সরল গণিত

(জ্যামিতি)

অষ্টম শ্রেণি

শিক্ষক শিক্ষানির্দ্দেশালয় এবং
রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ
ওড়িশা, ভুবনেশ্বর

ওড়িশা প্রাথমিক শিক্ষা কার্যক্রম
প্রাধিকরণ, ভুবনেশ্বর

সরল গণিত (জ্যামিতি)

অষ্টম শ্রেণি

লেখক মণ্ডলী ঃ
ড. প্রসন্ন কুমার শতপথি (সমীক্ষক)
ড. রজনী বল্লভ দাস
ড. প্রীণন্দ্রে কুমার মিশ্র
শ্রীমতী কুমুদিনী জী
শ্রী কৈলাস চন্দ্র স্বাইঁ

অনুবাদক মণ্ডলী ঃ
প্রফেসর দীপাস্য কুণ্ডু (সমীক্ষক)
শ্রীমতী সুচিত্রা দাস (অনুবাদক)
শ্রীমতী মধুমিতা ব্যানার্জ্জী

সংযোজনা ঃ
ড. নলিনীকান্ত মিশ্র
ড. তিলোত্তমা সেনাপতি

সংযোজনা ঃ
ড. সবিতা সাহু

প্রকাশক ঃ
বিদ্যালয় ও গণশিক্ষা বিভাগ, ওড়িশা সরকার

মুদ্রণ বছর ঃ ২০২২

মুদ্রণ ঃ পাঠ্যপুস্তক উৎপাদন ও বিক্রয়, ভুবনেশ্বর

প্রস্তুতি ঃ মাধ্যমিক শিক্ষা পরিষদ, ওড়িশা কটক ও শিক্ষক শিক্ষা নির্দ্দেশালয় এবং
রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ,
ওড়িশা, ভুবনেশ্বর

এই পুস্তক সম্বন্ধে কিছু কথা

আজকের যুগ হচ্ছে বিজ্ঞানের যুগ ও প্রযুক্তি বিদ্যার যুগ। তাত্ত্বিক ও প্রয়োগমাফিক এই উভয়দিকে বিজ্ঞানের অগ্রগতির জন্যে গণিত শাস্ত্রের এক বলিষ্ঠ ভূমিকা রয়েছে। গণিত শাস্ত্রের সরলগণিত (জ্যামিতি) হচ্ছে এক গুরুত্বপূর্ণ অঙ্গ। বিদ্যালয় স্তর থেকে সরলগণিত (জ্যামিতি) পাঠ্যক্রম এক ভিত্তিভূমির ওপরে প্রতিষ্ঠিত হওয়া বাঞ্ছনীয়।

সারা বিশ্বে অন্যান্য বিকাশশীল দেশেদের মতন ভারতও এক্ষেত্রে উল্লেখনীয় ভূমিকা গ্রহণ করেছে। মাধ্যমিক শিক্ষাস্তরের জন্যে জাতীয় স্তরে প্রস্তুত (National CuriCulum Fram Work–200) এ গণিত শিক্ষাকে অধিক গুরুত্ব দেওয়া হয়েছে। তদানুযায়ী জাতীয় শিক্ষা গবেষণা ও তালিম পরিষদ (NCERT), পাঠ্য খসড়া ও পাঠ্যপুস্তক প্রণয়ন করেছেন জাতীয় শিক্ষা স্রোতকে দৃষ্টি দিয়ে ওড়িয়া মাধ্যমিক শিক্ষা পরিষদ, শিক্ষক শিক্ষা নির্দ্দেশালয়ে এবং রাজ্য শিক্ষা গবেষণা প্রতিষ্ঠান ও প্রশিক্ষণ পরিষদ দ্বারা প্রস্তুত রাজ্য পাঠ্যক্রম আসরে অষ্টম শ্রেণির জন্যে সিলেবাস্ প্রস্তুত কোরে তদানুযায়ী নতুন ভাবে সরলগণিত (জ্যামিতি) পাঠ্যপুস্তক প্রকাশ করেছেন। অভিজ্ঞ লেখকদের দ্বারা পাঠ্যপুস্তক রচনা করা হয়ে পুস্তকের পাণ্ডুলিপিকে রাজ্যস্তরীয় এক কর্মশালায় কার্যরত গণিত শিক্ষক শিক্ষয়ত্রীদের দ্বারা পুঙ্খানুপুঙ্খ আলোচনা করা হয়েছে। পরবর্তী সময়ে সিলেবাস কমিটিতে ও পাণ্ডুলিপিটি পঠিত ও আলোচিত হয়েছে। আলোচনা লব্ধ পরামর্শকে পাথেয় কোরে পাণ্ডুলিপিটি সংশোধিত হয়েছে। শিক্ষক শিক্ষা নির্দেশালয় এবং রাজ্য শিক্ষা গবেষণা প্রতিষ্ঠান ও প্রশিক্ষণ এই পুস্তকটির আবশ্যকীয় সংশোধনের জন্যে গণিত বিশারদ ও কার্য্যরত গণিত শিক্ষক শিক্ষয়িত্রীদের দ্বারা ২০১৪ সালে প্রয়াস করা হলেও ইহা হয়েছিল না। ২০১৬ সালে এই পুস্তকের সংশোধন কার্য্য করা হয়েছে। তবু তথ্যগত ত্রুটি যদি থাকে কর্তৃপক্ষকে জানাবে।

সূচিপত্র

জ্যামিতির মৌলিক ধারণা
(FUNDAMENTAL CONCEPTS OF GEOMETRY)

অধ্যায় ১

1.1 উপক্রমনিকা Introduction

Geometry শব্দটি দুটি গ্রীক্ শব্দ Geo (পৃথিবী) ও Metry (মাপ)-র থেকে সৃষ্টি হয়েছে। জ্যামিতির পদটির জ্যা অর্থ পৃথিবী ও মিতি'র অর্থ মাপ। জমি মাপ করিবার আবশ্যকতা থেকে জ্যামিতির সৃষ্টি। মানব সভ্যতার ক্রমবিকাশ সহিত জ্যামিতির অভিবৃদ্ধি জড়িত।

বৈদিক যুগে ভারতীয় ঋষিগণ যজ্ঞকুণ্ড ও পূজাবেদী নির্মাণ আদি কার্যে উন্নত জ্যামিতিক জ্ঞানের প্রয়োগ করেছিল। আনুমানিক খ্রীষ্টপূর্ব 400 থেকে খ্রীষ্টপূর্ব 500 মধ্যে ভারতের রচিত 'শুল্ব সূত্র' হচ্ছে এক জ্যামিতি শাস্ত্র। শুলব্ অর্থাৎ দড়ি সাহার্য্যে মাপ সম্বন্ধীয় বিভিন্ন সূত্রকে নিয়ে এই শাস্ত্র সমৃদ্ধ। মহেনজোদারো, হরপ্পা সভ্যতার ধ্বংসাবশেষ ও মিশরীয় সভ্যতায় জ্যামিতিক নক্সার বহুল প্রয়োগ দেখতে পাওয়া যায়।

প্রাথমিক অবস্থাতে জ্যামিতির সিদ্ধান্ত ও সুত্রগুলি পরীক্ষামূলক উপায় দ্বারা নির্ণিত হচ্ছিল। অনুমান করা যায় গ্রীক গণিতবিদ থালেস্ (খ্রীষ্টপূর্ব 640–546) প্রথমে জ্যামিতির তর্কশাস্ত্র প্রয়োগ করে পূর্বে জেনে থাকা সূত্র ও সিদ্ধান্তগুলি যুক্তিমূলক প্রমাণ দেবার প্রয়াস আরম্ভ করেছিলেন। পরে থালেস্য়ের শিষ্য পিথাগোরাস (খ্রীষ্টপূর্ব 580–500) ও তার পরে সক্রেটিস্ (খ্রীষ্টপূর্ব 468–390) প্লাটো খ্রীষ্টপূর্ব (430–339) ও অ্যারিস্টটল্ (খ্রীষ্টপূর্ব 384–322) আদি গ্রীক বিদ্বানগণ এই ধারাকে আগিয়ে নিয়েছিলেন।

কিন্তু খ্রীষ্টপূর্ব চতুর্থ শতাব্দীতে আলেকজাণ্ড্রিয়া (গ্রীস) এর গণিতবিদ ইউক্লিড (Euclid) তার গ্রন্থ Elements য়ে দেখালেন যে জ্যামিতিক সিদ্ধান্তগুলি প্রত্যেকে একটি একটি স্বতন্ত্র তথ্য না অল্প তথ্যকে স্বীকার করলে বাকি সমস্ত জ্যামিতিক সিদ্ধান্ত এই

স্বীকৃতি তথ্যগুলির পরিণাম বোলে তর্ক মাধ্যমে প্রতিপাদন করা যেতে পারবে। প্রথম থেকে মেনে নিয়ে থাকা স্বীকৃতি গুলির সাহায্যে যুক্তি মাধ্যমে নতুন সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া সম্ভব। ইউক্লিডকে জ্যামিতি জনক বোলে স্বীকার করা যায় ওনার নামানুসারে বিদ্যালয়ে পড়ানো জ্যামিতিকে ইউক্লিডীয় জ্যামিতি**(Euclidian geometry)** বলা যায়।

পরবর্তীকালে ভারতীয় গণিতবিদদের মধ্যে ভাস্কর (জন্ম 114 খ্রীষ্টাব্দ) আর্যভট্ট (জন্ম 580 খ্রীষ্টাব্দ) আদি জ্যামিতি শাস্ত্রকে সমৃদ্ধ করেছিলেন।

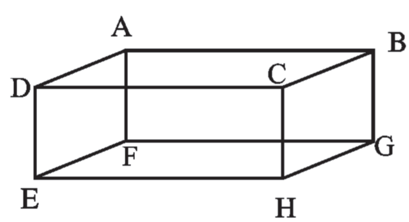
1.2 সজ্জাবিহিন পদ (undefined term and related postulates)

প্রত্যেক বিষয়ে কয়েকটি বিশেষ প্রকার শুদ্ধ নির্দিষ্ট অর্থে ব্যবহার করা যায় ও সেগুলির সেই বিষয় সম্বন্ধীয় **পদ (term)** বলা যায়। বিন্দু, রেখা, সমতল, রশ্মি, ত্রিভুজ, বৃত্ত আদি জ্যামিতি শাস্ত্রে একটি একটি পদ।

বিন্দু, রেখা ও সমতল বিষয়ে পূর্বে শ্রেণীগুলিতে পড়েছ। এই পদ তিনটিকে **মৌলিক পদ বা সজ্জাবিহিন পদ (undefined term)** রূপে গ্রহণ করি। এই পদ ও তত্ব সম্বন্ধীয় স্বীকার্য্য সাহার্য্যে নূতন পদগুলির সজ্জা নিরুপণ করা যায়।

বর্তমান বিন্দু, রেখা ও সমতল এই পদগুলির পুনরালোচনা করব।

বিন্দু **(Point)** তুমি একটি ইটা আনো। তার এক চিত্র অঙ্কন করে নিম্নপ্রকার নামকরণ কর।



(চিত্র - 1)

একটি ইটের আটটি শীর্ষ A, B, C, D, E, F, G, H প্রত্যেক একটি একটি বিন্দুর নমুনা। সেরকম AB, BC, CD, DA, DE, EF, HC, HG, GB, AF, EH এবং GF ইটের একটি একটি ধার ইট খণ্ডের কয়টি পারস আছে, বলো?

