয় ও ইহাকে P সঙ্কেত দ্বারা সুচিত করা হয়।
- যত বছরের জন্যে টাকা গচ্ছিত থাকে, তাকে জমার সময় বলা হয় ও ইহাকে 't' সংকেত দ্বারা সূচিত করা যায়।
- জমার ওপরে যে সুদ পাওয়া যায় তাকে 'I' সংকেত দ্বারা সূচিত করা যায়।

- বর্ত্তমান দেখব শতকরা r সুবির হারে জমা পরিমান P টাকা ওপরে জমা থাকা সময় t বছরে কত সুদ পাওয়া যাবে ?

সুদের হার শতকরা r অর্থ - 100 টাকা সুদ ধনের ওপর।

বছরে r টাকা সুদ পাওয়া যাবে তবে, 1 টাকা মুল ধনের ওপর 1 বছরে $\frac{r}{100}$ টাকা সুদ মিলবে।

1 টাকা মুলধনের ওপরে t বছরে $\frac{r}{100}\times t$ টাকা সুদ পাওয়া যায়।

P টাকা মূলধনের ওপর t বছরে $\frac{r}{100}\times t\times P$ টাকা সুদ মিলবে।

$\therefore$ সুদের পরিমান $= \frac{r}{100}\times t\times P = \frac{Ptr}{100}$

অথবা $I = \frac{Ptr}{100}$

$$\text{সুদের পরিমান} = \frac{\text{মূলধন} \times \text{সময় (বছরে)} \times \text{শতকরা সুদ}}{100}$$

ইহাকে আমরা 100 x I = Ptr রূপে ও লিখতে পারি।

জান কি ?

ব্যাঙ্ক আমরা টাকা জমা রাখলে, যেমন ব্যাঙ্ক আমাদের সুদ দেয়, অন্য কোন সংস্থা র থেকে বার করলে ও উক্ত সংস্থাকে আমাদের থেকে সুদ নিয়ে থাকে।

উপরোক্ত সুত্রটি হচ্ছে:

মুলধন (P), সুদ (I), সুদের হার (r) এবং বছরের সংখ্যা সময় (t) মধ্যে থাকা সম্পর্ক।

এই চারটির মধ্যে যে কোন তিনটি জানা থাকলে,

অন্যটি নির্ণয় করতে পারা যাবে, আমরা যে সুদের সম্বন্ধে আলোচনা করলাম, তাকে সরল সুদ বলা হয়। সরল সুদের ব্যবস্থায় জমা থাকা প্রত্যেক বছরের জন্যে আরম্ভর থাকা মূল জমার ওপর সুদ হিসেব করা হয়। কেবল সুদ বললে সরল সুদকেই বোঝায়।

বল দেখি: সরল সুদ ছাড়া অন্য রকমের সুদে ব্যবস্থা আছে কি?

করজ শেথে আমরা মূল করজ পরিমান ও সুদ বাবদে যে পরিমান টাকা ফেরন্ত দিত, তাকে সমুল সুদ বলা হয়। (সমুল সুদ (বা amount) কে A সংকেত দ্বারা সুচিত করা যায়। তার সমুল সুদ **(A)** = মুল **(P)** + সুদ **(I)**

উদাহরন - 6

শতকরা 5 সুদ হারে 10,000 টাকা জমার ওপর 2 বছরে কত সুদ পাওয়া যাবে।

জান কি?
সুদের হারকে সবসময় শতকরাতে প্রকাশ করা যায়।

সমাধান :

এখানে মূল জমা (P) = 10,000 টাকা সুদের হার (r) = 5%, সময় (t) বছরে সংখ্যা= 2

সুদ $I = \frac{Ptr}{100} = \frac{10{,}000 \times 2 \times 5}{100}$ টাকা = 1,000 টাকা (উ)

উদাহরন -7

একটা ঋন দেওয়া সংস্থা থেকে নবিনের বাবা 5,000 টাকা ঋন করলে, যদি সেই ঋনের উপরে সরল সুদের হার 8% হয় তবে 2 বর্ষ পরে সে কত টাকা পরিশোধ করে ঋন মুক্ত হবে।

ସମାଧାନ

মূলধন (P) = 5,000 টাকা

সরল সুদের হার (r) = 8%

করজ সময়ের বছরের সংখ্যা (t)= 2

সরল সুদ $I = \frac{Ptr}{100}$

$= \frac{5{,}000 \times 2 \times 8}{100}$ টাকা

= 800 টাকা

সমুল সুদ = মূল + সুদ

= 5000 টাকা + 800 টাকা

= 5800 টাকা (পাঁচ)

ঐকিক করায় সমাধান

100 টাকায় 1 বছরের সুদ = 8 টাকা

1 টাকায় 1 বছরের সুদ = $\frac{8}{100}$ টাকা

5000 টাকায় 1 বছরের সুদ = $\frac{8}{100} \times 5000 = 400$ টাকা

5000 টাকায় 2 বছরের সুদ = 400 টাকা × 2 = 800 টাকা

সমুল সুদ = মূল+ সুদ = 5000 টাকা + 800 টাকা

= 5800 টাকা

অভ্যাস কার্য্য 8.3

1. 5% বার্ষিক সুদের হারে 2 বছরের জন্যে, 5,500 টাকা জমা রাখলে, সরল সুদে বাবদে কত মিলবে?
2. বার্ষিক শতকরা 12 হারে 2 বছরের সরল সুদ1512 টাকা হলে, মূলধন কত?
3. কোন মূলধনের ওপর বার্ষিক 5% হারে 8 বছরের সুদ 4200 টাকা হলে, সেই মূলধনের ওপর বার্ষিক 10% হারে 3 বছরের সূদ কর হবে।
4. হীরা লাল একজন সাহু কারের থেকে 40000 টাকা করজ এনেছিল, যদি 3 বছর পরে তাকে মোট49600 টাকা করে খানমুক্ত হতে হয় থাকে, তবে সে কত সুদ হরে করজ করে ছিলেন।
5. নীলিমা ব্যাঙ্কে থেকে 6% সুদের হারে 3 বছরের জন্যে 1400 টাকা করজ আনল, টীক ও সমর নীলিমার বন্ধ যাতিশ্বর আবশ্যক হওয়ায়, সে নীলিমার থেকে 1400 টাকা করজ নিল, এবং 8% হারে 3 বছর পর সুদ দিয়ে নীলিমারকে টাকা ফেরত দিন, নীলিমা যদি সঙ্গে সঙ্গে তার করজ শোদ করে দেয়। তবে নীলিমা কত লাভ পাবে?
6. একজন ব্যাক্তি 8% সরল সুদ হারে 3 বছরের জন্যে 20500 টাকা জমা রাখল। কিন্তু এক বছর পরে সুদের হার 9% কে বেড়ে গেল তবে জমা রাখার 3 বছর পরে, সে কত সমূল সুধ ফিরে পাবে?

8.4 রিহাতি

গ্রাহকদের আকৃষ্ট করার জন্যে দোকানীরা বিভিন্ন উপায়ে অবলম্বন করে থাকে। উপহার দেওয়া 3জিনিষের দামে তিনটি দিনিষ দেওয়া, লিখিত মূল্যের থেকে কিছু কম দামে বিক্রি করার মত বিভিন্ন উপায়ে গ্রাহকদের আকৃষ্ট করে থাকেন। পূজা পাঠ এলে, প্রদশনীর সময়ে, বিভিন্ন যাত্রা সময়ে দোকানের সামনের "রিহাতি বিক্রি" বোর্ড লাগনের দেখতে পাওয়া যায়। লিখিত মূল্যর থেকে কম দামে বিক্রি করা গেলে, তাকে রিহাতি বলা হয়।

তাই রিহাতি = লিখিত দর - বিক্রি দর

অথবা বিক্রি দর = লিখিত দর - রিহাতী

রিহাতি 20% এর অর্থ হচ্ছে, রিহাতি = লিখিত দরের 20%

সাধারতন: রিহাতিকে শতকরায় প্রকাশ করা হয়। গান্ধী জয়ন্তী সময়ে খদরের কাপড় ও খদরের পোষাকের ওপরে সরকারে নির্দ্দেশ অনুযায়ী দোকানীরা রিহাতি দিয়ে থাকে।

একটা সার্ট কিনতে গেল, সার্টে র দাম 100 লেখা হয়ে থাকার বেলা, দোকানী তার কাছ থেকে 80 টাকা নিল বল দেখি দোকানী কেন 20 টাকা কম নিল?

- বস্তুর লিখিত মূল্য বা সুচিত মূল্যের ওপরে কম করা পরিমানকে রিহাতি (Discount) বলা হয়।
- রিহাতি মূল্য / সুচীত মূল্য - রিহাতি = বিক্রয় মূল্য

  রিহাতি (Discount) = লিখিত মূল্য - বিক্রয় মূল্য
- রিহাতি কে সাধারনত: বস্তুর লিখিত মূল্যের শতকরা রূপে প্রকাশ করা হয়।

  $$\text{শতকরা রিহাতি} = \frac{\text{রিহাতি}}{\text{ক্রয়মুল্য}} \times 100$$

উদাহরন -8

একটা ইলেকট্রিক পাখা লিখিত মূল্য 555 টাকা শীতের দিনের জন্যে দোকানী 10 % রিহাতিতে পাশা বিক্রি করার জন্যে স্থির করলেন। তবে পাশাকিট কেনার জন্যে কত দাম দিতে হবে?

সমাধান পাখার লিখিত মূল্য = 555 টাকা

রিহাতি = 10%

$= \text{লিখিত মূল্য} \times \frac{10}{100}$

$= 555 \text{ টাকা} \times \frac{1}{10} = \text{ট}.55.50$

∴ বিক্রি মূল্য = লিখিত মূল্য - রিহাতি

= টা 555.00 - টা 55.50

= টা 499.50 (ঊ)

উদাহরন - 9

একজন জুতো দোকানী লিখিত মূল্য 250 টাকা হয়ে থাকা জুতোকে রিহাতি দিয়ে 220 টাকায় বিক্রি করারর জন্যে বিজ্ঞাপন দিন। তবে সেতখরা কত রিহাতিতে জুতো বিক্রি করল?

সমাধান :

প্রথম প্রনালী

একজোড়া জুতোর লিখিত মূল্য = 250 টঙ্কা

বিক্রি মূল্য = 220 টঙ্কা

∴ হিরাতির পরিমান = লিখিত মূল্য - বিক্রি মূল্য

= 250 টাকা - 220 টাকা = 30 টাকা

$\therefore \text{ শতকার রিহাতি} = \frac{\text{রিহাতি}}{\text{লিখিত মূল্য}} \times 100$

$= \frac{30}{250} \times 100 = 12$

৩

∴ দোকানী 12% রিহাতি তে জুতো বিক্রি করল।

বিকল্প প্রনালী

রিহাতি = লিখিত মূল্য- বিক্রয় মূল্য

= টা. 250.00 - ট 220.00

= টা. 30.00

জান কি?

500 টাকার পূর্বে Rs.500/- ভাবে লেখা যায়। এখন ভারত সরকারের নিয়মানুযায়ী টাকা Rs. 500/-এই ভাবে না লিখে ₹ 500 এই ভাবে লেখা হয়।

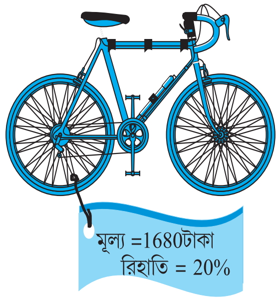
লিখিত মূল্য 250 টাকার সময়ে রিহাতি 30 টাকা

লিখিত মূল্য 1 টাকার সময়ে রিহাতি $=\frac{30}{250}$

লিখিত মূল্য 100 টাকার সময় রিহাতি $=\frac{3}{25}\times 100$ টাকা = 12 টাকা

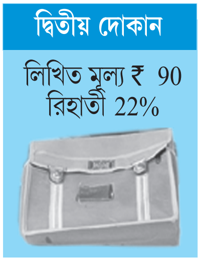
∴ সে 12 % রিহাতিতে জুতো বিক্রি করল।

অভ্যাস কার্য্য 8.4



1. একজন দোকানী রিহাতি দরে বিভিন্ন বস্তু বিক্রি করে থাকে কেন ?
2. ছোট বাচ্চাদের জন্যে একটা সাইকেলের লিখিত মূল্য 1680 টাকা। দুর্গা পূজোর উপলক্ষে সাইকেলটিকে দোকানী 20% রিহাতি দামে বিক্রি করার স্থির করল। তবে একজন গ্রাহক কে সে সাইকেলটি কেনার জন্যে কত মূল্য দিতে হবে ?
3. একটা ফ্রকের সূচীত মূল্য 250 টাকা দোকানে থাকা পোষাক গুলি কে শিগ্রি বিক্রি করে দেওয়ার জন্যে দোকানী দাম কমিয়ে সেই ফ্রকের 210 টাকায় বিক্রি করল। তবে সে শতকরা কত রিহাতি দিল ?
4. একটা কলমের দাম 8 টাকা, কিন্তু সে রকম তিনটি কলম কিনলে10% রিহাতিতে বিক্রি করার জন্যে, দোকানী বিজ্ঞাপন দিল। তবে তিনটি কলমের বিক্রয় মূল্য কত হবে ?
5. একটা বালতির লিখিত দাম 120 টাকা, প্রদর্শনীর সময়ে একজন দোকনা তিনটি বালতির দামে চারটি বালতি দেবার জন্যে তার দোকান সামগ্রীতে লিখেছিল। তবে এই সুবিধে নিয়ে একজন সে দোকান থেকে তিনটি বালতি নিলেন, তিনি শতকরা কত রিহাতি পেলেন ?

   (সূচনা - এখানে চারটির দামকে লিখিত দাম নেওয়া হবে, তিনটির দাম কে বিক্রি দাম নেওয়া হবে।)



6. যাত্রার মাঠে একটা দোকানে 80 টাকা লেখা একটি । স্কুল ব্যাগকে 15% রিহাতি তে বিক্রির হওয়ার সময়ে, অন্য এক দোকানী 90 টাকা মূল্য লেখা ব্যাগকে 22% রিহাতিতে বিক্রি করছিল। সীমা একটা ব্যাগ কিনবে। হিসেব করে বল, কোন দোকান থেকে ব্যাগ কিনলে কত টাকা দিতে হবে।
7. একজন দোকানী তার দোকানে থাকা তিনচাকা সাইকেলএর আর 460 টাকা দাম লিখেছিল এবং 25% রিহাতি নিয়ে বিক্রি করলে, সেখানে সে 15% লাভ পেয়েছিলেন, সাইকোলটিকে সে কত দামে কিনে ছিলেন ?

   (সুচনা ঃ লিখিত দাম ও রিহাতির থেকে বিক্রয়মূল্য নির্ণয় করা হবে, শতকরা লাভ ও বিক্রি দাম থেকে কেনা দাম পাওয়া যাবে।)

8.5 চলন

তলায় থাকা দুটি পরিস্থিতি লক্ষ কর:

প্রথম পরিস্থিতি

1 কে.জি. চিনির দাম 22 টাকা হলে $\frac{1}{2}$ কে.জি. চিনির মূল্য 11 টাকা ও 2 কে.জি. চিনির দাম 44 টাকা হবে। এ কিক যারা য় এই ফল নির্ণয় করেছি। চিনির দাম অর্ধেক হলে দাম অধেক কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করবে। এই ট্রিক যারা প্রয়োগ করে আমরা পূর্বে দূরত্ব হিসেব করেছি। এখান থেকে জানা যাচ্ছে সময় অর্ধেক হলে অতিক্রম করতে থাকা দূরত্ব অর্ধেক হচ্ছে। সময় দুগুন হলে, অতিক্রম করা দূরত্ব দুগুন হচ্ছে।

অন্য কথায় সময় যত গুন হচ্ছে, অতিক্রম করা দূরত্ব ততগুন হচ্ছে।

সময় ও দূরত্ব উভয় পরিবর্ত্তন শনর পরিমান অর্ধেক হলে। দাম অর্ধেক হচ্ছে এবং দুগুন হলে দাম ও 2 গুন হচ্ছে। এখানে চিনির পরিমান আমাদের ইচ্ছে অনুযায়ী বদলানোর সময় তার দাম চিনির পরিমানের ওপর নির্ভর করে বদলায়। তাই চিনির পরিমান ও তার দাম উভয়কে চলরাশি বলে বলা হয়।

দ্বিতীয় পরিস্থিতি :

এখানে ব্যাক্তি 10 মিনিট হাটলেন। 1 কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করেন। তার গতির বেগ না বদলিয়ে সে যদি 20 মিনিটের জন্যে হাটেন, তবে সে 2 কি.মি। অর্থাৎ আমরা কত সময়ে জন্যে গতি করিব, তা আমাদের ওপর নির্ভর করে, এবং আমরা গতি করে থাকা সময়ের ওপর নির্ভর করে দূরত্ব বদলে যায় তাই সময় ও দূরত্ব উভয়কে চল রাশি বলা হয়। অবশ্য য়এখানে গতি করতে থাকা ব্যাক্তির বেগকে স্থির থাকার ধরে নিয়েছি।

উপরিস্থ প্রথম পরিস্থিতিতে একটা চলরাশি (চিনির পরিমান) ওপর নির্ভর করে অন্য চলরাশি (দূরত্ব) বদলাচ্ছে।

একটা চলরাশির পরিবর্ত্তনের ওপর নির্ভর করে অন্য চল রাশির পরিবর্ত্তন ঘটা প্রক্রিয়াকে চলন বলা হয়।

✍ তুমি এরকম দুটি পরিস্থিতির উদাহরন দাও, যেখানে একটা চলরাশি ওপর নির্ভর করে অন্য চলরাশি বদলাবে।

8.5.1 সরাসরি চলন:

একটা খাতার মূল্য 12 টাকা হলে 10টি খাতার মূল্য 120 টাকা হবে, বল দেখি 3টি, 9টি ও 18টি খাতার মূল্য কত হবে?

ঐকিক যারা অনুযায়ী :

একটি খাতার মূল্য = 12 টাকা

3 টি খাতার মূল্য = 3×12 টাকা = 36 টাকা

9 টি খাতার মূল্য = 9×12 টাকা = 108 টাকা

18 টি খাতার মূল্য = 18×12 টাকা = 216 টাকা

এ তথ্য কে নিয়ে নিম্নয়ে সারনী প্রস্তুত করা হয়েছে।

বস্তুর প্রথম সংখ্যা	বস্তুর দ্বিতীয় সংখ্যা	$\frac{\text{2 য় সংখ্যা}}{\text{1য় সংখ্যা}}$	বস্তুরর প্রথম মূল্য	বস্তুর দ্বিতীয় মূল্য	$\frac{\text{2 য় মূল্য}}{\text{1 য় মূল্য}}$
3	9	$\frac{9}{3}=3$	36	108	$\frac{108}{36}=3$
18	9	$\frac{9}{18}=\frac{1}{2}$	216	108	$\frac{108}{216}=\frac{1}{2}$

এখন জানা যাচ্ছে যে, বস্তু সংখ্যা 3 গুন হলে, তা'র মূল্য 3 হচ্ছে এবং বস্তুর সংখ্যা। অর্ধেক হলে মূল্য ও অর্ধেক হচ্ছে।

পূর্বোক্ত পরিস্থিতিতে মাতার সংখ্যা একটা চলন ও খাতার দাম অন্য এক চল।

প্রথম চল (খাতার সংখ্যা) জন্যে x সংকেত ব্যবহার করব। এবং দ্বিতীয় চল (খাতার দাম) এর জন্যে y সংকেত ব্যবহার করব। খাতার প্রথম সংখ্যার জন্যে x_1 দ্বিতীয় সংখ্যার জন্যে x_2 ব্যবহার করব।

x_1 সংখ্যার খাতার দামের জন্যে y_1 টাকা ও x_2 সংখ্যাক খাতার দামের জন্যে y_2 টাকা ব্যবহার করলে সারনী অনুযায়ী পাব।

$$x_1=3, \qquad y_1=36$$
$$x_2=9, \qquad y_2=108$$

পুনশ্চ পাব :

$$\frac{y_1}{x_1}=\frac{36}{3}=12$$

$$\frac{y_2}{x_2}=\frac{108}{9}=12$$

অতএব আমরা পেলাম $\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}$ ইহাকেও আমরা লিখতে পারি $x_1y_2=x_2y_1$

আমরা দেখতে পারব

$$\frac{x_2}{x_1}=\frac{9}{3}=3$$

$$\frac{y_2}{y_1}=\frac{108}{36}=3$$

$$\therefore \frac{x_2}{x_1}=\frac{y_2}{y_1}$$ ইহাকেও আমরা লিখতে পারি $x_1y_2=x_2y_1$

দুটি চল রাশির মধ্যে পূর্বে সম্পর্কের মত সম্পর্ক থাকলে, আমাদের চল রাশি দ্বয় মধ্যে সোজা চলন সম্পর্ক আছে বলে বলে থাকি। এবং সংকেতে লিখি - $y \propto x$

> **জান কি ?**
> $x \propto y$ ক্ষেত্রে আমরা লিখি $x_1 y_2 = x_2 y_1$

ইহাকে আমরা "y ও x এর মধ্যে সোজা চলন রয়েছে" বলে পড়ে থাকি।

আমরা জানলাম :

যেখানে অনেকের মূল্যর থেকে একের মূল্য নির্ণয় করলে ইহা কমে যায়, সে ক্ষেত্রে সরাসরি চলন সম্পর্কে থাকে।

উদাহরন-10

বি.পি.এল কার্ড এ 20 কি.গ্রা. চালের মুল্য 40 টাকা হলে13 কি.গ্রা চালের মূল্য কত ?

সমাধান

মনে কর চালের পরিমান $= x$ কে.জি ও তার মূল্য $=$ y টাকা

(20 কি.গ্রা. চালেরর দাম যত, 1 কি.গ্রা. চালের দাম তার থেকে কম। তাই এখানে চালরে পরিমান ও ইহার দামের মধ্যে সরাসরি চলনের সম্পর্ক রয়েছে।)

$$\therefore \quad y \propto x$$

$$x_1 y_2 = x_2 y_1$$

$$20 \times y_2 = 13 \times 40$$

$$\Rightarrow y_2 = \frac{13 \times 40}{20}$$

$$\Rightarrow y_2 = 2 \times 13 = 26$$

$\therefore$ 13 কি.গ্রা চালের দাম = 26 দাম টাকা

উদাহরন - 11

একটা কাজে নিযুক্ত 30 জন শ্রমিক দৈনিক 3000 টাকা মজুরি পেলে, সে কার্য্যের সে নিযুক্ত 18 জন শ্রমিক দৈনিক কত টাকা মজুরি পাবে ? কত জন শ্রমিক দৈনিক 4300 টাকা মচুরী পাবে ?

সমাধান

শ্রমিকের সংখ্যা বাড়লে মজুরী বাড়বে ও শ্রমিক সংখ্যা কমলে মজূরী আনুপাতিক ভাবে কমবে। তাই শ্রমিক সংখ্যা ও মজুরির মধ্যে সম্পর্কে আছে।

লোক সংখ্যাকে x ও মজুরি y টাকা নিয়ে সারনী একটি প্রস্তুত করব -

x (লোকসংখ্যা)	x_1=30	x_2=18	x_3= ?
y (মজুরী)	y_1=3000	y_2 = ?	y_3=4300

$\therefore$ x ও y মধ্যে সরাসরি চলন সম্পর্ক আছে।

ফলে $x_1 y_2 = x_2 y_1$

$$\Rightarrow 30 \times y_2 = 18 \times 3000$$

$$\Rightarrow y_2 = \frac{18 \times 3000}{30}$$

$$\Rightarrow y_2 = 1800$$

$\therefore$ 18 জন শ্রমিকের মজুরি1800 টাকা

পুনশ্চ

$$x_1 y_3 = x_3 y_1$$

$$30 \times 4300 = x_3 \times 3000$$

$$\Rightarrow x_3 \times 3000 = 30 \times 4300$$

$$\Rightarrow x_3 = \frac{30 \times 4300}{3000}$$

$$\Rightarrow x_3 = 43$$

$\therefore$ 43 জন শ্রমিক 4300 টাকা মজুরী পাবে।

অভ্যাস কার্য্য 8.5

1. নিম্ন সারনী গুলির থেকে কোন গুলিতে থাকা চলরাশির x ও y মধ্যে সরাসরি চলন সম্পর্ক আছে। বল।

(ক)

x	12	8	36
y	72	48	216

(খ)

x	2	3	4
y	4	9	16

(গ)

x	5	10	15
y	10	15	20

(ঘ)

x	48	24	12
y	24	12	6

2. সরাসরি চলতে দেওয়া সারনী গুলিকের থাকা তারকা চিহ্নিত স্থানের জন্যে উপযুক্ত মান নির্ণয় কর।

(ক)

x	10	18	
y	220		484

(খ)

x	14	2	
y		4	76

3. চলন যাবারে নিম্ন প্রশ্নগুলির সমাধান কর।

(ক) একটা কারখানায় এক সপ্তাহের (রবিবার দিন কারখানা বন্ধ থাকে) 840 টিন রঙ তৈরী করা হলে, 4200 টিন রঙ তৈরীর জন্যে কত দিন লাগবে?

(খ) একটা 12 মিটার উচু স্তম্ভের ছাওয়া 20 মিটার হলে, সেই সময় কত মিটার উচু স্তম্ভের ছাওয়া 30 মিটার হবে।

(গ) একটা পরিবারে সপ্তাহে 10 কি.গ্রা. চাল খরচ হলে, তাদের জানুয়ারী 1 তারিখ থেকে ফেব্রুয়ারী 11 তারিখ পর্য্যন্ত মোট কত কি.গ্রা. চাল খরচ হবে।

(ঘ) একটা কাজ করার জন্যে 2 বস্তা সিমেন্টে সহিত 12 বস্তা বালি মেশা হয়ে। তবে সেই কাজের জন্যে 60 বস্তা বালির সঙ্গে কত বস্তা সিমেন্ট মেশান হবে? 23 বস্তা সিমেন্টের সহিত কত বস্তা বালি মেশান হবে?

(ঙ) একটা বিদ্যালয়ে ষষ্ঠ শ্রেনীতে পড়া 30 জন ছাত্রীর জন্যে পোষাক তৈরী জন্যে কাপড় কেনার খরচ 2100 টাকা হল। তবে 7ম শ্রেনীতে পড়া 22 জন ছাত্রীর জন্যে পোষাক তৈরীর জন্যে কত টাকা দামের কাপড় কেনার আবশ্যক হবে?

8.5.2 প্রতিলোমী চলন:

এই উদাহরনটিকে দেখ।

একটা কাঁথ (দেওয়াল) তৈরী করতে 2 জন লোক 6 দিন সময় নেয়।

তবে এক জন লোক সেই কাজকে $6\times 2=12$ দিনে করবে।

4 জন লোক উক্ত কার্য্যকে $12\div 4=3$ দিনে করবে।

এখানে দেখলে লোক সংখ্যা 2 গুন হওয়ায় দিন সংখ্যা অর্ধেক হবে।

এই তথ্যকে নিয়ে একটা সারনী করব।

লোকসংখ্যা (x)	দিন সংখ্যা (y)	লোকসংখ্যা $\times$ দিন সংখ্যা $x\times y$
$x_1=2$	$y_1=6$	$x_1\times y_1=2\times 6=12$
$x_2=4$	$y_2=3$	$x_2\times y_2=4\times 3=12$

ওপরের উদাহরনে তুমি কি লক্ষ্য করলে লেখ।

একটা চল (লোক সংখ্যা) দুগুন হওয়ার সময়ে, অন্য চলটি (দিন সংখ্যা) অর্ধেকগুন হল। চল দুটির মধ্যে এমন সম্পর্ককে প্রতিলোমী চলন সম্পর্ক ব্যবহার করে লিখি।

আমরা সংকেত ব্যবহার করে লিখি।

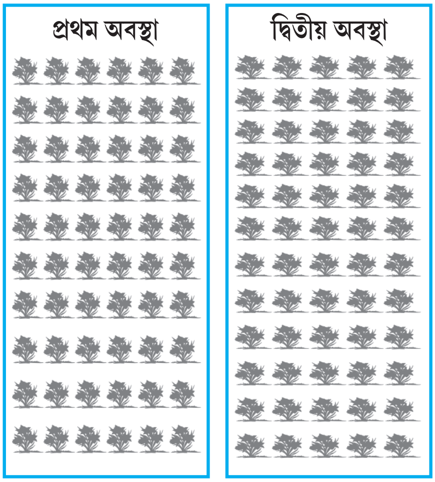
$$y \propto \frac{1}{x}$$

ইহাকে “ y ও x এর মধ্যে প্রতিলোমী চলন সম্পর্ক আছে।” বলে পড়া হয়।

প্রতিলোমী চলন ক্ষেত্র প্রশ্ন সমাধান করার জন্যে নিম্ন সুত্রকে ব্যবহার করি।

উদাহরন -12

একটা ফুল বাগানে পাশের চিত্রের প্রত্যেক লাইনে 6টি করে হিসাবে 10 টি লাইনে ফুল গাছ লাগাল হয়েছে। যদি সেই ফুল গাছ গুলি 5টি লাইনে লাগা হত, তবে প্রত্যেক লাইনে লাগান ফুল গাছের সংখ্যা কটা হয়ে থাকত এর সমাধান চলন প্রনালীতে নির্ণয় কর।



সমাধান

লাইনের সংখ্যা হচ্ছে (x) প্রত্যেক লাইনের গাছের সংখ্যা (y)।

লাইনের সংখ্যা বেশী হলে নিশ্চই প্রত্যেক লাইনে গাছ সংখ্যা অনুপাতিক রীতিতে কম হবে। তাই x ও y মধ্যে প্রতিলোমী চলন সম্পর্ক রয়েছে।

তাই $x_1y_1 = x_2y_2$ ....(1)

প্রথম অবস্থায় লাইনের সংখ্যা $(x_1) = 10$

প্রত্যেক লাইনে গাছের সংখ্যা $(y_1) = 6$

দ্বিতীয় অবস্থায়ে, লাইনের সংখ্যা $(x_2) = 5$

প্রত্যেক লাইনে লেগে থাকা গাছ সংখ্যা $(y_2) = ?$

সমীকরনে x_1, y_1 ও x_2 র মান বসালে, পাব-

$$10\times 6 = 5\times y_2$$
$$\Rightarrow 5\times y_2 = 10\times 6$$
$$\Rightarrow y_2 = \frac{10\times 6}{5} = 12$$

$\therefore$ প্রত্যেক লাইনে গাছের সংখ্যা $= 12$

উদাহরন -13

একটা বাস কটক থেকে দেবগড়, যাওয়ার জন্যে ঘন্টা প্রতি 100 কি.মি. গতিতে গেলে 8 ঘন্টা নেয়। ঘন্টা প্রতি 80 কি.মি. বেগে গেলে ইহা কত ঘন্টা নেবে?

সমাধান :

একটা নির্দ্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করার জন্যে বেগ বাড়লে সময় কমবে, তাই চলরাশি দ্বয়ের মধ্যে প্রতিলোমী চলন সম্পর্ক রখেছে। (ব্যস্তানু পাতিক)

গাড়ির বেগকে x ঘন্টা প্রতি কি.মি ও সময়কে y ঘন্টা নিয়ে সূচলে, আমরা পাব।

প্রথম বেগ $x_1 = 100$ কি. মি, ঘন্টা প্রতি,

প্রথম সময় $(t_1) = 8$ ঘন্টা

দ্বিতীয় বেগ $(x_2) = 80$ কি.মি. ঘন্টা প্রতি

দ্বিতীয় সময় $(t_2) = ?$

ব্যাস্তানুপাতিক সূত্র অনুযায়ী $x_1 t_1 = x_2 t_2$

$$100\times 8 = 80\times t_2$$
$$\Rightarrow 80\times t_2 = 100\times 8$$
$$\Rightarrow t_2 = \frac{100\times 8}{80}$$
$$\Rightarrow t_2 = 10$$

✍ **সমাধান কর :**

একটা জলের ট্যাঙ্ক 12 টি পাইপ লাগান হয়েছে। 8 টি পাইপ খোলা থাকলে ট্যাঙ্কটি 6 ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তবে সমস্ত পাইপ খোলা থাকলে ট্যাঙ্ক টি কত ঘন্টায় পূর্ণ হবে।

সমাধানের জন্যে সূচনা :

পাইপের সংখ্যা বাড়লে জলের ট্যাঙ্কটি পূর্ণ হওয়ার সময় কমবে। তাই এটা প্রতিলোমী চলন (ব্যস্তানুপাতিক) মানে পাইপের সংখ্যাকে x ও সময়কে y ঘন্টা নেওয়া হবে।

অভ্যাস কার্য্য 8.6

1. নিম্ন চল জুড়ি দের মধ্যে কোন চলজুড়ি মধ্যে সরাসরি চলন ও কোনটি প্রতিলোমী চলন (ব্যাস্তনুপাতিক) সম্পর্ক রয়েছে তা চেনাও।

   (ক) একটা বাঁধ তৈরী করার জন্যে নিযুক্ত লোক সংখ্যা ও তারা বাঁধটি তৈরী করা জন্যে আবশ্যক দিন সংখ্যা।

   (খ) একটা প্যাকেটের থাক ডালের পরিমান ও সেই প্যাকেটের দাম।

   (গ) একজন স্কুটার চালক এক নির্দ্দিষ্ট দূরতা অতিক্রম করার সময়ে তার স্কুটারের বেগ এবং দূরত্বাকে অতিক্রম করার সময়।

   (ঘ) নির্দ্দিষ্ট খরচে করা যাওয়া য় একটা ডোজে ভাগ নেওয়া বাচ্চাদের এবং জন পিছা দেয়।

   (ঙ) এক নির্দ্দিষ্ট পরিমানের খাবার জল কে সমান আকার বিশিষ্ট বোতলে ভর্ত্তি করে রাখার সময়ে প্রত্যেক বোতলের আকার ও বোতল সংখ্যা।

2. নিম্নস্থ প্রত্যেক সারনী অন্তর্ভুক্ত চল x ও y এর প্রতিযোড়া চলকে নিয়ে $\frac{x}{y}$ ও xy এর মান নির্ণয় কর এ ইহাকে দেখে চল দ্বায়ের মধ্যে সরাসরি চলনের সম্পর্ক আছে অথবা প্রতিলোমী চলনের সম্পর্ক আছে, স্থির কর।

(ক)

এক নির্দ্দিষ্ট দূরত্বকে অতিক্রম করা বেগ ঘন্টা প্রতি কি.মি. (x)	60	40	48
সেই দূরত্ব অতিক্রম করার সময় (y) ঘন্টায়	4	6	5
$x \times y$			
$\frac{x}{y}$			

(খ)

বল সংখ্যা (x)	4	6	10	12
বল গুলির মূল্য টাকায় (y)	48	72	120	144
$x \times y$				
$\frac{x}{y}$				

(গ) একটা টিনে থাকা তেলকে সমান পরিমানে বোতলে ভর্ত্তি করা হল।

তেলের পরিমান লিটারে (x)	2	3	5
বোতলের সংখ্যা (y)	15	10	6
$x \times y$			

3. নিম্ন সারনীর চল রাশি x ও y র মধ্যে প্রতিলোমী চলন (ব্যাস্তানুপাতিক) সম্পর্ক থাকলে, সারনীতে থাকা অজ্ঞাত রাশি গুলির মান নির্ণয় কর।

x	72	90	60	x_1	40	x_2
y	10	8	y_1	15	y_2	20

4. নিম্ন প্রশ্ন গুলির চলন ধারা সমাধান কর।

(ক) ঘন্টা প্রতি 40 কি.মি. গতিতে স্কুটার চালিয়ে গেলে বল বাবুর অফিসে পৌঁছতে $2\frac{1}{2}$ ঘন্টা সময় লাগে। কত গতিতে গেলে সে 2 ঘন্টায় অফিসে পৌছবে।

(খ) একটা জলের ট্যাঙ্ক 5 টি পাইপ দ্বারা 40 মিনিটে পূর্ণ হয় ক'টা পাইপ দ্বারা এই জনের ট্যাঙ্ক 50 মিনিটে পূর্ণ হবে?