সমুদয় 6টি সামতলিক পার্শ্ব। সেই 6টি সমতল হল ABCD, EFGH, ABGF. CDEH, ADEF এবং BCHG।

তবে বল একটি ইটের কতটি শীর্ষ, কতটি ধার ও কতটি সমতল আছে?

রেখা বা সরলরেখা (Line): চিত্র (1.1) রে দেওয়া ইটের চারটি ধার আছে। প্রত্যেক এক রেখার অংশ বিশেষ। তোমরা বইয়ের পৃষ্ঠার ধার, কাগজের উপরে পেনসিল সাহায্যে অঙ্কন করতে থাকা দাগ, প্রত্যেকে একটি একটি রেখা বা সরলরেখার সীমিত অংশের নমুনা। কিন্তু সরলরেখা সীমাহীন ভাবে লম্বা থাকে। আর আরম্ভ নেই কি শেষ নেই। তাই অন্য একটি দাগ টেনে এর দুই প্রান্তে তীর চিহ্ন দিয়ে তাহার মাধ্যমে আমরা সরলরেখার ধারণা দিই। নিম্নস্থ চিত্র দেখ।

এটি একটি সরলরেখার ছবি। সরলরেখাটির নাম 'L' দেওয়াকে সরলরেখার এই ছবিতে পেনসিলের টির সাহার্য্যে অনেক বিন্দু যথা A, B, C ইত্যাদি চিহ্নটি করা যেতে পারবে। এটাকে দৃষ্টিতে রেখে সরলরেখা ও বিন্দুদের মধ্যে সম্পর্ক বিষয়ে আমরা একটা কথা স্বীকার করে নেব।

স্বীকার্য-1. সরলরেখা বিন্দুদের সমাহার বা সেট্।

কাগজের পৃষ্ঠাতে দুটি পৃথক বিন্দু নাও। স্কেলের সরলরেখাকে এই দুই বিন্দুসহ লাগিয়ে রেখে তুমি পেনসিল সাহায্যে কতগুলি সোজা দাগ অঙ্কন করতে পারবে।

স্বীকার্য-2. দুটি পৃথক বিন্দুকে ধারণ করে থাকা কেবল মাত্র একটি সরলরেখা অবস্থিত।

অন্য ভাষায় বল্ললে দুই পৃথক বিন্দু মধ্য দিয়ে কেবলমাত্র একটি সরলরেখা অঙ্কন করতে পারা যাবে।

A ও B, L সরলরেখার দুটি পৃথক বিন্দু হলে, আমরা সরলরেখাকে $\overleftrightarrow{AB}$ সংকেত দ্বারা নামিত করব। (ছবি 1.2 কে দেখ) সেট ভাষায় আমরা বলতে পারবো

$L = \overleftrightarrow{AB} = \overleftrightarrow{BA} = \overleftrightarrow{AC} = \overleftrightarrow{CA} = \overleftrightarrow{BC} = \overleftrightarrow{CB}$

তিন বা ততোধিক সংখ্যক বিন্দু যদি একটি সরলরেখারে অবস্থিত হয়, তবে তাদেরকে **সরলরৈখিক বিন্দু বা একরেখী বিন্দু (Collinear Point)** বলা যায়।

যে সব বিন্দু একটি সরলরেখার না থাকে, তাদেরকে নৈকরেখী বা অনসরলরৈখিক বিন্দু (non-collinear point) বলা যায়।

সমতল (Plane)—ছবি 1.1 রে দেওয়া ইটের ছবি দেখ। এর ছয়টি পৃষ্ঠ বা পার্শ্ব আছে। প্রত্যেক পৃষ্ঠের একটি সমতলের এক অংশের নমুনা। পাকা ঘরের মেজে, Black board, পৃষ্ঠ, কাগজের পৃষ্ঠ থেকে সমতলের ধারণা মেলে। আমাদের আলোচনা পরিসংখ্যা অন্তর্ভুক্ত সমতল কোনো নির্দিষ্ট সীমাদ্বারা আবদ্ধ না। সমতল সম্বন্ধে আমাদের প্রারম্ভিক স্বীকার্য্য হচ্ছে,

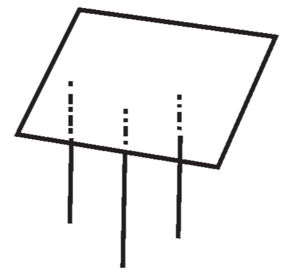
স্বীকার্য-3. সমতল বিন্দুদের সেট্ ।

একটি সমতলকে কিভাবে চিহ্নিত করব

যেমনি একটি রেখাকে চিহ্নই করতে হলে, সেখানে থাকা অন্তত দুটি পৃথক বিন্দু আবশ্যক, যেমনি একটি সমতলকে চিহ্নিত করার জন্য অতি কমে সেখানে থাকা তিনটি বিন্দু আবশ্যক। এসো একটি পরীক্ষা করব।

পরীক্ষা প্রণালী : অগ্রভাগ ছোছালো হয়ে থাকা দুটি সরু কাচি জমিতে লম্বাভাবে পুতে, সে দুটির অগ্রভাগে একটি পোষ্টকার্ড রাখতে চেষ্টা কর। পোষ্ট কার্ডটিকে না ধরে তা স্থির হয় না থাকতে পারে, কিন্তু কার্ডটিকে আমরা বিভিন্ন অবস্থাতে ধরে রাখলে, তা প্রত্যেক অবস্থাতে কাঠি দুটির অগ্রভাগ সাথে লেগে থাকবে। পোষ্ট কার্ডটি সমতলের সূচক ও কাঠি দুটির অগ্রভাগ দুটি

বিন্দুর সূচক যদি বিন্দু দিয়ে একাধিক সমতল থাকার সূচনা মিলছে। বর্তমান, সেরকম তিনটি কাঠিকে জমিতে পুতে রাখা তার নিব তিনটির উপরে পোষ্টকার্ডটি রাখ। যদি নিব তিনটি এক সরলরেখায় না থাকে দেখবে পোষ্টকার্ডটি একটি নির্দিষ্ট অবস্থাতেই থাকবে।



(চিত্র - 1.3)

পুনশ্চ লক্ষ কর যে কাঠি **তিনটির অগ্রভাগ** যদি এক সরলরেখায় থেকে যায়, তবে পোষ্টকার্ডটি বিভিন্ন অবস্থাতে কাঠির নিব তিনটিতে লেগে থাকবে। কার্ডটিকে ভিন্ন অবস্থাতে রাখলে তা দুটি কাঠির নিবকে লেগে থাকতে পারে মাত্র তিনটি কাঠির নিবকে না এই পরীক্ষার সূচনাকে সমতলের এক ধর্ম ভাবে গ্রহণ করে নেব।

স্বীকার্য-4. যে কোনো তিনটি নৌক রেখি বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র সমতল অবস্থিত।

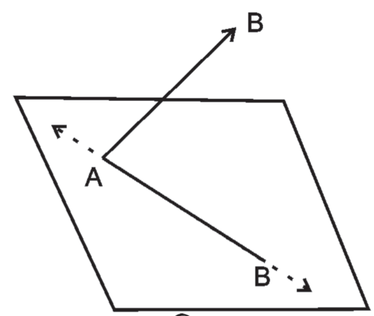
অন্য অর্থে বলতে গেলে একটি সমতলের অতি কমে তিনটি নৌক রেখি বিন্দু থাকে।

অন্তত **একটি সমতলের নামকরণ সেই সমতলের থাকা যে কোনো তিনটি নৈকরেখী বিন্দু সাহায্যে করা যায়।**

এসো আর একটি পরীক্ষা করব।

একটি সুতার দুই প্রান্তকে সুতো টেনে ধর এমনি অবস্থায় সুতাটি এক রেখাংশর সূচনা দেয়। তেমনি ধরে রাখা সুতোর একটি প্রান্তকে কোনো এক সমতল পৃষ্ঠ চেপে ধর ও অন্যপ্রান্তটিকে অন্য হাতে টেনে ধর।

সুতার একটি প্রান্ত A সমতল পৃষ্ঠকে লেগে আছে ও অপর প্রান্তে B উপরের দিকে উঠে আছে এই অবস্থাতে A প্রান্ত ছাড়া সুতার অন্য কোনো অংশ সমতলে লেগে থাকেনি। বর্তমান সুতাটিকে এরকম অবস্থায় টেনে ধরে এর B প্রান্তকে আস্তে আস্তে সমতলপৃষ্ঠ দিকে নিয়ে এসো। লক্ষ কর যে, প্রত্যেক অবস্থায় A প্রান্ত ছাড়া সুতার অন্য কোনো অংশ সমতল পৃষ্ঠকে লেগে থাকছে না। যখন B প্রান্তটি সমতল পৃষ্ঠকে স্পর্শ করবে, তখন সমগ্র সুতাটি পূর্বের মতন সোজা অবস্থাতে থেকে সমতল পৃষ্ঠকে লেগে থাকবে।



(চিত্র - 1.4)

সমতল পৃষ্ঠ ও সোজাভাবে টেনে ধরা হয় থাকা সুতো এ উভয়ের সীমাহীন বিস্তৃতি কল্পনা করে আমরা যথাক্রমে একটি সমতল ও $\overleftrightarrow{AB}$ (A সরলরেখা)র ধারনা করতে পারব। তাই এই পরীক্ষা থেকে আমরা আর একটি বিশেষ ধর্মের পরিচয় পেলাম। একে আমরা একটি স্বীকার্য্য ভাবে গ্রহণ করে নেব।

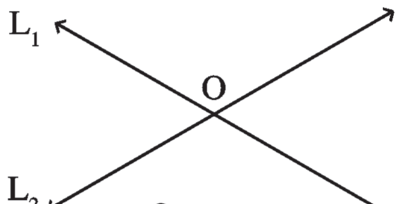
স্বীকার্য ঃ 5 : এক সমতলস্থ দুটি পৃথক বিন্দুকে ধারণ করে থাকা সরলরেখা উক্ত সমতলে অবস্থিত।

সমতলের নাম P দেওয়া যাক ও সমতলস্থ বিন্দুদ্বয় A ও B হোক। স্বীকার্য্য অনুসারে $\overleftrightarrow{AB}$ P সমতলে অবস্থিত অর্থাৎ সরলরেখাটির সমস্ত বিন্দু P সমতলে অবস্থিত। এই কথাকে আমরা সেই ভাষায় লিখতে পারবো $\overleftrightarrow{AB} \subset P$।

1.3 সমান্তর সরলরেখা

এক সমতলের অবস্থিত দুটি সরলরেখার **সাধারণ বিন্দুকে তাদের ছেদবিন্দু (point of intersection)** বলা যায়। ছবির 1.5 যে L_1 ও L_2 সরলরেখার ছেদবিন্দু O।

এক সমতলে থাকা দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ না করে সে দুটিসরলরেখা কে সমান্তর রেখা বলা যায়। ছবি 1.6 য়ে L_1 ও L_2 সরলরেখা দ্বয় সনান্তর।



(চিত্র - 1.5)

(চিত্র - 1.6)

তুমি বলো :

(a) একটি সমতলে অবস্থিত দুটি সরলরেখার অতি বেশীতে কয়টি ছেদবিন্দু থাকবে?

(b) একটি সমতলের অবস্থিত তিনটি সরলরেখার অতিবেশীতে কয়টি ছেদবিন্দু থাকবে?

(c) একটি সমতলে অবস্থিত চারটি সরলরেখার অতি বেশীতে কয়টি ছেদবিন্দু থাকবে?

1.4 দুটি বিন্দুর মধ্যস্থ দূরত্ব সরলরেখা ও বাস্তব সংখ্যা সেই মধ্যে সম্পর্ক।

মনে কর P ও Q একটি সমতল পৃষ্ঠে থাকা দুটি পৃথক বিন্দু। P ও Q একটি মাত্র সরলরেখা সম্ভব ও সেটা উক্ত সমতলে অবস্থিত। P থেকে Q পর্যন্ত দূরত্ব মাপার জন্য আমরা সাধারণত একটি স্কেল ব্যবহার করি এবং P ও Q র মধ্যে দূরত্ব (P থেকে Q পর্যন্ত দূরত্ব) কে একটি একক অর্থাৎ সেন্টিমিটার এককে প্রকাশ করে থাকি। স্কেলে মেপে আমরা দেখলাম যে P ও Q মধ্যস্থ দূরত্ব (মনে করি) 5 সে.মি. মাত্র P ও Q বিন্দুদ্বয় যদি আলাদা হয় তবে P ও Q মধ্যে দূরত্ব O হয়। **একটি বিন্দু তার নিজের থেকে দূরত্ব যে কোন এককে O হয়।**

মনে রেখো : দূরত্ব মাপার জন্য ব্যবহার সংখ্যা সর্বদা এক ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা মাত্র বিন্দুদ্বয় যদি আলাদা হয় তবে দূরত্ব '0' হয়। অন্য প্রকারে বললে দূরত্ব মাপার জন্য ব্যবহৃত সংখ্যা সর্বদা এক অনঋনাত্মক বাস্তব সংখ্যা, অর্থাত শূন্য বা ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা ।

(চিত্র - 1.7)

এখন আমাদের পরবর্ত্তী স্বীকার্য্য হবে,

স্বীকার্য্য- 6 (Ruler Postulate): এক সমতলে থাকা বিন্দু জোড়াগুলি এক একটি অঋনাত্মক বাস্তব সংখ্যা সহিত সম্পৃক্ত, যাকে বিন্দুদ্বয়ের মধ্যস্থ দূরত্ব বলা হয়। দুই বিন্দুর মধ্যস্থ দূরতা উপরে নির্ভর করে এক সরলরেখার বিন্দু সমুহ ও বাস্তব সংখ্যা সেট্ মধ্যে এক বিশেষ প্রকার সম্পর্ক সম্ভব হয়।

পরিনাম স্বরুপ

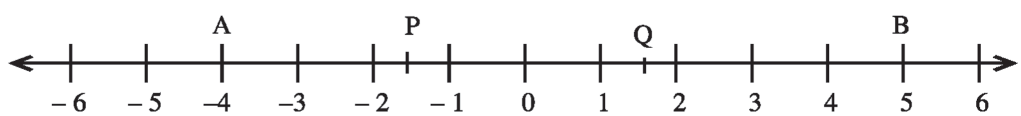
(i) একটা সরলরেখার বিন্দুগুলি প্রত্যেকে এক একটি নির্দিষ্ট বাস্তব সংখ্যার সহিত সংযুক্ত।

(ii) সরলরেখার উপরিস্থ যেকোন দুইটি বিন্দুর মধ্যস্থ দূরত্ব, তাদের সহিত সংযুক্ত বাস্তব সংখ্যাদ্বয়ের অন্তরের পরম মানের সহিত সমান হয়।

টীকা : P থেকে Q পর্য্যন্ত দূরত্বকে PQ বা QP সংকেত দ্বারা সূচিত করা হয়, এবং প্রচলিত একক মাধ্যমে এর দূরত্বকে সূচিত করা হয়ে থাকে। উদাহরণ স্বরূপ PQ =5 সে:মি: বা 0.05 মিটার। P ও Q বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব যা Q ও P এর মধ্যে দূরত্ব ও তাই, অতএব । PQ=QP

1.4.1 সিদ্ধান্তটির ব্যাখ্যা ঃ

দূরত্ব মাপার জন্য একটি নির্দিষ্ট একক বেছে নিতে হবে। জ্যামিতি পাঠ সম্বন্ধে দূরত্ব মাপার জন্য আমরা সাধারণত সেন্টিমিটার একক ব্যবহার করে থাকি। স্কেলের ধার সীমিত দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট মাত্র যদি একটি অসম দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট স্কেলের পরিকল্পনা করা যায়। এবং ঋণাত্মক সংখ্যা সমেত সমস্ত বাস্তব সংখ্যাকে বিন্দু চিহ্নিত করতে ব্যবহার করা হয়, তবে স্কেলটি নিম্ন প্রকার হবে।



(চিত্র - 1.8)

চিত্র ছবিতে প্রদর্শিত সরলরেখা পূর্ণ সংখ্যার দ্বারা চিহ্নিত করে থাকা কতগুলি বিন্দুকে দেখানো হয়েছে। অন্যান্য বিন্দুগুলি বাস্তবে সংখ্যা যথা P বিন্দু বাস্তব সংখ্যা। যেকোন সরল রেখা বিন্দুগুলি বাস্তব সখ্যা একটি ও বাস্তব সংখ্যা একটি বিন্দু থাকা সম্ভব এর জন্য সরলরেখাটি একটি অসম দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট স্কেলে পরিণত হল। একটি সরলরেখা বিন্দুদ্বয় বাস্তব সংখ্যা মধ্যে যে সম্পর্ক স্থাপিত হল তাকে এক এক সম্পর্ক বলে।

1.4.1 দুই বিন্দু মধ্যস্থ দূরত্ব :

মনেকর চিত্র 1.8 তে সরলরেখাতে দুটি বিন্দু হচ্ছে P ও Q এবং এই দুই বিন্দু সহিত সম্পৃক্ত বাস্তব সংখ্যা যথাক্রমে P ও Q । তাই স্বীকার্য্য - 6 অনুযায়ী P ও Q মধ্যে দূরত্ব PQ

=[p - q এর পরম মান অর্থাৎ p - q [p - q যদি p>q , q - p যদি q>p P ও Q বিন্দুদ্বয় সহিত সম্পৃক্ত সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে -4 ও 5 ও হয় ,

তবে PQ= [-4 -5]= [-9] = 9 একক হবে।

মনেকর x এর পরম মান অর্থাৎ 1x1= x যদি x শূন্য বা ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা

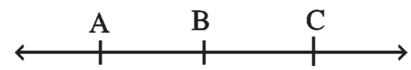
= -xযদি x ঋণাত্মক বাস্তব সংখ্যা

মনে রাখো :

(i) সরলরেখা অসংখ্য বিন্দু বিশিষ্ট। (কারণ বাস্তব সংখ্যার সেট্ এক অসীম সেট্)

(ii) সরলরেখা আদ্যোপ্রান্ত বিন্দু বিহিন (কারণ সবথেকে বড় ও সবথেকে ছোট বাস্তব সংখ্যা কে বলা যাবে না)

(iii) সরলরেখা নিরবিচ্ছিন্ন ভাবে পরিব্যাপ্ত। (অর্থাৎ সরলরেখায় থাকা কোন দুইটি বিন্দুর মধ্যে ফাঁকা নেই)



(চিত্র - 1.9)

1.5 মধ্যবর্ত্তিতা (Betweenness)

চিত্র - 1.9 কে লক্ষ্য কর যদি তিনটি বিন্দু A, B ও C

(i) পরস্পর থেকে আলাদা ও

(ii) একটি সরলরেখা অবস্থান করছে। এবং

(iii) AB + BC = AC তবে Bকে A ও C বিন্দু দুটিকে মধ্যবর্তী বিন্দু বলে।

সাংকেতিক ভাষায় A-B-C বা C-B-A লেখা হয়। B বিন্দু ছাড়া A ও C বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে অসংখ্য মধ্যবিন্দু আছে । মধ্যবর্তী সম্বন্ধীয় স্বীকার্য্য সর্বপ্রথম মরিজ পাশ্চ (Moritz Pasch) প্রকাশ করেছিলেন।

রেখা খণ্ড : A , B দুটি পৃথক বিন্দু এবং A ও B মধ্যবর্তী বিন্দুগুলি সরলরেখার অন্য সমস্ত বিন্দুকে বাদ দিলে চিত্র - 1.10(ii) মতন দেখা যাবে। এটা একটা রেখাখণ্ডের চিত্র

চিত্র - 1.10(i)

চিত্র - 1.10(ii)

সংজ্ঞা : দুটি পৃথক বিন্দু A ও B এবং তাদের মধ্যবর্তী বিন্দুদের সেটকে **A ও B দ্বারা নিরুপিত রেখা খণ্ড** বলা যায়।এবং একে $\overline{AB}$ রূপে সূচীত করা হয়। সেট পরিভাষা $\overline{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$ রেখা খণ্ডের প্রান্তর বিন্দু A ও B কে AB এর প্রান্ত বিন্দু বলা যায়।

মনে রেখো : AB এর প্রান্ত বিন্দুদ্বয় A ও B বিন্দুর কোনো প্রান্ত বিন্দু থাকে না।

রেখা খণ্ডের দৈর্ঘ্য কোনো রেখা খণ্ডের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় মধ্যের দূরত্বকে রেখা খণ্ড দৈর্ঘ্য বলা যায় তাই AB এর দৈর্ঘ্য = AB অর্থাৎ প্রান্ত বিন্দু A ও B মধ্যস্থ দূরত্ব।

রেখা খণ্ডের দৈর্ঘ্য সর্বদা যুগ্ম সংখ্যা। $\overline{AB}$ কে AB রেখা খণ্ড বলে পড়া হয় ।

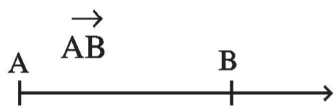
রেখা খণ্ডের মধ্য বিন্দু : M, $\overline{AB}$ একটি বিন্দু এবং AM = MB হলে Mকে $\overline{AB}$ এর মধ্য বিন্দু বলা যায়। সেক্ষেত্রে $AM = MB = \frac{1}{2} AB$ হয়।

একটি রেখাখণ্ডের একটা মাত্র মধ্যবিন্দু থাকে।

রশ্মি (Ray) : A ও B দুটি আলাদা বিন্দু সরলরেখা $\overline{AB}, \overline{AB}$ হচ্ছে AB রেখাখণ্ড।

চিত্র - 1.11

AB রেখাখণ্ড ($\overline{AB}$) ও AB রেখাতে থাকা B পরবর্তী সমস্ত কিছু সমষ্টিকে AB রশ্মি বলে। AB রশ্মিকে $\overline{AB}$ বলে লেখা যায় সেরকম AB রেখা খণ্ড $\overline{AB}$ ও AB রেখার A র পূর্ব সমস্ত বিন্দুর সমষ্টিকে BA রশ্মি বলা যায়। $\boxed{\overline{AB} \text{ কে AB রশ্মি বলা হয়}}$

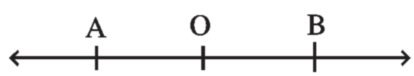


চিত্র - 1.12(i)

চিত্র - 1.12(ii)

$\overrightarrow{AB}$ শীর্ষবিন্দু হচ্ছে A এবং $\overrightarrow{BA}$ এর শীর্ষবিন্দু হচ্ছে B একটি রশ্মির শীর্ষ বিন্দুকে আদ্য বিন্দু (Initial Point) মধ্য বলা যায়।

মনে কর A–O–B অর্থাৎ O হচ্ছে A ও B একটি মধ্যবর্তীর বিন্দু



চিত্র - 1.12(iii)

এইক্ষেত্রে OA ও OB কে বিপরীত রশ্মি (Opposite Ray) বলে। $\overrightarrow{OA} \cup \overrightarrow{OB} = \overleftrightarrow{AB}$

তোমার খাতায় তিনটি রশ্মি OA ও OB ও OC অঙ্কন কর?