(গ) তোমার শ্রেনী দৌড় প্রতিযোগিতায় 24 জন বাচ্চা অংশ গ্রাহন করার ছিল। প্রত্যেক প্রতিযোগীকে 7 টি করে বিস্কুট নেওয়ার জন্যে বিস্কুট মাগানো হল। কিন্ত প্রতিযোগি তায় আর 4 জন অধিক বাচ্চা যোগ পেলে, তবে প্রত্যেক বাচ্চা চারটা করে বিস্কুট পাবে?

(ঘ) একটা দেসলাই ডাব্বায় 48 টি কাঠি রাখলে সমুদায় কাঠি রাখার জন্যে 56 টি ডাব্বা দরকার। সব গুলি কাঠিকে 64 টি ডাব্বায় রাখলে, প্রত্যেক ডাব্বায় কয়টা কাঠি থাকবে?

8.5.3 যৌথ চলন :

কতক পরিস্থিতি আছে। যেখানে তিনকোটি চল রাশি পরস্পরের সহিত সম্পৃক্ত। যেমন একটা পরিস্থিতি হল, একটা কাজ করার সময়ে, সেখানে কয়জন কর্মচারী নিয়োজিত হয়। প্রত্যেক দিন কিছু সময়ের জন্যে কাজ করা হয়। এবং কার্য্যটি সম্পূর্ণ হওয়ার জন্যে কতক সংখ্যক দিন আবশ্যক হয়ে থাকে।

এখানে প্রত্যেকদিন এক নির্দ্দিষচ সময়ের জন্যে কার্য্য করা হলে, যত লোক নিয়োজিত হবে, কার্য্য শেষ হওয়ার দিনের সংখ্যা ততটা কম হবে। তাই লোক সংখ্যা (x) ও দিন সংখ্যা (y) ও পরস্পরের সহিত প্রতিলোমী চলনের সংস্পৃক্ত হয়।

$\therefore x \propto \frac{1}{y}$ (যখন লোক সংখ্যা z স্থির থাকে)

এই ক্ষেত্রে বলা হয়, (x) স্থির থাকলে, প্রত্যেক দিনের কার্য্য করার ঘন্টা সংখ্যা z দিন সংখ্যা y ও পরস্পরের সহিত প্রতিলোমী চলনের সংপৃক্ত হয়।

$\therefore y \propto \frac{1}{z}$ (যখন লোক সংখ্যা x স্থির থাকে)

এই ক্ষেত্রে বলা হয়, x, y ও z এর মধ্যে যৌথ চলন সংগঠিত হয় রে জন্যে স্বতন্ত্র নিয়ম আছে। অধিক পড়লে জানবে।

আর একটি এই ভাব পরিস্থিতির উদাহরন দাও।

8.6 সময় ও কার্য্য :

বিদ্যালয়ের বাচ্চারা বাগানের কাজ করছিল। ফুলের গাছ লাগালের জন্যে, কতগুল মজরী করা হয়েছেল। কুঠুরী গুলির লম্বা ও চওড়া সমান প্রথমে দুটি বাটালী বা কুঠুরী কে হেনে মাটিকে গুড়ো করে পরে ফুল গাঠ লাগান হবে।

একটা পাটালী কে হানার জাক করছিল, তিনজন বাচ্চা এবং অন্য পাটালীকে হাবার কাজ করছিল দুজন বালক 3 বাচ্চা কাজ করছিল, সে পাটালীর কাজ 40 মিনিটে শেষ হয়ে গেল। কিন্তু অন্য পাটালির কাজ শেষ হল না।

উচু শ্রেনীর বালক সমীরকে বাচ্চাদের কাজ দেখার দায়িত্ব দিয়েছিলেন শিক্ষক। দ্বিতীয় পাটালীর কায্য শেষ হল না। সে গিয়ে শিক্ষক কে বলল - ‘‘দ্বিতীয় পাটালীর কাজ শেষ হচ্ছে না। বোধহয় ঠিক কাজ করছে না। শিক্ষক এসে বুঝলেন, তার পর বল্লেন -‘‘ বেশি লোক কাজ করলে কাজ শেষ হওয়ার জন্যে কম সময় লাগে এবং কম লোক কাজ করলে, কাজ শেষ হওয়ার জন্যে বেশি সময় লাগে, ব্যস্ত হবে না’’।

দ্বিতীয় পাটালীর কাজ শেষ হওয়ার পর বাচ্চারা শ্রেনীতে ফিরল, তার পরের পিরিয়ডে শিক্ষক সময় ও কার্য্য সম্বন্ধীয় হিসেব পত্র বোঝালেন,

কোন কার্য্য করার সময়

- কতক শ্রমিক কাজ করে থাকে,
- তারা করা কাজের কিছু পরিমান থাকে,
- কাজটি শেষ হওয়ার জন্যে কিছু সময় লাগে,
- প্রত্যেক লোকের কাজ করার কিছু দক্ষতা থাকে, অর্থাৎ সে একটা একক সময়ে (1দিন বা 1 ঘন্টায়) কিছু পরিমানের কাজ করে থাকে।

এই চারটি কথাকে ব্যবহার করে কার্য্য সম্বন্ধীয় বিভিন্ন হিসাব করা হয়ে থাকে।

এস, কয়েকটি উদাহরন আলোচনা করব।

উদাহরন -14

হাসিনা 5 দিনে 20টি পুতুল তৈরী করতে পারে। সে 32টি পুতুল তৈরী করতে কত দিন নেবে?

আলোচনা :

নিম্ন সারনীটি দেখ:

হাসিনা 5 দিন কাজ করল	সে 20 টি পুতুল তৈরী করল
সে আর 5 দিন কাজ করল	আর 20 টি পুতুল তৈরী করল
সে আর 5 দিন কাজ করল	আর 20 টি পুতুল তৈরী করল

তবে সে যদি (5 দিন + 5 দিন) বা 10 দিন কাজ করে, তবে সে (20+20) বা 40 টি পুতুল তৈরী করবে। অর্থাৎ সময় দুগুন হলে,

অর্থাৎ সময় 2 গুন হলে, কাজের পরিমান 2 গুন হল।

সে রকম সে যদি (5+5+5) দিন বা 15 দিন কাজ করে, ,তবে সে (20+20+20) বা 60 টি পুতুল দিন বা

অর্থাৎ সময় 3 গুন হলে, কাজও 3 গুন হলে।

তাই আমরা জানলাম, সময় যত গুন হল, কাজের পরিমান কত গুন হল।

তাই এখানে ঐকিক বাব ব্যবহার করা যেতে পারবে।

হাসিনা কতদিনে 32 টি পুতুল তৈরী করবে তা আমাদের জানা দরকার, তাই প্রথম উক্তিতে পুতুলের সংখ্যাকে পেয়ে রাখা আবশ্যক।

ইহাকে নিম্ন মতে লিখতে পারব।

হাসিনা 20 টি পুতুল গড়ে 5 দিনে

$\therefore$ সে 1পুতুল গড়বে $\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$ দিনে

তাই সে 32 টি পুতুল গড়বে $\frac{1}{4}\times 32=\frac{32}{4}=8$ দিনে (উত্তর)

উপরোক্ত উদাহরনে সময় ও কার্য্যের মধ্যে এক সম্পর্ক।

5 দিনে হাসিনা গড়তে পারে 20 টি পুতুল।

1 দিনে হাসিনা গড়বে $\frac{20}{5}=4$ টি পুতুল।

এখান থেকে আমরা জানলাম হাসিনার পুতুর গড়ার দক্ষতা হচ্ছে দিনে 4 টি।

একক সময়ে করতে পারা কাজের পরিমান হচ্ছে কাজ করার লোকের কার্য্য দক্ষতা।

তাই আমরা জানলাম,

কার্য্য দক্ষতা অর্থাৎ 1 ঘন্টা (বা ১ দিন) করতে পারা কাজের পরিমান = $\frac{\text{মোট কার্য্য}}{\text{এক দিনের কার্য্য}}$

বর্ত্তমান পূর্ব পদকে দেখ।

32 টি পুতুল গড়ার জন্যে সময় নির্ণয় করা সময়ে আমরা পেয়ে ছিলাম আবশ্যক সময় = $\frac{32}{4}$ দিনে।

অর্থাৎ কার্য্য করার সময় = $\frac{\text{মোট কার্য্য}}{\text{একক সময়ের কার্য্য}}$

সাধার ভাবে বলা যেতে পারে -

$$\boxed{\text{কার্য্য করার জন্যে আবশ্যকীয় সময়} = \frac{\text{কার্য্য পরিমান}}{\text{একক সময়ের কার্য্য}}}$$

বিকল্প প্রনালী :

সময় যত গুন হবে কার্য্যের পরিমান তত গুন হবে তাই এখানে (t) ও কার্য্যের পরিমান (x) মধ্যে সরাসরি চলন সম্পর্ক আছে।

ফলে $\frac{t_1}{t_2} = \frac{x_1}{x_2}$ ---- (1)

এখানে প্রথম অবস্থায় $t_1 = 5$ দিন, $x_1 = 20$ টি পুতুল

এবং দ্বিতীয় অবস্থায় কার্য্যের পরিমান $x_2 = 32$ টি পুতুল।

সমীকরন (1)এ মান গুলি বসালে, $\frac{5}{t_2} = \frac{20}{32}$

$$\Rightarrow 5 \times 32 = 20 \times t_2$$

$$\Rightarrow 20 \times t_2 = 5 \times 32$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{5 \times 32}{20} = 8$$

$\therefore$ হাসিনা 32 টি পুতুল গড়ার জন্যে 8 দিন সময় নেবে।

উদাহরন - 15

রমা একটা কাজকে তিন দিনে শেষ করতে পারে ও সনত সে কার্য্যকে 6 দিনে শেষ করতে পারে। রমা ও সনত একত্র কার্য্য করলে, কার্য্যটি কত দিনে শেষ হবে ?

সমাধান :

রমা কাজটিকে 3 দিনে শেষ করতে পারে।

$\therefore$ রমার 1 দিনের কার্য্য $= \frac{1}{3}$ অংশ

সনত কার্য্যটিকে 6 দিনে শেষ করতে পারে।

$\therefore$ সনতের 1 কর্য্য $= \frac{1}{6}$ অংশ

রমা ও সনত্ 1 দিনের কার্য্য $= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ অংশ

তাদের পুরো কাজটি শেষ করার সময় $= \frac{\text{কার্য্য পরিমান}}{\text{তাদের ১ দিনের কাজ}}$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2}}$$ [পুরা কার্য্য টিকে 1 বাধ্য করা হয়েছে।]

$$= 1 \times \frac{2}{1} = 2 \text{ দিন}$$

উদাহরন - 16

একদিনে 5 জন লোক 2 হেক্টর জমিতে জল দিতে পারে। তবে কতজন লোক এক দিনের মধ্যে 6 হিক্টর জমিতে জল মাজিয়ে দিতে পারবে?

সমাধান :

এখানে লোক সংক্যা নির্নয় করতে হবে। তাই প্রথম উক্তিতে লোক সংখ্যা শেষে থাকবে।

2 হেক্টর জমিতে 1 দিনে জল মাড়াতে পারে 5 জন লোক।

1 হেক্টর জমিতে 1 দিনে জল মাড়াতে পারে $\frac{5}{2}$ জন লোক।

6 হেক্টর জমিতে 1 দিনে জল মাড়াতে পারে $\frac{5}{2}\times 6 = 15$ জন।

✍ সময় স্থির থাকলে লোক সংখ্যা ও কাজের পরিমানের মধ্যে সরাসরি চলনের সম্পর্ক থাকে। সে অনুযায়ী, চলন প্রনালীতে ও এ প্রশ্ন সমাধা করা যেতে পারে। নিজে চেষ্টা কর।

উদাহরন - 17

একটা কাজকে ফনি 30 দিনে ও বিরু 20 দিনে করতে পারে। উভয় একত্র কাজ করতে আরম্ভ করল, যদি কাজ আরম্ভের 2 পর, বিরু কাজ ছেড়ে চলে যায়, তবে কাজটি শেষ হওয়ার জন্যে মোট কত দিন সময় লাগবে?

সূচন : এখানে ফনি কাজের আরম্ভর থেকে শেষ পর্যন্ত করেছে, কিন্ত বিরু 2দিনের জন্যে কাজ করে কাজ ছেড়ে চলে গেছে, বিরু করে থাকা কাজ পুরো কাজের থেকে বাদ দিলে, অবশিষ্ট কাজ ফলি করেছে।

সমাধান :

বিরু 20 দিনে এক টি কার্য্য করে।

$\therefore$ বিরু 1 দিনে কার্য্য করে $= \frac{1}{20}$

বিরু 2 দিনে করতে থাকা কাজের পরিমান $= \frac{1}{20}\times 2 = \frac{1}{10}$

$\therefore$ কাজের অবশিষ্ট অংশ $= 1-\frac{1}{10} = \frac{10-1}{10} = \frac{9}{10}$

ফনি 30 দিনে কার্য্যটি (একটা কাজ) করে

ফনি 1 করতে থাকা কাজের পরিমান $= \frac{1}{30}$

ফনি কে অবশিষ্ট $\frac{9}{10}$ কার্য্য করতে হবে।

ফনির জন্যে আবশ্যক সময় $= \dfrac{\text{মোট কার্য্য}}{\text{একদিনের কাজ}}$

$$= \frac{\frac{9}{10}}{\frac{1}{30}} = \frac{9}{10} \times \frac{30}{1} = 27 \text{ দিন}$$

$\therefore$ কাজটি শেষ হওয়া র জন্যে মোট 27দিন সময় লাগবে।

উদাহরন - 18

দিনে 6 ঘন্টা কাজ করে 20 জন শ্রমিক 7 দিনে একটা কাজ করে। 28 জন লোক দৈনিক 5 ঘন্টা কাজ করে সেই কাজকে কতদিনে করতে পারবো ?

সমাধান :

প্রথম শ্রমিক দল 6 ঘন্টা করে 7 দিন কাজ করে ছিল।

তার তারা মোট $7 \times 6 = 42$ ঘন্টা কাজ করেছে।

একটা কাজকে 20 জন শ্রমিক করতে পারে 42 ঘন্টায়

সেই কার্য্যকে 1 জন শ্রমিক করতে পারেন 42×20 ঘন্টায়।

সেই কার্য্যকে 28 জন শ্রমিক করতে পারবে $= \frac{42 \times 20}{28} = 30$ ঘন্টায়

কিন্তু তারা দৈনিক 5 ঘন্টা কাজ করে।

$\therefore$ 30 ঘন্টা কাজ করে জন্যে দিন সংখ্যা $= \frac{30}{5} = 6$ দিন।

> **লক্ষ্য কর :**
>
> এই প্রনালীরে দিন সংখ্যা ও দিন কর কাজ করা যাওয়ার ঘন্টা সংখ্যা এই দুইটি পরিবর্ত্তন শীল রাশিকে কেবল একটা পরিবর্ত্তন শীল রাশি ঘন্টা সংখ্যাতে পরিনত করা যায়।

অভ্যাস কার্য্য 8.7

1. একটা স্কুল ঘর তৈরী করতে 20 জন শ্রমিক 13 দিন সময় নেয়, তবে 26 জন শ্রমিক কত দিনে সে কার্য্যটি করতে পারবে ?

2. নিত্যানন্দ 6 দিনে 20 টি ঝুড়ি তৈরী করতে পারে, তবে 70 টি ঝুড়ি তৈরী করতে , সে কতদিন সময় নেবে ?

3. সুজাতা তার তাঁতে 4 টি গামছা বুনতে 20 দিন সময় নেয়। তবে 45 দিনে সে কতটা গামছা বুনতে পারবে ?

4. একটা কন্যাশ্রমে 50 টি ছাত্রর জন্যে 30 দিনের খাদ্য মহজুদ ছিল। আর 10 জন ছাত্রী এখানে যোগ দিল। মহজুদ থাকা খাদ্য কত দিন যাবে ?

5. একজন কুমার 5 দিনে দুটি আলমারী গড়তে পারে। সে 10টি আলমারী যোগানের জন্যে বরাদ পেল। তবে কত দিনে সে রবাদী কাজ পূরণ করতে পারবে ?

6. 7 জন শ্রমিক একটা রাস্তা মেরামত কার্য্য 8 দিনে শেষ করতে পারবে, যদি 4 জন কার্য্য করে তবে উক্ত রাস্তায় মেরামতি কাজ শেষ করার জন্যে কত অধিক কার্য্য করতে হবে?

7. 15 জন দৈনিক 6 ঘন্টা কার্য্য করে একটা কাজকে 8 দিনে শেষ করতে পারে। 10 জন লোক সেই কার্য্যকে 9 দিনে শেষ করতে হলে, তাদের দৈনিক কত ঘন্টা কাজ করতে হবে?

8. একটা জাহাজে থাকা সামগ্রীকে 10 দিনের মধ্যে জাহাজ থেকে নামানোর জনে 280 জন শ্রমিক নিযুক্ত করা হল, কিন্তু মাএ 3 দিন পরে সমস্ত সামগ্রীর $\frac{1}{4}$ অংশ নামান সম্ভব হল। তবে আর কত জন শ্রমিক নিযুক্ত হলে যথা সময় কার্য্যটি শেষ হবে?

9. একটা কার্য্যকে রোহিত 20 দিনে ও সেই কাজকে সন্বিত 25 দিনে করতে পারে। রোহিত ও সন্বিত কেত্র কার্য্য আরম্ভ করল। কাজ আরম্ভ হওয়ার 5 দিন পরে সন্বিত কাজ করা বন্দ করে দিল, তবে অবশিষ্ট কাচ রোহিত কত দিনে করবে?

10. টুনা একটা ঘরের রঙ দেওয়া আরম্ব করে 9 দিনে $\frac{3}{10}$ অংশ কাজ শেষ করল। টুনার সহিত কাঞ্চন মিশে অবশিষ্ট কাজ 7 দিনে শেষ। তবে কাঞ্চন একাকী কত দিনে কাজটা কে করে থাকত?

11. সঞ্জু 2 ঘন্টায় 13 পৃষ্ঠা টাইপ করতে পারে। তবে 195 পৃষ্ঠা টাইপ করতে, সে কত সময় নেবে?

12. 12 জন পুরুষ বা 15 জন মহিলা শ্রমিক একটা ঠিকা কাজ কে 20 দিনে করতে পারে। যদি উক্ত কাজের জন্যে 8 জন পুরুষ ও 10 জন মহিলা শ্রমিক নিয়োজিত হয়, তবে কাজটি কত দিনে শেষ হবে?

বল দেখি:

- তোমরা বিশ্ব প্রসিদ্ধ বোনাট মন্দির দেখেছ কি?
- তোমরা জেনে থাকবে যে কোনার্ক মন্দির তৈরী করতে 1200 কারিগরকে 12 বছর লেগে ছিল।
- তবে হিসেব করে বল, রাজা নাঙ্গুলা নব সিংহদের কত জন কারিগর লাগিয়ে থাকলে মন্দির টি 4 বছরে শেষ হত?
- কতজন কারিগর কাজ করলে কাজটি 10 বছরে শেষ হত?

8.7 সময় ও দুরতা :

আমরা হটোহটে, মাইকেল চড়ে স্কুটারে বসে, ও অন্যান্য যান দ্বারা একটা স্থান থেকে অন্য স্থানে গতি করে করি। গতি করার সময়ে।

- আমরা কোন এক দূরত্ব কে অতিক্রম করে থাকে। এই দূরত্ব কম হতে পারে, অধিক ও হতে পারে।
- কোন দূরতাকে অতিক্রম করার সময়ে, কিন্তু কিছু সময় নিয়ে থাকি তাও দূরত্ব অনুযায়ী কম ও বেশী হতে পারে।

- আমরা হেটে হেটে যাওয়ার সময় এক ঘন্টায় যতদুর অতিক্রম করি, সাইকেলে যাওয়ার সময়ে, মি 1ঘন্টা সময়ে অধিক অতিক্রম করে থাকি। একক সময়ে (এক ঘন্টা, এক মিনিট, এক সেকেন্ড এ অতিক্রম করা দূরত্বকে গতির বেগ বলা হয়। আমাদের বেগও কম বা বেশি হতে পারে।

তাই প্রত্যেক সহিত উপরোক্ত তিনটি (দুরত্ব, সময় ও বেগ) চল রাশি সম্পৃক্ত। এস দেখব তাদের মধ্যে কি সম্পর্ক আছে?

পাশ্বস্থ চিত্রয়ে,

ক   24 কি. মি.   খ

'ক' থেকে 'খ' পর্যন্ত রাস্তার দূরত্ব 24 কি.মি.। রঘুবীর মাইকেল যোগে 'ক' থেকে 'খ' পর্যন্ত গেলেন।এই দূরত্ব কে অতিক্রম করার জন্যে সে 3 ঘন্টা সময় নিলেন। তবে সেপ্রতি ঘন্টায় কত দূরত্ব অতিক্রম করলেন?

3 ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্বা 24 কি. মি.

$\therefore$ 1 ঘন্টায় অতিক্রম করা দূরত্ব $= \frac{24}{3}$ কি. মি. = 8 কি. মি.

রঘুবীর ঘন্টা প্রতি 8 কি.মি. বেগে সাইকেল চালালেন।

সুনীতা সেই দুরত্ব কে আধ ঘন্টায় অতিক্রম করল। তবে তার স্কুটার জচালানের ঘন্টা প্রতি বেগ কত?

$\frac{1}{2}$ ঘন্টায় সুনিতা অতিক্রম করা দূরত্ব = 24 কি. মি.

$\therefore$ 1 ঘন্টায় সুমিতা অতিক্রম করা দূরত্ব $= 24 \div \frac{1}{2}$ কি. মি. $= 24 \times 2$কি. মি. = 48 কি. মি.

সুমিতার বেগ ঘন্টাপ্রতি 48 কি. মি.

ক   24 কি.মি.   খ

আমরা রঘুবীরের বেগ কি ভাবে হিসেব করলাম?

রঘুবীরের বেগ $= \frac{\text{অতিক্রম করে থাকা দূরত্ব}}{\text{অতিক্রম করা সময়ে}}$

অর্থাৎ বেগ = $\frac{\text{24কি.মি}}{\text{3ঘণ্টা}}$

সুনিতার ক্ষেত্রেও হাই বেগ = $\frac{\text{সন্তোষ অতিক্রম করেছিল দূরত্বা}}{\text{সন্তোষ অতিক্রম করেছিল সময়}}$

জান কি?

1 একক সময় (1 ঘন্টা 1 মি বা 1 সেকেন্ড) তে অতিক্রম দূরত্ব বেগ বলা যায়

ঘ°ক্ষেপরে থামে লেখ্বা -

$$\boxed{\text{বেগ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}}$$

আরো দেখলাম দূরত্বার একক কি.মি. ও সময়র একক ঘন্টা হলে, বেগের একক 'ঘন্টা প্রতি কি.মি. হয়ে তাকে। আমরা দেখলাম বেগ নির্ণয় করা হচ্ছে এক ভাগ প্রক্রিয়া যেখানে।

কহিল দেখ -

কহিল দেখ -

- দূরত্ব হচ্ছে ভাজ্য
- সময় হচ্ছে ভাজক

- এবং বেগ হচ্ছে ভাগফল (এখানে ভাগশেষ নেই)

আমরা জানি = ভাজ্য × ভাগফল

অতয়েব দুরতা = **সময় × বেগ**

সময়, দূরতাও বেগের মদ্যে যে কোন দুটি জেনে থাকলে আমরা উপরোক্ত দুটি সুত্রের মধ্যে, যে কোন একটি ব্যবহর করলে, অন্যটি নির্ণয় করতে পারব।

সময় দূরত্বা ও থাকলে, বেগ নির্ণয়ের উদাহরন :

উদাহরন - 19

জাফর 30 কি.মি. দূরত্বক স্কটার যোগে 40 মিনিটে অতিক্রম করল তবে সে কত বেগ স্কুটার চালিয়ে ছিলো ?

সমাধান :

সাধারনত: বেগকে ‘‘ঘন্টা প্রতি কি.মি.’’ অথবা ‘‘মিনিট প্রতি মিটার’’ বেগে নির্ণয় করা হয়।

তবে দূরত্বাকে কি. মি. এবং সময়কে ঘন্টায় নেব।

এখানে দূরত্ব = 30 কি. মি.

$$\text{সময়} = 40 \text{ মিনিট} = \frac{40}{60} \text{ ঘন্টা} = \frac{2}{3} \text{ঘন্টা}$$

$$\text{বেগ} = \frac{\text{দূরত্ব (কি.মি.)}}{\text{সময় (ঘন্টার)}}$$

$$= \frac{30}{\frac{2}{3}} = \frac{30\times3}{2}$$

= 45 কি.মি. প্রতি ঘন্টা

মিনিট প্রতি বেগ মিটার একক এ নির্ণয় করব।

দূরত্ব = 30 কি. মি. = 30,000 মিটার

সময় = 40 মিনিট

$$\therefore \text{বেগ} = \frac{\text{দূরত্ব মিটারে}}{\text{সময় মিনিটে}} = \frac{30000}{40}$$

= 7500 মিটার প্রতি মিনিট

নিশ্চিত রূপে এখানে ঘন্টা প্রতি কি. মি. একক এ বেগ প্রকাশ করা উচিত কারন এ ক্ষেত্রে বেগটি ছোট সংখ্যা দ্বারা প্রকাশিত হচ্ছে।

বেগ ও দূরত্ব দ্যা থাকলে সময় নির্ণয়ের উদাহরন:

উদাহরন - 20

সুরেশ ঘন্টা প্রতি 12 কি.মি. বেগে সাইকেল চালিয়ে 2 কি.মি. 400 মি দূরত্বাকে কত সময়ে অতিক্রম করবে?

সমাধান :

এখানে দূরত্ব = 2 কি.মি. 400 মিটারে

$= 2\frac{400}{1000}$ কি.মি. $= 2\frac{2}{5}$ কি.মি. $= \frac{12}{5}$ কি.মি.

বেগ = ঘন্টা প্রতি 12 কি.মি.

আমরা জানি

সময় × বেগ = দূরত্ব

$\therefore$ সময় $\times 12 = \frac{12}{5}$

$\Rightarrow$ সময় $= \frac{12}{5} \div 12 = \frac{12}{5} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{5}$ ঘন্টা

$\Rightarrow$ সময় = 12 মিনিট

> **জান কি?**
>
> বেগ = ঘন্টাপ্রতি 12 কি.মি. কহিবা, নচেৎ
>
> বেগ = 12 কি.মি. ঘন্টা প্রতি একটি কহিবা।

এখান থেকে সময়ের জন্যে t, বেগের জন্যে s ও দূরত্বের জন্যে d সংকেত ব্যবহার করব।

তাই সূত্র গুলি লিখব - $\boxed{s = \frac{d}{t},\ d = s \times t}$

এক নির্দ্দিষ্ট দূরত্ব কে অতিক্রম করার সময়ে বেগ বদলালে কেমন সময় বদলাচ্ছে তার একটা উদাহরন দেখব।

উদাহরন -21

মামনি ঘন্টা প্রতি 12 কি.মি বেগে গিয়ে, যে দূরত্বকে 45 মিনিটে অতিক্রম করল, মামনি ঘন্টা প্রতি 10কি.মি. বেগে চালিযে সেই দূরত্বকে কত সময়ে অতিক্রম করবে?

সমাধান :

এখানে দূজনের গতি সম্পৃক্ত।

মামুনির সাইকেল চালানে ক্ষেত্রে।

বেগ = 12 কি.মি ঘন্টা প্রতি

সময় = 45 মিনিট $= \frac{45}{60}$ ঘ. $= \frac{3}{4}$ ঘ.

দূরত্ব $= t \times s = \frac{3}{4} \times 12$ ঘন্টা = 9 কি.মি.

বাবানর সাইকেন চালানোর ক্ষেত্র দূরত্ব

দূরত্ব = পূর্ব দূরাত = 9 কি.মি.

বেগ= 10 কি.মি. ঘন্টা প্রতি

$$t \times s = d$$

$\Rightarrow$ $t \times 10$ ঘন্টা $= 9$ কি. মি. মিনিট

$\Rightarrow$ $t = \frac{9}{10}$ ঘন্টা

$= \frac{9}{10} \times 60 = 54$ মিনিট

বিকল্প প্রনালী : এই প্রশ্নকে চলন প্রক্রিয়ার দ্বারা ও সমাগন করা যেতে পারে।

সামনের ক্ষেত্রে, বেগ $(s_1) = 12$ কি.মি. ঘন্টা প্রতি

সময় $(t_1) = 45$ মিনিট

বাবন ক্ষেত্রে বেগ $(s_2) = 10$ কি.মি. ঘন্টাপ্রতি

সময় $(s_2) = ?$

এক নির্দ্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করার সময়

ফলের সূত্র হচ্ছে : $s_1 t_1 = s_2 t_2$

$12 \times 45 = 10 \times t_2$

$10 \times t_2 = 12 \times 45$

$\Rightarrow t_2 = \frac{12 \times 45}{10}$ মিনিট

$= 54$ মিনিট

জানিছ কি?

বেগ(s) অধিক হলে, সময়(t) কমে যাবে এবং বেগ (s) কম হলে সময় (t) অধিক হলে, সময় অধিক হবে, বেগ (s) ও সময় (t) মধ্যতে প্রতিলোমি চলন সম্পর্ক থাকে।

উত্তর নির্ণয় কর :-

দূজন বন্ধু A ও B এক নির্দ্দিষ্ট সময়ে জন্যে স্কুটার চালাতে আরম্ভ করল। A ঘন্টা প্রতি 54 কি.মি. বেগে স্কুটার চালিয়ে নির্দ্ধারিত সময়ের 36 কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করল। B সেই সময়ের মধ্যে 30 কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করল, তবে B কত বেগে স্কুটার চালাচ্ছিল।

বল দেখি:

সমান বেগে কাটীতে করা একটা 500 মিটার দৈর্ঘ্য ট্রেন, একটা লাইট পোষ্টকে অতিক্রম কে তাড়াতাড়ি করবে না, একটা 300 মি১ দৈর্ঘ্য ট্রেন 200 মিটার লম্বা প্ল্যাটফর্ম কে তাড়াতাড়ি অতিক্রম করবে?