(A) কোন দুটি রশ্মি বিপরীত রশ্মি হবে না।

(B) রশ্মিগুলির মধ্যে যে কোনো দুটি রশ্মি পরস্পর বিপরীত হবে।

দুটি রশ্মি এক সরলরেখার অংশ হলে, তাদের একরেখা বা সরলরৈখিক রশ্মি (Collinear rays)বলা হয়। দুটি রশ্মি সরলরৈখিক না হলে, নৈকরেখী রশ্মি (non-collinear rays) বলা হয়।

নিজে করো

1. (a) তোমার খাতায় তিনটি নৈক রেখিবিন্দু XYZ ও $\overrightarrow{XY}$ $\overrightarrow{YZ}$ $\overrightarrow{XZ}$ অঙ্কন কর।

   (b) তোমার খাতায় তিনটি নৈক রেখি বিন্দু A,B ও C। $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ অঙ্কন কর।

রেখাখণ্ড রশ্মি ও সরলরেখার মধ্যে সম্পর্ক :

AB রেখাখণ্ডের সমস্ত বিন্দু AB রশ্মির এবং AB রশ্মির সমস্ত বিন্দু AB সরলরেখাতে আছে। সেট ভাষায় $\overline{AB} \subset \overrightarrow{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$ ও সে রকম $\overrightarrow{BC} \subset \overleftrightarrow{AB}$

কে কার উপসেট লেখ :

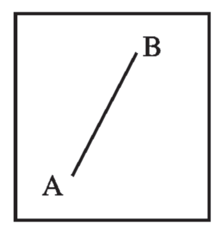
(a) $\overline{PQ}$ ও $\overrightarrow{PQ}$ (b) $\overleftrightarrow{CD}$ ও $\overline{CD}$ (c) $\overline{AB}$ ও $\overrightarrow{BA}$

(ii) A–P–B হলে $\overrightarrow{AB}$ ও পরে দুটি বিপরীত রশ্মির নাম লেখো।

1.6 উত্তল সেট (Convex Set)

আয়তক্ষেত্রের আকৃতি বিশিষ্ট একটি কাগজ নাও। মনে কর A ও B এখানে থাকা দুটি বিন্দু AB অঙ্কন কর। রেখাখণ্ডটি সম্পূর্ণ ভাবে কাগজের ওপরে থাকছে। যদি আমরা কাগজের পৃষ্ঠায় বিন্দুদের সেটকে S বলব তবে আমরা AB কে S এর একটি উপসেট বলবো। সেট ভাষায় লিখতে পাড়ব। $\overline{AB} \subset S$

লক্ষ কর যে A ও B বিন্দু দুটি আমরা কাগজের পৃষ্ঠায় যে কোন স্থানে নিলেও AB সম্পূর্ণ ভাবে পৃষ্ঠায় থাকছে। এর অর্থ হল A ও B কাগজ পৃষ্ঠা যে কোনো দুটি বিন্দু হলে ও তাদের সংযোগ রেখা খণ্ডে সেই কাগজ পৃষ্ঠাতে থাকছে।

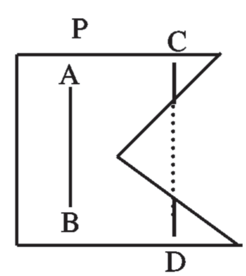


চিত্র (1.13)

বর্তমান কাগজ পৃষ্ঠাটিকে কেটে চিত্র (1.14)দেখানোর মত আকৃতি বিশিষ্ট কর । এই কাটা কাগজে বিন্দুদের যে সেট গঠিত হল তার নাম P দেওয়া হোক।

কাটা কাগজে দুটি বিন্দু A ও B নাও A ও B সংযোগ রেখা খণ্ড অর্থাৎ AB সম্পূর্ণ ভাবে কাটা কাগজ পৃষ্ঠায় থাকতে পারছে।

কাটা কাগজ পৃষ্ঠায় চিত্রে দেখানোর মত আর দুটি বিন্দু C ও D নাও C ও D সংযোগ রেখা খণ্ডকে তোমরা কাটা কাগজ পৃষ্টায় সম্পূর্ণভাবে আঁকতে পাড়বে না। এর অর্থ হল CD সমস্ত বিন্দু কাটা কাগজ পৃষ্টায় নেই। সেট ভাষায় আমরা বলতে পাড়ব যে CD, P উপসেট না। (কাটা কাগজ পৃষ্টার বিন্দু গুলিকে আমরা P নাম দিয়েছি মনে কর।)



চিত্র (1.14)

তাই আমরা এই সিদ্ধান্তে উপনীত হলাম যে A ও B যে কোনো দুটি বিন্দু হলে তাদের সংযোগ রেখা খণ্ড সর্বদা কাটা কাগজ পৃষ্ঠায় থাকতে পারবে না।

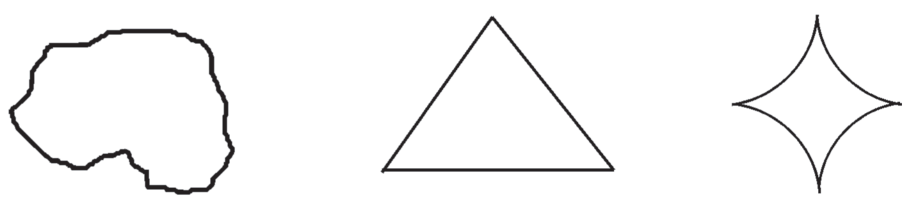
উপরিউক্ত আলোচনা থেকে আমরা জানতে পারলাম যে বিন্দুদের সেট S এক বিন্যম ধর্মের অধিকারি যা অন্য একটি সেট P তে নেই তাই S সেট টিকে আমরা একটি স্বতন্ত্র নাম দেব। সেটা হচ্ছে উত্তল সেট।

সংজ্ঞা : যে কোনো বিন্দু A ও B হলে যদি $\overline{AB} \subset \overline{S}$ হয় তবে S কে এক উত্তল সেট বলা যায়।

উত্তল সেটের আর কতগুলির উদাহরণ।

সরলরেখার থাকা যে কোনো দুটি বিন্দু জন্য AB মধ্যে L অন্তরভুক্ত। তাই সরলরেখা এক উত্তলসেট সেরকম রশ্মি সমতল আদি একটি সমতল উত্তল সেট।

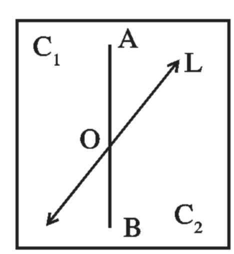
নিম্নলিখিত ছবিগুলির মধ্যে কোনটি উত্তল সেট দেখাও :



চিত্র (1.16)

1.7 সরলরেখার পার্শ :

পার্শ শব্দের ব্যবহার আমরা অবস্থিতি বর্ণনা করে থাকি। বর্তমান এসো একটি পরীক্ষা করি। একটি পৃষ্ঠায় সরলরেখা L অঙ্কন কর। L সরলরেখার উপর নেই। তাদের কে আমরা দুটি সেট C1, C2 অন্তরভুক্ত করতে পারবো।



চিত্র (1.17)

তুমি পরীক্ষা করে জানতে পারবে যে। C1 ও C2 দুটি উত্তল সেট (Convex Set) বর্তমান এই কাগজ পৃষ্ঠায় যে কোনো দুটি বিন্দু A ও B এভাবে নাও যেমন A বিন্দুটি C1 সেটে ও D বিন্দুটি C2 সেটে থাকবে। A ও B বিন্দু দুটির সংযোগ কারি AB রেখাখণ্ড $(\overrightarrow{AB})$ অঙ্কন কর। তোমরা দেখতে পাবে যে AB, L কে ছেদ করছে। L সরলরেখা ও AB রেখার সাধারণ O বিন্দু কে তাদের ছেদ বিন্দু (Intersecting Point) বলে।

স্বীকার্য্য 7 : সমতল - বিভাজন (Plane Separation) **স্বীকার্য্য:**

মনে কর : L সরলরেখাটি P সমতলে অবস্থিত যে বিন্দুগুলি L সররেখায় নেই। সেগুলি দুটি সেট C1 অন্তর ভুক্ত হয়ে থাকে এবং

(i) C1 ও C2 প্রত্যেকে একটি একটি উত্তল সেট

(ii) দুটি পৃথক বিন্দু A ও B যথাক্রমে C1 ও C2 সেটে থাকলে। AB,L সরলরেখাকে ছেদ করে। উপরক্ত সিদ্ধান্ত স্পষ্ট যে

(1) (i) C1 C2 প্রত্যেকে একটি একটি শূন্যবিহীন সেট

(ii) C1 C2 দুটি O সেট অর্থাৎ যে কোনো একটি বিন্দু উভয় C1 C2 তে থাকতে পারবে না।

(2) স্বীকার্য্য 7 কে নিয়ে প্রমাণ করা যেতে পারবে যে। একটি সমতলে অসংখ্য বিন্দু নিরবিচ্ছিন্ন ভাবে থাকে। অর্থাৎ সরলরেখার মতো সমতলে কোনা ফাঁক নেই সমতলে যে কোন বিন্দু দিয়ে অসংখ্য সরলরেখা রশ্মী আছে।

সরলরেখার পার্শ :

কোনো সরলরেখার এক পার্শে নামকরণে সেই পার্শের থাকা যে কোন বিন্দুকে নিয়ে করা যেতে পারবে। L সরলরেখা যে পার্শে A বিন্দু আছে তাকে L সরলরেখার A পার্শ এবং যে পার্শে B বিন্দু আছে তাকে L সরলরেখা B পার্শ বলা যায়।

$\overline{AB}$ রেখা খণ্ড বা $\overrightarrow{AB}$ রশ্মি দুই পার্শ বলে আমরা $\overleftrightarrow{AB}$ সরলরেখার দুটি পার্শকে বুঝবো।

অনুশীনল 1(a)

1. প্রত্যেক প্রশ্নের কাছে কতগুলি সম্ভাব উত্তর দেওয়া আছে। ঠিক উত্তরটি বেছে শূন্যস্থান পূরণ কর।

(i) একটি সরলরেখায় ________ বিন্দু থাকে ।

(a) একটি (b) দুটি (c) অসংখ্য

(ii) একটি রেখাখণ্ডে ________ প্রান্তবিন্দু থাকে।

(a) একটি (b) দুটি (c) অসংখ্য

(iii) একটি রেখাখণ্ডের ________ মাত্র মধ্য বিন্দু থাকে।

(a) একটি (b) দুটি (c) অসংখ্য

2.নিম্ন উক্তগুলি ঠিক থাকলে ঘরের ✓মধ্যে চিহ্ন ও ভুল থাকলে × দাও

(i) সরলরেখা অসংখ্য প্রান্ত বিন্দু থাকে। ☐

(ii) একটি রশ্মির একটি আদ্য বিন্দু থাকে। ☐

(iii) একটি রেখাখণ্ডের মাত্র একটি মধ্য বিন্দু থাকে। ☐

(iv) A ও B মধ্য বর্তীবিন্দু P হলে, ইহা $\overline{AB}$ র মধ্য বিন্দু হবে। ☐

(v) দুটি পৃথক বিন্দুর একটি মাত্র মধ্যবর্তী বিন্দু থাকে। ☐

(vi) AB ও C একরেখা বিন্দু হলে $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{BC}$ একরেখা রশ্মি হবে। ☐

(vii) $\overleftrightarrow{AB}$ এর A ও B মধ্যবর্তী O একটি বিন্দু হলে $\overrightarrow{OA}$ এবং $\overrightarrow{OB}$ পরস্পরে বিপরীত রশ্মি ☐

3. (a) পরস্পর থেকে ভিন্ন চারটি দত্ত বিন্দু মধ্যে কোনো তিনটি বিন্দু এক সরলরেখা না থাকিলে তাদের দ্বারা কতগুলি রেখা নিরুপিত হতে পারবে?