অভ্যাস কার্য্য 8.8

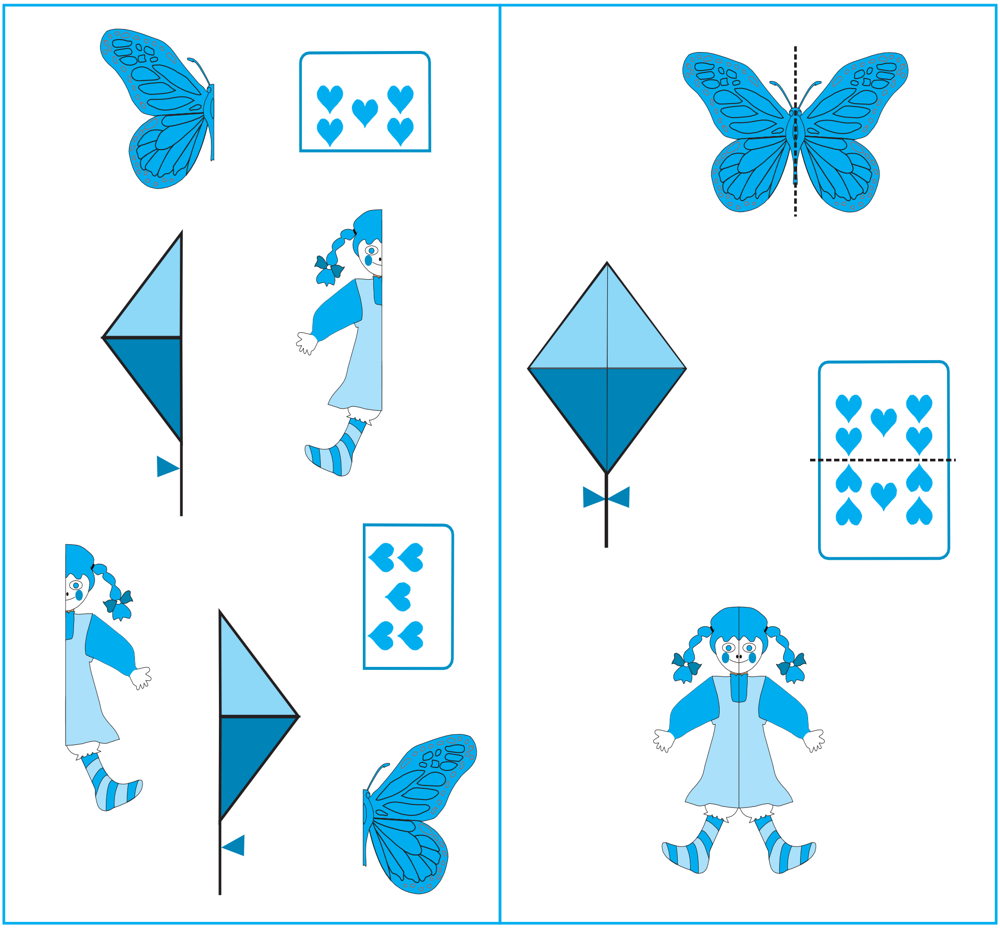
1. একটা স্কুটার ঘন্টার প্রতি 40 কি.মি. বেগে গতি করলে, 800 রাস্তাকে কত সেকেন্ড এ অতিক্রম করবে ?
2. একটা ট্রেনের দৈর্ঘ্য 600 মি। কেটা স্কুটিকে ইহা 40 সেকেন্ড অতিক্রম করল। এক ঘন্টায় কতদূর যাবে ?
3. সোনালী পায়ে হেটে হেটে একটা 400 মি. লম্বা পোলকে 5 মিনিট এ অতিক্রম করল, 2 ঘন্টায় কতদূর যাবে ?
4. কিশোর বাবু ঘন্টা প্রতি 30 কি.মি. বেগে গিয়ে একটা স্থানে 6 ঘন্টায় পৌছল। কত বেগে গিয়ে থাকলে, সে স্থানে সে 3 ঘন্টায় পোছতেন।
5. ঘন্টা প্রতি 90 কি.মি. বেগে শতি করা একটি ট্রেন প্ল্যাটফর্ম - এ দাড়িয়ে থাকা একজন লোককে 20 সেকেন্ড-এ অতিক্রম করল, ট্রেনের দৈর্ঘ্য কত ?
6. দিপ্তী ঘন্টা প্রতি 60 কি.মি. বেগে ঘর থেকে কিছু দূরত্বাকে 30 মিনিট অতিক্রম করে, সে স্থান থেকে ঘন্টা প্রতি 72 কি.মি. বেগে গিয়ে অফিসে 30 মিনিটে পৌছয়। তার ঘর থেকে অফিস কতদূর ?
7. একটা ট্রেন 30 সেকেন্ড এ একটা লাইট খুটিকে ও 300 মিটার পোল কে এক মিনিটে অতিক্রম করলে, ট্রেনের দৈর্ঘ্য ও ঘন্টা প্রতি বেগ কত ?

নবম অধ্যায়

প্রতি সমতা ও সর্ব সমতা

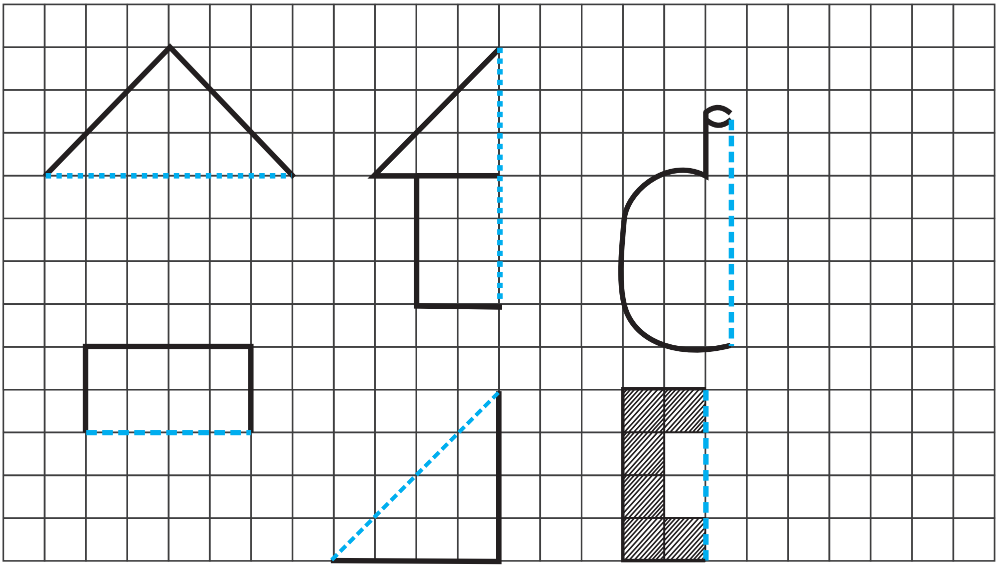
9.1. প্রতি সমতা :

সিনু ও লিনু দুই বন্ধু, এক দিন লিনু সিনুর বাড়িতে বেড়াতে যাওয়ার সময়ে সিনু বাক্সতে কতগুলি চিত্র টুকরে দেখল। লিনু জিজ্ঞাসা করল, তুমি এই ছবি গুলি কোথাথেকে পেলে? সিনু বলল আমি এগুলো তৈরী করেছি। লিনু চিত্র খন্ড গুলি কে খুজতে লাগল। ঘোনার পর চিত্র খন্ড গুলি নিম্ন প্রবার দেখা গেল।



কুঠুরীর ডান পাশে থাকা চিত্রকে দেখ ও চিত্র পাশে থাকা দাগকে লক্ষ্য কর। কি দেখছ লেখ।

লিনু জিজ্ঞাসা করল, তুমি এত সুন্দর চিত্র কি ভাবে আঁকতে পারছ। সিনু বলল আমি প্রথম থেকে গ্রাফ কাগজে চিত্র আঁকছিলাম ও পরে অভ্যাস হয়ে যাওয়ায় এমন চিত্র আঁকতে পারছি। সিনু একটা গ্রাফ কাগজ আনল ও চিত্র আঁকতে শুরু করল। সিনু বলল - আমি চিত্রটি অর্ধেক করেছি তুমি সম্পূর্ণ বার দেখ, কোন প্রকার চিত্র হচ্ছে। মনে রাখ, চিত্র টিকে সম্পূর্ণ করার সময়ে বিন্দু থাকা দাগের অন্য দিকে চিত্রটির অন্য অর্ধেক অংশ তৈরি হবে।



ওপরে দেওয়ার মত নিজের মন থেকে চিত্র খন্ড তৈরি কর। ও পরে চিত্র খন্ডটিকে সম্পুর্ন সম্পুর্ন কর।

এগুলি লিনুর বাবা দেখছিলেন। তিনি বললেন জান কি কোন রেখার উভয় পাশে চিত্র খন্ড গুলি সমান তা কে কি বলা হয়।

জান কি?

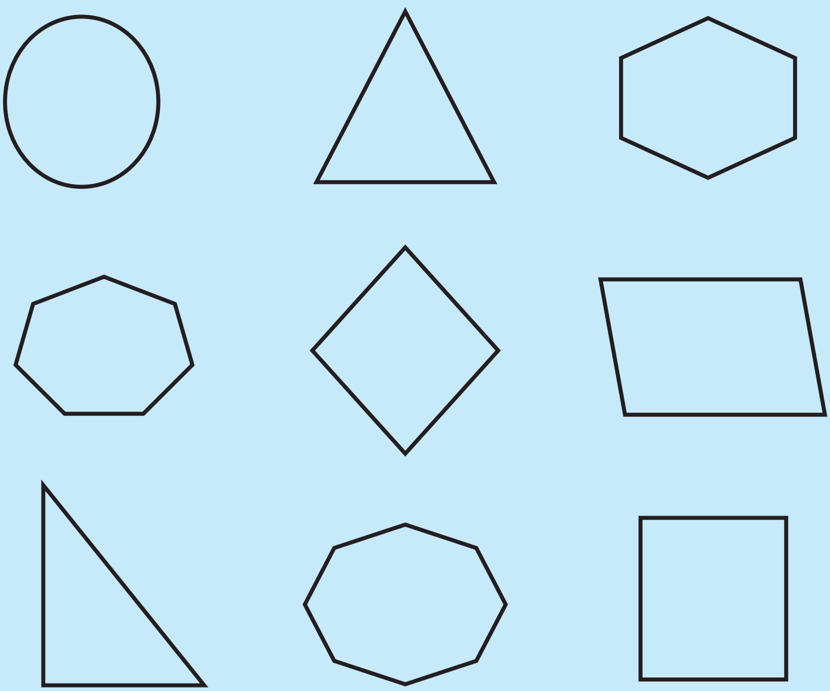
কতক ছবির মাঝে একটা দাগ টানলে বা ভাগ ফেললে যদি দাগ বা ভাজের একটা পাশে চিত্র অন্য পাশে চিত্রর সঙ্গে সম্পূর্ণ রূপে মিশে যায় তবে তাকে প্রতিসম রেখা বা প্রতিসম যথা বলা হয়।

ছবির মাঝে থাকা দাগ / ভাগ ওপরে একটা আয়না রাখলে যদি পার্শস্থ চিত্রর সহিত সম্পূর্ণ ভাবে মিশে যাওয়ার মত দেখা যায়, তবে সেই দাগ / ভাগ কে প্রতি সম রেখা বা প্রতিসম অক্ষ বলা হয়।

বল দেখি:

তোমার জ্যামিতি বাক্সয়ে থাকা দুটি সারা সেট স্কোয়ার প্রতিসম আকৃতি বিশিষ্ট কি?

তলায় দেওয়া চিত্র গুলিকে প্রতিসম কি? কারন দর্শাও আবশ্যক স্থলে প্রতিসম অক্ষ দর্শাও।

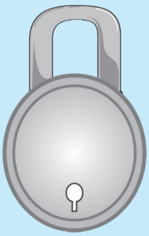


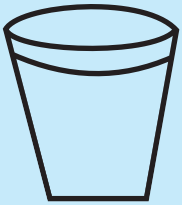
✍ (ক) তোমার নিকট পরিবেশে দেখা জিনিষ গুলির আকৃতির মধ্যে কোন গুলিতে প্রতি সমতা লক্ষ করছ? সেখা থেকে কটি উদাহরন দাও।

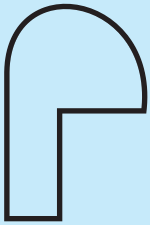
(খ) সেরকম কোন সব জিনিষের আকৃতির প্রতিসমতা নেই, তার পাঁচটি উদাহরন দাও।

প্রতিসম আকৃতি	প্রতিসমতা বিহীন আকৃতি
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

✍ নিম্নে দেওয়া চিত্র গুলিকে দেখ যে চিত্র গুলিকে প্রতিসম আকৃতি সেখানে প্রতি সম অক্ষ অংকন কর।

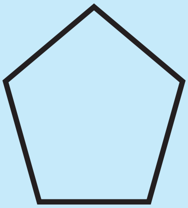
(ক) 

(খ) 

(গ) 

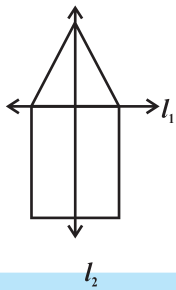
(ঘ) 

(ঙ) 

(চ) 

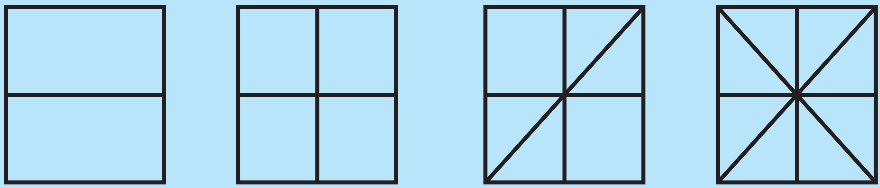
বাবা বললেন - জান কি, কতগুলি চিত্র আছে। যার একাধিক প্রতিসম অক্ষ আছে?

পার্শ্বস্থ দেওয়া চিত্রটিকে দেখাও l_1 ও l_2 র মধ্যে কোন টি প্রতিসম অক্ষ চিহ্নিত কর।



নিজে করে দেখ:

- কেটা বর্গাকৃতি কাগজ নাও, সেই কাগজটিকে নিম্নে দেওয়ার চিত্রর মত পর্যায়ক্রমে ভাজ, ভাজা কার্জ্য শেষে কাগজ খন্ডতে কতটি প্রতিসম অক্ষ দেখলে বল।

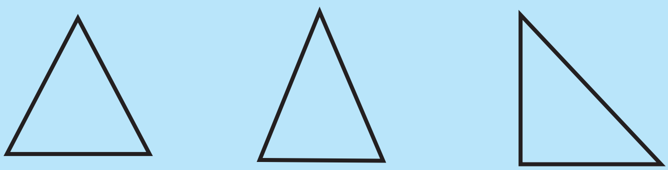


প্রথম চিত্র দ্বিতীয় চিত্র তৃতীয় চিত্র চতুর্থ চিত্র

- প্রতিসম অক্ষের সংখ্যা কত?
- একটা আয়তাকৃতি বিশিষ্ট কাগজ খন্ড নিয়ে পূর্বে মত ভাজকের।
- এখানে কটা প্রতিসম অক্ষ পেলে?
- বর্গক্ষেত্রে প্রতিসম অক্ষর সংখ্যা ও আয়তক্ষেত্রে প্রতিসম অক্ষ সংখ্যা সমান হল না কেন?
- তোমার বন্ধুদের সঙ্গে আলোচনা করে এর কারন লেখ।

নিজে করে দেখ

- একটা করে সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও সমকোনী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকৃতি কাগজ নাও ও প্রতেকে কাগজ খন্ডের প্রতিসম অক্ষ চিত্রট কর।



জান কি?

বিষম বাহু ত্রিভুজের কোন প্রতিসম অক্ষ থাকে না

সিনুর ঘরে একটা খেলনা গাড়ি ছিল। গাড়িতে লেখা ছিল AMBULANCE । সিনু ও লিনু এই অক্ষর কে বুঝতে পারল না। তারা বা কে জিজ্ঞাসা করল। বাবা বলল - একটা আয়না আন আয়নাটিকে চিত্রয় থাকা দাগকে লাগিয়ে রাখ। যেমন আয়নার মামলা দিক লেখা দিকে থাকবে।

বল দেখি :
গাড়িতে AMBULANCE এমন ভাবে লেখা হওয়ার কারন কি?

গাড়িতে AMBULANCE লেখা হওয়া জেনে দুজন খুব খুসি হলেন, লিনু একটা কাগজে 'A' লিখে বিভিন্ন দিক থেকে বিভিন্ন দূরতাবয় দেখতে লাগল।

তুমি অন্য ইংরাজী অক্ষর গুলিকে লিখে আয়নার তারে প্রতিবিম্ব কে দেখ, যে ভাবে আকৃতি দেখছ তা লেখ?

সিনু ও মিনু নিজে নিজের নাম আয়নায় দেখতে চেষ্টা করল।

নিজে করে দেখ

তুমি তোমা পাঁচজন বন্ধুর নাম লিখে (ইংরাজী বড় অক্ষরে) সেগুলিকে আয়নায় দেখ। যেপ্রকার আকৃতি পাচ্ছ তবে লেখতে চেষ্টা কর।

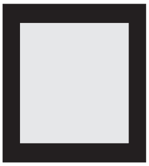
ক্র নং	নাম (ইংরাজী বড় অক্ষরে)	আয়নায় কেমন দেখা যাচ্ছে?
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		

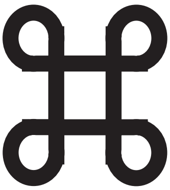
আয়না না দেখে নিম্ন নাম গুলিকে চেষ্টা কর।

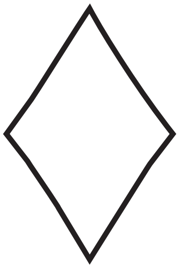
EINSTINE
JOSEPH
SIBA SUNDAR
TENDULKAR

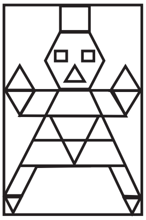
অভ্যাস কার্য্য 9.1

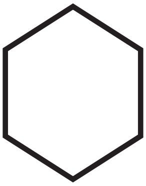
1. প্রত্যেক চিত্রর প্রতিসম অক্ষ অংকন করা চেষ্টা কর। কোন চিত্রে কটা প্রতিসম অক্ষ পেলে লেখ। কোন চিত্রে প্রতিসম অক্ষ নেই?

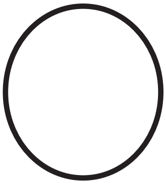
(ক) 

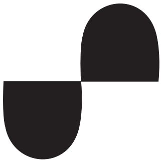
(খ) 

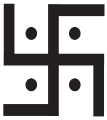
(গ) 

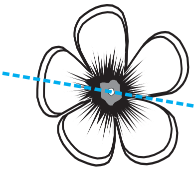
(ঘ) 

(ঙ) 

(চ) 

(ছ) 

(জ) 

2. 

টানা যাওয়া দাগটি আকৃতির প্রতিসম অক্ষ কি? যদি হেড, তবে অন্য অক্ষ গুলি অংকন কর, যদি না তবে না বলে লেখ।

3. প্রত্যেক চিত্রর প্রতিসম অক্ষের সংখ্যা তার ডাইনে থাকা কুঠুরিতে লেখ।

চিত্রের নাম	প্রতিসম অক্ষ সংখ্যা
সমবাহু ত্রিভুজ	
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ	
বিষম বাহু ত্রিভুজ	
বর্গক্ষেত্রে	
আয়তক্ষেত্র	
রম্বস	
বৃত্ত	
সামন্তরিক ক্ষেত্র	

4. তলায় দেওয়া নামের বাম দিকে আয়না দেখে, প্রতিবিম্ব কেমন দেখা যাবে লেখ। আয়নার ব্যবহার করে তোমার উত্তরের পরীক্ষা কর।প্রত্যেক শব্দের কোন অক্ষর গুলির প্রতিবিম্ব মূল অক্ষরের মতন দেখা গেছে।

GOPAL

RAMESH

MIRROR

RAJESH

EEMA

5. নিজে কর, বিদ্যালয়ে ও পরিবেশে থাকা বিভিন্ন প্রতিসম আকৃতি সংগ্রহ কর ও একটি খাতায় আঠা দিয়ে লাগাও।

9.2 সর্ব সমতা

এই বিভাগে আমরা সর্বসমতার মতন এক গুরুত্ব পূর্ণ জ্যামিতিক ধারনা সংপর্কে আলোচনা করব। বিশেষ করে ত্রিভুজাকৃতি চিত্রের সর্বসমতা সম্পর্কে বিষদ ভাবে আলোচনা করব।

নিজে করে দেখ :

- ডাক ঘর থেকে দুটি ডাক টিকিট সংগ্রহ কর, যে দুটি পরস্পরের সঙ্গে মিশে যাবে।
- একটার ওপর একটা ডাক টিকিট রাখ। কি দেখছ? তুমি দেখবে, প্রথম ডাক টিকিট টি অন্য ডাক টিকিটের সহেত সম্পূর্ণ রুপে মিশে যাবে।এর অর্থ দুটি সারা টিকিট আকার ও আকৃতি সমান।
- এখন বল, যে কোন দুটি ডাক টিকিটের নিলে দুটির আকার ও আকৃতি সমান হবে কি?
- সমান আকার ও আকৃতির ডাক টিকিট দুটি পরস্পর সর্ব সম। **সমতল পৃষ্ঠ উপরিস্থ দুটি চিত্রর আকার ও আকৃতি সমান হলে, তাদের পরস্পর সর্বসম চিত্র বলা হয়।**

তোমার পরিবেশে থাকা বস্তুদের সমান আকার ও আকৃতি বিশিষ্ট চিত্রদের তালিকা প্রস্তুত কর।

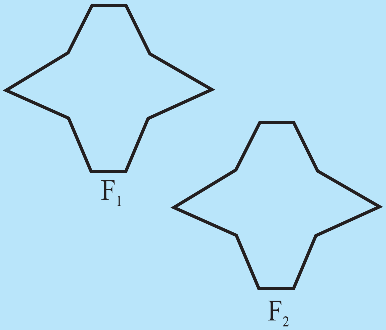
বল দেখি :

দুটি জ্যামিতি বাক্সর থেকে 60^0 ও 30^0 কোন থাকা দুটি সেট স্কোয়ার নিয়ে একটিকে অন্যের সঙ্গে মিলিয়ে রাখ। সে দুটি সম্পূর্ণ রুপে মিলে যাবে কি? সেট স্কোয়ার দুটি সর্ব সম হবে কি?

9.2.1 দুটি সম তালিকা চিত্রের সর্ব সমত:

নিজে করে দেখ:

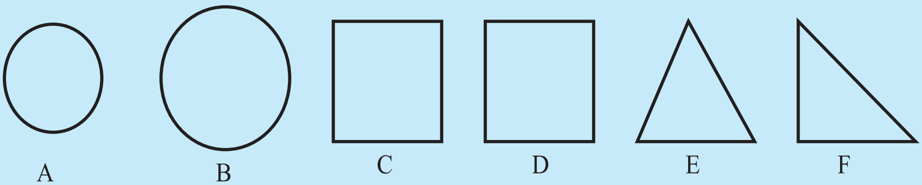
- নিম্ন চিত্র দুটিকে দেখ।
- একটা ট্রেসিং কাগজ নাও। একে চিত্র F_1 ওপরে রেখে, সেই চিত্রর অবিকল নকল ট্রেসিং কাগজের ওপর অবিকল অংকন কর।
- ট্রেসিং কাগজ থেকে আঁকা থাকা চিত্রর 'বারে বারে' কেটে নাও। ট্রেসিং কাগজের কাটা যাওয়া অংশটিকে F_2 চিত্রর ওপরে রেখে, একে F_2র সহিত মেলাতে চেষ্টা কর।
- ট্রেসিং কাগজে কাটা চিত্রটি F_2 চিত্র সঙ্গে পুরো পুরি মিলে গেল কি? ঠিক ভাবে চেষ্টা কর। নিশ্চয়ই সে দুটি মিশে যাবে।



প্রমান থেকে আমরা কি শিখলাম?

ট্রেসিং কাগজে কাটা যাওয়া চিত্র F_2 চিত্রর সহিত সর্বসম, ট্রেসিং কাগজে কাটা চিত্রটি F_1রে অবিকল নকল। তাই আমরা বলি F_1 ও F_2 চিত্র দ্বয় সর্বসম।

তলার চিত্রকে লক্ষ্য করলে সারনীটিকে পূরন কর।



চিত্রর নাম	আকৃতি সমান কি?	আকার সমান কি?	আকৃতি তথা আকার সমান কি?
(A)ও(B)			
(C)ও(D)			
(E)ও (F)			

সে রকম দুটি সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বর্গচিত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হয়ে থাকলে চিত্র দুটি পরস্পর সর্বসম ও 2টি সমান ব্যাসার্ধ থাকা বৃত্তের চিত্র ও সর্বসম।

✍ 5 জোড়া বিভিন্ন প্রকার সর্ব সম চিত্র অংকন কর।

জান কি?

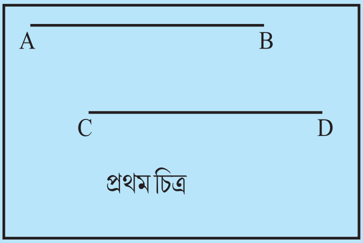
দুটি সর্বসম চিত্র F_1 ও F_2কে $F_1 \cong F_2$ ভাবে লেখা যাত্র।

$\cong$ হচ্ছে সর্বসমতার চিহ্ন।

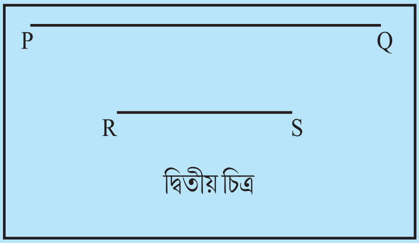
9.2.2 দুটি রেখাখন্ডের সর্বসমতা

নিজে করে দেখ

- দুটি রেখা খন্ডের সর্বসম পরীক্ষা করার জন্যে তলায় দেওয়া কাজ করব।



প্রথম চিত্র



দ্বিতীয় চিত্র

- একটা ট্রেসিং কাগজ নিয়ে $\overline{AB}$ র অবিকল নকল অংকন কর।
- $\underline{AB}$ র অবিকল নকল কে $\overline{CD}$ ওপরে ফেলে দেখ।
- CDর 'C' সহিত নকল $\overline{AB}$ চিত্রর 'A' কে মিলিয়ে রাখ।
- বর্ত্তমান দেখ 'D' সহিত নকল চিত্রর 'B' মিশে যাচ্ছে কি?
- তাই আমরা জানলাম $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ সর্বসম, ইহাকে আমরা $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ভাবে লিখে থাকি।
- দ্বিতীয় চিত্রয়ে ট্রেসিং কাগজের ওপরে $\overline{PQ}$ র অবিকল অংকন কর।
- নকল $\overline{PQ}$ চিত্রর P বিন্দুকে R সহিত মিলিয়ে রাখলে Q বিন্দু S বিন্দুর সহিত একত্র থাকছে কি?
- এখানে $\overline{PQ}$ ও $\overline{RS}$ সর্বসম হবে কি?

এখন বল -

- $\overline{AB}$ র নকল চিত্র $\overline{CD}$ সহিত সম্পূর্ণ রুপে মিলে গেল। কিন্তু $\overline{PQ}$ র নকল চিত্র $\overline{RS}$ সহিত মিলল না কেন?
- $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ র দৈর্ঘ্য সমান হয়ে না থাকলে $\overline{AB}$ র নকল চিত্র $\overline{CD}$ সহিত মিলে থাকা কি?

আমরা $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ উভয়, রেখা খন্ড হেতু তাদের আকৃতি এক এবং উভয়ের দৈর্ঘ্য সমান কিন্তু তাদের আকার সমান।

তাই $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ সর্বসম।

আমরা জানলাম :

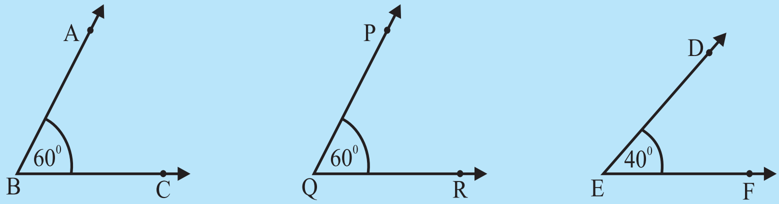
দুটি রেখা খন্ডের দৈর্ঘ্য সমান হলে সে রেখা খন্ড দ্বয়কে সর্বসম রেখাখন্ড বলা হয়।

9.2.3 কোনদের সর্বসমতা :

কোনদের সর্বসমতা সম্পর্কে জানারা জন্যে নিম্ন কাজটি করব।

নিজে করে দেখ:

- তুমি প্রোট্রাক্টর সাহায্যে 3টি কোন $m\angle ABC=60^0$, $m\angle PQR=60^0$ ও $m\angle DEF=40^0$ অঙ্কন কর।



চিত্র a_1 চিত্র a_2 চিত্র a_3

- তুমি একটা ট্রেসিং কাগজ নিয়ে $\angle ABC$ র অবিকল নকল অংকন কর।
- নকলের $\overrightarrow{BA}$ কে $\angle PQR$ র $\overrightarrow{QP}$ সহিত মিলিয়ে রাখ। $\overrightarrow{QR}$ সহিত $\overrightarrow{BC}$ মিশে যাচ্ছে কি?
- এখান থেকে আমরা কি জানলাম।

  $m\angle ABC = m\angle PQR$ অর্থাৎ $\angle ABC \cong \angle PQR$

- পুনশ্চ ট্রেসিং কাগজের ওপর অংকন করে থাকা $\angle ABC$ র অবিকল নকল $\overrightarrow{BA}$ কে $\angle DEF$ এর $\overrightarrow{ED}$ সহিত মিলিয়ে রাখ। $\overrightarrow{EF}$ সহিত $\overrightarrow{BC}$ মিসছে কি?
- এখান থেকে আমরা কি জানলাম ?

$\therefore$ $\angle ABC$ ও $\angle DEF$ এর পরিমান সমান নয়।

চিত্র a_1 ও a_2 ও a_3 এর আকৃতি সমান কিন্তু তিনটির আকার (পরিমান) সমান নয়।

চিত্র a_1 ও a_2 রে আকৃতির সমান ও আকার ও (পরিমান) সমান, $\angle ABC \cong \angle PQR$

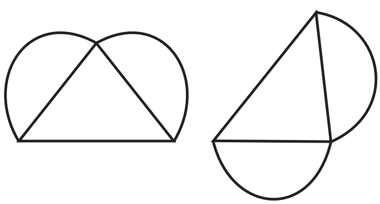
আমরা জানলাম :

দুটি কোনের পরিমন বা মাপ সমান হলে, সে দুটি কোন সর্বসম।

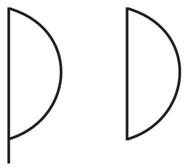
অভ্যাস কার্য্য 9.2

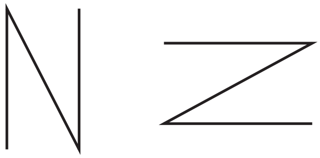
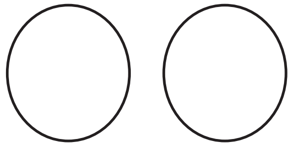
1. প্রত্যেক জোড়া চিত্রর মধ্যে একটা চিত্রর অবিকল নকল তৈরী কর। তাকে সেই জোড়অৰ অন্য চিত্রর ওপরে রেখে চিত্র দুটি সর্বসম কি না পরীক্ষা করে দেখ।

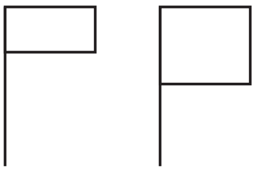
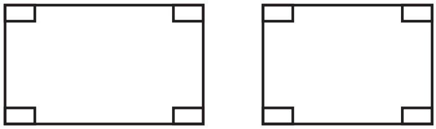
(a)



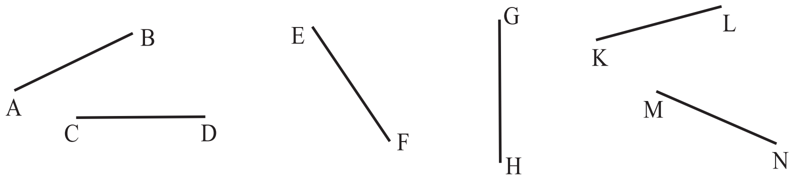
(b)



(c)  (d) 

(e)  (f) 

2. নিম্নস্থ রেখাখন্ড গুলিরে মধ্যে কোন গুলি সর্বসম পরীক্ষা কর।



3. $\overline{AB}$ রেখা খন্ড অংকন কর। যেমন AB= 4.6 সে.মি হবে।

CD অংকন কর যেমন AB $\cong$ CD হবে।

4. নিম্ন প্রশ্ন গুলির উত্তর লেখ।

(ক) কোন সর্তে দুটি রেখা খন্ড সর্বসব হবে?

(খ) দুটি কোন সর্বসম হবে বলে কেমন জানব?

(গ) দুটি কোন সর্বসম হওয়ার আবশ্যক মর্ত্ত কি?

(ঘ) কোন পরিস্থিতিতে দুটি বর্গচিতর সর্বসম হবে?

5. দুটি সর্বসম বৃত্ত অংকন করে, কেটির অন্তর্দেশকে কাল রঙ ও অন্যটির অর্ন্তদেশে সবুজ রঙ দাও।

(ক) সর্বসম বৃত্তের ব্যাসার্ধ মাপ।

(খ) বৃত্ত দুটির ব্যাসার্ধ মধ্যে কি সম্পর্ক আছে?

(গ) এখন বৃত্ত দুটির ব্যাসদ্বয় সর্বসম হবে কি? পরীক্ষা করে দেখ।

(ঘ) সেরকম দুটি সর্বসম আয়ত চিত্র অংকন করে, তাদের পরিসীমা মধ্যে কি সম্পর্ক আছে নির্ণয় কর।

9.3. ত্রিভুজের সর্বসমতা

ত্রিভুজের বিভিন্ন অংশ সম্বন্ধে তোমার ধারনা আছে। তুমি জান, ত্রিভুজের তিনটি পার্শ্ব বিন্দু, তিনটি বাহু ও তিনটি কোন আছে। তাই ত্রিভুজের আকার ইহার বাহু ও কোন দের মাপের ওপর নির্ভর করে। দুটি ত্রিভুজের আকৃতি একা , কারন উভয় ত্রিভুজ তবে বল, সে দ্বয়ের আকার সম্বন্ধে কি জানলে সে দুটি সর্ব সম হবে কি ?