(b) পরস্পর থেকে চারটি দত্ত বিন্দু মধ্যে তিনটি বিন্দু এক রেখা হলে তাদের দ্বারা কতগুলি সরলরেখা নিরুপিত হতে পারবে?

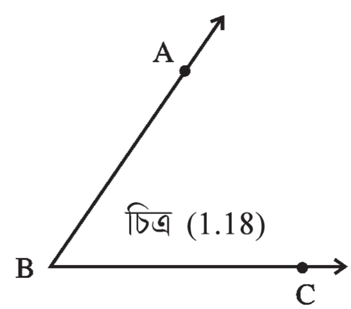
4. A,B ও C এক রেখা বিন্দু AB = 8 একক ও AC = 4 একক হলে নিম্নত কোনটি সম্ভব—

(a) B—A—C (b) A—C—B (c) A—B—C

5. সাধারণ শীর্ষবিন্দু বিশিষ্ট সাতটি রশ্মি দেবা গেছে সেখানে অতি বেশি কত জোড়া বিপরীত রশ্মি থাকবে।

6. পদগুলির সংজ্ঞা লেখো : (a) সরলরেখার পার্শ (b) উত্তল সেট।

1.8 কোণ (Angle)



চিত্র (1.18)

সংজ্ঞা ঃ তিনটি পৃথক বিন্দু AB ও C যদি একটি সরলরেখায় অবস্থিত না হয়। তবে $\overrightarrow{BA}$ ও $\overrightarrow{BC}$ রশ্মিদ্বয় সংযোগকে একটি কোণ বলা যায়। একে$\angle ABC$ সংকেত দ্বারা লেখা যায় এবং ABC কোন বোলে পড়া হয়। সেট পরিভাষায়। $\angle ABC = \overrightarrow{BA} \cup \overrightarrow{BC}$

সূচনা : (i) AB ও C নৈক রেখা বিন্দু ত্রয় সমতল ABC তে অবস্থিত তাই $\angle ABC$ মধ্য এই সমতলে অবস্থিত

(ii) B বিন্দুকে কোণ $\angle ABC$ এর শীর্ষবিন্দু বলা যায় BA ও BC রশ্মিদ্বয় $\angle ABC$ বাহু বলা যায়।

নিজে কর : A, B ও C এক সরলরেখায় অবস্থিত না থাকা তিনটি বিন্দু নিম্নস্থ প্রত্যেক জোড়া রশ্মি সংযোগে জ্যামিতি ছবির নামকরণ কর।

(1) $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ (2) $\overrightarrow{BA}$ ও $\overrightarrow{BC}$ (3) $\overrightarrow{CB}$ ও $\overrightarrow{CA}$

(4) $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{BA}$ (5) $\overrightarrow{BC}$ ও $\overrightarrow{CB}$ (6) $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{CA}$

2. (a) $\angle PQR$ র শীর্ষবিন্দুর নাম লেখ :

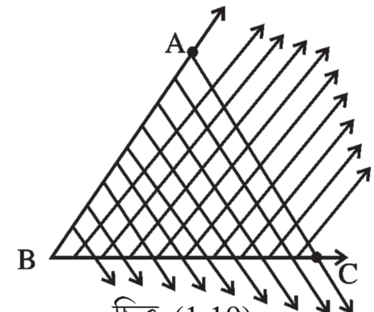
(b) $\angle ABC$ র কয়টি বাহু আছে। তাদের নাম লেখ?

(C) $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ পরস্পর বীপরিত রশ্মি হলে $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ সংযোগে কী সৃষ্টি হবে।

(d) শীর্ষ এবং $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{AC}$ বাহু বিশিষ্ট কোণের নাম কী?

1.8.1 কোণের অন্তর দেশ ও বহীর দেশ কোণ (Interior & Exterior of an angle)

চিত্র 1.19 এ $\angle ABC$ আঁকা হয়েছে। এটি ABC সমতলে অবস্থিত এই সমতলে যে সব বিন্দু উভয় $\overrightarrow{BC}$ র A পার্শে ও $\overrightarrow{BA}$ এর C পার্শ্বে অবস্থিত সেই বিন্দুগুলি নীয়ে কোণের অন্তর দেশ গঠিত অর্থাৎ সেই বিন্দুদের সেট হল কোণ ABC অন্তর দেশ একে রশ্মিদের ছেদের দ্বারা চিহ্নিত করা গেছে।



চিত্র (1.19)

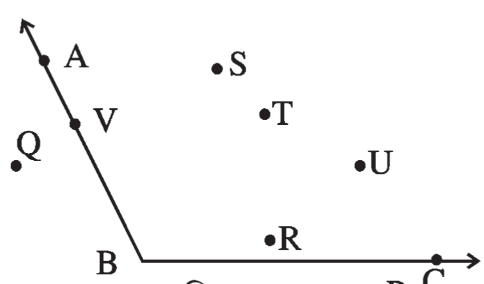
ABC সমতলে যেসব বিন্দু $\angle ABC$ অন্তর দেশের নেই কিম্বা $\overrightarrow{BA}$ ও $\overrightarrow{BC}$ রশ্মিতে নেই। সেই বিন্দুদের সেটকে $\angle ABC$ র বহীর দেশ বলা যায়।

টীকা : (i) উত্তল সেটের অনুযায়ী কোন অন্তরদেশ এক উত্তল সেট কিন্তু বহীর দেশ না। (ii) োকেন নীচে উত্তর সেট না। (iii) কোন ABC অন্তরদেশ। ও কোন ABC বহীরদেশ এই তিনটির সেট পরস্পর অসমান তাদের মধ্যে কোন দুটি সেট মধ্যে সাধারণ বিন্দু নেই।

নিজে করো : AB ও PQRSTUV বিন্দুদের মধ্যে $\angle ABC$ উপরিস্থ অন্তরদেশ ও বহীর দেশ বিন্দুগুলির নাম নীচে লেখো।

উপরিস্থ	অন্তরদেশস্থ	বহীরদেশস্থ

সারণী-1.1



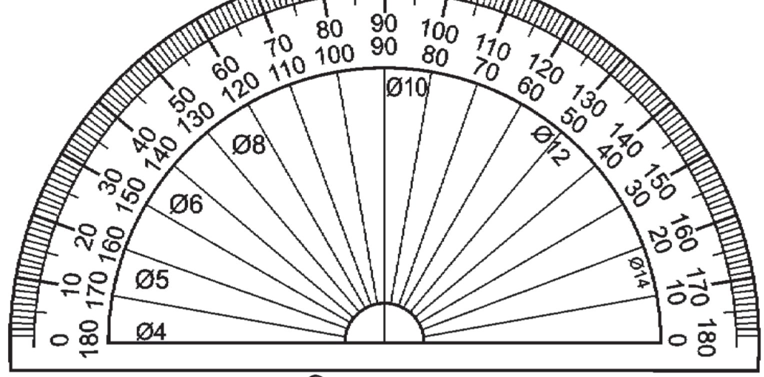
চিত্র (1.20)

1.8.2 কোণর মাপ : (Measure of an angle)

m $\angle ABC$ হচ্ছে। $\angle ABC$ কোণের পরিমাপ যা হচ্ছে এক বাস্তব সংখ্যা ।

কোণ ABC হচ্ছে, বিন্দুদের সেট্ ।

একটি কোণর পরিমাপ জানার জন্য প্রত্যেকটার ব্যবহার করা যায়। প্রট্রেকট্যর সাহায্যে দাগ মাপের কোন কীভাবে আঁকতে হয়। সেটা তোমরা জানো।



(চিত্র 1.21)

প্রোট্রেক্টরের সাহায্যে কোণ মাপবো ও কোণ অঙ্কন করা ধারণা থেকে নিম্নলিখিত স্বীকার্য্য গ্রহণ করবো

স্বীকার্য্য : প্রটাক্টার স্বীকার্য্য **(Protractor Postulate)**

প্রত্যেক কোনের সাথে 0 থেকে বড় ও 180 থেকে ছোট একটি নির্দিষ্ট বাস্তব সংখ্যা সম্পৃক্ত থাকে যাকে কোণের পরিমাপ বলা যায়। $m\angle ABC$ এভাবে হয় নিরুপিত হয় যেমন

(i) 0 থেকে বড় ও 180 থেকে ছোট যে কোন একটি বাস্তব সংখ্যা X এর জন্য ABC সমতলে $\overrightarrow{BC}$ র যেকোন এক পাশে বিস্তৃত একটা মাত্র রশ্মি $\overrightarrow{BM}$ অবস্থিত যেমন $m\angle MBC=X$ হবে

সাধারণত: $m\angle MBC=X^\circ$ এভাবে লেখা হয়

(ii) ABC অন্তরদেশে P যে কোনো একটি বিন্দু হলে $m\angle ABC = m\angle ABP + m\angle PBC$ হবে।

দ্রষ্টব্য :

প্রট্রেক্টর সিদ্ধান্ত :

1. (i) কোন পরিমাপকে 0 থেকে বড় ও 180 থেকে ছোট বলে স্বীকার করলে। লব্ধ পরিমাপকে কোনের ডিগ্রি মাপ বলা যায় সম্পৃক্ত প্রট্রেক্টরকে ডিগ্রি প্রটেকটর বলা যায়। এই প্রট্রোটরের কোন ABC পরিমাপ X হলে আমরা লিখি $m\angle ABC=X^\circ$ অর্থাৎ $\angle ABC$ র মাপ X°। ডিগ্রী একককে আরও ছোট এককে প্রকাশ করা যায়। যথা $1^\circ=$ 60 মিনিট 1 মিনিট = 60 সেকেন্ড। সংক্ষেপে $1^\circ = 60'$ ও $1'= 60''$

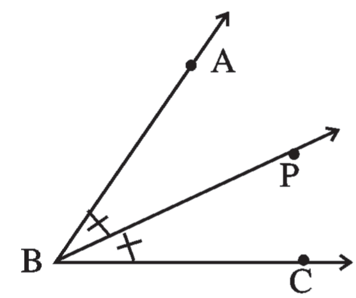
(ii) কোন পরিমাপকে 0 থেকে বড় ও π থেকে ছোট বলে স্বীকার করলে উক্ত পরিমাপকে **রেডিয়ান মাপ বলা যায়। π রেডিয়ান = 180** ডিগ্রী

(π এক অপরিমেয় সংখ্যা , যার আসন্ন মান 3.1415)

২. একাধিক কোন পরিমাপ মিসে 180° থেকে বেশি হতে পারে। মাত্র আমরা আলোচনা করে থাকা যে কোনো কোনের মাপ 0° থেকে 180° মধ্যে।