নিজে করে দেখ ঃ

- 60^0-30^0 সেট স্কোয়ারকে কাগজ ওপরে রেখে তার বারে দাগ টেনে দুটি ত্রিভুজ অংকন কর, সি দুটির নাম ABC ও PQR দাও।

- এমন একটি ট্রিসিং কাগজের ওপর Δ ABC র একটা অবিকল নকল চিত্র অঙ্কন কর, তাকে Δ PQR সহিত মেলানর চেষ্টা কর। কত ভাবে আমরা Δ ABC র নকল চিত্রকে Δ PQR ওপরে ফেলতে পারব ?

লক্ষ্য কর : তিন প্রকার উপায় আমরা এ কাজ করতে পারব।

- Δ ABC অবিকল নকলটি নিয়ে Δ PQR ওপর নিম্নমতে ফেলতে চেষ্টা কর, যেমন

প্রথম স্থাপন - A সহিত P, B সহিত Q, ও C সহিত R,সহিত

দ্বিতীয় স্থাপন - A সহিত Q, B সহিত R, ও C সহিত P,সহিত

তৃতীয় স্থাপন - A সহিত R , B সহিত P, ও C সহিত Q,সহিত

এখন বল -

এ কোন স্থাপনে Δ ABC এর নকলের তিনটি শীর্ষে Δ PQR র তিনটি সারা শীর্ষ সহিত মিলে যাবে ?

উপরিক্ত কাজের থেকে আমরা দেখলাম যে, প্রথম স্থাপনের Δ ABC র অবিকল নকলকে Δ PQR এর ওপরে ফেলায় সম্পূর্ণ মিশে গেল।

A শীর্ষ P শীর্ষ সহিত মিশে গেল B শীর্ষ Q শীর্ষের সহি মিশে গেল এবং C শীর্ষ R শীর্ষের সহিত মিলে গেল। তাই আমরা জানলাম।

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

জান কি ?

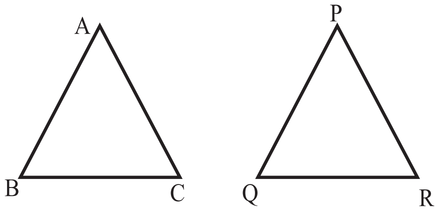
$\Delta ABC \cong \Delta PQR$ হলে

$\Delta ABC \cong \Delta QPR$ লেখা ঠিক না।

$\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ ও লেখা যাবে না।

- **জেনে রাখ,**

  দুটি সর্বসম ত্রিভূজ পরস্পর সহিত মিলে যাওয়া শীর্ষ বিন্দু দের অনুরূপ শীর্ষবিন্দু, পরস্পরের সহিত মিলে যাওয়া বাহু ও পরস্পর সহিত মিশে যাওয়া কোনদের অনুরূপ বাহু কোন বলা হয়।



তাই ΔABC ও ΔPQR এর মধ্যে -

অনুরূপ কোন A ও P, B ও Q, C ও R

অনুরূপ কোন AB ও PQ, BC ও QR, CA ও RP

অনুরূপ কোন $\angle A$ ও $\angle P$, $\angle B$ ও $\angle Q$, $\angle C$ ও $\angle R$

আমরা এও জানলাম -

সর্বসম ত্রিভূজদের অনুরূপ বাহুসম সর্ব সম। $\overline{AB} \cong \overline{PQ}$, $\overline{BC} \cong \overline{QR}$, $\overline{CA} \cong \overline{RP}$

অনুরূপ কোনরা সর্বসম। $\angle A \cong \angle P$, $\angle B \cong \angle Q$, $\angle C \cong \angle R$

জান কি ?

ΔABC ও ΔPQR এর মধ্যে সর্বসমতা সম্পর্কে লেখার সময়ে, শীর্ষ বিন্দ গুলির নামকে অনুরূপ শীর্ষ ক্রমে লিখব।

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$ হলে উভয় ত্রিভুজের কোন অঙ্গগুলি অনুরূপ?

শীর্ষবিন্দু A অনুরূপ D, B অনুরূপ E এবং C র অনুরূপ F ।

$\angle A$ অনুরূপ $\angle D$, $\angle B$ র অনুরূপ $\angle E$ এবং $\angle C$ র অনুরূপ $\angle F$ ।

$\overline{AB}$ র অনুরূপ $\overline{DE}$, $\overline{BC}$ র অনুরূপ $\overline{EF}$ এবং $\overline{CA}$ অনুরূপ $\overline{FE}$ ।

ΔDEF ও ΔKLM সর্বসম হলে, নিম্নস্থ শূন্যস্থানের ঠিক উত্তর লেখ।

(ক) $DE \cong$ ___ (খ) $\angle F \cong$ ___

(গ) $\overline{\angle L} \cong$ ___ (ঘ) $\overline{KM} \cong$ ___

(ঙ) $\overline{ML} \cong$ ___

জান কি?

সর্ব সমতা এর ক্ষেত্রে সংকেত ব্যবহার করে অনুরূপ শীর্ষদের লেখা হয়।

আমরা লিখি, $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$

অভ্যাস কার্য্য 9.3

1. যদি ΔPQR ও ΔLMN সর্বসম হয়ে থাকে, তবে নিম্নস্থ শূন্যস্থানকে কি লেখা হবে?

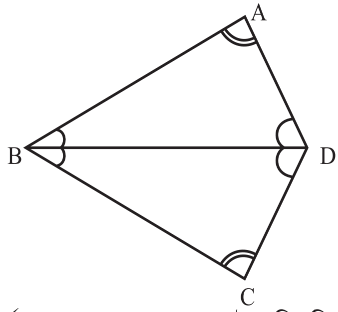
   (ক) $\Delta PQR \cong \Delta$........, $\Delta QRP \cong \Delta$........

   (খ) $P \leftrightarrow$ ...., $\overline{QR}$..........

   (গ) $\overline{PQ} \cong$ ...., $\overline{QR} \cong$ ....

   (গ) $\overline{PQ}$ অনুরূপ ...., $\angle R$ এর অনুরূপ..........

2. পার্শ্বস্থ চিত্র দেখে শূন্য স্থান পূরন কর।



Δ ABD $\cong$ ....

$\overline{BC}$ এর অনুরূপ ....

$\overline{AB}$ $\cong$........

$\overline{AD}$ র অনুরূপ ....

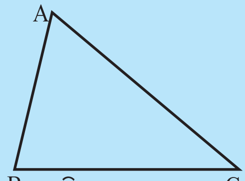
9.3.1 ত্রিভূজের মধ্যে সর্বসমতার সর্ত্ত

যদি ত্রিভূজের মধ্যে একটার তিনটি বাহু, অন্যটির তিনটির বাহু সহিত সর্বসম হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে একটার তিনটি কোন অন্যটির অনুরূপ কোন তিনটির সহিত সর্বসম হলে, ত্রিভূজ দুটি সর্বসম হওয়ার কথা আমরা আলোচনা করেছি।

কতক সর্ব নিম্ন মর্ত্তে ও দুটি ত্রিভূজ সর্বসম হতে পারে। এস সেই সর্ত্তগুলিকে জানব।

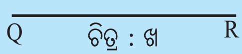
নিজে করে দেখ

- একটা বৃহৎ কাগজের ওপর যে কোন কেটা Δ অঙ্কন কর (চিত্র:ক) ও তার নাম দাও Δ ABC ।। সেই কাগজরে ওপর $\overline{BC}$ র দৈর্ঘ্যর সঙ্গে সমান দৈর্ঘ্যর রেখা খন্ড একটি অংকন কর। (চিত্র-খ) ও তার নাম দাও $\overline{QR}$ ।



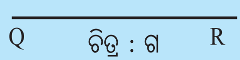
চিত্র : ক

- তোমাদের কম্পাসের $\overline{AB}$ দৈর্ঘ্য সঙ্গে সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে কে কেন্দ্র করে একটা চাপ অংকন কর।



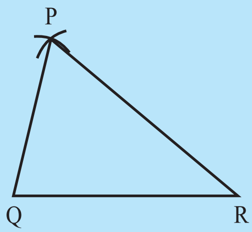
চিত্র : খ

- পুনশ্চ কম্পাসের $\overline{AC}$ র দৈর্ঘ্য সঙ্গে সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে R কে কেন্দ্র করে, কেটা চাপ অংকন কর, যেনন তার পূর্বে অংকিত চাপ কে ছেদ করবে (চিত্র :ক)।



চিত্র : গ

- এই চিত্র বিন্দুর নাম 'P' দাও।
- এখন PQ ও PR অংকন কর। Δ PQR পাওয়া গেল।
- এখন ABC ত্রিভূজের অবিকল নকল তৈরী কর।
- ইহাকে Δ PQR এর ওপরে রাখ, যেমন Δ ABC র শীর্ষ বিন্দু A র ওপরে Δ PQR র শীর্ষ বিন্দু P থাকবে কি লক্ষ্য করছ।



চিত্র : ঘ

এখন বল -

Δ ABC র কোন অঙ্গের মাপ গুলিকে ব্যবহার করে Δ PQR অংকন করা হয়েছে। কেবল $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ও $\overline{CA}$ র দৈর্ঘ্যর মাপকে নিয়ে Δ PQR অংকন করা হয়েছে।

বর্ত্তমান প্রোট্রক্টর ব্যবহার কর উভয় ত্রিভুজের কোন গুলিকে মেপে সেগুলির পরিমান লেখ।

m∠A = ...,   m∠B = ...,   m∠C = ...

m∠P = ...,   m∠Q = ...,   m∠R = ...

নিম্নস্থ সারনীতে থাকা শূন্যস্থান পূরণ কর।

Δ ABC ও Δ PQR এর বাহুদের মধ্যে সম্পর্ক (আমরা অংকনের সময় নিয়েছিলেম)	Δ ABC ও Δ PQR এর কোন দের মধ্যে সম্পর্ক (আমরা মেপে দেখলাম)
$\overline{AB}$ ≅ .... $\overline{BC}$ ≅ .... $\overline{CA}$ ≅	∠A ≅ .... ∠B ≅ .... ∠C ≅ ....

ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হচ্ছে কি?

আমরা দেখলাম $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

এখানে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হওয়ার জন্যে সর্বনিম্ন কোন সর্ত্ত আবশ্যক হল?

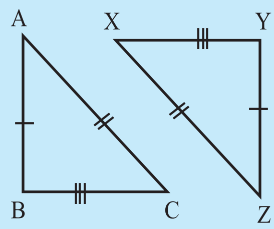
আমরা এই সিদ্ধান্তে উপনীত হলাম যে

দুটি Δ মধ্যে একটার তিনবাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে অন্যটির তিনবাহুর দৈর্ঘ্য সহিত সমান হলে, Δ দ্বয় সর্বসম হবে। সর্বসমতার এই মর্ত্তকে বাহু -বাহু -বা সংক্ষেপে বা-বা -বা সর্বসমতা বলা হয়।

নিজে উত্তর দিতে চেষ্টা কর :

1. Δ PQR ও Δ LMN এর মধ্যে কোন বাহু জোড়া গুলি অনুরূপ?

2. পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে থাকা Δ দুটির মধ্যে কোন কোন বাহুর দৈর্ঘ সমান, তা চিহ্নিত করা হয়েছে।



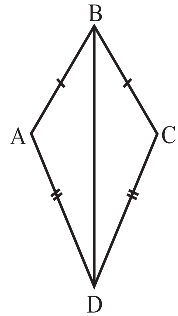
   (ক) চিত্রয়ে থাকা Δ দুটি সর্বসম কি?

   (খ) যদি পূর্ব প্রশ্নের উত্তর থাকা হয়ে থাকে ও তবে কোন সর্বসমতা সর্ত্তে সে দুটি ত্রিভুজ সর্বসম?

   (গ) যদি প্রশ্ন (ক)র উত্তর হ্যা হয়েথাকে। সর্বসমতা সংকেত ব্যবহার করে সর্বসম Δ দুটির নাম লেখ।

অভ্যাস কার্য্য 9.4

4. পার্শ্বস্থ চিত্রয় $\overline{AB}=\overline{CB}, \overline{AD}=\overline{CD}$ নিম্ন প্রশ্ন গুলির উত্তর দাও।



(ক) Δ ABD ও Δ CBD র কোন কোন বাহু সর্বসম।

(খ) চিত্র যে থাকা Δ ABD এবং Δ CBD সর্বসম কি?

যদি তোমার উত্তর 'হ্যা' কারন লেখ।

যদি তোমার উত্তর 'না' কারন লেখ।

(গ) Δ ABD এবং Δ CBD র কোন কোন জোন সর্বসম?

(ঘ) $\overline{BD}$ কোন কোন, কোন কে সমদ্বিখন্ড করব?

(ঙ) $\Delta ABD \cong \Delta BDC$ লেখা ঠিক হবে কি? তোমার উত্তরের কারন লেখ।

5. দুটি সর্বসম ত্রিভুজ অংকন করে প্রমান করবে "সর্বসম ত্রিভুজে সর্বসম বাহুদের, সম্মুখীন কোন গুলি অনুরুপ।

Δ ABC ও Δ PQR মধ্যে AB = PQ ও BC = QR

(ক) CA সহিত Δ PQR র কোন বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হলে $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ হবে?

(খ) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ হলে, শূন্যস্থানে কি লেখা হবে?

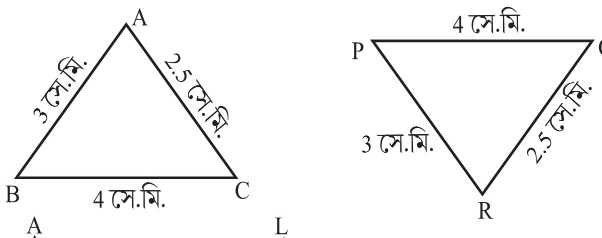
পার্শ্ববিন্দু A র অনুরুপ __________,

পার্শ্ববিন্দু B র অনুরুপ __________,

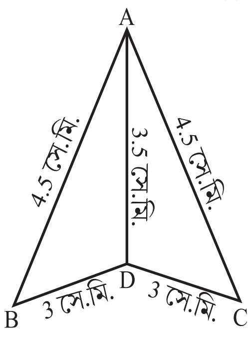
পার্শ্ববিন্দু C র অনুরুপ __________ ।

2. নিম্নস্থ চিত্রদের বাহু বাহু বাহু সর্বসমতা সর্ত্ত অনুসারে সর্বসম হওয়া ত্রিভুজদের নাম লেখ।

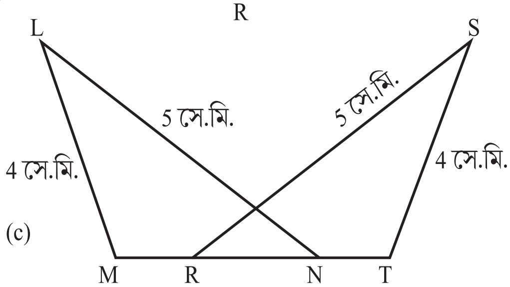
(ক)



(খ)



(c)



BC = 3 সে.মি.

FE = 3 সে.মি.

3. পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে AB = AC ও D, $\overline{BC}$ র মধ্যবিন্দু।

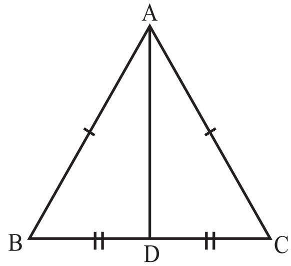
এই চিত্র দেখে নিম্নস্থ শূন্যস্থান পূরণ কর।

Δ ADB $\cong \Delta$ _____

$\angle$ABD $\cong \angle$ _____

$\angle$BAD $\cong \angle$ _____

$\angle$ADB $\cong \angle$ _____

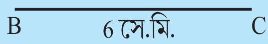


দুটি ত্রিভূজের সর্বসমতার আর একটা সর্ত্ত সম্পর্কে আলোচনা করব।

নিজে করে দেখ:

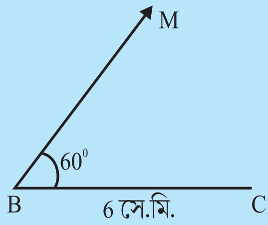
তোমার খাতায় নিম্ন সূচনা মতে অংকন কর।

- 6 সে.মি. দীর্ঘ রেখা খন্ড অংকন কর। তার নাম তা'র নাম দিখ BC (চিত্র - ক)।



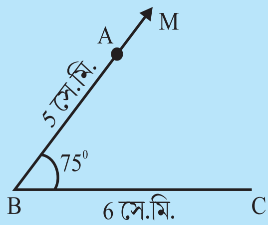
চিত্র (ক)

- প্রোটাক্টর সাহায্যে $\overrightarrow{BM}$ অংকন কর। যেমন m$\angle$CBM = 60^0 হবে (চিত্র খ)



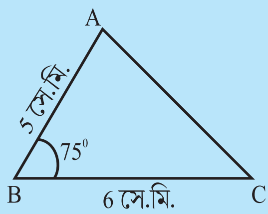
চিত্র (ক)

- $\overrightarrow{BM}$ এর ওপর A বিন্দু চিহ্নট কর, যেমন BA = 5 সে.মি. (চিত্র গ)



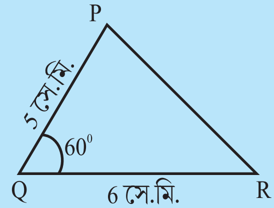
চিত্র (খ)

- $\overline{AC}$ অংকন কর (চিত্র - ঘ) বর্ত্তমান Δ ABC পাওয়া গেল।



চিত্র (গ)

- ঠিক সেভাবে Δ PQR অংকন কর, যার
  QR = 6 সি.মি, PQ = 5 সি.মি, ও $\angle$PQR এর মান 60° হবে।



চিত্র (ঙ)

- $\overline{AC}$ ও $\overline{PR}$ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। দুটি সারা দৈর্ঘ্য সমান হল কি?
- বা-বা-বা সর্ত অনুযায়ী Δ ABC ও Δ PQR এর মধ্যে সর্বসমতা সত্ত পূরণ হল কি?
- তাই আমরা জানলাম $\Delta ABC \cong \Delta PQR$
- Δ ABC ও Δ PQR মধ্যে

  $\overline{AB} \cong$ ____, $\overline{BC} \cong$ ____, $\overline{CA} \cong$ ____,
  $\angle A \cong$ ____, $\angle B \cong$ ____, $\angle C \cong$ ____

- Δ দুটি অংকন করার জন্যে আমরা কোন সত্ত নিয়েছিলাম?

বর্ত্তমান Δ ABC সহিত কোন ত্রিভুজ সর্বসম হওয়ার দেখছে?

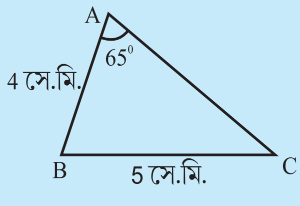
উপরোক্ত কার্য্য থেকে আমরা এই সিদ্ধান্তে উপনীত হলাম যে:

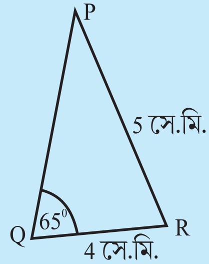
দুটি ত্রিভূজের মধ্যে একটা ত্রিভূজের দুটি বাহু ও তাদের অর্ন্তগত কোনের সহিত সর্বসম হলে, ত্রিভুজ দ্বায় সর্বসম হবে। সর্ব সমতার এই সর্ত্তকে বাহু কোন বাহু বা সংক্ষেপে বা - কো-বা সর্বসমতা বলা হয়।

উত্তর দিতে নিজে চেষ্টা কর।

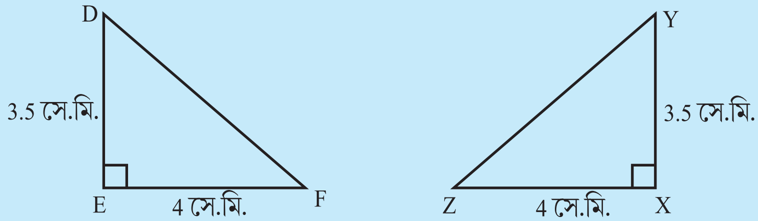
1. Δ PQR এ, (ক) $\overline{PQ}$ ও $\overline{PR}$ বাহু দ্বয়ের অন্তর্গত কোন কোনটি (খ) কোন বাহু দ্বয়ের অন্তর্গত কোন হচ্ছে $\angle R$?
2. Δ ABC ও Δ XYZ এর মধ্যে $\overline{AB} \cong \overline{XY}$ এর মধ্যে $\angle A \cong \angle X$ । সে ত্রিভুজ দ্বয়ের অন্য কোন অঙ্গ সর্বসম হলে, ত্রিভুজ দ্বয়ে বা-কো-বা সর্ত্ত অনুযায়ী সর্বসম হবে?
3. নিম্নস্থ চিত্রদের মধ্যে কোন জোড়া ত্রিভুজ বা -কো-বা সর্বসমতা অনুসারে সর্বসম? সেই ত্রিভুজ জোড়ি গুলিকে সর্ব সমতা চিহ্ন ব্যবহার করে লেখ। তোমার উত্তরের জন্যে কারন লেখ।

(ক)

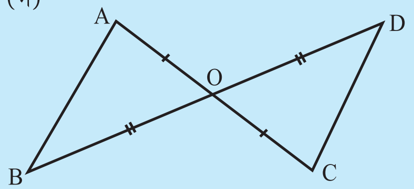




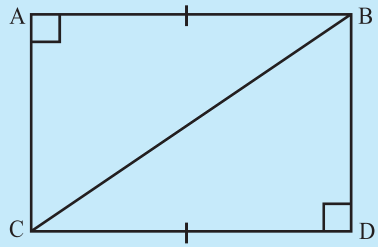
(খ)



(গ)



(ঘ)



অভ্যাস কার্য্য 9.5

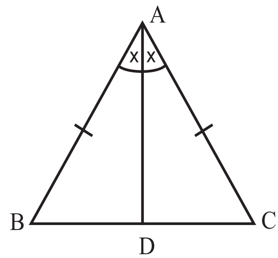
1. ΔABC ও ΔDEF এর মধ্যে $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ও $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ । ΔABC এর কোন কোনের সহিত ΔDEF এর কোন কোন সর্বসম হলে, ত্রিভুজ দ্বয় বা-কো-বা সর্বসমতা অনুসারে সর্বসম হবে?

2. ΔPQR ও ΔABC মধ্যে $PQ = AB$, $m\angle Q = m\angle B$ । অন্য কোন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান হলে, ত্রিভুজ দ্বয় বা-কো-বা সর্বসমতা অনুসারে সর্বসম হবে?

3. ΔABC তে $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ ও $\angle BAC$ র সমদ্বিখন্ডক হচ্ছে $\overline{AD}$ ।

   (ক) ΔABD ও ΔACD র মধ্যে অন্য কোন অঙ্গ সর্বসম?

   (খ) ΔABD ও ΔACD সর্বসম কি? যদি সর্বসম তবে কোন সর্তে সর্বসম হবে?

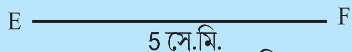


9.3.2 দুটি ত্রিভুজ সর্বসম হওয়ার আর একটা

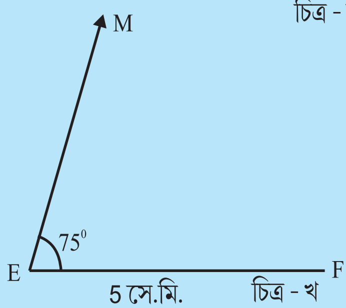
নিজে করে দেখ

- 5 সে.মি. দীর্ঘ রেখা খন্ড একটা অংকর কর ও তার নাম দাও। $\overline{EF}$ (চিত্র - ক)

- প্রোট্রাকার ব্যবহার করে $\overrightarrow{EM}$ অঙ্কন কর, যেমন কি $\angle FEM$ এক মার 75^0 হবে। (চিত্র - খ)

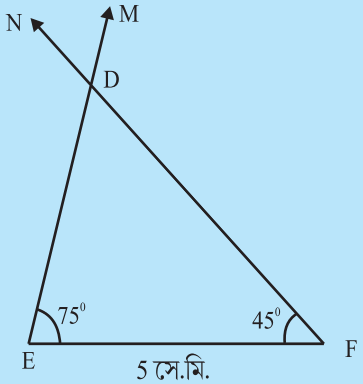


চিত্র - ক

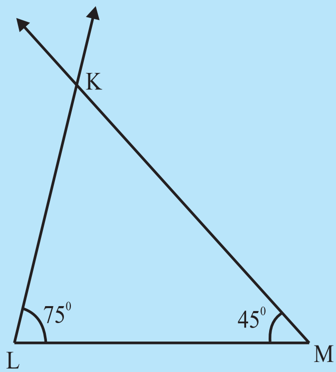


চিত্র - খ

- প্রোট্রাক্টর ব্যবহার করে $\overrightarrow{FN}$ অঙ্কন কর, যেমন কি $\angle EFN$ এর মাপ 45^0 হবে। (চিত্র - গ)
- $\overrightarrow{EM}$ ও $\overrightarrow{FN}$ রশ্মিদ্বয়র ছেদ বিন্দুর নাম দাও D। বর্ত্তমান Δ DEF পাওয়া গেল।
- ঠিক সেই প্রনালীতে Δ KLM অংকন কর, যার LM = 5 সে.মি $m\angle L = 75^0$ ও $m\angle M = 45^0$ (চিত্র -ঘ)



চিত্র (গ)



চিত্র (ঘ)

- ট্রেসিং কাগজ ব্যবহার করে তুমি অংকন করে থাকা Δ DEF র একটা অবিকল নকল তৈরী কর।
- Δ DEF এর নকলকে Δ KLM এর ওপরে রাখ, যেমন E বিন্দু ওপরে F বিন্দু M বিন্দুর ওপরে থাকবে।
- Δ DEF ও Δ KLM দ্বয় সমান আকার বিশিষ্ট হবে কি?

Δ DEF ও Δ KLM এর অন্য অঙ্গ গুলিকে মেশে নিম্ন সারনী পূরন কর।

Δ DEF এর নিম্ন অঙ্গের মাপ	Δ KLM এর নিম্ন অঙ্গের মাপ
DE = ...	KL = ...
DF = ...	KM = ...
$m\angle EDF$ = ...	$m\angle LKM$ = ...

- তুমি অংকন করার জন্যে নিয়ে থাকা। মাপ ও পেয়ে থাকা মাপ গুলিকে দেখে নিম্ন শূন্য স্থান পূরন কর।

Δ DEF ও Δ KLM মধ্যে

$\overline{DE} \cong$ ...., $\overline{EF} \cong$ ...., ... $\cong \overline{MK}$

$\angle D \cong$ ...., $\angle E \cong$ ...., ... $\cong$ LM

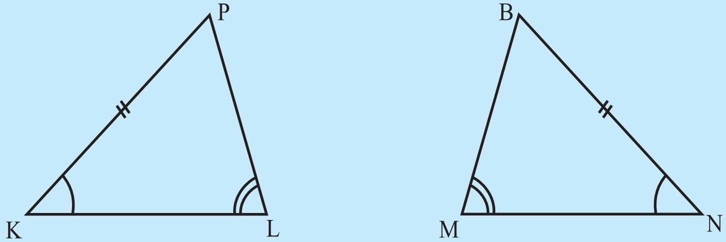
- বর্ত্তমান Δ DEF সহিত Δ KLM সর্বসম হবে কি? এর কারন তোমার বন্ধুদের সঙ্গে আলোচনা করে লেখ।
- ত্রিভুজ দ্বয় অংকন করার জন্যে আমরা কোন কোন অঙ্গের মাপকে সমান করে নিয়ে ছিলাম?

আমরা জানলাম

দুটি ত্রিভূজের মধ্যে একটা ত্রিভূজের এক বাহু ও ইহার সংলগ্ন কোন দ্বয়, অন্য ত্রিভুজের একটা বাহু ও তার সংলগ্ন কোন দ্বয়ে সহিত সর্বসম হলে, ত্রিভুজ দ্বয় সর্বসম হবে। সর্বসমতার এই সর্ত্তকে কোন বাহু কোন বা সংক্ষেপে কো-বা-কো সর্ব সমতা বলা হয়

নিজে উত্তর করতে চেষ্টা কর।

1. Δ PQR এ $\overline{PR}$ এর সংলগ্ন কোন গুলিকে নাম কি? এই Δ এর কোন বাহুর সংলগ্ন কোন হচ্ছে $\angle R$ ও $\angle \mathbf{P}$?
2. Δ LMN ও Δ XYZ এর মধ্যে $\angle L \cong \angle X$, $\overline{LM} \cong \overline{XY}$ উপরোক্ত ত্রিবুজ দ্বয়ের মধ্যে অন্য কোন অঙ্গ সর্বসম হলে, ত্রিভুজ দ্বয় কো-বা-কো সর্ত্তে সর্বসম হবে?
3. পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে থাকা ত্রিভুজের দুটি চিত্রয় কোন কোন অঙ্গার মাপ সমান, তা দর্শা হয়েছে।



(ক) ত্রিভুজ দ্বয় সর্বসম কি?

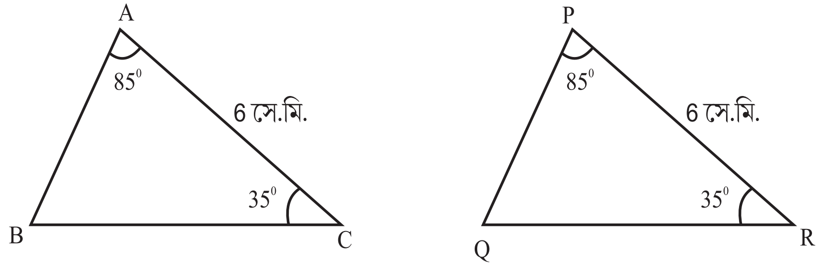
(খ) যদি পূর্বপ্রশ্নের উত্তর হ্যাঁ, তবে কোন সর্ত্তে ত্রিভুজ দ্বয় সর্বসম?

(গ) ত্রিভুজ দুটির অন্য কোন কোন অঙ্গ সর্বসম হলে, কো-বা-কো সর্বসমতা সর্ত্ত অনুযায়ী ত্রিভুজ দুটির সর্বসম হবে?

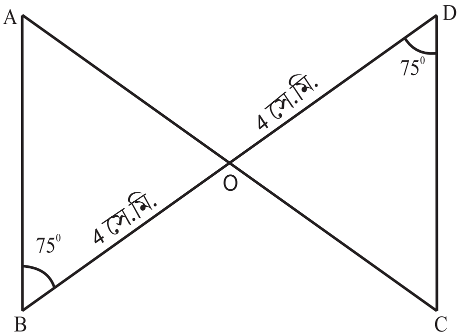
উদাহরন :

নিম্নস্থ চিত্রদের মধ্যে যে জোড়া ত্রিভুজ কো-বা-কোন সর্বসমতা নিয়ম অনুসারে সর্বসম, সেগুলিকে বাহু সর্ব সম সংকেত ব্যবহার করে, সর্বসম ত্রিভুজের জোড়াদের নাম লেখ।

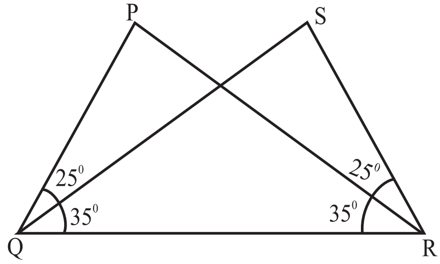
(ক)



(খ)



(গ)



সমাধান

(ক) য়ে থাকা $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

কারন: $\overline{AC} \cong \overline{PR}, \angle A \cong \angle P$

এবং $m\angle C \cong m\angle R$

(খ) য়ে থাকা $\Delta ABO \cong \Delta CDO$

কারন $\overline{BO} \cong \overline{DO}$ (দত্ত)

$m\angle B \cong m\angle D$ (দত্ত) এবং

$m\angle AOB \cong m\angle COD$ (প্রতীক কোন হেতু)

(গ) য়ে লক্ষ্য কর :

$m\angle PQR = 25^0 + 35^0 = 60^0$

$m\angle SRQ = 25^0 + 35^0 = 60^0$

$\Delta PQR \cong \Delta SRQ$

কারন : $\overline{QR} \cong \overline{QR}$ (সাধারন বাহু)

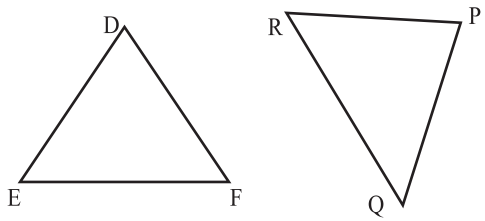
$\angle PQR \cong m\angle SRQ$ (প্রত্যেকের মান 60^0)

$m\angle PRQ \cong m\angle SQR$ (দত্ত)

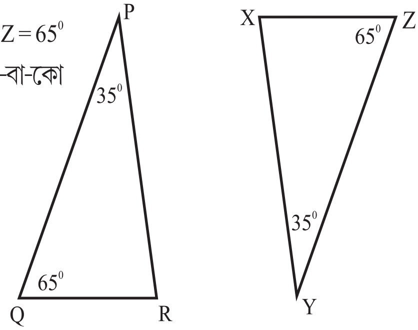
দেখে বল-
চিত্র (খ) এর $\angle B$ ও $\angle D$ এর পরিবর্তে $\angle A$ ও $\angle C$ এর পরিমান 75^0 দেওয়া গেলে ΔABO ও ΔCDO সর্বসম হবে কি? কারন সহ লেখ

অভ্যাস কার্য্য 9.6

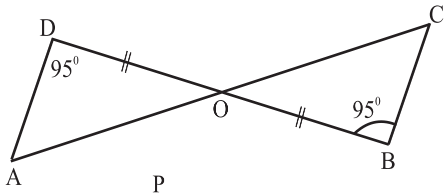
1. পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে $\overline{DE} \cong \overline{PQ}$ ও $m\angle E = m\angle Q$ । অন্য কোন , কোন দ্বয়ের পরিমান সমান হলে, ত্রিভুজ দ্বয় কো-বা-কো মর্ত্তে সর্বসম হবে?



2. পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে $m\angle P = m\angle Y = 35^0$ ও $m\angle Q = m\angle Z = 65^0$ । অন্য কোন , অংশ দ্বয় সমান হলে, ত্রিভুজ দ্বয়, কো-বা-কো সর্বসমতা সত্তর সর্ব সম হবে ?



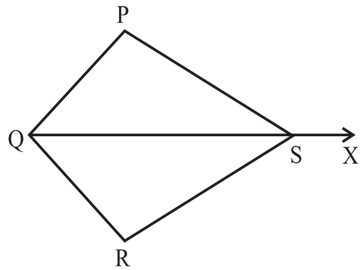
3. পাশ্বস্থত চিত্রয় কোন ত্রিভুজ দ্বয় সর্বসম, সর্ব সমতার সত্ত লেখ।



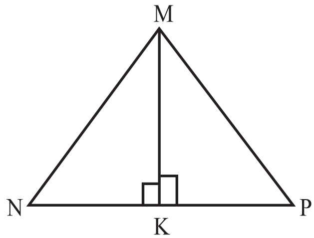
4. পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে $\overrightarrow{QX}, \angle PQR$ ও $\angle PSR$ দ্বয়কে

Δ QRS ও Δ QPS সর্বসম কি ? যদি সর্ব সম তবে, কোন সর্ব সমত সত্ত এখানে প্রযুজ্য ?

ΔPQS ও Δ RQS মধ্যে কোন তিন জোড়া অঙ্গ সর্বসম হবে ?



5. পাশ্বস্থ চিত্রয়ে $\angle NMP$ র সমদ্বিখন্ডক এবং $\overline{MK}$ এবং $\overline{MK} \perp \overline{NP}$ । কারন দর্শিয়ে কোন ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম লেখ।

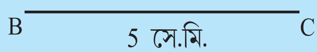


9.3.4 সমকোনী ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হওয়ায় মর্ত্ত

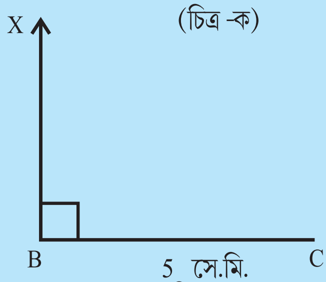
নিজে করে দেখ :

নিম্ন সুচনা অনুযায়ী অংকন কার্য্য কর।

- 5 সে.মি দীর্ঘ $\overline{BC}$ অংকন কর। (চিত্র - ক)
- প্রোট্রাক্টর ব্যবহার করে, $\overrightarrow{BX}$ অংকন কর যেমন $\overrightarrow{BX} \perp \overline{BC}$ হবে। (চিত্র - খ)

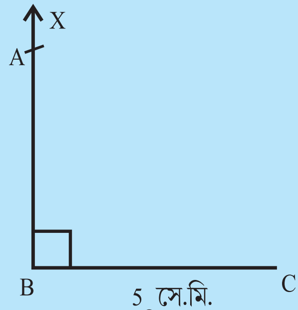


(চিত্র -ক)



(চিত্র - খ)

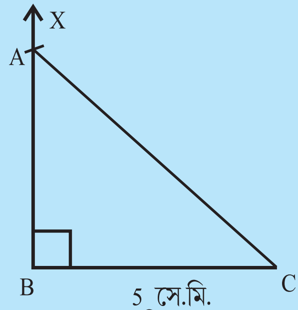
- কম্পাসে 6 সে.মি ব্যাসার্ধ নাও। C কে কেন্দ্র করে একটা চাপ অংকন কর। যেমন চাপটি $\overrightarrow{BX}$ কে ছেদ করবে। ছেদ বিন্দুর নাম দাও A ।(চিত্র -গ)



(চিত্র -গ)

- $\overline{AC}$ অংকন কর।

  এখন Δ ABC পাওয়া গেল (চিত্র -ঘ)



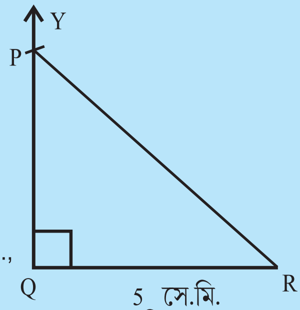
(চিত্র -ঘ)

- ঠিক সেই প্রনালী অবলম্বন করে র Δ PQR অংকন কর বার QR= 5 সে.মি. $m\angle PQR = 90^{0}$ সে.মি. এবং RP= 6 সে.মি.

- এখন নিম্ন প্রশ্নদের উত্তর দাও

  - Δ ABC ও Δ PQR একটা একটা সমকোনী ত্রিবুজ, হবে কি ? কেন ?
  - দুটি ত্রিবুজের মধ্যে $\overline{AB}$ ও $\overline{PQ}$ র দৈর্ঘ্য মাপ, সে দুটি দৈর্ঘ্য সমান হল কি ?
  - শূন্যস্থান পূরণ কর।

    $\overline{AB} \cong$ ...., $\overline{BC} \cong$ ...., $\angle ABC \cong$ ....,



(চিত্র - ঙ)

বর্ত্তমান Δ ABC ও Δ PQR সর্বসম বলে বলতে পারব কি ? কোন সর্ব মমতার সর্ত্ত অনুযায়ী ?

- আমরা কোন কোন মাপ নিয়ে ত্রিভুজ অংকর করে ছিলাম।

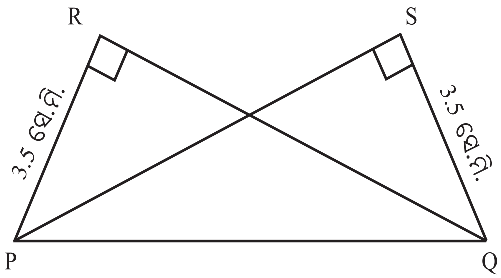
এই কাজ তেকে আমরা এই সিদ্ধান্তে উপনীত হলমা যে।

দুটি সমকোনী ত্রিভুজেহর মধ্যে একটা ত্রিভূজের কর্ন ও অন্য এক বাহুর সহিত অন্য ত্রিভূজের কর্ন ও অনুরূপ বাহু সর্বসম হলে, ত্রিভুজ দ্বয়ে সর্বসম হবে। এই সর্ব সমতাকে সমকোন র্কন- বাহু সর্ব সমতা বা সংক্ষেপে স-ক-বা সর্ব সমতা বলা হয়।

উদাহরন :

নিম্নস্থ চিত্রদেরমধ্যে কোন জোড়া ত্রিভুজ স-ক-বা সর্বসমতা অনুসারে সর্বসম ? সেই ত্রিভুজ জোড়র গুলিকে সর্বসম ত্রিহ্ন ব্যবহার করে লেখ। তোমার উভয়ের কারন লেখ।

(କ)



সমাধান

(ক) যে থাকা $\Delta RPQ \cong \Delta SPQ$

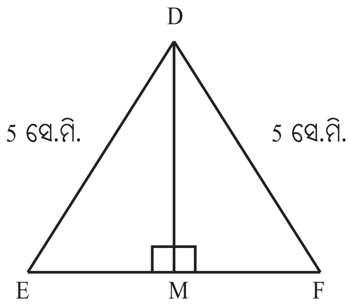
কারন ΔRPQ ও ΔSPQ ত্র

$\angle PRQ$ তে $\angle QSP$ সমকোন (তে)

কর্ণ $\overline{PQ} \cong$ কর্ণ $\overline{QP}$ (সাধারন)

$\overline{RP} = \overline{SQ}$ (দেও)

(ଖ)



সমাধান

(খ) $\Delta DEM \cong \Delta DFM$

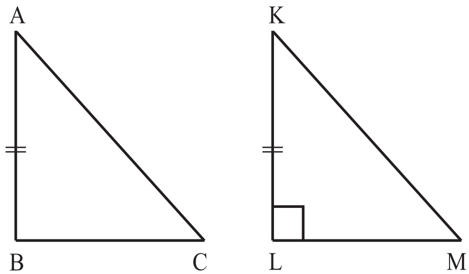
কারন $\angle DME$ ଏବଂ $\angle DMF$ ସମକୋଣ

କର୍ଣ୍ଣ $\overline{ED} \cong$ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{FD}$ (ଦତ୍ତ)

$\overline{DM} = \overline{DM}$ (ସାଧାରଣ ବାହୁ)

অভ্যাস কার্য্য 9.7

1. পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে থাকা $m\angle L = m\angle B = 90^0$ ও $AB = KL$ । অন্য কোন সর্ত্তে ত্রিভুজ দ্বয় স-ক-বা সর্বসমতা অনুসারে সর্বসম হবে ?



2. ΔABC ରେ $\overline{AB} = \overline{AC}$ ও $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ।

   ΔABD ও ΔACD মধ্যে কোন অঙ্গ গুলির সর্ব সমতা তবে জন্যে ΔABD ও ΔACD স-ক-বা সর্বসমতা অনুসারে সর্বসম হবে ?

দশম অধ্যায়

পরিমিতি

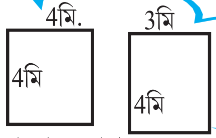
10.1 আমরা যা জেনেছি

কোন আবদ্ধ ক্ষেত্রের সীমা নিরুপক রেখাখন্ড গুলি দৈর্ঘের সমষ্টি ইহার পরিসীমা। বিদ্যালয়ে চারপাশে প্রাচিরের দৈর্ঘ্য, বাগানের চতুঃসীমা, ফটোফ্রেম আদি পরিসীমাকে বোঝায়।

তুমি দৈন্যন্দিন জীবনে যে পরিস্থিইতদের পরিসীমা নির্ণয়ের আবশ্যকতা পড়ে, তার দুটি উদাহরন দাও।

বল দেখি :

হেঁটে হেঁটে গেলে কোন ক্ষেত্রের আত্মক দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে?
একটা 4 মি. দৈর্ঘ্য বর্গক্ষেত্রের চারধারে ঘোরার জন্যে,
অথবা একটা 4 মি. দৈর্ঘ্য ও 3 মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের চারধারে ঘোরা জন্যে



চিত্র 10.1

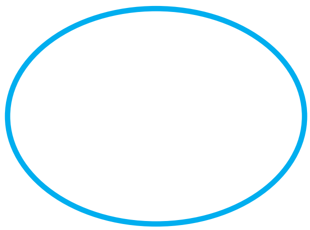
বিদ্যালয়ের বার্ষিক ক্রিড়া প্রতিযোগিতা হবে। বিভিন্ন দূরত্তার দৌড় প্রতিযোগিতার জন্যে, দৌড় পথে চুন ফেলে দেখান হবে। সমর ও রহিম খেলার শিক্ষককে সাহায্য করছিল। 100 মিটার দৌড়ের জন্যে দৌড় পথ প্রস্তুত করার জন্যে মাপ ফিতেতে 400মি. মেপে সোজা সোজা দৌড় পথ করা হবে।

শিক্ষককে সমর জিজ্ঞাসা করল, ‘‘স্যার, আমাদের মাত্র 400 মিটার দৌড় পথ কারার জন্যে যথেষ্ট জায়গা নেই। 100 মি. দীর্ঘ জায়গা ও দাওয় হয়ে গেছে। 400 মিটার জায়গা দেওয়ার জন্যে তার চারগুন জায়গা দরকার। এত জায়গা আমাদের স্কুলে মাঠে কৈ?

রহিম জিজ্ঞাসা করল - ‘‘ তুই কি গত বছরের ক্রিড়া প্রতিযোগিতা দেখিস নি”

সমর বলল - ‘‘ না, আমার শরীর খারাপ থাকায়, আমতে পারিনি।

রহিম বলল - ‘‘400 মিটার দৌড় পথকে 100 মিটার দৌড় পথের মত সোজা করা যায় না, তাকে গোলা কোর করা হয়। এই বলে ও খাতায় একটা চিত্র করে দেখিয়ে দিল।



চিত্র 10.2

তারপর বলল, ‘‘এই বাঁকা পথের ওপর দিয়ে কেবার দৌড়ে এলে 400 মিটার।

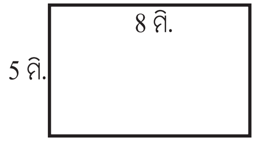
ক্রিড়া শিক্ষক বল্লেন ‘‘পথটি একটা আবদ্ধ চিত্র ও ইহার পরিসীমা হচ্ছে 400 মিটার। অবশ্য চতুঃসীমা বক্রপথ হয়ে থাকায়, আবদ্ধ ক্ষেত্রের, পরিসীমা নির্ণয় করার সূত্র তোমরা জান না, কিন্তু আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্রে পরিসীমা বের করার সূত্র তোমরা জান ”।

সমর বলল - ‘‘হ্যে আয়ত ক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (লম্ব + প্রস্থ)’’

রহিম বলল - ‘‘বর্গক্ষেত্রে পরিসীমা = $4 \times$ একটা বাহু’’

বল দেখি ঃ

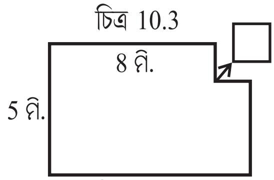
- পার্শ্বস্থ চিত্রে থাকা আয়তকৃতি বিশিষ্ট কাগজ খন্ডের পরিসীমা কত ?



চিত্র 10.3

- উপরিস্থ চিত্র -10.3 তে দর্শা হওয়া আয়তক্ষেত্র আকৃতি বিশিষ্ট কাগজ খন্ডে একটা কোনের থেকে 2 মি. বাহু বিশিষ্ট, কেটা বর্গাকৃতি বিশিষ্ট কাগজ খন্ড কেটে বের করে নেওয়ার পরে, বাড়তি কাগজ খন্ডের পরিসীমা কত ?

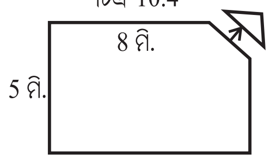
  দুটি সারা কাগজ খন্ড কে তুলনা করে কি জানলে ?



চিত্র 10.4

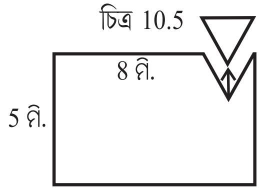
- যদি চিত্র -10.3 যে দর্শা যাওয়া কাগজ খন্ডের একটা কোন থেকে চিত্র -10.5 এ দর্শানির মত ত্রিভুজ আকৃতি কাগজ খন্ড কেটে নেওয়া যায়, তবে বাড়তি কাগজ খন্ডের পরিসীমাকে মূল কাগজ খন্ডের পরিসীমার সহিত তুলনা করলে।

  বাড়তি কাগজ খন্ডটি পরিসীমা মূল কাগজের পরিসীমা সহিত সমান হবে, বা তার থেকে বড় হবে বা তার থেকে ছোট হবে বল।



চিত্র 10.5

- যদি চিত্র -10.6 এ দর্শা যাওয়া ত্রিভুজাকৃতি র খন্ডটি, কেটে নেওয়ী হয়, তবে বাড়্তি, কাগজের পরিসীমাকে মূল কাগজ খন্ডের পরিসীমার সহিত তুলনা করলে কি পরে ?



চিত্র 10.6

উদাহরন - 1

একটা 38 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 22 সে.মি. প্রস্থ বিশিষ্ট ফটোফ্রেমের অ্যালুমিনিয়ম পাতকে খুলে কটা 10 সে.মি. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বর্গাকৃতি ফোটোফ্রেম তৈরী করা যেতে পারবে ?

জান কি ?

আয়তক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য (length) কে l ও প্রশ্ন (Breadth) কে b ভাবে লেখা যেতে পারে।

সমাধান :

ফটোফ্রেমের দৈর্ঘ্য = 38 সে.মি.

প্রস্থ = 22 সে.মি.

ফটোপ্রেমের অ্যালুমিনিয়াম পাতের মোট দৈর্ঘ্য = ফটো ফ্রেমের পরিসীমা

= $2 \times (l + b) = 2 \times (38 + 22)$ সে.মি.

= 2×60 মি. = 120 সে.মি.

তাই অ্যালুমিনিয়াম পাতেহর দৈর্ঘ্য = 120 সে.মি.

তৈরী করতে থাকা বর্গাকৃতি বিশিষ্ট ফটোফ্রেমের দৈর্ঘ্য = 10 সে.মি.

ইহার পরিসীমা = 4×10 সে.মি. = 40 সে.মি.

অর্থাৎ একটা বর্গাকৃতি বিশিষ্ট ফটোফ্রেমের জন্যে 40 সে.মি. অ্যালুমিনিয়াম পাত আবশ্যক।

$$\text{ফটোফ্রেমের সংখ্যা} = \frac{\text{অ্যালুমিনিয়ামের পাতের দৈর্ঘ্য}}{\text{নতুন ফটোফ্রেমের পমিসীমা}}$$

$$= \frac{120}{40} = 3\text{টি}$$

সমাধান কর

1. বাবু একটা 30 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 18 সে.মি. প্রস্থরে আয়তকৃতি বিশিষ্ট চিত্র ও জন একটা 24 সে.মি. দৈর্ঘ্যের বর্গাকৃতি বিশিষ্ট চিত্র অংকন করে ছিল উভয় চিত্রকে ফ্রেম দিয়ে রাখলে প্রতি সে.মি.কে 3 টাকা হিসেবে কার কত খরচ হবে ?
2. একটা বর্গক্ষেত্র ও একটা আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা সমান, আয়তক্ষেত্রের চারদিগে তার জালি দেওয়ার জন্যে মিটার প্রতি 5 টাকা হিসেবে 400 টাকা খরচ হল। বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য কত ?

প্রথম প্রশ্নের সমাধান কর। তারপর তলার প্রশ্নর উত্তর লেখ।

- তার জমির দৈর্ঘ্য জানার জন্যে কি করতে হবে।
- আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সহিত তার জানির দৈর্ঘ্যের কি সম্পর্ক আছে ?
- আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কত ?
- বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা জানা থাকলে সেখান থেকে বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু কেমন জানা যাবে ?
- এখানে বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য কত হল ?

অভ্যাস কার্য্য 10.1

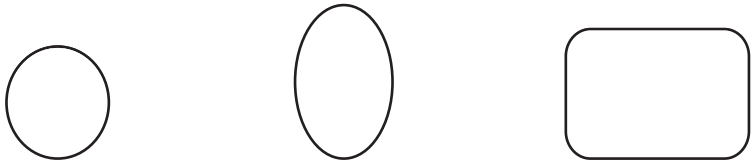
1. বোবনার ঘরে সঙ্গে লেগে থাকা ফুল বাগানের একটা পাশে তার ঘর আছে। অন্য তিন পাশের দৈর্ঘ্য 13.5 মি. 7.8 মি. ও 11.7 মি.। সেই ফুলবাগানেকে সে বান ঘিরে সুরক্ষিত ইচ্ছা করতে চালি। বাড়া দিতে মিটার প্রতি 6.50 টাকা হিসেবে তার কত খরচ হল ?

2. একটা 10 সে.মি. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বর্গাকৃতি দুটি কাগজ 12 সে.মি. লম্বা ও 8 সে.মি. প্রস্থ ইবশিষ্ট আয়তাকৃতি দুটি কাগজের একটা একটা কোন তেকে 4 সে.মি. দৈর্ঘ্যের বর্গ ক্ষেত্র কেটে নেওয়া হল। প্রত্যেক পটির ক্ষেত্রের অবশিষ্ঠ অংশের পরিসীমা নির্ণয় কর।

3. এখঠঅ আয়তক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য তার প্রস্থের 2 গুন ও পরিসীমা 600 মিটার । ইহার প্রস্থর সহিত সম দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রে পরিসীমা নির্ণয় কর।

10.2 বৃত্তের পরিধি :

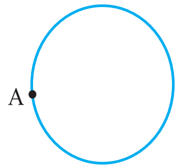
অনু একটা মোটা কার্ড বোর্ড থেকে বিভিন্ন বক্রাকার আকৃতি কাটল।



চিত্র 10.7

সে এই আকৃতি গুলির ধারে বিভিন্ন রংএ বদলেরী লাগাতে চাইল। কিন্তু কোনে আকৃতির জন্যে কত লম্বার বদলেরী প্রয়জন, তা সে স্থির করতে পারল না। এগুলির বার সোজা না হওয়ায় সে স্কেল সাহায্যে মাপা সম্ভব নয় তাই সে তার ওপর শ্রেনীতে পড়া বীনাকে জিজ্ঞাসা করল।

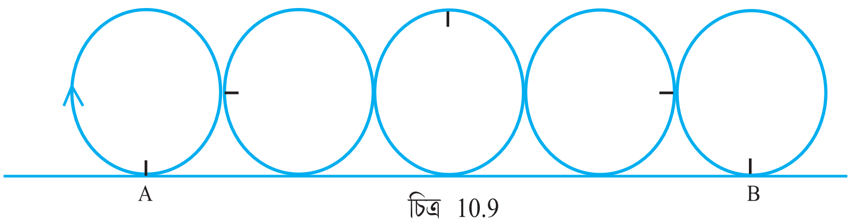
বীনা প্রথমে বর্গাকৃতি বিশিষ্ট কাগজ পট্টি নিথে যাতার রে একটা স্থানে একটা বিন্দু দিল ও তার নাম দিল 'A'। একটা সুতা নিয়ে তার একটা মাথাকে এই বিন্দুতে লাগিয়ে রাখতে অনুকে বলল, সুতটিকে আকৃতি র বারে বারে লাগিয়ে 'A' বিন্দু পর্য্যন্ত ঘুরিয়ে আনল, ঘুরিয়ে আনার পর, সুতরযে অংশটি 'A' বিন্দু সহিত লাগল, সেখানে বীনা কালি দিয়ে একটা দাগ দিল, তারপর অনুকে বলল, সুতর প্রথম মাথার থেকে এই কালির দাগ পর্য্যন্ত দৈর্ঘ্য হচ্ছে আকৃতির পরিসীমা সহিত সমান।



চিত্র 10.8

বীনার বন্ধু মিনা এ আর একটা প্রনালীতে, সেই কাগজ পটির পরিসীমা নির্ণয় করল।

মীনা পটি কাগজের বারের ওপরে একটা বিন্দুতে কাল দাগ লাগাল, তার পর একটা সাদা কাগজের ওপর স্কেল ব্যবহার করে, একটা সোজা দাগ টান। সেই কাগজের ওপরে কাগজ পটির বারকে এমন ভাবে লাগিয়ে ধরল সেমন ধারে থাকা কাল দাগটি দাগের সহিত লাগবে। তার পর পটি টিকে ধীরে ধীরে দাগের সহিত লাগিয়ে গড়িয়ে নিল, কিছুদুর গড়িয়ে নেওয়ার পর কালো দাগটি, আবার সেই দাগের আর একটা বিন্দুয়ে লাগল।



চিত্র 10.9

এখন পটি কাগজেকে মিনা উঠিয়ে নিল। দাগের ওপরে লেগেে কালো দাগ দুটির মধ্যে দুরত্বকে মেপে দিয়ে মিনা আকৃতি বিশিষ্ট কাগজ পটির পরিসীমা নির্ণয় কর।

বীনা ও মিনার কার্য্য দেখার পর অনু একটা বোতল ছিপি নিল। মাপফিতে একটা তার চারধারে লাগিয়ে ধরে ঠিঁপির পরিসীমা মেপে বলে দিল।

✍ বীনা, মীনা ও অনুর পরিসীমা নির্ণয় প্রনালীর মধ্যে তোমারয় কোনটি পছন্দ হচ্ছে ও কেন, লেখ।

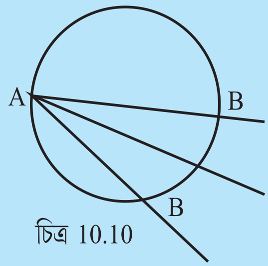
নিজে করে দেখ

কার্য্য -1

- দুটি সমান মাপের থালা আনও ওপরে আলোচনার থেকে জানা যে কোন প্রনালীতে থালা দুটির পরিসীমা মাপ, থাকা দুটির পরিসীমা মধ্যে কি সম্পর্ক থাকার দেখল ?

কার্য্য -2

- পাশ্বস্থ চিত্র কে দেখ, একটা বৃত্তাকৃতি বিশিষ্ট পট্টির ধারে একটা বিন্দু চিহ্ন দাও, এখান A এর লেখ এবং একটা সুতোর একটা মাথাকে এ বিন্দুর সহিত লাগিয়ে রাখ।
- সুত্রের অন্য মাথাকে টেনে বল, যেমন সুতোটি পট্টির ওপর লেগে থাকবে। দেখবে সুতোর কিছু অংশ পট্টির সহিত লেগে থাকবে। পট্টির ধরে সুতেটি অন্য যেখানে লেগে থাকবে, তার নাম দাও B।



চিত্র 10.10

- সুতোর অন্য মাথাটি ধরে মাক হাতকে ভিন্ন ভিন্ন স্থানে নাও, দেখবে যে সুতোর অধিক থেকে অধিক অংশ পট্টি কাগজের সহিত লেগে থাকবে। হাতের যে অবস্থায় সুতোর সব থেকে বেশী অংশ পট্টির সহিত লেগে থাকবে, সেই অবস্থায় পট্টির যারের অন্য যে বিন্দুতে সুতোটি লেগে আছে, সে বিন্দুকে চিহ্নট করতে তার নাম দাও সি।
- A ও B র মধ্যবর্ত্তী দূর তাকে স্কেলে মাপ। AB র মাপ হচ্ছে বৃত্তাকৃতি বিশিষ্ট পট্টির ব্যাসের দৈর্ঘ্য।
- পট্টিটির পরিসীমা মাপ, ব্যাসের প্রায় কতগুন সহিত পরিসীমার মাপ সমান হচ্ছে স্থির কর।

জান কি ?

বৃত্তাকৃত্তি বিশিষ্ট ক্ষেত্রের যারের দৈর্ঘ্য বা পরিসীমাকে ইহার। পরিধি বলা হয়

তোমরা সাইকেল বা স্কুটারের চাকা, গোরুর গাড়ির টাকা আদির পরিধিকে সুতোর সাহায্যে মাপতে পারবে। বিভিন্ন যন্ত্রপাতিতে বৃত্তাকৃত্তি বিশিষ্ট অংশর লেগে থাকে। সেগুলির মাপ নির্ভুল ভাবে জানা আবশ্যক, সুতো বা ফিতায়ে মেপে পরিধির জন্যে যে মাপ পাব তা সম্পুর্ন নির্ভুল নয়। তাই এর জন্যে এক গানিতিক সুত্র জানা আবশ্যক।

বৃত্তের পরিধি ও ইঙার ব্যাসার্ধর মধ্যে কি সম্পর্ক আছে এস দেখব। 5টি বিভিন্ন ব্যাসার্ধর বৃত্তের পরিধিকে মাপকে নিয়ে নিম্ন সারনীটি করা হল।

জান কি ?

কৃতে ব্যাস এর ব্যাসার্ধের দুই গুন

বৃত্ত	ব্যাসার্ধ	ব্যাস	পরিধি	পরিধি : ব্যাস	পরিধি : ব্যাসার্ধ
1	3.3	6.6	20.72	$\frac{20.72}{6.6} = 3.14$ (কাছাকাছি)	$\frac{20.72}{3.3} = 2 \times 3.14$
2	3.5	7.0	31.6	$\frac{22.0}{7.0} = 3.14$ (কাছাকাছি)	$\frac{22.0}{3.5} = 2 \times 3.14$
3	5.0	10.0	31.4	$\frac{31.6}{10.0} = 3.14$ (কাছাকাছি)	$\frac{31.6}{5.0} = 2 \times 3.14$

বৃত্ত	ব্যাসার্ধ	ব্যাস	পরিধি	পরিধি : ব্যাস	পরিধি : ব্যাসার্ধ
4	7.0	14.0	44.0	$\frac{44.0}{14.0}=3.14$ (কাছাকাছি)	$\frac{44.0}{7.0}=2\times3.14$
5	15.0	30.0	94.0	$\frac{94.0}{30.0}=3.13$ (কাছাকাছি)	$\frac{94.0}{15.0}=2\times3.13$

এই সারনী থেকে জানা যাচ্ছে যে, বৃত্তের আকার যা হোক পাসে ইহার পরিধি ও ইহার ব্যাসের অনংুপার সর্বদা সমান। আমরা বলি সব বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত (পরিধি : ব্যাস) এক ধ্রব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে পাই নাম দেওয়া হয়েছে। পাইকে π রূপে লেখা যায়।

আমরা জানলাম :

- বৃত্তর পরিধি তার ব্যাসার্ধ 3 গুনের অধিক হলে।
- বৃত্তর পরিধি কে 'c', ও ব্যাসকে 'd' ও ব্যাসার্ধ কে 'r' নিলে

$\frac{c}{d}=\pi$ বা $c=\pi d$ ও $c=2\pi r\ (\therefore d=2r)$

জান কি?

π (পাই) হচ্ছে গ্রীক ভাষার এক অক্ষর π র মূল্য কাছাকাছি $\frac{22}{7}$ বা 3.14 বলে ধরব।

জানব :

একটা বৃত্তের পরিধিও ইহার ব্যাসের অনুপাত বৃত্তের আকার নির্বিশেষ সর্বদা সমান। অর্থাৎ বিভিন্ন ব্যাস বিশিষ্ট বৃত্ত গুলি অংকর কর। প্রত্যেক পরিধিকে মেপে নির্ণয় করার পরে ইহাকে সেই বৃত্তের ব্যাস দ্বারা ভাগ করল, সমস্ত বৃত্তের ক্ষেত্রে ভাগফল এক থাকবে এই ভাগফল বা অনুপাত (পরিধি :ব্যাস) কে π সংকেত দ্বারা নামিত করা হয়েছে। (বহু বছর ধরে পরীক্ষা নিরিক্ষা করার পরে 1761 যমিহায় গানিতিক পাশ্বস্থ প্রমান করলে যে π র জন্যে কতক সংখ্যা)। কিন্তু হিসেব করার জন্যে ব কতক কাছাকাছি মানের ব্যবহার করা হয়। পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে এর জন্যে ভিন্ন ভিন্ন মানের কল্পনা করা হয়েছিলো তার একাট তালিকা নিম্নয়ে দাওয়া হয়েছে।

π র কাছাকাছি মান	কোন গানিতিজ্ঞ বা কোন সভ্য দ্বারা এই মান গ্রহন করা হয়ে ছিল।	সময়
π = 10 এর বর্গমূল =3.16	বেদ (ভারত)	সম্ভবত: খ্রী পৃ: 3000
$\pi=\frac{22}{7}$ =3.1428	আর্কিমিডিস (গ্রীস)	খ্রী:পূ: 287-212
π = 3.1416	টলেসি (গ্রীস)	খ্রী: 150
$\pi=\frac{355}{113}$	চুঙচি (চীন)	খ্রী: 150
$\pi=\frac{62832}{20000}$ = 3.1416	আর্য্য ভট্ট (ভারত	খ্রী: 499
$\pi=\frac{3927}{1250}$ = 3.1416	ভাস্করা চার্য্য (ভারত)	খ্রী: 1150
$\pi=\frac{9801}{1103\sqrt{8}}$ = 3.1415926218033	রামানুজন (ভারত)	খ্রী: 1887-1919

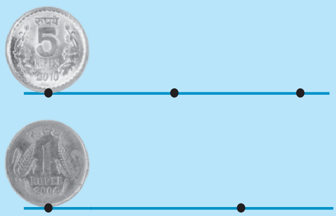
আমরা সাধারন বিসাব ক্ষেত্রে (বৃত্তের পরিধি বা ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার সময়) π এর জন্যে $\frac{22}{7}$ বা 3.141 নিয়ে থাকি সাধারনত π এর জন্যে কোন মান নেব, তা প্রশ্ন দাওয়া হয়ে থাকে। যদি প্রশ্নে এর মান দাওয় না হয়ে থাকে তবে আমরা একটু অনুমান করে দেখব, প্রশ্নে থাকা ব্যাসার্ধ / ব্যাস 7 এর গুনিতক কি? যদি তা হয়ে থাকে, তবে π এর জন্যে নেব্ π এর জন্যে 3.141 বা 3.14 নেব।

তোমাদের অঞ্চলে কোন বেনে (সোনা, রূপা তৈরীর কারিগর) কে জিজ্ঞাসা করলে, সে একটা চুড়ির তৈরী করার জন্যে কত নম্বর সোনা বা রূপোর তার নেয়। সে বলবে চুড়ির ব্যাস যত সে তার তিনগুন নম্বর তার নিয়ে থাকে। একটা কামারকে জিজ্ঞাসা করবে, সে বাহুর গাড়ির চাকার হাল (লোহা পাতের মোটা) তৈরী করার জন্যে কত নম্বর লোহার পাত নেয়। তাই বেলে বা কামার "বৃত্তের পরিধি $= 3 \times$ ব্যাস" সূত্র ব্যবহার করে। কিন্তু সুত্রর সাহায্যে পরিধির জন্যে আমরা π এর জন্যে $\frac{22}{7}$ ବା 3.141 নিয়ে থাকি।

নিজে করে দেখঃ

- একটা পাঞ্চ টাকার মূদ্রা ও এক টাকার মূদ্রা আন ।
- পাঁচ টাকার মূদ্রার ধারের ওপরে বিন্দুতে কাল রঙের দাগ দাও।
- এ টাকায় মুদ্রার শারের ওপর একটা বিন্দুতে লাল রঙের দাগ দাও।
- খাতার একটা পৃষ্ঠায় দুটি সোজা দাগ টান একটা দাগের ওপর পাঁচ টাকার মূদ্রাকে ধীরে ধীরে দাগের সহিত লাগিয়ে গড়িয়ে দাও। দাগ টির ভিন্ন ভিন্ন স্থানে কালো রঙ লেগে থাকার দেখতে পাব।
- অন্য দাগের ওপর একটাকা মুদ্রা পূর্বে মত গড়িয়ে নিলে, দাগের ওফৰ বিভিন্ন স্থানে লাল দাগ সব লেগে থাকার দেখব।

চিত্র 10.11



চিত্র 10.12

লক্ষ্য কর ঃ

- **প্রথমা দাগে ওপর কাছাকাছি থাকা দুটি কালে দাগের দুরত্বা হচ্ছে পাঁচ টাকার মূদ্রার পরিধি।**
- সে রকম অন্য, দাগের ওপর কাছাকাছি থাকা দুটো লাল রঙের মধ্যবর্ত্তী দূরত্বা হচ্ছে একটাকার মূদ্রার পরিধি এখন বল।

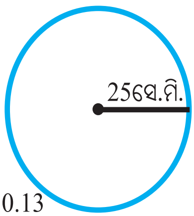
এখন বল

(ক) মুদ্রা দুটির মধ্যে কোনটি একবার ঘুরলে অন্যটির থেকে বেশী রাস্তা যাচ্ছে?