1.8.3 কোন সমদ্বিখণ্ডক (Angle Bisector): $\angle ABC$ এর অন্তর দেশের P বিন্দুর অবস্থিত যদি $m\angle ABC = m\ \angle PBC$ হয়। তবে $\overrightarrow{BP}$ কে $\angle ABC$ এর সমদ্বিখণ্ড বলা যায়। (চিত্র 1.22)

এখানে $m\angle ABP = m\ \angle PBC = \frac{1}{2} m\angle ABC$।



(চিত্র 1.22)

1.9 বিভিন্ন প্রকার কোন (Different types of angles):

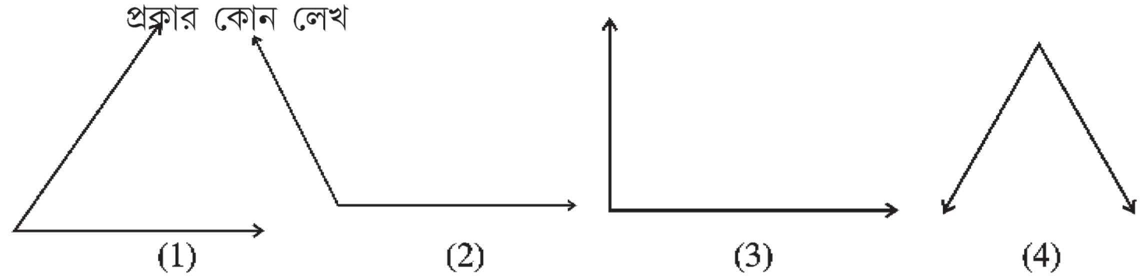
(A) পরিমাপ ভেদের কোনের প্রকার ভেদ

(i) 90° থেকে কম হলে তাকে **সূক্ষ্ম কোন (acute angle)** বলা যায়।

(ii) 90° সহিত সমান হলে তাকে **সমকোন (right angle)** বলা যায়।

(iii) 90° থেকে বেশি হলে তাকে **স্থূল কোণ (obtuse angle)** বলে।

নিজে কর : কোনগুলির পরিমাপ : প্রট্রেক্টর সাহায্যে মাপ ও পরবর্তী কোনের মাপ ও কোন কয় প্রকার কোন লেখ



(চিত্র 1.23)

কোণ	(1)	(2)	(3)	(4)
কোণের মাপ				
কোন প্রকার কোণ				

সারণি 1.2

(B) দুটি কোনের মধ্যে সম্পর্ক

(i) দুটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি 90° হলে তাদেরকে পরস্পর অনুপূরক (complementary) কোন বলা যায়।

উদাহরণ স্বরূপ 20°, 30°, 63° পরিমাপ বিশিষ্ট কোনদের অনুরূপক কোনগুলির পরিমাপ যথাক্রমে 70°, 60°, 27°

(ii) দুটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি 180° হলে তাদেরকে পরস্পর পরিপূরক (Supplementary) কোণ বলা যায়।

উদাহরণ স্বরূপ 27°, 60°, 135° ও X° পরিমাপ বিশিষ্ট কোনদের পরিপূরক কোন গুলির পরিমাপ 153°, 120°, 45°।

তোমার জন্য কাজ : কতগুলি কোনের নাম ও তাদের পরিমাপ দেওয়া গেছে। কোনগুলির অনুপূরক ও পরিপূরক কোনের পরিমাপ নির্ণয় কর।

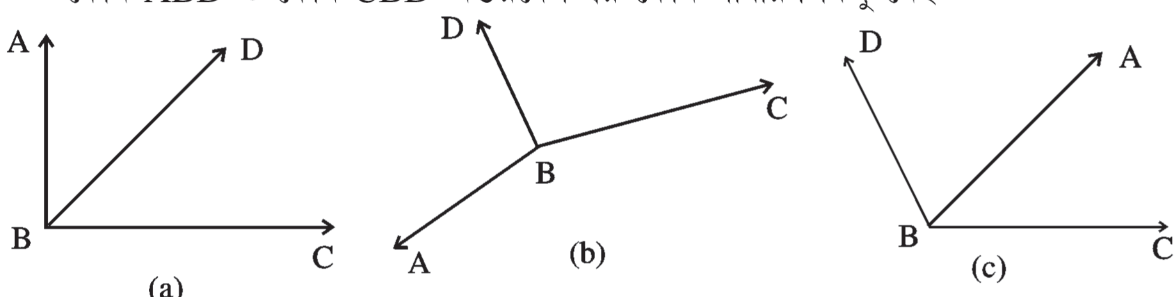
କୋଣ			
$\angle ABC$	25^0		
$\angle PQR$	68^0		
$\angle CDE$	90^0		
$\angle EFG$	168^0		

সারণি 1.3

(c) সন্নিহিত কোণ : (Adjacent Angle)

(i) কোন ABD ও কোন CBD সাধারণ শীর্ষবিন্দু B ও সাধারণ বাহু BD

কোন ABD ও কোন CBD অন্তরদেশ দ্বয় কোন সাধারণ বিন্দু নেই



(চিত্র 1.24)

তাই কোন ABD ও কোন CBD কে সন্নিহিত কোণ বলে। সন্নিহিত কোনদ্বয় সাধারণ বাহু BD বেং অন্য দুই বাহু BA ও BC কে তাদের **বহিস্থ বাহু** বলা যায়।

মনেরাখ

দুটি কোন সন্নিহিত হলে তাদেরকে

(i) একটি সাধারণ শীর্ষবিন্দু

(ii) একটি সাধারণ বাহু

(iii) এবং তাদের অন্তর্দেশীয় দ্বয় অনছেদী হয়।

সূচনা : দুটি সন্নিহিত কোণের পরিমাণের সমষ্ঠি 180° হলে তাদের **সন্নিহিত পরিপূরক কোণ** (Adjacent Suppementary Angle) বলা হয়।

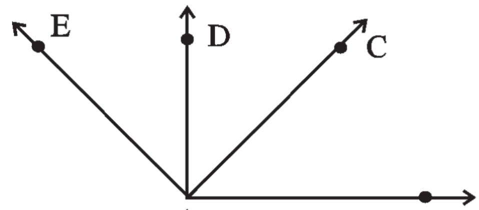
কোন ABD কোন CBD, B সাধারণ শীর্ষবিন্দু BD সাধারণ বাহু কোণ দ্বয়ের অন্তর দেশ অসমান। তাই কোন ABD ও কোন CBD সন্নিহিত না।

কিন্তু এখানে ABD ও কোন ABC সন্নিহিত কেন?

নিজে কর : পার্শ্বস্থ চিত্র 1.25 দেখে উত্তর দাও

(i) $\overrightarrow{AC}$ সাধারণ বাহু থাকা দুই জোড়া সন্নিহিত কোণের নাম লেখো।

(ii) $\overrightarrow{AD}$ সাধারণ থাকা বাহু থাকা দুই জোড়া সন্নিহিত কোনের নাম লেখ

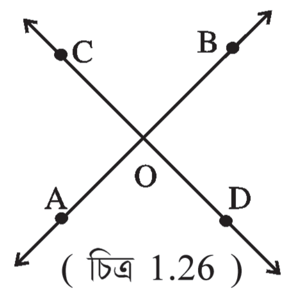


(চিত্র 1.25)

(D) প্রতীপ কোন

$\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

এখানে $\angle$AOC এবং $\angle$BOD কে পরস্পর প্রতীপ কোন বলা যায়। সেরকম $\angle$DOC এবং $\angle$DOA মধ্য পরস্পর প্রতীপ কোন।



(চিত্র 1.26)

নিজে কর : $\overleftrightarrow{AB}$ ও $\overleftrightarrow{CD}$ পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে থাকা তিনটি ভিন্ন ছবি আঁকো দুই জোড়া প্রতীপ কোনকে প্রটেক্টর সাহায্যে মাপ। এবং সারণী পূরন কর।

চিত্র নং	m$\angle$AOC	m$\angle$BOD	m$\angle$BOC	m$\angle$AOD
1				
2				
3				

সারণি 1.4

অনুশীনল 1B

1. শূন্যস্থান পূরণ করো :

(a) একটি কোনের বাহুদ্বয় _______ একটি ছেদ বিন্দু আছে।

(b) একটি কোনের বাহুদ্বয়ের ছেদ বিন্দুকে কোনের ______ বিন্দু বলা যায়।

(c) সাধারণ শীর্ষ বিন্দু O একটি সাধারণ বাহু বিশিষ্ট দুটি কোণের অন্তর দেশদ্বয়। অসমান হলে কোন দুটিকে ________ কোন বলা যায়।

(d) A-P-B এবং $\overrightarrow{PQ}$ ও $\overleftrightarrow{AB}$ একমাত্র সাধারণ বিন্দু P হলে উৎপন্ন কোনদ্বয়ের নাম ______ ও _______।

(e) $\overrightarrow{PQ}$ ও $\overrightarrow{AB}$ একমাত্র সাধারণ বিন্দু P হলে গঠিক কোন দুটিকে _______ পরিপূরক কোণ বলা যায়।

(f) (1) $\overrightarrow{OA}$ ও $\overrightarrow{OC}$ বিপরীত রশ্মি যথাক্রমে $\overrightarrow{OB}$ ও $\overrightarrow{OD}$ হলে এক $\angle AOC$ এর প্রতীক ________ (2) $\angle BOC$ প্রতীক ________।

শূন্যস্থান পূরণ কর:-

2. (A) π রেডিয়ান? ________ ডিগ্রি।

(B) 1° সমান ________ মিনিট।

(C) 1 মিনিট = _________ সেকেন্ড।

(D) π আসন্ন মান = ___________।

(E) X° পরিমাপ বিশিষ্ট কোনের অনুপূরক কোন পরিমাপ _______।

(F) X° পরিমাপ বিশিষ্ট কোনের পরিপূরক কোন কোনের পরিমাপ ________।

3. একটি সমতলের অঙ্কিত $\angle ABC$ উক্ত সমতলকে কয়টি উপসেটে বিভিক্ত করে? তাদের নাম লেখো?

4. (A) একটি কোনের পরিমাপ তার অনুপূরক কোনের পরিমাপ সহিত সমান হলে। কোনটির পরিমাপ কত?

(B) একটি কোনের পরিমাপ তার অনুপূরক কোনের পরিমাপের দুটি গুণের থেকে 15° কম হলে তার পরিমাপ নির্ণয় করো।

(C) যে কোনের পরিমাপ তার পরিপূরক কোনের পরিমাপ সহিত সমান তার পরিমাপ কত?