(খ) কোন মুদ্রাটি কতবার ঘুরলে খাতার পৃষ্টার বাম পাশের থেকে ডান দিকে যাচ্ছে?

উদাহরন - 2

একটা বৃত্তের ব্যাসার্ধ 25 সে.মি. হলে, ইহার পরিধি কত হবে? ($\pi = 3.14$ ନିଅ)



চিত্র 10.13

সমাধান :

বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r = 25 সে.মি.

$\therefore$ ইহার পরিধি $= 2\pi r = 2 \times 25 \times 3.14$ সে.মি. = 157 সে.মি.

উত্তর নির্ণয় কর

(ক) একটা চুড়ির ব্যাস 3.5 সে.মি. হলে ইহার পরিধি নির্ণয় কর।

(খ) একটা চাকার ব্যাসার্ধ 21 সে.মি.। ইহা কতবার ঘুরলে 66 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করবে নির্ণয় কর।

উদাহরন - 3

একটা বৃত্তের পরিধি 66 মি. হলে, ইহার ব্যাস ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর ($\pi = \frac{22}{7}$ নিও)

সমাধান :

প্রথম প্রনালী

বৃত্তের পরিধি $= \pi d = 66$ মি. (d হচ্ছে বৃত্তের ব্যাস)

$\therefore d = \frac{66}{\pi}$ মি.

$= \frac{66}{\frac{22}{7}}$ মি.

$= \frac{66 \times 7}{22}$ মি. $= 21$ মি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধ $r = \frac{d}{2} = \frac{21}{2}$ মি. $= 10.5$ মি.

দ্বিতীয় প্রনালী :

বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r = 66$ মি. (r হচ্ছে বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

$\therefore r = \frac{66}{2\pi}$ মি.

$= \frac{66}{2 \times \frac{22}{7}}$ মি. $= \frac{66}{\frac{44}{7}}$ মি.

$= \frac{66 \times 7}{44} = \frac{21}{2}$ মি. $= 10.5$ মি.

$\therefore$ ব্যাস $= 2 \times$ ব্যাসার্ধ $= 2 \times 10.5$মি. $= 21$মি.

- দুটি প্রনালীতে কি ভিন্নতা আছে লেখ।
- তোমাকে কোন প্রনালীটে সহজ লাগছে? কারন লেখ।

উদাহরন - 4

পাশ্বর্স্থ চিত্রয়ে তিনটি অর্ধবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ একটা চিত্রটির রয়েছে ও প্রত্যেক অর্ধবৃত্তের ব্যাস 7 সে.মি. হলে, চিত্রটির পরিসীমা নির্ণয় কর।

সমাধান :

প্রত্যেক অর্ধবৃত্তের ব্যাস $d = 7$ সে.মি.

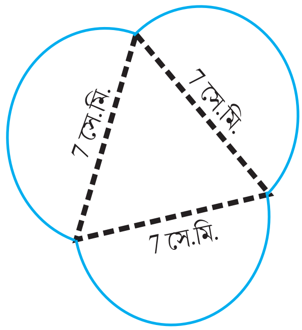
$\therefore$ প্রত্যেক অর্ধবৃত্তের দৈর্ঘ্য = বৃত্তের পরিদির অর্ধেক

$= \pi d \times \frac{1}{2} = \frac{22}{7} \times 7 \times \frac{1}{2}$ সে.মি.

$= 11$ সে.মি.

তাই চিত্রটির পরিসীমা = 3 টি অর্ধবৃত্তের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি

$= 3 \times 11$ সে.মি. $= 33$ সে.মি.



চিত্র 10.14

লক্ষ্য কর :

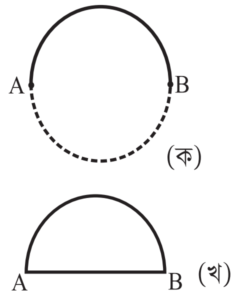
পার্শ্বস্থ চিত্র 10.15 (ক) তে একটি বৃত্তকে দুটি সমান ভাগে ভাগ করা হয়েছে, ওপরের অংশ এক অর্ধবৃত্তকৃতি বিশিষ্ট। ইহার প্রান্ত বিন্দু দ্বয় কে A ও B তে নামে নামিত করা হয়েছে।

এই অর্ধবৃত্ত আকৃতি বিশিষ্ট দাগের দৈর্ঘ্য

= পুরো বৃত্তের পরিধির দু সমান ভাগ থেকে এক ভাগ (বা অর্থ পরিধি)

$$= \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

চিত্র - 10.15(খ) তে একটা অর্ধবৃত্ত আকৃতি বিশিষ্ট আবদ্ধ ক্ষেত্র রয়েছে। ইহার সীমা দুটি অংশকে নিয়ে গঠিত। একটা অংশ হচ্ছে A থেকে B পর্যন্ত থাকা বক্ররেখা খন্ড বা অর্ধবৃত্ত এবং অন্য অংশটি হল A থেকে B পর্যন্ত থাকা সোজা রেখাখন্ড। এই সোজা রেখাখন্ড AB হচ্ছে অর্ধবৃত্তের ব্যাস।



চিত্র 10.15

তাই চিত্র (খ) তে থাকা অর্ধবৃত্তাকৃতি বিশিষ্ট আবদ্ধ ক্ষেত্রফল পরিসীমা = অর্ধবৃত্তের দৈর্ঘ্য + অর্ধবৃত্তের ব্যাস

$$= \pi r + 2r$$

অভ্যাস কার্য্য 10.2

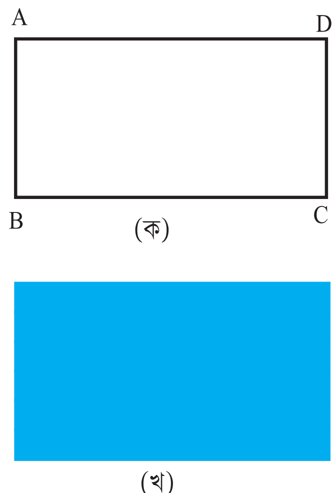
1. একটা বৃত্তের ব্যাস 0.42 সে.মি. হলে, ইহাপ পরিধি কত হবে। ($\pi = \frac{22}{7}$ নিথ)
2. একা বৃত্তাকৃত্তির তারকে সোজা করে দেওয়া হল। তা রপর তারটিকে বৃহত্তম বর্গক্ষেত্রে পরিনত করায় তার প্রতেকে বাহুর দৈর্ঘ্য 22 সে.মি. হল। পূর্বে থাকা বৃত্তি আকৃতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
3. একটা 14 সে.মি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তাকাতি বিশিষ্ঠ কার্ড বোর্ডকে কেটে দুটি অর্ধবৃত্তে পরিনত করা হল। দুটি অর্ধবৃত্তে করে লেখ লাগানোর জন্যে কত লেখ আবশ্যক ?

10.3. ক্ষেত্রফল :

একটা সমতলের ওপর অংকন করা এক আবদ্ধ চিত্র দ্বারা, সমতলের এখ অংশ সমতনের থেকে আলাদা হয়ে যায়। ইহা হচ্ছে আবদ্ধ চিত্রে অন্তর্দেশ। যেমন আমাদের বাগানের বেড়া দ্বারা কিছু ভুমি আবদ্ধ হয়ে। আমাদের জমিতে বাধ দিয়ে কিছু ভূমি আবদ্ধ হয়। আবদ্ধ চিত্র সনেত ইহা দ্বারা সমতলকে থেকে আলাদা হয়ে থাকা অংশের পরিমানকে আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বলা হয়।

পার্শ্বস্থ চিত্র - 10.16 (ক) য়ে ABCD এক আয়ত চিত্র।

চিত্র (খ) তে কাগজ সমতলের যে অংশ টি আবদ্ধ চিত্র ABCD দ্বারা কাগজ বৃষ্টাৰ থেকে আলাদা হয়েছে। তাকে রঙিন করা হয়েছে। ABCD আয়তক্ষেত্রটে ও এর দ্বারা আবদ্ধ রঙিন অঞ্চলকে একত্র নিলে ইহাকে ABCD আয়তক্ষেত্র বলা হয়।



চিত্র 10.16

এই রঙিন অংশের পরিমানকে ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বলা

হয়। যেমন দৈর্ঘ্য মাপার জন্যে মিটারকে একক রূপে নেওয়া হয়ে ও তরল পদার্থের পরিমান মাপার জন্যে লিটার কে একক রূপে নেওয়া হয়ে, সেরকল ক্ষেত্রফল মাপার জন্যে 1 মিটার বাহু বিশিষ্ট এখইট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফলকে 1 বর্গমিটারে বলা হয় ও ইহাকে ক্ষেত্রফল মাপার জন্যে একক রূপে নেওয়া হয়। ছোট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল মাপার জন্যে 1 সে.মি. দীর্ঘ বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রেকে ব্যবহার করা যায়।ইহার ক্ষেত্রেফল 1 বর্গ সে.মি.

জান কি?

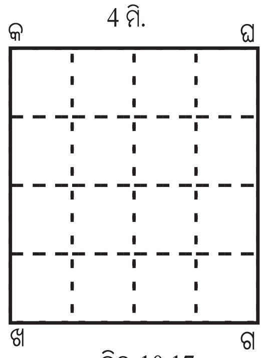
1 বর্গ মি. =10,000 বর্গ সে.মি. কারন চিন্ত করে

10.3.1. বর্গক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল

এস বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করব।

পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে 4 মি. দীর্ঘ্য বাহু থাকা বর্গক্ষেত্রে দর্শা হয়েছে।

এই চিত্রটি 1 মি. বাহু থাকা একটা বর্গচিত্র। ইহাকে মাপ একক রূপে ব্যবহার করব। এই আকারের পট্টি নিয়ে, ইহাকে উপরিস্থ কখগঘ বর্গক্ষেথ্র ওপরে বার বার করে ফেলব। ইহা মোট কত বার থাকতে পেরেছে, তা দেখব। চিত্র 10.17 কে দেখলাম। বর্গপট্টি টি একটা লাইএন 4 বার থাকল, এবং 4 টি লাইনে থাকতে পারল। তাই 1মি. দীর্ঘ্য বর্গ পাট্টিটি কখগঘ বর্গক্ষেত্র ওপরে $4 \times 4 =$ 16 বার থাকতে পারল।



চিত্র 10.17

এখন বল কখগঘ বর্গক্ষেত্রর এক মিটার দীর্ঘ্য বর্গ পট্টিটি 16 বারে কতস্থান অধিকার করল??

কখগঘ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 16বর্গ মিটার

কিন্ত $16 = 4 \times 4$ বা 4এর বর্গ

তাই 4 মি. দীর্ঘ্য বাহু থাকা বর্গ ক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল $= 4^2$ বর্গ মিটার

জান কি

4×4 কে 4^2 ভাবে লেখা যায়, এখানে আধার 4 ও ঘাতাঙ্ক 2 । 4^2 কে 4 এর বর্গ বলা যায়।

তাই আমরা জানলাম,

একটা বর্গক্ষেত্রের বাহু a মি. হলে ইহার ক্ষেত্রফল $= a^2$ বর্গমিটার

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার জন্যে সুত্রর আলোচনা হওয়ার পরে। শ্যাম তার কাছে বসে থাকা ছাত্র রমনকে জিজ্ঞাসা করল-"যদি একটবিবর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 9 বর্গ সে.মি. হয়, তবে তার বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি. হবে?"

রমন একটু ভেবে বলল, 3 সে.মি.

শ্যাম জিজ্ঞাসা করল, -"কেমন জানলে?"

রমন বলল - "$3 \times 3 = 9$ বা $3^2 = 9$

বর্গক্ষেত্রের $(\text{বাহুর দৈর্ঘ্য})^2 =$ ক্ষেত্রফল

তাই বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি."

বল দেখি

একটি বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 25 বর্গ সে.মি হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে।

শ্যাম বলল - আচ্ছা, যদি একটা বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 324 বর্গ সে.মি. হয়ে থাকে, তবে তার বাহুর দৈর্ঘ্য কেমন জান? যেমন গুনন নামতা জানি, তার মধ্যে কোন সংখ্যাকে সেই সংখ্যার সহিত গুনলে গুনফল 324 হবে তাত নেই।"

উভয়ে সেই প্রশ্নটি গুরু মাকে জিজ্ঞাসা করল।

শ্যাম জিজ্ঞাসা করল "কেমন জানলে ? রমন বলল - $3 \times 3 = 9$; আমি বলি 9 হল 3 এর বর্গ

$4 \times 4 = 16$; তাই 16 হচ্ছে 4 র বর্গ।

মনে রেখ 3 কে 9 এর বর্গ মূল বলা হয়।

4 কে 16এর বর্গ মুল

এর 16 এর বর্গমূল = 4 (কারন 4 ও 4 রে গুনফল = 16)

বর্তমান 324 এর বর্গ মুল নিজে নির্নয় করার চেষ্টা কর।

গুরুমার আলোচনার থেকে সবাই জানল যে যে সংখ্যার বর্গমুল নির্ণয় করা তার গুননিয়ক নির্ণয় করা সেগুলিকে দুটি সমান গোষ্ঠীতে পরিনত করতে পারলে, দেওয়া হওয়া সংখ্যার বর্গমূল পেতে পারব।

ত্বর্ত্তমান সকলে 324 বর্গমুল পাওয়ার কাজে লেগে গেল।

$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3$

$= 18 \times 18$

324 এর বর্গমুল = 18

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

তাই বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার বাহুর দৈর্ঘ্য 324, বর্গমুল = (324 এর বর্গমুল) মি:

= 18 মি.

সবাই জানলে

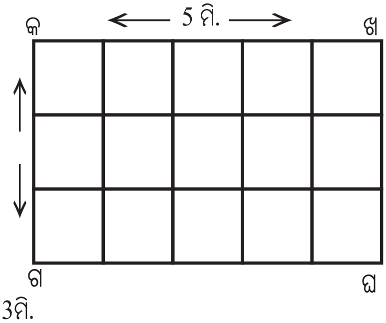
একটা বর্গক্ষেত্রে বাহুর দৈর্ঘ্য = ইহার ক্ষেত্রফলের পরিমানের বর্গমুল

10.3.2. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে কখগঘ একটা আয়তক্ষেত্র। ইহার দৈর্ঘ্য দাম প্রস্থ 5 মি. বাহু থাকা 3 মি. ক্ষেত্রফল মাপব।

1 মি. বাহু থাকা বর্গাকৃতির কাগজ পট্টি একটা এলে কখগঘ বর্গক্ষেত্রের একটা কোন থেকে আরম্ভ কোর বার বার করে রাখব।

এখন বল -



- একটা লাইনে ইকহা কত বার থাকতে পারবে ?
- এরকম কয়টি লাইনে ইহা থাকতে পারবে ?
- মোট কত বার থাকলে পারল ? $5 \times 3 = 15$ বার
- প্রতিবার বর্গ কাগজ পট্টি কত স্থঅন অধিকার করল ?
- সমুদায় কত স্থান অধিকার করল ? $15 \times 1 = 15$ থর

তাই আয়তক্ষেত্র কখগঘর ক্ষেত্রফল = 15×1বর্গ মি.= 15 বর্গ মি.

লক্ষ্য কর ইহার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থোর গুফল = $5 \times 3 = 15$

তাই a মি. দৈর্ঘ্য b মি. প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $a \times b$ বর্গ মিটার

উদাহরন - 3

5 মিটার দীর্ঘ্য বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল থেকে উহার দুইগুন দীর্ঘ বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল কত অধিক ?

সমাধান

5 মিটার দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = 5^2 বর্গ মি = 25 বর্গ মি

এই ক্ষেত্রর দৈর্ঘ্য দুগুন = 5মি $\times$ 2 = 10 মি

10 মি. দীর্ঘ্য বাহূ বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = 10^2 বর্গ মি = 100 বর্গ মি

বর্গ ক্ষেত্র দুটির ক্ষেত্রফলের পার্থক্য = 100 বর্গ মি – 25 বর্গ মি= 75 বর্গ মি

> **জান কি**
>
> 5 মি. বর্গাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রর অর্থ হল যে এক বর্গ ক্ষেত্র যার প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 মি.

উদাহরন - 4

একটা 100 মিটার দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল 2000 বর্গ মিটার, সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট অন্য এক আয়ত ক্ষেত্রের প্রস্থ, প্রথম আয়ত ক্ষেত্রের প্রস্তর 2 গুন হলে নতুন আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 100 মিটার

ক্ষেত্রফল = 2000 বর্গ মিটার

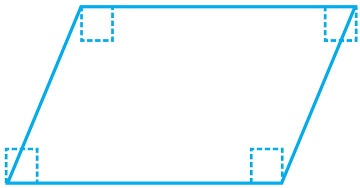
উহার প্রস্থ = $\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{দৈর্ঘ্য}} = \frac{2000}{100} = 20$ ମି.

প্রশ্ন অনুযায়ী দ্বিতীয় আয়ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 100 ମି.

প্রস্থ = 2×20ମି. = 40ମି.

ইহার ক্ষেত্রফল = (100×40) ବର୍ଗ.ମି.

= 4000 ବର୍ଗ.ମି.



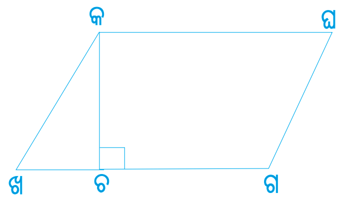
10.4. সমান্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্র ফল

শ্রেনীতে আয়তক্ষেত্র ও বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্বন্ধীয় আলোচনা যোগেস শুন্য ছিল। সামন্ত্রকি ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার জন্যে সেও বর্গাকৃত্তি বিশিষ্ট কাগজ পট্টি নিয়ে সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল মাপার চেষ্টা করল।

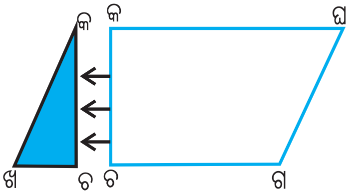
1 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট বর্গ আকৃতির কগাজ পট্টি একটা নিয়ে সামন্তরিক ক্ষেত্রের একটা কোন থেকে আরম্ভ করে রাখতে চেষ্টা করল। সে নিয়ে থাকা বর্গাকৃত্তিত কাগজ পট্টির কিছু অংশ সামন্তরিক ক্ষেত্রের বায়েরে চলে গেল।, অথবা সামন্তরিক ক্ষেত্রের কিছু অংশ সেনিয়ে থাকা কাগজ পট্টির সহিত মিলল না। তাই সে কি করবে কিন্তু বুঝতে না পেরে গুরুমাকে তার অসুবিধের কথা বলল।

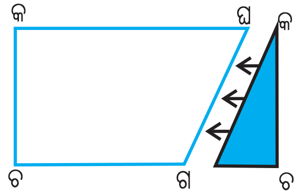
তারপর গুরুরমা নিম্ন কার্য্য টি করে দেখালেন।

- একটা পট্টি কাগজ নিয়ে তার ওপর সামন্তরিক চিত্র একটা অংকরন করলেন ও তার নাম দিলেন কখগঘ।
- সেটস্কোয়ার ব্যবহার করে ‘ক’ বিন্দুর থেকে খগ বাহু প্রতি লম্ব একটা অংকর করলে ও তার নাম দিলে কে।

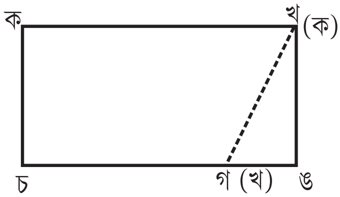


- বর্ত্তমান কখগঘ সামন্তরিক ক্ষেত্রের কে মুল পট্টি কাগজ থেকে বের করে দিলেন।
- কখগঘ সামন্ত্রকি ক্ষেত্রে বাহুদের মেপে দিয়ে পেলেন। খগ = কখ = 10 সে.মি. কঘ = খগ = 14 সে.মি.
- তারপর অংকরন করা লম্ব কচকে মেপেলেন কগ = 6 সে.মি.
- এমন কচখ ত্রিভুজ আকৃতির খন্ডকে কেটে সামন্তরিক ক্ষেত্রের অবশিষ্ট অংশের থেকে আলাদা করে নিলেন।
- অবশিষ্ট কচগঘ অংশটি চিত্রয়ে দর্শা হয়েছে।
- তারপর কছখ ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট পট্টি কাগজ খন্ডকে নিয়ে ইহার কখ বারকে বাড়তি টুকরে খগ বালে র সহিত জুড়েছিল।





খগ ও কখ উভয়ের দৈর্ঘ্য সমান (প্রত্যেক 10 সে.মি.)। তাই সে দুটি বার পুরেপুরি মিশে গেল, পট্টি কাগজ দু খানকে জুড়ে দেওয়ার পর, জোড়া হয়ে থাকা পট্টির আকৃতিকে পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে দর্শা হয়েছে। চ কোনটেকে ছ রুপে লানিত করে হয়েছে। জোড়া হওয়ার পর আয়তক্ষেত্রে সৃষ্টি হল।



চছ বাহুর দৈর্ঘ্য = চগ বাহুর ৈমি.

কছ বাহুর দৈর্ঘ্য = 10 সে. মিদর্ঘ্য + খচ বাহুর দৈর্ঘ্য

= 14 সে..

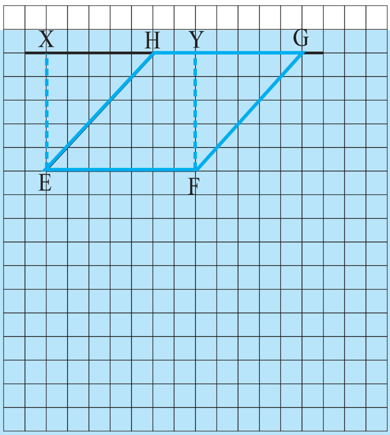
কচছঘ আয়তক্ষেত্র ক্ষেত্রফল = $l \times b = (14 \times 10)$ বর্গ সে.মি.

আয়তক্ষেত্রর প্রস্থ ‘কচ’ হচ্ছে সামন্তরিকর ক্ষেত্র কখগঘ র ক পর্তের থেকে খগ বাহুর প্রতি অংকিত লম্ব। এই লম্ব কচ কে সামন্তরিক ক্ষেত্রর খগ বাহুর প্রতি উচ্চতা বলা হয়। খগ বাহুকে সামন্তরিক ক্ষেত্রর ভুমি বলা হয়।

তাই দেখা গেল, সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = **(ভুমি × উচ্চতা) বর্গ একক**

গুরুমা যেমন কার্য্য করে সামন্তরিক চিত্রর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করলেন, তুমি সেই ভাবে কার্য্য করে সামন্তরিক ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

নিজে করে লেখ



- একটা গ্রাফ কাগজের ওপরে EF রেখা খন্ড অংকন কর। EF সঙ্গে সমান দৈঘ্য বিশিষ্ট অন্য এক রেখা খন্ড HG
- অংকর কর, যেমন EF ও GH গ্রাফ কাগজের দুটি সমান্তর রেখা ওপরে থাকবে। লক্ষ্য রাখবে যে, E ও H গ্রাফ কাগজের ওপর থেকে তলায় থাকা কোন একটা দাগের ওপর থাকবে না।
- এমন EH এবং FG রেখাখন্ড দুটি অংকর কর। পাওয়া EFGH ক্ষেত্রটি একটি সামন্তরিক ক্ষেত্র। রে ভেতরে থাকা বর্গ ঘর গুলি গননা করে সান্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল নির্ণয়

কর। (বর্গাকার গুলি গনণা করার সময় পুরো বর্গ ঘর কে। গুনর বর্গঘর অধেক এর বেশী অংশকে 1 ধরব এবং অর্ধেক থেকে 1 অংশকে ছেড়ে দেব।)

- F বিন্দুর থেকে HG রেখা খন্ড প্রতিলম্ব অংকর করব এবং লম্বর নাম দেব FY।
- GH রেখাকে বাম দিকে বাড়ব এবং E বিন্দুর থেকে বাড়ান রেখার ওপরে একটা লম্বর নাম দেব EX।
- দেখ XEFY এক আয়তক্ষেত্র হল, গ্রাফ কাগজের বাঘির গননা করে XEFY আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- বর্ত্তমান দেখতে পারবে যে, সামন্তরিক ক্ষেত্র EFGH ও XEFY আয়তক্ষেত্র উভয়ের ক্ষেত্রফল সমান।

জান কি
একা ভুমি উপরে অবস্থিত এবং এক উচ্চতা বিশিষ্ট সামান্তরিক ক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল সমান।

এই চিত্রের থেকে জানা যাচ্ছেয সামন্তরিক ক্ষেত্র HEFG আয়তক্ষেত্র XEFY উভয়ের ভুমি EF এবং উভয় ক্ষেত্রের উচ্চতা সমান।

পুনশ্চ দেখলাম :

আয়তক্ষেত্র XEFY র প্রস্থ XE ও সামন্ত্রক ক্ষেত্র HEFG র উচ্চতা ও Xe।

কিন্তু আয়তক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল $= l \times b = EF \times EX$

তাই সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল $= EF \times EX$

অর্থাৎ সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভুমি × উচ্চতা

তাই সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্বন্ধঈয় সূত্র এই রকম লেখা যেতে পারবে।

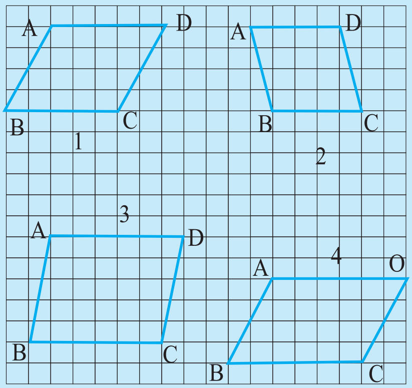
সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (ভুমি × উচ্চতা) বর্গ একক

বল দেখি ঃ
সামান্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা জানা থাকলে ভুমি কি করে বেরেবে।

সারনীর খালিঘরে লেখ

গ্রাফ কাগজের বর্গঘর গুলিকে গুনে সামন্তরিক চিত্রর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে সারনীতে লেখ।

চিত্র	ভুমি	উচ্চতা	ক্ষেত্রফল	ভুমি x উচ্চতা
1				
2				
3				
4				



উদাহরন - 5

একটা সামন্তরিক ক্ষেত্রৰ ভুমির দৈঘ্য 8.2 সে.মি। এই বাহুর প্রতি বিপরীত বিন্দুর থেকে অংকিত লম্বর দৈর্ঘ্য 2.3 সে.মি. হলে, ইহার ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

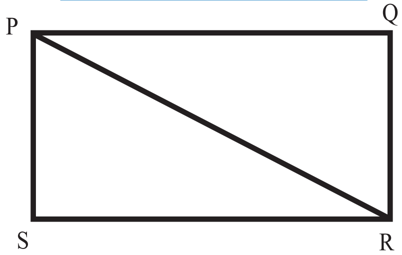
সামন্তরিক ক্ষেত্রের ভুমি = 8.2 সে.মি., উচ্চতা = 2.3 সে.মি.

ইহার ক্ষেত্রফল = ভুমি × উচ্চতা

= 8.2 × 2.3 বর্গ সে.মি. = 18.86 বর্গ সে.মি.

জান কি?
স্থানান্তরিত চিত্রর যে কোন সে বাহু কে ইহার ভুমি নিয়ে যেতে পারে। এই বাহু প্রতি বিপরীত শীর্ষ বিন্দুর অঙ্কিত লম্ব ইহার উচ্চতা রুপে নেওয়া যাবে।

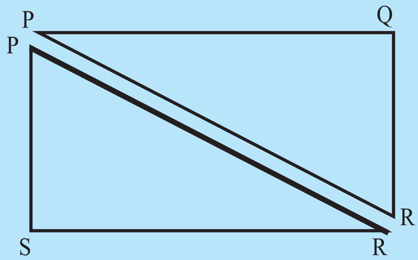
10.5 ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল



তোমরা জান যে একটা ত্রিভুজের কৃতি ক্ষেত্রের চারিদিকে বাড়া দেওয়ার জন্যে হওয়া খরচ, তার পরিসীমার ওপর নির্ভর করে। সেরকম সেই ক্ষেত্রে চায় করা, গুড়ি বিছান, ঘাম লাগান আদি কাজের জন্যে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা হয়। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কিভাবে নির্ণয় করা হয়, এস দেখব।

নিজে করে দেখ

- একটা কাগজের আয়ত চিতৰকারে তার নাম দাও PQRS দাও।
- ইহার PR কনকে যোগ করে, এই বারে কেটে দাও।
- উৎপন্ন হওয়া PRS ত্রিভূজকে PRQ ত্রিভুজের ওপরে ফ্যেল তাদের সংস্পর্ক লক্ষ্য কর। কি দেখলে?
- দুটি সারা ত্রিভজু সর্বসম কি?
- এখন বল দুটি মারা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান হবে কি?



লক্ষ্য কর

- মিলে থাকা সমকোনী ত্রিভুজের সমকোনকে লেগে থাকা একটা বাহু হচ্ছে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও অন্যবাহু হচ্ছে প্রস্থ।।
- দুটি সারা সমকোনী ত্রিভুজ পরস্পর সহিত সংস্পর্ন রুপে মিশে গেল, তাই ত্রিভূজ দুটির ক্ষেত্রফল সমান।
- দুটি সামা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের যোগফল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সহিত সমান।

জান কি?
একটি আয়তক্ষেত্রর একটি কর্ণ ইহাকে সমক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি সমকোনী ত্রিভজরে পরিনত করে।

তাই আমরা জানলাম :

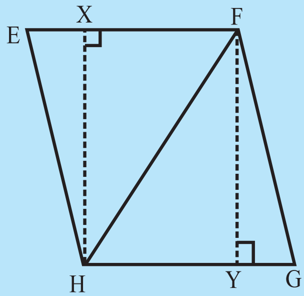
উৎপন্ন সমকোনী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = মূল আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফলের অর্ধেক

সমকোনী ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times$ (দীর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক

বা $\frac{1}{2} \times$ (সমকোন সংলগ্ন বাহু দ্বায়ের গুনফল)

নিজে করে দেখ



- একটা সামন্তরিক চিত্র অংকর কর। পার্শ্বে দাওয়ার মত তার নামকরন কর।
- ইহার দুই বিপরীত শীর্ঘ বিন্দুকে জুড়ে, একটা কর্ণ অংকন কর।
- একে থাকা সমান্তরিক ক্ষেত্র (EFGH)কে তার একটি কর্ণ (FH) এৰ বারে কাটলে, যি দুটি ত্রিবুজ উৎপন্ন হবে, তাদের কেটার ওপরে আর একটা ফেলে, তাদের সংপর্ক লক্ষ্য কর। কি পেলে?
- উৎপন্ন EFH ত্রিভু ও GFH ত্রিভূ দ্বয় সমক্ষেত্রফল বিশিষ্ট।
- EFH ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল + GFH ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল

  = EFGH সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল।
- EFH ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল= GFH ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল

  $= \frac{1}{2} \times$ সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল

  বা $\frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

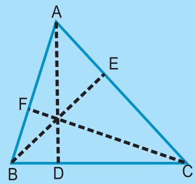
ওএখান তেকে আমরা জানলাম, ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

জান কি?

ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে ভুমি নিলে, AD হবে উচ্চতা।

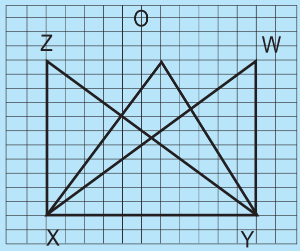
AC বাহুকে ভুমি নিলে BE হবে উচ্চতা।

AB বাহুকে ভুমি নিলে, CF হবে উচ্চতা।



নিজে করে দেখ

- একটা গ্রাফ কাগজের একটা ভুমি XY ওপরে 3 টি ত্রিভূজ XYZ, OXY এবং WXY অংকল কর যেমন Z, O এবং W গ্রাফ কাগজের একটা বাম ডান, দাগ ওপরে থাকবে।
- গ্রাফ কাগজের ঘর গুনে প্রত্যেক ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ত্রিভূজের তিনটির ক্ষেত্রফলে কি সম্পর্ক লক্ষ্য করছ লেখ।



উদাহরন - 6

একটা ত্রিভূজের ভূমি 20 সে.মি. ও উচ্চতা 5.3 সে.মি. হলে, ইহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

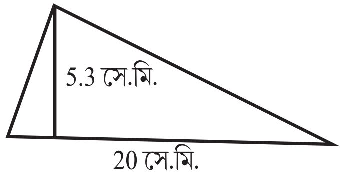
সমাধান-

ত্রিভুজের ভূমি 20 সে.মি. ও উচ্চতা 5.3 সে.মি.

$\therefore$ ইহার ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times 20$ সে.মি. $\times 5.3$ সে.মি.

$= 53$ বর্গসে.মি.



10.6. ক্ষেত্রফল মাপের জন্যে ব্যবহৃত একক।

ক্ষেত্রফল মাপের জন্যে ব্যবহৃত একক সম্পর্ক আমরা আগে জানি।

1 বর্গমি. = 10000 বর্গসে.মি.

সেরকম 1 কি.মি. = 1000 মি.

তাই 1 বর্গকি.মি. = $(1000)^2$ বর্গমিটার

= 1,000,000 বর্গমি.

1 সে.মি. = 10 মি.মি.

$\therefore$ 1 বর্গ সে.মি. = $(10)^2$ বর্গ মি.মি.

= 100 বর্গ মি.মি.

বল দেখিঃ

1000 বর্গ সেমি সহ কত বর্গমিটার সমান।

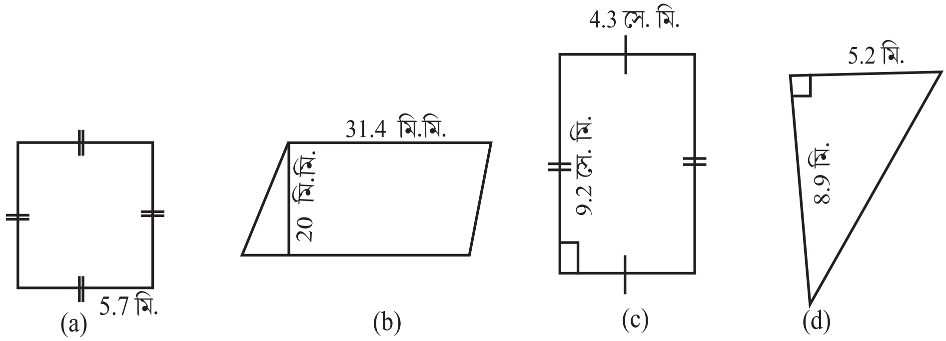
উত্তর লেখ

(ক) 1000 বর্গমিটার সহিত কত বর্গমিটার সমান ?

(খ) 100 বর্গমিটার সহিত কত বর্গ সে.মি. সমান ?

অভ্যাস কার্য্য 10.3

1. নিম্ন লিখিত চিত্র গুলিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



2. শূন্য স্থান পূরন কর ঃ

ক্ষেত্রর নাম	ক্ষেত্র ফল	ভুমি	উচ্চতা
সামান্তরিক ক্ষেত্র	174 বর্গ মি	15 মি.	?
ত্রিভজ	1 বর্গ মি	?	2.5 সে.মি.
সামান্তরিক ক্ষেত্র	1 বর্গ কিমি	?	2000 মি.
আয়তক্ষেত্র	15.36 বর্গ কিমি	4.8 মি.মি.	?
ত্রিভুজ	64.95 বর্গ মি	?	15 মি.

3. একটি আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল 500 বর্গ মি.। ইহার দৈর্ঘ্য 25 মি.। এহার প্রস্থ কত? এই ক্ষেত্রর চারপাশে লাইন দেবার মিটার প্রতি 9.50 হিসাবে কত খরচা হবে।

4. 15 সে. মি দীর্ঘ বাহু বিশিষ্ট একটি বর্গ ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল একটি 15 সে.মি. ভুমি বিশিষ্ট ত্রিভুজ এর ক্ষেত্রফল সহিত সমান হলে ত্রিভুজের উচ্চতা কত।

5. ত্রিভুজ আকৃতি বিশিষ্ট খন্ড জমির ভমির 60মি. ও উচ্চতা 20 মি.। বর্গ মিটার প্রতি জমির দাম 1500 টাকা হলে, সেই ত্রিভুজা কৃতি বিশিষ্ট জমির দাম কত হবে বল।

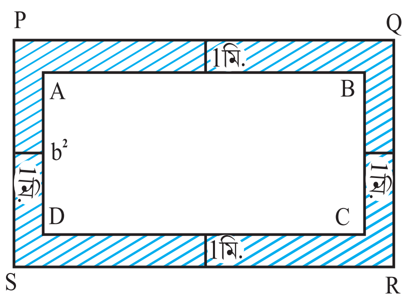
6. 50 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট দুটি ত্রিভজুর ক্ষেত্রফলর সমষ্টি 1 বর্গ মিটার হ্ব।একটা ত্রিভুজের ভুমির দৈর্ঘ্য 160 সে৬ মি হলে, অন্য ত্রিভুজর ভুমিরদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

10.7. আয়ত ক্ষেত্রর ভিতর বা বাহার ধারক লেগে থাকার ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল

তুমি দেখবে যে, কত যে ঘরের চারদিকে একটি একটি পা চলার রাস্তা থাকে। তোমার বই পৃষ্ঠার চারধারে পাশে মধ্য খালি জায়গা আছে।

তুমি এই ভাবে কতটা ক্ষেত্রর উদাহরন দিও।

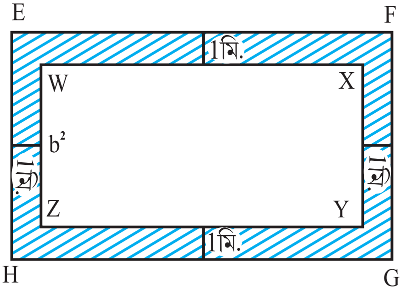
পার্শ্বশথ চিত্ররে ABCD এক আয়তক্ষেত্র। ইহার চারধারে লাগিয়ে সমান চওড়ায় এক চিত্রয় অঞ্চল রয়েছে। এই অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিব। চিত্তিত অঞ্চলটির চওড়া সব জায়গায় সমান হবার PQRS মধ্য এক আয়াতক্ষেত্র। এই চিত্রিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল = PQRS আয়তক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল - আয়াতক্ষেত্রর ABCD ক্ষেত্রফল।



এই সম্বন্ধীয় প্রশ্নের আলোচনা নিম্নরে করা।

উদাহরন -7

20 মি দৈর্ঘ্য ও 15মি. প্রস্থ বিশিষ্ট বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের চার ধারে। 1মি. চওড়ার রাস্তা তৈরী হল। এই রাস্তার ক্ষেত্রফল কত ?



সমাধান :

মনে কর WXYZ উক্ত আয়তক্ষেত্র।

ইহার দৈর্ঘ্য =20মি., প্রস্থ = 15মি.

ইহার ক্ষেত্রফল = 20মি. × 15 মি.

= 300 বর্গ মি.

ইহার চারধারে (চিহ্নিত অংশয়ে) 1মি. চওড়া রাস্তা তৈরী হবে। ফলে EFGH আয়তক্ষেত্র সৃষ্টি হল।

EFGH আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য EF = 22 মি., প্রস্থ EH = 17 মি.

∴ EFGH আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক

= 22মি × 17মি

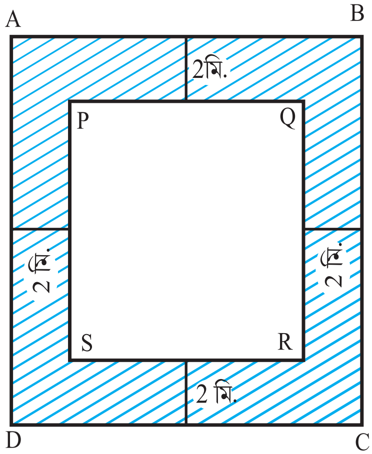
= 374 বর্গ মি

রাস্তার ক্ষেত্রফল হচ্ছে = EFGH আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল – WXYZ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= 374 বর্গ মি – 300 বর্গ মি

= 74 বর্গ মি

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল হচ্ছে 74 বর্গ মি।



উদাহরন - 8

একটি 40 মি. বর্গাকৃতি বিশিষ্ট মেজের ভেতর বারে লেগে 2মি চওড়ারপ রঙ করা হবে, এখানে বর্গ মিটার 2.50 টাকা হিসেবে কত খরচ হবে ?

সমাধান :

মনে কর ABCD হচ্ছে বর্গাকৃতি বিশিষ্ট মেজে, এর ভেতর দিকে থাকা চিত্রিত অংশ রহ করা হবে।

ABCD বর্গাকৃতি প্রত্যেক বাহু = বাহু × বাহু

= (40 × 40) বর্গ মিটার

= 1600 বর্গ মিটার

ABCD ভেতর দিকে চারধারেকে লেগে সমান চওড়ার রঙ করা হবে। তাই PQRS এক বর্গক্ষেত্র হবে।

PQRS বর্গ ক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু = 40মি. - (2×2) মিটার

= 36 মিটার

∴ PQRS ক্ষেত্রফল = 36×36 বর্গ মিটার

= 1296 বর্গ মিটার

রঙ করা যাওয়া অংশের ক্ষেত্রফল = ABCD ক্ষেত্রফল – PQRS বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= 1600 বর্গ মিটার – 1296 বর্গ মিটার

= 304 বর্গ মিটার

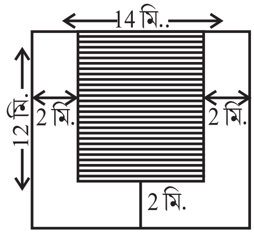
1 বর্গ মিটার কে রঙ করার খরচ = টাকা 2.50

∴ 304 বর্গ মিটার রঙ করার খরচ = ₹ 2.50 × 304

= 760 টাকা

অভ্যাস কার্য্য 10.4

1. একটি 45 মি. দৈর্ঘ্য ও 20 মি. প্রস্থ বিশিষ্টআয়তক্ষেত্রের ভেতরে পাসে এর বারকে লেগে 2.5 মি. চওড়া অঞ্চলে গুলি রিছোতে হবে। 1 বর্গ মিটার গুড়ি বিছোনের খরচ 4 টাকা হলে গুড়ি বেছানের জন্যে মোট কত খরচ হবে?
2. পার্শ্বস্ত চিত্রয়ে চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



3. 60 মি. চওড়া ও 75 মি. লম্বা মাঠের চারধোরে 1.5 মি. চওড়া ঘাস বেছানের জন্যে বর্গ মিটার 3 টা হিসেবে কত খরচ হবে?
4. 40 মিটার দীর্ঘ ও 30 মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ভেতর বারকে লেগে 1 মিটার চওড়া অঞ্চলে মাটি বিছোনোর জন্যে বর্গ মিটার প্রতি 8 টাকা হিসেবে কত খরচ হবে?
5. একটা স্কুলে থাকা 20 মিটার লম্বা ও 12 মিটার প্রস্থ প্রার্থনা সভাগৃহের ভেতর ধারকে লেগে 1 মিটার চওড়া স্থানে বর্গাকৃতি বিশিষ্ট টালহ বেছানো হবে, প্রত্যেক টাইলের দৈর্ঘ্য 25 সে.মি. হলে, মোট কতটা টাইল লাগবে।
6. একটা বর্গাকৃতি বিশিষ্ট মাটের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 40 মি. মাঠর ধার লেগে বায়েরে দিকে, সমান চওড়ার রাস্তা একটা তৈরী হল 1 বর্গমিটার প্রতি 10 টাকা হারে, সেই রাস্তা তৈরী করার জন্যে মোট 1640 টাকা খরচ হল, তবে

   (ক) মাঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

   (খ) রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

   (গ) মাঠের সঙ্গে রাস্তাকে একত্র নিযেল যে ক্ষেত্রটি হল তা কি প্রকার ক্ষেত্র?

   (ঘ) এই ক্ষেত্রর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

   (ঙ) রাস্তার চওড়া কত।

নিজে করে দেখ

- কাগজ ওপরে 3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটা বৃত্তের তৈরী কর। ইহাকে কাগজ কেটে আলাদা করে দাও ও বৃত্তাকৃতি বিশিষ্ট কাগজের একটা পাশ কে লাল রঙ দাও।
- সেরকম আলাদ আলাদ কাগজের ওপরে 4 সে.মি. 5 সে.মি., 6 সি.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত অংকর করে, পূর্বের মতন কাজ করে সেগুলিকে ভিন্ন ভিন্ন রঙ দাও।
- এখন প্রত্যেক বৃত্তাকৃতি কাগজকে এমন সাজাও যেমন প্রত্যেকের কেন্দ্র বিন্দু একটা স্থঅনে থাকবে। ক্ষেত্রমনের অধিক থেকে কম অনুযায়ী বৃত্তাকৃতি কাগজ গুলিকে তলার থেকে ওপরে রাখবে।
- এখন কেমন দেখা যাচ্ছে তাকে চিত্রয়ে দর্শাও।
- প্রত্যেক বৃত্তর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

একাদশ অধ্যায়

তথ্য পরিচালনা

11.1 আমরা যা জানি:

পূর্ব শ্রেনীতে অঅমরা তথ্য পরিচালনার তথ্য, তার বিশ্লেষন ও তথ্যর লিপিবদ্ধ করল সম্পর্কে জানি। একটা বিদ্যালয়ে পড়াশোনা করা 246 জন ছাত্রছাত্রীর বয়স সম্বন্ধীয় তথা সংগ্রহ করে ইহাকে একটা সারনীতে লিপিবদ্ধ করা হয়েছে।

বয়স	বাচ্চাদের সংখ্যা
6	30
7	34
8	36
9	40
10	38
11	37
12	31

এখন সারনী দেখে তলার প্রশ্ন গুলোর উত্তর লেখ -

(ক) কোন বয়েসের বাচ্চাদের সংখ্যা সর্বাধিক ?

(খ) কোন কোন দুটি বয়সের বাচ্চাদের সংখ্যার পার্থক্য 2 ?

(গ) 10 বছর বা তার থেকে অধিক বয়েসের বাচ্চাদের সংক্যা কত ?

(ঘ) সর্বনিম্ন বয়স ও সর্বাধিক বয়েসের বাচ্চাদের অনুপাত কত ?

এই শ্রেনীর তথ্য পরিচালনা সম্পর্কীয় আমরা অধিক আলোচনা করব। কোন ঘটনা ঘটবার সম্ভাবনা ও তার পরিমান নির্ণয় সম্বন্ধে জানা।

11.2 সম্ভাবনা ধারনা।

আমরা দৈনন্দিন জীবনে ঘটতে থাকা কতক ঘটনা বলী নিম্নে দাওয়া হয়েছে। এস, সে সব লক্ষ্য করব।

- আজ কোরাপুটে বৃষ্টি হওয়ার অধিক সম্ভাবনা আছে। (এখান বাদলঘেরা আবাদকে দেখে ইহাকে বলা যেতে পারবে।)
- পেট্রোল দর বাড়ার যথেষ্ট সম্ভবনা আছে। (পেট্রোল পাম্প খবর কাগজ বা টেলিভিসন এ সম্পর্কে তথ্য হাসিল করে ইহা বলা যেতে পারব।)
- বর্ষা নেই, তাই আনাচের দর বাড়ার সম্ভাবনা আছে। (কোন সুত্রের থেকে তথ্য পেয়ে তুমি ইহা বলতে পারবে ?)
- ক্রিকেট ম্যাচে তোমার দল টস্ জেতার 50 - 50 সম্ভাবনা আছে।)

পূর্ব পৃষ্ঠায় দাওয়া সমস্ত উক্তি কে অনুধ্যান করলে জানাযায় যে, কতক ক্ষেত্রে ঘটনাটি ঘটার সম্ভাবনা অধিক। অন্য কতক ক্ষেত্রর ঘটনা ঘটবার সম্ভাবনা খুব কম। আর কতক ক্ষেত্রের ঘটনা ঘটবার সম্ভাবনা যত আছে, ঘটনা না ঘটার সম্ভাবনা তত আছে।

আমরা যদি বলি, দুটি সম্পাদনের মধ্যে যার আয়তন বেশী তার বাহুর দৈর্ঘ্য ও অধিক, কিম্বা কিম্বা দুটি বৃত্তের মধ্যে যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল অধিক তার ব্যাসার্ধ অধিক, উভয় উক্তি সর্বদা নিশ্চিত ভারত ও অষ্ট্রেলিয়া দুদেশের টিম মধ্যে হওয়া ম্যাচে ভারতের জেতার সম্ভাবনা যত, অষ্ট্রেলিয়ার জেতার সম্ভাবনা ততটাই।

সম্ভবনা, আশা করা যায়, সংসদে রয়েছে, এই সব শব্দেকে গণিতের মম্ভাব্যতা শব্দের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়।

বল দেখি:

নিম্নে দাওয়া তিনটি পরিস্থিতির মধ্যে, কোনটি নিশ্চয় ঘটবে, কোনটি আদৌ ঘটবে না, ও কোনটি ঘটতে পারে, না ঘটতে পারেও ?

প্রথম পরিস্থিতি : একটা চন্দ্রায়ন মাসে মধ্যে দুটো পূর্ণিমা পড়বে।

দ্বিতীয় পরিস্থিতি : যে কোন ইংরাজী মাসে, 1 তারিখ থেকে 8 তারিখ মধ্যে দুবার সমবার পড়বে।

তৃতীয় পরিস্থিতি : একটা চন্দ্রায়ন মাসে অমাবস্যা একবার পড়ে।

তোমার দৈনন্দিন জীবনের ঘটনা বলীকে মনে ফেলে "নিশ্চই ঘটতে থাকা" তিনটি ঘটনার উদাহরন দ্যা। সেরকম "আদৌ ঘটবে না" র জন্যে তিনটি উদাহরন লেখ।

11.3 মূদ্রা টস্ ক্ষেত্রে সম্ভাবনা

সাধারন জীবনে আমরা সম্ভাবনা কে কম বা অধিকের মত শব্দ দ্বারা প্রকাশ করে থাকি। এর দ্বারা সম্ভাবনার পরিমান নির্দিষ্ট হচ্ছে না। সম্ভাবনার পরিমানকে সংখ্যায় প্রকাশ করতে পারলে, সে অসুবিধে হয়ে পারবে। এখানে সম্ভাবনা কে সংখ্যায় প্রকাশ করতে চেষ্টা করব।

H (হেড)

T (টেল)

তোমরা একটা মূদ্রা নিয়ে টস্ ফেললে হেড বা টেল মধ্যে কোনটি পড়বে বলতে পারবে কি ?

নিজে করে দেখ:

- একটা মুদ্রা নাও।
- ইহার হেড ও টেল চিহ্নট কর।
- সেই মুদ্রাকে বার বার করে 20 বার টস ফেলে প্রত্যেক বার মুদ্রার কোন দিক পড়ল তা কেটা সারনীতে লেখ।
- 20 বারের মধ্যে, ক' বার হেড বড়ল ও কত বার টেল বড়ল গুনে লেখ।

শীলা ও মীরা 14 বার একটা মুদ্রাকে টস্ ফেলল এবং প্রত্যেক বার মুদ্রার যে দিকটা পড়ল তা লিখলে। সারনীর হেড এর জন্যে H ও টেলের জন্যে T ব্যবহার করে সারনীটে পূরন করা হয়েছে।

টসের ক্রমিক সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ফলাফল	H	H	H	H	T	T	H	H	H	H	T	H	T	T

উপরের দেওয়া সারনীটিকে লক্ষ্য করে নিম্ন প্রশ্নের উত্তর দাও।

এই সারনীতে লেখা থাক H ও T র ক্রমের কোন নির্দ্দিষ্ট সংরনো থাকা লক্ষ্য করছ কি?

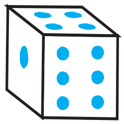
লক্ষ্য কর, এখানে নির্দ্দিষ্ট কোন সংরচনা নেই। তোমরা যখন মুদ্রাটিকে টস্ ফেলবে, তখন হেড (H) কিম্বা টেল (T) র মধ্যে, যে কোন একটা পড়বে। অর্থাৎ কোন এক টসে তুমি হেড পাবে কিম্বা টেল পাবে। এখানে মোট ফলাফল সংখ্যা দুই।

11.4 লুডোগুটি গড়ানোর সম্ভাবনা

তোমরা লুডোর গুটি দেখে থাকবে। এর ক'টা পাশ আছে?

লুডোর গুটির 6 টি পাশ। 1 থেকে 6 পর্যন্ত সংখ্যাকে সুচনার জন্যে বিন্দু সব থাকে। তুমি লুডোর গুটি গড়ালে, যে দাম টি ওপর দিকে থাকে তাতে লেখা বিন্দুর সংখ্যাকে গুনে কি দান পড়ল, তা স্থির করে থাক। মাঝে মাঝে লুডো খেলার সময়ে, খেলায় জেতার জন্যে এক নির্দ্দিষ্ট দান পাওয়ার জনেন্য তোমরা আশা কর। তোমরা আশা করা দান (সংখ্যা) সবসময়ে পেথে থাক কি? তা তুমি পেতে পার, নাও পেতে পার।

আমরা জানি লুডোর গুটি গড়ালে কি দান পড়বে তা পূর্বে থেকে বলা যেতে পারে না।



নিজে করে দেখ

- তুমি একটা লুডোর গুটি নাও।
- ইহাকে পড়া যে সংখ্যাটি পড়বে, নিম্ন সারনীতে থাকা সেই সংখ্যার টালিতে চিহ্ন দাও।
- এরকম 30 বার গড়ানোর পর টালি চিহ্ন গুলিকে গুনে কোন সংখ্যা কতবার পড়ল তা পূরন কর।

লুডোগুটিতে পড়ার সংখ্যা	টালি চিহ্ন	মোট কতবার পড়ল
1		
2		
3		
4		
5		
6		

- তুমি তৈরী করে থাকে সারনীকে দেখে নিম্ন প্রশ্নদের উত্তর লেখ।

(ক) কোন সংখ্যাটি সবথেকে অধিক বার পড়ল ও কতবার পড়ল?

(খ) কোন সংখ্যাটি সব তেকে কম বার পড়ল ও কতবার পড়ল?

লুডো গুটি একবার গড়ালে আমরা 1, 2, 3, 4, 5 , 6 মধ্যে যে কোন একটা সংখ্যা পেয়ে থাকি, অর্থাৎ এখানে মোট সম্ভাব্য ফলা ফল ছয়টি আছে।

নিজে করে দেখ:

- তুমি ও তোমার বন্ধু প্রত্যেক একটা লুডোর গুটিকে 30 বার করে গড়াও।
- কতবার করে 1, 2, 3, 4, 5 ও 6 পড়ল নিম্ন সারনী পূরন কর। উভয় ফলাফল সমান হল কি?

নাম	কতবার লেখা পড়েছে?					
	1	2	3	4	5	6
তুমি						
তোমার বন্ধু						

অভ্যাস কার্য্য 11.1

1. একটা লুডোর গুটিকে 40 বার গড়িয়ে 1, 2, 3, 4, 5 ও 6 সংখ্যা সব কতবারপড়ল স্থির কর এই তথ্যকে নিয়ে এক স্তম্ভ লেখা প্রস্তুত কর।
2. (ক) দুটি মুদ্রাকে এক সঙ্গে টস ফেললে কি ফলাফল পাওয়ার সম্ভাবনা আছে?

   (খ) তুমি একবারে দুটি মুদ্রা নিয়ে বার বার করে দশ বার ফেল। সেখানে পাওয়া ফলাফলকে নিম্ন সারনীতে লেখ।

টস্ এর বার সংখ্যা	কত বার উভয় মুদ্রার টেল পড়ল (T T)	কতবার একটা মুদ্রার হেড ও া অন্যটি র টেল (H T, T H)		কতবার উভয় মুদ্রার হেড পড়ল? (H H)
10				

   (গ) তোমার সারনী তোমার কেজন বন্দু তৈরী করা সারনী সঙ্গে সমান কি?

11.5 সম্ভাবতী :

একটা মুদ্রার দুটি পাশ আছে। সে দুটির মধ্যে একটা হেড (H) ও অন্যটি টেল (L) । তাই একবার টস ফেললে ফলাফলের মধ্যে, যে কোন একটি ফলাফল পাওয়া যায়। এই অধ্যায়ের পূর্বে মুদ্রাকে নিঠে আমরা, যে সব কাজ করে ছিলাম, সেখান থেকে আমরা জানলাম যে, প্রক্যেতক টস ফেলায় হেড পড়ার সম্ভাবনা যত, টেল পড়ার সম্ভাবনা ও ততটা।

মুদ্রা দুটি দাগের মধ্যে হেড থাকা পাস একটা ।যদি একবার টস ফেলার সময়, আমরা ভেবে থাকি যে, হেড পড়বে, সে ক্ষেত্রে হেড পড়া হচ্ছে ঘটনা, হেড পড়ার সংখ্যা হচ্ছে উর্দ্দিষ্ট ফলাফল সংখ্যা, এখানে উর্দ্দিষ্ট ফলাফল সংখ্যা হচ্ছে। মুদ্রাটির টস করা যে পাওয়া মোট ফলাফল সংখ্যা হচ্ছেই 1।

তাই আমরা বলি হেড (H) পড়ার সম্ভাব্যতা = $\dfrac{\text{উর্দ্দিষ্ট ফলাফল সংখ্যা}}{\text{মোট ফলাফল সংখ্যা}} = \dfrac{1}{2}$

সেই রকম টেল (T) পড়ার সম্ভাবতা = $\dfrac{1}{2}$

এস আর একটা উদাহরনকে লক্ষ্য করে সম্ভাবতা কে জানব,

একাট লুডো গুটির মোট পাশের সংখ্যা = 6

প্রত্যেক পাশে 1, 2, 3, 4, 5 ও 6 মধ্যে একটা করে সংখ্যা সূচক বিন্দু আছে। তাই এখানে মোট ফলাফল সংখ্যা = 6

আমরা যদি 5 পড়তে চাই, তবে আমাদের উর্দ্দিষ্ট ফলাফল সংখ্যা = 1

5 পড়ার সম্ভাবতা = $\dfrac{\text{উর্দ্দিষ্ট ফলাফল সংখ্যা}}{\text{মোট ফলাফল সংখ্যা}} = \dfrac{1}{6}$

✍ সে ভাবে 2 পড়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর

কতক ক্ষেত্রে সম্ভাবত্যার পরিমাপ:

যে ঘটনা আদৌ ঘটবে না, তার সম্ভাবতা = 0 । যেমন লুডোর গুটি গড়ানোর সময় 7 আদৌ পড়বে না।

যে ঘটনা নিশ্চই ঘটবে তার সম্ভাব্যতা = 1,

যেমন মুদ্রাটি টস করার সময় হেড বা টেল পড়ার সম্ভাব্যাতা = 1 কারন টস করা যাওয়ার মুদ্রার হেড বা টেল ছাড়া অন্য কোন পাস নেই, অর্থাৎ হেড বা টেলের মদ্যে যে কোন একটা নিশ্চই পড়বে।

যে ঘটনা ঘটতে পারে বা না ঘটতে পারে, সে ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতা 0 ও 1 এর মধ্য বর্ত্তী।

লুডোর গুটি গড়ানোর সময় 5 পড়ার সম্ভাব্যতা = $\frac{1}{6}$ [0 ও 1 র মধ্যবর্ত্তী]

বল দেখি :

এমন তিনটি পরিস্থিতির উদাহরন দাগ , সেখানে ফলাফলের সমান সম্ভাবনা থাকে না।

অভ্যাস কার্য্য 11.2

1. নিম্নস্থ কোনটা নিশ্চিত ঘটেবে, ঘটা অসম্ভব, ঘটতে পারে বা না ঘটতে পারে, লেখ।

(ক) পূর্ণিমার দিন সূর্য্য পরাগ ঘটবে।

(খ) 2010 আসিয়া ফেব্রুয়ারী মাসে দিন সংখ্যা 29।

(গ) আট দিন পরে বাজারে আলুর দাম কমে যাবে,।

(ঘ) আগামী কাল মেঘলা আর হাওয়া হবে।

2. একটা থলিতে, লাল, কাল, সাদা, নীল, সবুজ ও হলুদ প্রত্যেক রক্ষের থেকে একটা করে সমান আকার বিশিষ্ট বল আছে, চোখ বন্দ করে থলির ভেতর থেকে একটা বিল আনলে।

   (ক) সাদা রঙ বল বেরোনার সম্ভাব্যতা কত?

   (খ) থলিতি 6 টি সারা বল থাকার সময়ে নীল রঙের বল টি বের করার সম্ভাব্যতা কত?

   (গ) নীল রঙের বল বেরোনর পরে, সবুজ রঙ্গে বল বেরোনর সম্ভ্যাবতা কত?

3. তোমাদের শ্রেনীতে ছেলেমেয়েদের মধ্যে ক্রিকেট ম্যাচ হবে, ছেলে বা মেয়েদের মধ্যে কে প্রথমে বেটিং করবে।

4. তুমি একটা লুডোর গুটিকে 20 বার গড়িয়ে বা ফলাফল পেলে, তা নিম্ন সারনী পূরন কর।

গুটি গড়ানোর বাপের সংখ্যা	কোন সংখ্যা কতবার পড়ল					
	1	2	3	4	5	6
20 বার						

ওপরের সারনী দেখে কোন সংখ্যা কতবার পড়ল বল।

এখন নিম্ন প্রশ্নের উত্তর দাও।

(ক) তুমি 20 বার লুডোর গুটি গড়ানের সময় $\dfrac{\text{4 পড়ার বারের সংখ্যা}}{\text{লুডো গুটি মোট গড়িয়ে থাকা সংখ্যা}}$ = ...

(খ) লুডোর গুটি গড়ানের সময় 4 পড়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। পূর্ব ফলাফল কর, সহিত তুমি নির্ণয় করে থাকা সম্ভাব্যতা সমান হল কি ?

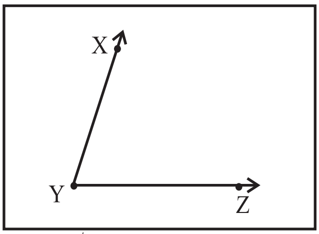
দ্বাদশ অধ্যায়

জ্যামিতিক অংকন

12.1 আমরা যা জানি:

জ্যামিতিক অংকন করার সময় আমরা জ্যামিতি বাস্পর থাকা স্কেল, প্রোট্রাক্ট, কম্পাস, সেট স্কোয়ার প্রভৃতি যন্ত্রে ব্যবহার করে থাকি। এগুলিকে ব্যবহার করে পূর্ব শ্রেনীতে,, আমরা রেখাখন্ড সমদ্বিখন্ডক লম্ব অংকন করার প্রনালী সম্পর্কে জানি। সেরকম দেওয়া যাওয়া এক নির্দ্দিষ্ট পরিমানির কোনের সমদ্বিখন্ডক অংকন করাও আমরা শিখেছি, পুনশ্চ কম্পাস ব্যবহার করে একদাও কোনের সমপরিমানের অন্য এক কোন অংকন করা আমরা শিখেছি, এস সে মককে মনে ফেলব।

(ক) স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করে কোন কোনের, সমপরিমান র অন্য এক কোন কিভাবে অংকন করা হয়, তা আলোচনা করব।



পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে একটা কোন দাওয়া হয়েছে।

এই কোনের নাম কি?

এই কোনের সমপরিমানের একটা কোন $\angle ABC$ অংকন কর।

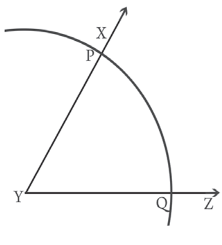
$\angle Y$ এর সন্নিহিত রশ্মি দুটির নাম কি?

- প্রথমে একটা সরলরেখা 'l' অংকন কর।

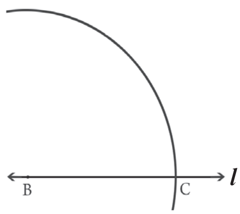
- l সরলরেখার ওপরে B বিন্দু নাও।

  ('B' বিন্দুর ওপরে $\angle Y$ এর সমপরিমানের কোন অংক করা হবে।)

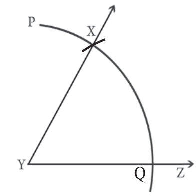
- এখন $\angle Y$ এর শীর্ষ বিন্দু ওপরে কম্পাসের কাটমুল রেখে এক চাপ অংকর কর। যা $\angle Y$ কে গঠন করে থাকবে। রশ্মি P ও Q বিন্দুতে ছেদ করবে।



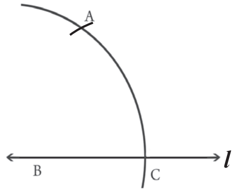
- কম্পাসের কোন পরিবর্ত্তন না করে, কম্পাসের মুনকে l সরলরেখার B বিন্দুর ওপরে রেখে, একটা চাপ অংকন কর, যা l রেখাকে C বিন্দুতে ছেদ করবে।



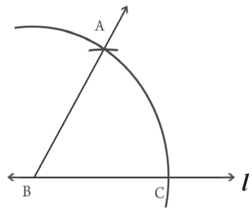
- কাটা মুন ও পেনসিল মুনকে এমন ভাবে সাজাও যেমন কাটা মুন Q ওপরে ও পেনসিল সুন P ওপরে থাকবে।



- পূর্ব সোপানে কম্পাসে যেমন ছিল ছিল, সেখানে কোন পরিবর্ত্তন না করে, কম্পাস কাটা মুনকে '*l*' সরলরেখা C বিন্দুতে ওপর রাখ ও একটা চাপ অংকন কর যেমন তা পূর্বে আঁকা চাপকে ছেদ করবে। ছেদ বিন্দুর নাম 'A' দাও।



- এখন $\overrightarrow{BA}$ অংকন কর। $\angle ABC$ রপরিমান $\angle XYZ$ ৱ পরিমানের সহিত সমান, অর্থাৎ m $\angle XYZ =$ m $\angle ABC$



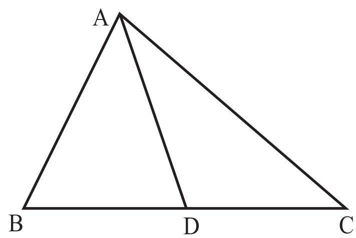
অভ্যাস কার্য্য 12.1

1. স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করে 60^0 পরিমান এক কোন অংকর করে তাকে সমদ্বিখন্ড কর।

2. কম্পাস ও স্কেল ব্যবহার করে 90^0 পরিমান এ কোন অংকবন করার সোপান গুলিকে লেখ।

3. 8 সে.মি. দৈর্ঘ্যের AB রেখা খন্ড অংকরন করে তার সমদ্বিখন্ডক লম্ব অংকন কর। AB কে সমান চার ভাগে করতে পারবে কি? কেমন?