(D) একটি কোনের পরিমার তার পরিপূরক কোনের পরিমাপ তিন গুণের থেকে 20° কম হলে তার পরিমাপ নির্ণয় করো।

5. **কতগুলি কোনের মাপ দেওয়া আছে :** তাকে দেখে নীচের উক্তগুলি শূন্যস্থান পূরণ কর।

$m\angle A = 63^\circ$, $m\angle B = 127^\circ$, $m\angle C = 147^\circ$, $m\angle D = 53^\circ$, $m\angle E = 95^\circ$,

$m\angle F = 117^\circ$, $m\angle G\ \ 85^\circ$, $m\angle H = 33^\circ$ হলে

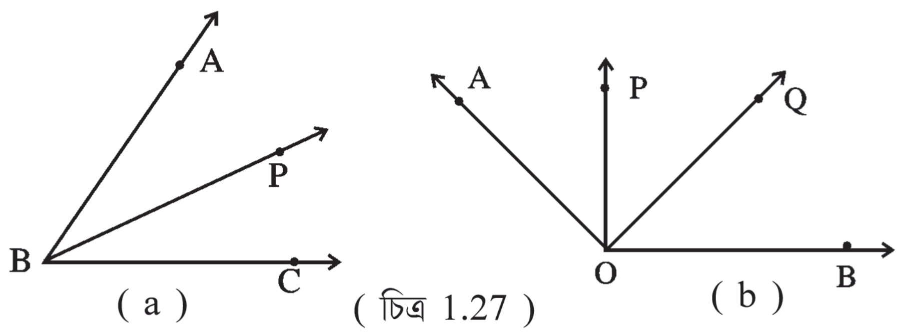
(i) $\angle A$ ও ______ পরস্পর পরিপূরক।

(ii) $\angle H$ ও ______ পরস্পর পরিপূরক।

(iii) ______ ও $\angle D$ পরস্পর পরিপূরক।

(iv) ______ ও $\angle G$ পরস্পর পরিপূরক।

6. চিত্র 1.27 দেখে উত্তর দাও ।



(চিত্র 1.27)

6.(a) (i) $m\angle ABP = 22°$, $m\angle PBC = 38°$ হলে $m\angle ABC$ কত ?

(ii) $m\angle ABC = 58°$, $\overrightarrow{BP}$, $\angle ABC$ এর সমদ্বিখণ্ডক হলে $m\angle PBC$ কত?

চিত্র (b) তে $m\angle AOB = 117°$ ও $m\angle AOP = m\angle POQ = m\angle QOB$ হলে $m\angle POQ$ $m\angle AOQ$, ও $m\angle POB$ নির্ণয় কর।

7. ছবি দিয়ে নীচের পদগুলি বোঝাও :

(a) বিপ্রতীপ কোণ (b) সন্নিহিত কোণ (c) সন্নিহিত পরিপূরক কোণ

8. কাকে কী বলে বুঝিয়ে লেখ?

(a) অনুপূরক ও পরিপূরক কোণ (b) কোণের অন্তর্দেশ ও বহীর দেশ।

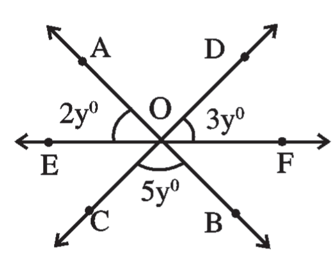
9. $\overline{OC}$ ও $\overleftrightarrow{AB}$ এর একমাত্র সাধারন বিন্দু O

যদি (i) $m\angle AOC = 2x°$ $m\angle BOC = 3x°$ এবং

(ii) $m\angle AOC = (x + 20°)$, $m\angle BOC = (3x - 8°)$ হয় তবে x এর মান নির্ণয় কর।

10. পার্শ্বস্থ চিত্র থেকে y এর মান নির্ণয় কর।

যখন $m\angle AOE = 2y°$ $m\angle DOE = 3y°$ এবং $m\angle BOC = 5y°$



(চিত্র 1.28)

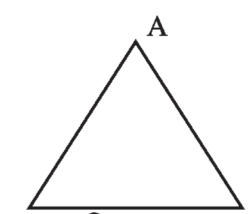
ত্রিভুজ (TRIANGLE)

অধ্যায়
২

2.1. ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু বাহু ও কোন।

এক সরলরেখা অবস্থান করে না থকা তিনটি বিন্দুর দ্বারা কোন গঠন হওয়া কথা পূর্বে আলোচনা করা হয়েছে।

A, B ও C তিনটি বিন্দু একটি সরলরেখায় অবস্থান না করলে। A ও B বিন্দুদ্বয়কে নিয়ে $\overline{AB}$ অঙ্কন করতে পারব। সেরকম B ও C বিন্দুদ্বয়কে নিয়ে $\overline{BC}$ এবং C ও A বিন্দুদ্বয়কে নিয়ে $\overline{CA}$ অঙ্কন করতে পারব।



(চিত্র 2.1)

সংজ্ঞা :

তিনটি বিন্দু A, B ও C এক সরলরেখায় অবস্থান করে না থাকা $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ও $\overline{CA}$ এই সেটত্রয়ের সংখ্যাযোগকে ত্রিভুজ ABC বলা যায়। ও সঙ্কেতে ΔABC ভাবে লেখা যায়।

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ প্রত্যেক বিন্দুদের সেট হয়ে থাকার জন্য তাদের ছাড়া গঠিত ত্রিভুজ মধ্য বিন্দুদের সেট পরিভাষায় লিখব : $\Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CA}$

A, B ও C বিন্দুত্র্যয় ত্রিভুজ ABC এর **শীর্ষবিন্দু** (Vertex) বলা যায়। $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ও $\overline{CA}$ কে ত্রিভুজ ABC এর একটি **বাহু** (Side) বলা যায়। $\angle ABC$, $\angle BCA$ ও $\angle CAB$ কে ত্রিভুজ এর এক একটি **কোণ** (Angle) বলা যায়।

∠A র সমুখিন বাহু BC বাহুকে বলা যায়। ∠B র সমুখিন বাহু CA এবং ∠C র সমুখিন বাহু, AB , ∠A কে বাহু AB ও AC র অন্তরগত কোন বলা যায়।

BC ও BA **অন্তর গত কোন** ∠B এবং $\overline{CA}$ ও $\overline{CB}$ অন্তরগত কোণ C ∠A ও ∠B প্রত্যেকে বাহু AB সংলগ্ন কোন বলা যায়। CA **সংলগ্ন কোন** হলে ∠C ও ∠A এবং BC সংলগ্ন কোন হল ∠B ও ∠C। AB ও AC প্রত্যেককে এর **সংলগ্ন বাহু** বলা যায়।

2.2 ত্রিভুজের অন্তর দেশ ও বহীরদেশ :

একটি সরল রেখায় না থাকা তিনটি বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র সমতল সম্ভব তাই ত্রিভুজটি সর্বদা এক সমতলের উপর অবস্থান করবে।

তোমার জন্য কাজ।

কোন ∠ABC ও এই সমতলে থাকা P, Q, R, S, T, U, V, M, N ও W বিন্দুদের দেখে উত্তর দাও ABC এবং আটটি বিন্দুদের মধ্যে

(i) কোন বিন্দু ∠A এর অন্তঃস্থ ?

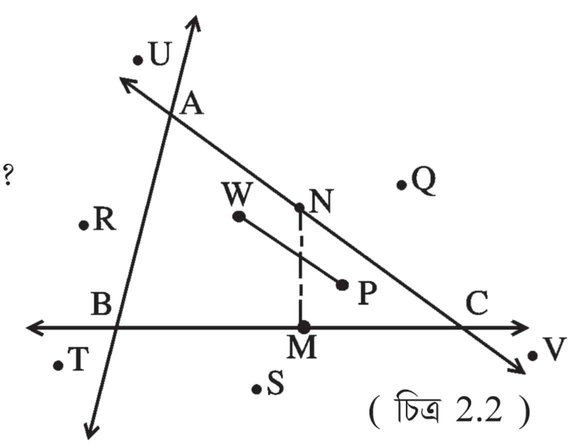
(ii) কোন বিন্দু ∠B এর অন্তঃস্থ ?

(iii) কোন বিন্দু ∠C এর অন্তঃস্থ ?

(iv) কোন বিন্দু ∠A, ∠B ও ∠C অন্তঃস্থ ?

(v) কোন বিন্দু ∠AB ও C কোন কোণের অন্তঃস্থ নয়।

(vi) কোন বিন্দু ত্রিভুজ ΔABC উপরিস্থ।?



(চিত্র 2.2)

মনে রাখ : যে বিন্দু ∠A, ∠B ও ∠C এর অন্তঃস্থ তা ΔABC অন্তঃস্থ বিন্দু

এখানে নির্মিত হয়ে থাকা বিন্দুদের মধ্যে P ও W, ΔABC অন্ত্যত বিন্দু আমার অসংখ্য বিন্দুগুলি ΔABC অন্তঃস্থ **ΔABC সমস্ত অন্তঃস্থ বিন্দুকে** ΔABC **অন্তদেশ (Interior) বলা যায়।**

ΔABC সমতলের উপরে ΔABC র অন্তর দেশের আর অনেক বিন্দু আছে। বহিস্থ্য বিন্দুদের সেটকে বর্হিদেশ বলা যায়। (যথা চিত্র 2.2 তে Q, R, S, T, U, V বিন্দুগুলি ΔABC এর বহি:স্থ) **ত্রিভূজের বহি:স্থ বিন্দুগুলির সেট্কে ইহার বর্হিদেশ (Exterior) বলা হয়** একটি সমতলে ত্রিভূজটি অঙ্কন করলে সমতল উপরিস্থ বিন্দু তিনটি সেটে পরিণত হয়।

(i) ত্রিভূজ উপরিস্থ বিন্দুদের সেট।

(ii) ত্রিভূজ এর অন্তর দেশ।

(iii) ত্রিভূজের বহিরদেশ।

ΔABC অন্তরদেশ থাকা যে কোন দুটি বিন্দু P ও W সংযোগ রেখা খণ্ড $\overrightarrow{PW}$ অঙ্কন করলে দেখা যাচ্ছে এটি Δ ভুজের অন্তরদেশে থাকছে। তাই **ত্রিভুজের অন্তরদেশ এক উত্তল সেট** (উত্তল সেটের সংজ্ঞা মনেকর)

একটি ত্রিভুজ উত্তল সেট হতে পারে না। ত্রিভুজ ΔABC বিন্দুদের একটি সেটকে বোঝায় যার $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ও $\overline{CA}$ বাহুতে থাকা বিন্দুদের নিয়ে গঠিত। চিত্র 2.2 তে M ও N বিন্দুদ্বয় ΔABC এর উপরিস্থ দুটি বিন্দু। প্রান্তবিন্দু M ও N ছাড়া $\overline{MN}$ এর অন্য কোন বিন্দু ত্রিভুজের উপরিস্থ বিন্দু না। সেই জন্য ΔABC উত্তল সেট না।

ত্রিভুজের বর্হিদেশও উত্তল সেট নয়। ত্রিভুজের বর্হিদেশে এমন অনেক বিন্দু জোড়া পাওয়া যাবে যাদের সংযোজক রেখাখণ্ড সম্পূর্ণ বর্হিদেশে নেই। ($\overline{QS}$ অঙ্কন করে দেখ)

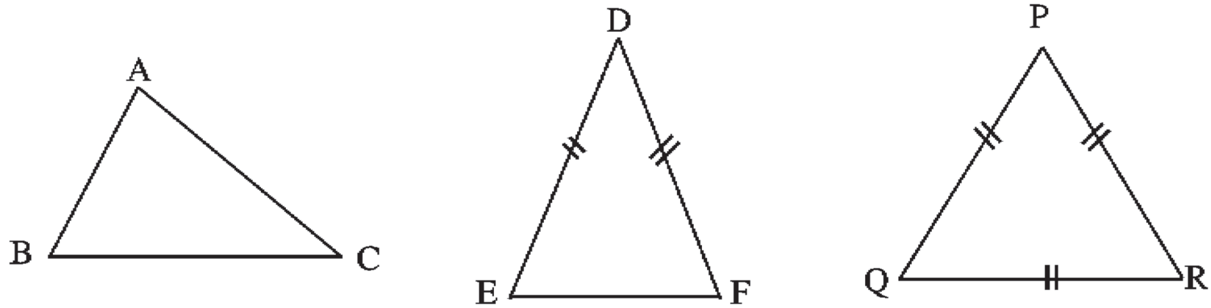
এমন কোন বিন্দু পাওয়া যাবে কি, যা এক ত্রিভুজ ও ইহার অন্তর্দেশ উভয়েতে থাকতে পারবে ? তা অসম্ভব। আবার একটি ত্রিভুজ ও তার অন্তর্দেশের মধ্যে কোন সাধারণ বিন্দু নেই। ত্রিভুজ ও তার অন্তরদেশ মধ্যে কোন সাধারণ বিন্দু নেই। সেরকম অনুধ্যান করলে জানতে পারবে একটি ত্রিভুজ ও তার বহির্দেশেও কোন সাধারণ বিন্দু নেই।