12.2. ত্রিভূজের মধ্যমা :



পার্শ্বস্থ চিত্রয়ে থাকা ΔABC-কে লক্ষ কর। ইহার বাহু $\overline{BC}$ মধ্য বিন্দু তোমরা কি ভাবে পেতে পারবে? $\overline{BC}$ র মধ্য বিন্দু D নেওয়া যাক। BC র সম্মুখীন শীর্ষ বিন্দু A। চিত্রে রেখা খন্ড AD অংকন করা হয়েছে। AD হচ্ছে ΔABC এক মধ্যমা। ত্রিভূজের এক শীর্ষ বিন্দুর থেকে তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সহিত যোগ করা রেখা খন্ডকে ত্রিভূজের এক মধ্যমা বলা হয়।

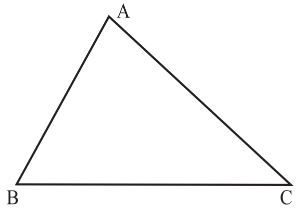
একটা ত্রিভূজ অংকন কর। তার নাম XYZ দাও। এই ত্রিভূজের প্রত্যেক বাহ ও তার সম্মখীন শীর্ষ বিন্দুর নাম লেখ। এই ত্রিভূজের কয়টি মধ্যমা অংকন করতে পারবে?

বল দেখি
একটি ত্রিভুজের কতগুলি মধ্যমা থাকে।

12.2.1. স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করে ত্রিভূজের মধ্যমা অংকন :

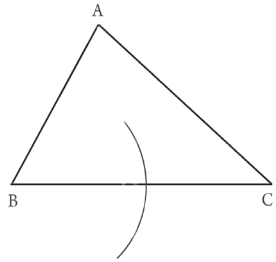
প্রথম সোপান :

চিত্রয়ে দাওয়ার মতন তোমার খাতায় একটা ত্রিভূজ অংকন কর। ত্রিভূজের নাম দাও ABC



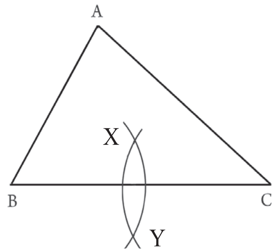
দ্বিতীয় সোপান :

ইহার BC কে সমদ্বিখন্ড করার জন্যে B র ওপরে কম্পাসের কাঁটা মুন রেখে BC মাপের অর্ধেক থেকে অধিক ব্যাসার্ধ নিয়ে এক চাপ অংকন কর। যা BC র উভয় পার্শ্বে বিমৃত হয়ে থাকবে।



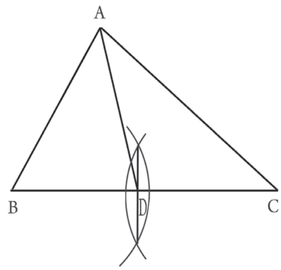
তৃতীয় সোপান :

দ্বিতীয় সোপানে কম্পাসে নিয়ে থাকা চাপকে পরিবর্ত্তন না করে কম্পাসের কাঁটা মুলকে C র ওপর রেখে, আর একটা চাপ অংকন কর। যা পূর্বে আঁকা যাওয়া চাপকে ছেদ করবে। ছেদ বিন্দু দুটির নাম X ও Y দাও।



চতুর্থ সোপান :

X ও Y সংযোগ রেখা অংকন কর। $\overleftrightarrow{XY}$ হচ্ছে $\overline{BC}$ র সমদ্বিখন্ডক লম্ব। $\overleftrightarrow{XY}$, $\overline{BC}$ কে D র ছেদ বিন্দুর নাম দাও। D ওপরে $\overline{BC}$ র মধ্য বিন্দু। এখন $\overline{BC}$ র বিপরীত শীর্ষ বিন্দু A সহিত D কে যোগ কর। $\overline{AD}$ হচ্ছে ABC ত্রিভুজের কেটা মধ্যমা, এই মধ্যমা হচ্ছে BC র সমদ্বিখন্ডক মধ্যমা।



তোমরা $\overline{AC}$ ক মধ্য বিন্দু নির্ণয় কর ও ইহার নাম E দাও। $\overline{BE}$ মধ্যমা অংকন কর।

বলত দেখি

ABC ত্রিভূজের $\overline{AD}$ ও $\overline{BE}$ ব্যতীত অন্য মধ্যমা সম্ভব কি? কেন?

জান কি?

ত্রিভূজের মধ্যমাদ্বয় এক বিন্দুগামী ত্রিভূজের মধ্যমা ত্রয়ের ছেদ বিন্দুকে উক্ত ত্রিভূজের ভরকেন্দ্র বলা হয়।

অভ্যাস কার্য্য 12.2

1. একটা করে সমকোনী সূক্ষ্মকোনী ও স্থুলকোনী ত্রিভূজ অংকন কর। প্রত্যেক ত্রিভূজ তিনটি করে মধ্যমা অংকন কর।

2. Δ PQR নাও

   (ক) ইহার $\overline{PQ}$ মধ্য বিন্দু X নাও। $\overline{RX}$ মধ্যমা অংকন কর।

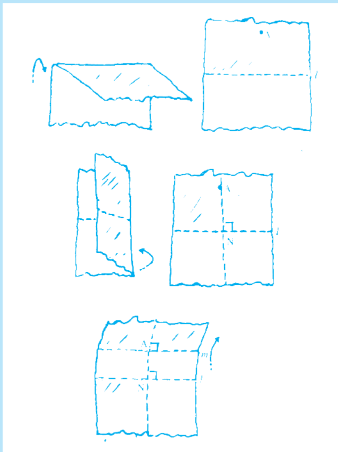
   (খ) $\overline{QR}$ এর মধ্য বিন্দু Y নাও। $\overline{PY}$ মধ্যমা অংকন কর।

   (গ) এখন $\overline{RP}$ র মধ্যমা বিন্দু অংকনরনা করে তুমি $\overline{QZ}$ মধ্যমা অংকন করতে পারবে কি ? কেমন ?

12.3. দত্ত সরল রেখা সহিত সামন্তরিক করে এক সরল অংকন কর

আমরা সমান্তর সরলরেখা সম্বন্ধে পূর্বে আলোচনা করেছি, দেওয়া হওয়া সরলরেখার সহিত সমান্তকরে অসংখ্য সরলরেখা অংকন করা সম্ভব। কিন্ত একটা সরলরেখা বায়েরে থাকা একটা বিন্দু দিয়ে, সরলরেখার সহিত কেবল একটা মাত্র সমান্তর সরলরেখা অংকন সম্ভব। এখন কাগজ একটা সরলরেখার সহিত সমান্তর করে আর একটা সরলরেখা অংকন করব।

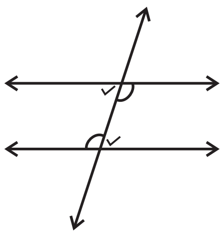
নিজে করে দেখঃ



- একটা যদি কাগজ নাও। ইহাকে সারা খানে ভেঙ্গে দাও। ভাঙবে l থাকে।
- ভাজটিকে খুলে দাও l রেখার বয়েরে কাগজের ওপর A নামক বিন্দু নাও।
- 'A' বিন্দু দিয়ে কাগজটিকে এমন ভাবে ভাজ কর, যেমন তা l রেখা খন্ডের প্রতি লম্ব হওয়ার মত দেখা যাবে । লম্বর নাম $\overline{AN}$ দিও।
- কাগজ ভেঙ্গে 'A' বিন্দু দিয়ে $\overline{AN}$ লম্বের প্রতি আর একটা লম্ব রেখা অংকন কর, ইহার নাম m দাও। এখন $l \parallel m$
- ইহার কারন কি বন্ধুদের সহিত আলোচনা করে লিখ।

দুটি সরলরেখা কোন কোন সর্ত্তে সমান্তর হয়, সে সম্পর্কে আমরা পূর্বে জেনেছি। এস সে সবকে মনে ফেলব।

দুটি সরলরেখা কে যদি কেটা ছেদক ছেদ করে এবং ছেদ বিন্দুর কাছে সৃষ্টি হওয়া, একান্তর কোন গুলি পরিমান সমান তোয়ে থাকে, তবে সরলরেখা দ্বয় সমান্তর হবে।



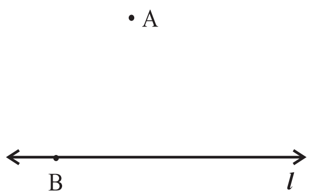
সমানত্র হওয়ার জন্যে অন্য সর্ত্তগুলেকে তোমরা লেখা ও চিত্রয়ে দর্শাও।

এইসব সর্ত্তকে ব্যবহার করে স্কেল ও কম্পাস সাহায্যে আমরা একটা সরলরেখার প্রতি, সমান্ত্র করে, অন্য এক সরলরেখা অংকন করতে পারব। তলে দেওয়া সোপান অনুযায়ী তোমরা অংকন করতে চেষ্টা কর।

উদাহরন - 1

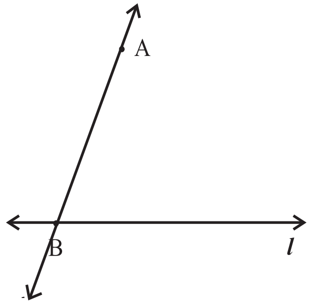
প্রথম সোপান :

একটা সরলরেখা '*l*' নাও এর বা য়েরে A নামক বিন্দু নাও।



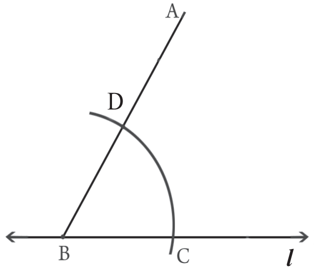
দ্বিতীয় সোপান :

l উপরিস্থ B বিন্দু নাও। $\overleftrightarrow{AB}$ অংকন কর।



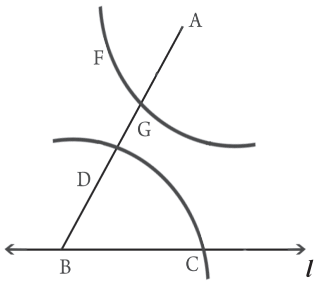
তৃতীয় সোপান :

B যে কেন্দ্র ভাবে নিয়ে যে কোনও ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এক চাপ অংকন কর। যেমন সেই চাপ '*l*' কে C বিন্দুতে ও $\overleftrightarrow{AB}$ কে D বিন্দুতে ছেদ করবে।



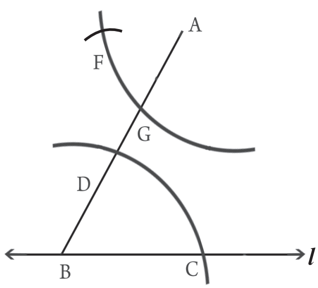
চতুর্থ সোপান :

এখন A কেন্দ্রে করে তৃতীয় সোপানের নিয়ে থাকা ব্যাসার্ধ কে না বদলিয়ে, এক চাপ অংকন কর। যা $\overleftrightarrow{AB}$ কে ছেদ করবে। এই চাপের ছেদে বিন্দুর নাম G নাও।



পঞ্চম সোপান :

G কে কেন্দ্র করে C ও D মধ্যস্থ দূরত্বাকে ব্যাসার্ধ নিয়ে এক চাপ অংকন কর, যা চতুর্থ সোপানের অংকিত চাপকে ছেদ করবে। ছেদ বিন্দুর নাম F দাওয়া হয়।

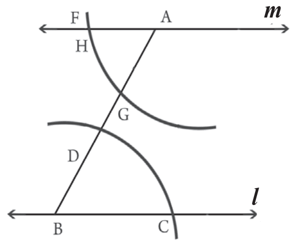


ষষ্ঠ সোপান :

বর্ত্তমান, A ও F বিন্দুর সংযোজক রেখা $\overleftrightarrow{FA}$ অংকন 'm' কর ও ইহার নাম দাও।

$\overleftrightarrow{FA} \parallel l$

ইহার কারন কি লেখ।



উপরোক্ত উদাহরনে $l \parallel m$ হলে,

- ছেদক রেখার খন্ডের নাম কি?
- এখানে কত জোনা সমান্তর কোন আছে?
- একান্তর জোড়া কোনদের সুচাও।
- ছেদ কর এক পার্শ্বস্ত অন:স্থ কোনদের সমষ্ঠি নির্ণয় কর। সমষিয কত হল?

বলত দেখি:

(ক) A বিন্দু দিয়ে l সরলরেখা সহিত সমান্তর করে m ছাড়া অন্য একটা সরলরেখা অংকন সম্ভব কি? কারন লেখ?

(খ) উদাহরন - 1 এ অংকনে আমরা সমপরিমানের একান্তর কোন অংকন করে, সমান্তর সরলরেখা পেলাম। এই অংকনের সামান্য পরিপর্ত্তন করে A বিন্দুতে সমান পরিমানে অনুরুপ কোন করে সমান্তর সরলরেখা অংকন সম্ভব কি? যদি সম্ভার, তবে অংকন কর।

অভ্যাস কার্য্য 12.3

1. $\overleftrightarrow{AB}$ অংকন কর। এ ইহার বহিস্থ 'P' বিন্দু নাও। P বিন্দু দিয়ে $\overleftrightarrow{AB}$ সহিত সমান্তর $\overleftrightarrow{CD}$ অংকন কর। (অংকনের জন্যে কেবল, স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার করা হবে)

2. $\overleftrightarrow{PQ}$ অংকন কর। $\overleftrightarrow{PQ}$ থেকে 4 সে.মি. দূরত্বায় $\overleftrightarrow{CD}$ অংকন কর। যেমন $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ হবে।

   (সুচনা : $\overleftrightarrow{PQ}$ র যে কোন দুটি বিন্দুতে $\overleftrightarrow{PQ}$ প্রতি লম্ব অংকন করে $\overleftrightarrow{PQ}$ থেকে 4 সে.মি. দূরত্বায় দুটি বিন্দু নাও)

3. 'l' নামক সরলরেখা নাও P বিন্দু নাও যা l এর ওপরে থাকবে না। P বিন্দু দিয়ে l সহিত সমান্তর করে 'm' সরলরেখঅ অংকন কর।

   - এখান 'l' এর ওপর Q নামক বিন্দু নাও এবং $\overleftrightarrow{PQ}$ অংকন কর।
   - m ওপরে R বিন্দু ন্যা। R বিন্দু দিয়ে PQ সহিত সমান্তর করে একটা সরলরেখা অংকন কর।
   - এই সরল রেখা l কে S বিন্দুতে ছেদ করুক।
   - এই দু জোড়া সমান্তর সরলরেখা দ্বারা কোন প্রকার আকৃতি সৃষ্টি হচ্ছে?

12.4 ত্রিভূজ অংকন

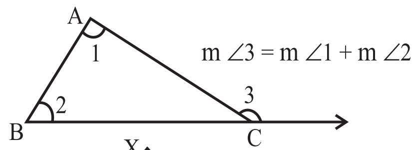
আমরা পূর্বে থেকে জানি, বাহুর দৈর্ঘ্য ও কোনের মাপ অনুযায়ী ত্রিভূজ গুলিকে বর্গীকরন করা যায়। বাহুর দৈর্ঘ্য অনুযায়ী ত্রিভূজ গুলি হচ্ছে তিন প্রকারের।

1. সমবাহুর ত্রিভূজ
2. সমদ্বিবাহু ত্রিভূজ
3. বিষম বাহু ত্রিভূজ

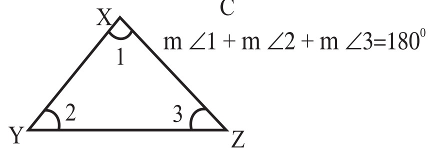
বল দেখি:
কোনের মাপ অনুযায়ী ত্রিভুজ কত প্রকার ? সেগুলি কি

পূর্বে সপ্তম অধ্যায়ের আমরা ত্রিভুজের সয়ন সংপর্কেও আলোচনা করেছি। এস সেগুলির পুনারোলচনা করব।

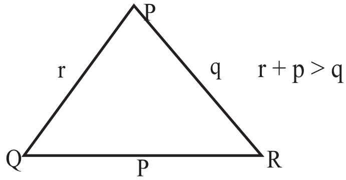
- ত্রিভুজের বহিস্থ কোনের পরিমান ইহার অন্তস্থ দূরবর্ত্তী কোন দ্বয়ের পরিমানের সমষ্ঠি সঙ্গে সমান।



- ত্রিভুজের তিন কোনের পরিমানের 180^0।



- ত্রিভুজের যে কোন দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যর সমষ্টি তৃতীয় বাহু দৈর্ঘ্যর থেকে বৃহত্তর ।



সেরকম নবম অধ্যায় আমরা দুটি ত্রিভুজ সর্বসম হওয়ার জন্যে আবশ্যক সর্ত্তগুলিকের সম্পর্কে আলোচনা করেছিলাম।

নিম্নোক্ত সর্ত্ত তিনটির মধ্যে যে কোন একটা সর্ত্ত সিদ্ধ হলে, ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হয়ে থাকে।

(ক) একটার তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য, অন্য তিনটির বাহুর দৈর্ঘ্য সঙ্গে সমান।

(খ) একটার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্গত কোনের পরিমান অন্যটির অনুরূপ অঙ্গ র সহিত সমান হলে।

(গ) একটা ত্রিভুজের একটা বাহুর দৈর্ঘ্য ও তার সংলগ্ন কোন দ্বয়ের পরিমান অন্য কে ত্রিভুজের অনুরূপ অঙ্গ সহিত সমান হলে,

এ সব ধারনাকে ব্যবহার করে ত্রিভুজ অংকন করার কৌশল জানব।

12.4.1 তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য সর্ত্ত থাকলে ত্রিভুজ অংকন।

ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্যসত্ত থাকলে ত্রিভূজ অংকন করতে পারা যাবে।

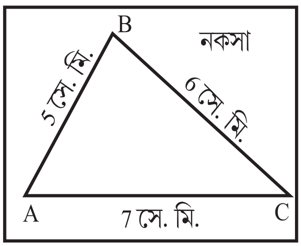
উদাহরন - 2:

Δ ABC অংকন কর যার AB=5 সে.মি. BC=6 সে.মি. ও CA=7 সে.মি.

অংকন প্রনালী :

প্রথম সোপান :

7 সে.মি. দৈর্ঘ্যের AC রেখাখন্ড অংকন কর।



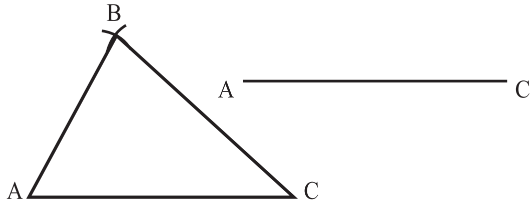
দ্বিতীয় সোপান :

A কে কেন্দ্র করে 5 সে.মি. (AB) ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এক চাপ অংকন কর।

তৃতীয় সোপান :

C কে কেন্দ্র করে 6 সে.মি.BC ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট চাপ অংকন কর, যেমন তা পূর্বে আকা হয়ে তাকা চাপকে ছেদ করবে। ছেদ বিন্দুর নাম B দাও।

চতুর্থ সোপান :



AB ও BC অংকন কর।

এখন আবশ্যক Δ ABC পেলাম।

একটি ট্রেসিং- কাগজের ΔPQR অংকন কর। যার QR=7 সে.মি. PQ= 5 সে.মি. ও PR=6 সে.মি. ।এই ΔPQR কে Δ ABC র ওপরে রাখ। যেমন Δ PQR র P বিন্দু ও Q বিন্দু যথাক্রমে Δ ABC র B বিন্দু ও A বিন্দুর ওপরে থাকবে। তোমরা কি লক্ষ্য করছ?

Δ PQR ও Δ BAC মধ্যে কি সম্পর্কে আছে? কারন লেখ?

অভ্যাস কার্য্য 12.4

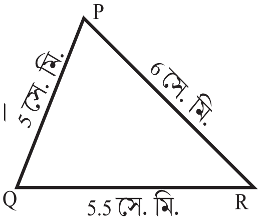
1. Δ XYZঅংকন কর যার XY = 4.8 সে.মি. YZ =5.3 সে.মি. ZX=5.6 সে.মি.। ইহার শীর্ষ বিন্দু X কে YZ সে.মি. প্রতি লম্ব অংকনর করে তার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

2. (ক) একটা সমবাহু ত্রিভূজ অংকনর কর, যার প্রত্যেক বাহু 5.5 সে.মি.। ইহার প্রত্যেক কোনের পরিমান নির্ণয় কর।

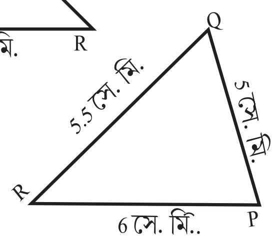
   (খ) 6 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভূজ অংকনর করে ইহার প্রত্যেক কোনের পরিমান নির্ণয় কর।

3. Δ PQR র PQ=5 সে.মি. QR=5.5 সে.মি. RP = 6 সে.মি.।

   (ক) চিত্র -ক নক্সাকে ব্যবহার করে PQR ত্রিভূজ অংকন কর।



   (খ) চিত্র - খ নক্সা অনুযায়ী Δ PQR অংকন কর।



উভয় অংকনে সমান আকারের ত্রিভূজ পাওয়া গেল কি? কারন কি লেখ।

4. উমেশ BC=5 সে. মি., CA=3 সে. মি.ও AB=8.5 সে. মি. নিয়ে Δ ABC অংকন করার চেষ্টা করল।

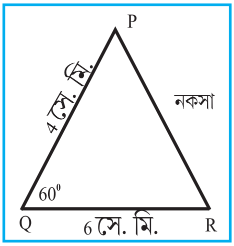
তোমরা এই মাপকে নিয়ে Δ ABC অংকন করার চেষ্টা কর। ত্রিভুজ অংকনর করা সম্ভব হল কি? তোমার উত্র সপক্ষে কারন বুঝিয়ে লেখ।

12.4.2 ত্রিভূজের দু বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্গত কোনের পরিমান দত্ত থেকে ত্রিভূজ অংকন

এখানে এক ত্রিবূজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও সেই দুই বাহুর অন্তর্গত কোনের পরিমান দেওয়া হয়ে থাকলে, ত্রিভূজ অংকন করার প্রনালী সম্পর্কে আলোচনা করব। নিম্ন উদাহরন অংকন প্রনালী দাওয়া হয়েছে। তুমি সেরকম অংকন করতে চেষ্টা কর।

উদাহরন - 3

- Δ PQR অংকন করতে হবে, যার PQ = 4 সে. মি., QR = 6 সে. মি., ও m$\angle$PQR = 60^0



Δ PQR অংকর করব। এখানে অংকন প্রনালী স্থির করতে হলে, প্রথমে এই ত্রিভূজ নক্সা প্রস্তুত করব। প্রস্বস্থ নক্সা দেখে নিম্ন প্রশ্ন গুলির উত্তর দাও।

- ত্রিভুজের কোন কোন বাহুর দৈর্ঘ্য পাওয়া হয়েছে?
- যে কোনের মাপ দাওয়া হয়েছে, তা দিয়ে থাকা বাহূ দ্বয়ের অন্তর্গত কোন হচ্ছে কি?
- প্রথমে কোন মাপকে নিয়ে ত্রিভূজ অংকন করা সহজ হবে?

অংকন প্রনালী :

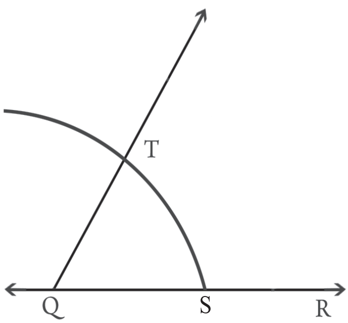
প্রথম সোপান :

QR = 6 সে. মি. অংকন কর।

দ্বিতীয় সোপান

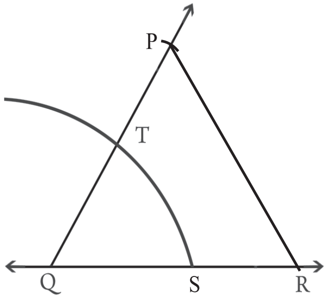
$\overline{QR}$ এর Q বিন্দুর ওপর 60^0 পরিমানের কোন অংকন কর। এর জন্যে কম্পাসে কাটা মুনকে Q ওপরে রেখে, যে কোন ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট চাপ অংকন কর যা $\overleftrightarrow{QR}$ কে ছেদ করবে। ছেদ বিন্দুর নাম S কে। ব্যাসার্ধ না বদলিয়ে S কে কেন্দ্র নিয়ে আর এক চাপ ংকন কর। যা পূর্বে অংকন হয়ে থাকা চাপকে ছেদ করবে ও ছেদ বিন্দুর নাম T হক।

$\overrightarrow{QT}$ অংকন কর।



তৃতীয় সোপান :

Q কে কেন্দ্র করে 4 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে এক চাপ অংকন কর। ইহা $\overrightarrow{QT}$ কে ছেদ করুক। ছেদ বিন্দুর নাম P হোক।



চতুর্থ সোপান :

$\overline{PR}$ অংকন কর

নিজে করে দেখ

উদাহরন -3 অংকন করা ত্রিভুজ দুটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও সে দু-বাহুর অন্তর্গত কোনের পরিমান দেওয়া হয়েছিল।

কার্য্য -1

ΔABC তে $AB = 4$ সে. মি., $AC=5$সে. মি., $m\angle C = 30^0$ আমরা এই ত্রিভুজ অংকরন করেতে পারব কি? চেষ্টা করে দেখ।

আমরা $AB = 5$ সে. মি.ও $m\angle C = 30^0$ নিয়ে অংকনর করতে পারব। $\angle C$ শীর্ষ বিন্দুর দ্বয় আমরা পেলে $\overline{CA}$, $\angle C$ এর অন্য বাহুর উপরে B বিন্দু থাকবে। কিন্তু 'B' বিন্দুর প্রকৃতি অবস্থিতি আমি জানতে পারব না। সেই জন্য এই তথ্য আছে আমি নিদিষ্ট ABC ত্রিভুজ ওকরতে পারব না।

কার্য্য -2

সেরকম ΔABC তে $AB = 3$ সে. মি. $AC = 5$ সে. মি.. $m\angle B = 30^0$ । এই ত্রিভুজ অংকনর করতে চেষ্টা কর। কি পেলে?

এক নির্দ্দিষ্ট ABC ত্রিভূজ অংকন সম্ভব হচ্ছে কি? কেন?

অর্থাৎ আমরা জানলাম এক নির্দ্দিষ্ট ত্রিবূজ অংকনের জন্যে ইহার দু বাহু দৈর্ঘ্য ও সেই দুবাহুর অন্তর্গত কোন কোনের পরিমন জানা থাকা আবশ্যক।

অভ্যাস কার্য্য 12.5

1. ΔDEF অংকন কর যার $DE = 5$ সে. মি. $DF = 3$ সে. মি. এবং $m\angle EDF = 90^0$ ।

   এই ত্রিভুজের অন্য বাহু) কোন গুলির পরিমান নির্ণয় কর।

   সেরিকম ট্রিসিং - কাগজ ΔXYZ অংকন কর, যার $XY=5$ সে. মি. $XZ=3$ সে. মি.এবং $m\angle YXZ = 90^0$ । ΔXYZ কু ΔDEF এর ওপরে এমন ভাবে রাখ যেমন ΔDEF ର D ও E যথাক্রমে ΔXYZ ର X ও Y বিন্দুর ওপর থাকবে।

   কি লক্ষ্য করছ?

   ΔDEF ও ΔXYZ এর মধ্যে কি সম্পর্ক আছে? কারন কি?

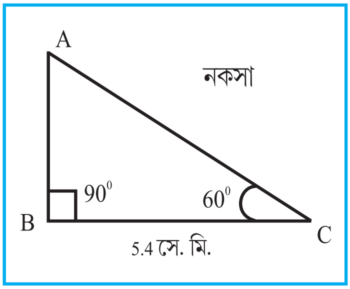
2. ΔABC অংকন কর যার $BC=7.5$ সে. মি., $AC= 5$ সে. মি. ও $m \angle C=60^0$ ।

12.4.3. একটা বাহু ও তার সংলগ্ন কোন দ্বায়ে পরিমান দাও থাকলে ত্রিভূজ অংকন। (কো-বা-কো সর্ত্ত)

উদাহরন - 4

আমাদের ΔABC অংকর করতে হবে, যার $BC = 5.4$ সে. মি.
$m\angle ABC = 90^0$ ও $m\angle BCA = 60^0$ ।

সমাধান :



ΔABC অংকন করার জন্যে আমাদের প্রথমে ত্রিভূজের নক্সা প্রস্তুত করতে হবে।

এই নক্সা দেখে বল:-

- ত্রিভূজ অংকন করার জন্যে কয়টি মাপ দেওয়া হয়েছে?
- পরিমান দেওয়া কোন দুটি, দেওয়া হয়ে থাকা বাহু (BC) র সংলগ্ন কোন হচ্ছে কি?

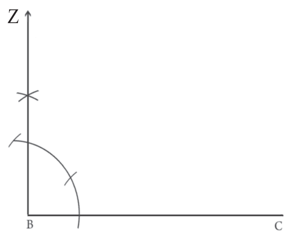
অংকন প্রনালী :

প্রথম সোপান :

$BC = 5.4$ সে.মি. অংকন করা যাক।

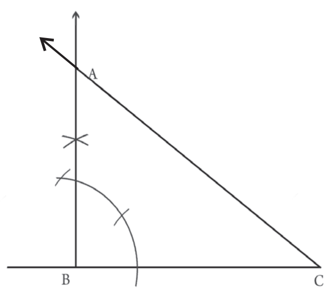
দ্বিতীয় সোপান :

$\overline{BC}$ ৱ B বিন্দুর ওপর 90^0 পরিমানের কোন অংকন কর।
ফলে $\overrightarrow{BZ}$ পাওয়া যাবে।



তৃতীয় সোপান :

C বিন্দুতে $\overline{CB}$ ওপরে 60^0 পরিমিত কোন অংকন কর। $\overrightarrow{CY}$ $\overrightarrow{BZ}$ ও $\overrightarrow{CY}$ যে বিন্দুতে পরস্পর কে ছেদ করবে। তার নাম A দাও। এখন নির্নয় ত্রিভূজ ABC পাওয়া গেল।



বল দেখি:

প্রথমে একটা সরলরেখা অংকন B ও C বিন্দুকে এমন চিহ্নিত কর। যেমন Cর ডাইনে B থাকবে।এখন দাও সাপ গুলিকে নিয়ে ΔABC অংকনব সম্ভব কি?

উদাহরন - 4 দেওয়া অংকনে ত্রিভূজের একটা বাহুও তার সংলগ্ন কোন দ্বয়ের পরিমান দেওয়া হয়েছে, যদি আমাদের ΔPQR অংকন করতে হবে, যার PR=6 সে. মি. $m\angle P=60^0$ ও $m\angle Q=45^0$ দাওয়া হয়েথে। তুমি এই ত্রিভূজ অংকন করতে পারবে কি? কেমন?

অভ্যাস কার্য্য 12.6

1. EF = 7.2 সে.মি. $m\angle E=90^0$, $m\angle F=90^0$ কে নির্ণয় ΔEFG অংকন সম্ভব কি? তোমার উত্তরে সপক্ষে কারন লেখ।

2. ΔXYZ অংকন কর, যার $m\angle X=60^0$, $m\angle Y=30^0$ এবং XY=6.2 সে.মি.

3. ΔKLM অংকন কর, যার LM= 5.4 সে.মি. $m\angle L=45^0$, $m\angle M=90^0$ ।

   (ক) এই ত্রিভূজের অন্য দুই বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয কর।

   (খ) ইহার $\angle N$ পরিমান কত?

   (গ) বাহুদের দৈর্ঘ্যঅনুযায়ী ইহা কোন প্রকার ত্রিভুজ?

   (ঘ) কোনদের মাপ অনুযায়ঈ ইহার কিপ্রকার ত্রিভুজ?

   এখন একটা ট্রেসিং-কাগজের ΔPQR ওপরে রাখ, যেমন কি PR= 5.4 সে.মি. $m\angle P=45^0$, $m\angle R=45^0$ ।

   PQR ত্রিভূজ কে এনে ΔLMN ওররে রাখ, যেমন কি ΔPQR ৱ P বিন্দু ও Q বিন্দু যথাক্রমে ΔLMN ৱ L ও M বিন্দুর ওপর থাকবে।

   ΔPQR ও ΔLMN এর মধ্যে কি সম্বন্ধে আছে? কারন কি?

4. ABCΔ অংকনর কর যার BC = 5.3 সে.মি. $m\angle B=45^0$ ও $m\angle A=75^0$ ।

   এই ত্রিভুজের অংকনের সোপান গুলি লেখ।

INDIAN ARMY

An extraordinary life
A life full of adventure, honour and glory
Where you are one among a million,
and one in a million.

Be The Best
Join Indian Army

www.joinindianarmy.nic.in