একটি ত্রিভুজ ও এর অন্তর্দেশকে একত্রে নিয়ে যে সেট গঠন হয়। তাকে ত্রিভুজ আকৃত বিশিষ্ট অথবা ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র (Triangular region) বলা যায়।

অর্থাৎ ত্রিভুজ ABC ও ইহার অন্তরদেশ একত্রে নিলে ABC ত্রিভুজ আকার ক্ষেত্র গঠন হয়। ΔABC এর শীর্ষবিন্দু, কোন এবং বাহুদের এই ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের যথাক্রমে শীর্ষবিন্দু কোন ও বাহু বলা যায়।

2.3 বিভিন্ন প্রকার ত্রিভুজ (Types of Triangles)

(A) বাহুদের দৈর্ঘ্য সম্বন্ধীয় প্রকার ভেদ



(a) (b) (c)

(চিত্র 2.3)

চিত্র 2.3(a) তে থাকা ΔABC এর বাহুগুলির দৈর্ঘ্য অসমান। এ প্রকার ত্রিভুজকে **বিষমবাহু ত্রিভুজ (Scalene traingle)** বলা হয়। চিত্র 2.3(b)তে ΔDEF এ $DE = DF$ এই প্রকার ত্রিভুজকে **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (Isoscales traingle)** বলে। চিত্র 2.3(c)তে ΔPQR এ $PQ=QR=RP$ এই প্রকার ত্রিভুজকে **সমবাহু ত্রিভুজ (Equilateral traingle)** বলা হয়।

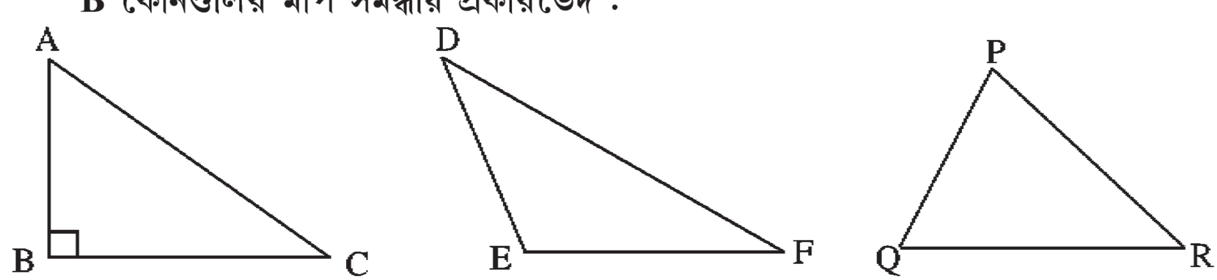
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান দৈর্ঘ্য বৈশিষ্ট বাহুদ্বয় কোনকে উক্ত ত্রিভুজের **শীর্ষকোণ (Vertex angle)** বলা যায়। সমদ্বিবাহু ΔDEF এর শীর্ষ কোন $\angle D$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ কোনের সম্মুখীন বাহুকে এর ভূমি বলা হয়। তাই উপরিস্থ চিত্রতে ΔDEF এর ভূমি $\overline{EF}$ । সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোনদ্বয়কে ইহার **ভূমি সংলগ্ন কোন (Base angle)** বলা হয়। ফলে ΔDEF এর $\angle E$ ও$\angle F$ ভূমি সংলগ্ন কোন।

সংজ্ঞা : (i) যে ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান হলে একটি **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ**।

(ii) যে ত্রিভুজের বাহুত্রয় দৈর্ঘ্য সমান হলে তাকে **সমবাহু ত্রিভুজ** বলে।

(iii) যে ত্রিভুজের কোন বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান না। সেটি একটি **বিষমবাহু ত্রিভুজ**।

B কোনগুলির মাপ সমন্ধীয় প্রকারভেদ :



(a) (b) (c)

(চিত্র 2.4)

চিত্র 2.4(a) তে ΔABC এর $\angle B$ সমকোন এই ত্রিভুজকে **সমকোণী ত্রিভুজ (Right-angled triangle)** বলে। একটি ত্রিভুজকে অতি বেশিতে একটি সমকোন থাকে। চিত্র 2.4(b) তে থাকা ΔDEF এর $\angle E$ এক স্থূল কোন এই ত্রিভুজকে **স্থূলকোনী ত্রিভুজ (Obtuse-angled triangle)** বলে। একটি ত্রিভুজের একটি মাত্র স্থূল কোন থাকে। চিত্র 2.4(b) তে থাকা ΔPQR এর $\angle P$, $\angle Q$ ও $\angle R$ প্রত্যেকে একটি সূক্ষ্মকোণ,তাই এই ত্রিভুজকে একটি **সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ (Acute-angled triangle)** বলে।

সংজ্ঞা : (i) যে ত্রিভুজের একটি কোন সমকোন সেটি একটি **সমকোণী ত্রিভুজ।**

(ii) যে ত্রিভুজের একটি কোন স্থূল কোন সেটি একটি **স্থূলকোনী ত্রিভুজ।**

(iii) যে ত্রিভুজের কোন ত্রয় প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ তাকে **সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ** বলা হয়।

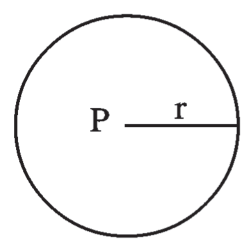
সংজ্ঞা থেকে স্পষ্ট যে একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ছাড়া অন্য কোণদ্বয় সূক্ষ্মকোণ ও একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণ ছাড়া অন্য কোণদ্বয় সূক্ষ্মকোণ

2.4 ত্রিভুজ সম্বন্ধীয় কয়েকটি পরীক্ষা।

ত্রিভুজ সম্বন্ধীয় যে কোন পরীক্ষা করার আগে বিভিন্ন প্রকার ত্রিভুজ কী করে অঙ্কন করবে সেটা জানা দরকার। তাই প্রথমে বিভিন্ন প্রকার ত্রিভুজ অঙ্কন প্রণালী বর্ণনা করা হয়েছে।

কম্পাসের ব্যবহার :

কম্পাসের ব্যবহার তোমার জন্য নূতন নয়। কম্পাসের সাহায্যে তুমি একটি বৃত্ত আঁকো বৃত্ত সম্বন্ধে তোমার কিছু ভাবনা দেওয়া হচ্ছে।



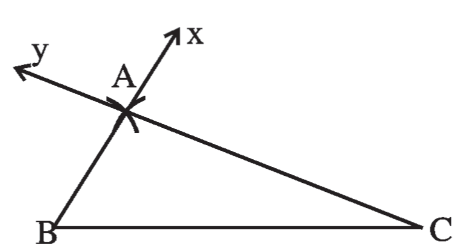
(চিত্র 2.5)

তোমার খাতার একটি পাতার উপরে একটি বিন্দু P থেকে একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে (মনেকর r একক) খাতার সেই পৃষ্ঠায় অবস্থিত সমস্ত বিন্দুকে কম্পাসের সাহায্যে চিহ্নিত কর। কম্পাসে বৃত্ত আঁকা আরম্ভ করে পেনসিলের মুনকে কিছুদুর চালিযে (অঙ্কনের আরম্ভ বিন্দু পৌঁচ্ছানোর পূর্বে) অঙ্কন বন্ধ করলে , যে চিত্রটি পাওয়া যায় তাকে চাপ বলা হয়। বিন্দুকে এই চাপের কেন্দ্র এবং ও কে ইহার ব্যাসার্দ্ধ বলা হয়। চাপটি অঙ্কন করে কোন এক বিন্দু P থেকে r একক দূরত্ব বিশিষ্ট কতকগুলি বিনু পাই।

(A) বিষম বাহুর ত্রিভুজ অঙ্কন ঃ (স্কেল ও কম্পাস সাহায্যে)

(i) যে কোন দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট $\overline{BC}$ অঙ্কন কর।

(ii) B কে কেন্দ্র করে r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট চাপ $R \neq BC$ অঙ্কন কর।



(চিত্র 2.6)

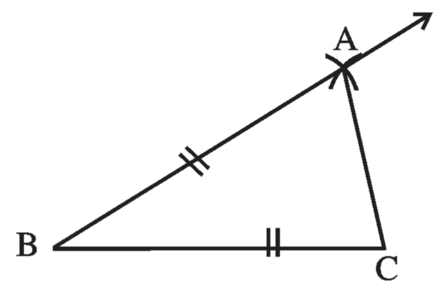
(iii) C কে কেন্দ্র করে ও BC তথা (ii) তে নিয়ে থাকা ব্যাসার্ধ থেকে পৃথক একটি ব্যাসার্ধ নিয়ে অন্য একটি চাপ অঙ্কন করে। ছেদ বিন্দুর নাম A দাও $\overline{AB}$ ও $\overline{AC}$ অঙ্কন কর। বর্তমান পাওয়া ত্রিভুজ একটি বিষম বাহু ত্রিভুজ।

(B) সমদ্বি বাহু ত্রিভুজ অঙ্কন : (স্কেল ও কম্পাস দ্বারা)

(i) যে কোন দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট $\overline{BC}$ অঙ্কন কর।

(ii) B কে কেন্দ্র করে BC সহিত সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে চাপ আঁকো।

(iii) C বিন্দুকে কেন্দ্র করে BC থেকে পৃথক একটি ব্যাসার্ধ নিয়ে চাপ আঁকো। যেমন ইহা তে আঁকা চাপকে ছেদ করবে। ছেদ বিন্দুর নাম A দাও।



(চিত্র 2.7)

(iv) $\overline{AB}$ ও $\overline{AC}$ অঙ্কন করো। ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এর BC = AB এবং CA এর ভূমি।

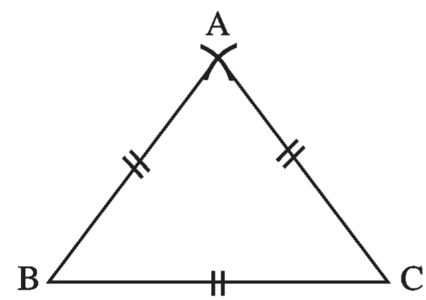
(C) সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন :

(i) যে কোন দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট BC অঙ্কন কর।

(ii) B বিন্দুকে কেন্দ্র করে BC সহিত সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে চাপ আঁকো।

(iii) C বিন্দুকে কেন্দ্র করে BC সহিত সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে চাপ আঁকো।

(iv) চাপ দ্বয়ের ছেদ বিন্দুর নাম A দাও। $\overline{AB}$ ও $\overline{AC}$ অঙ্কন কর। অঙ্কিত ত্রিভুজ একটি সমবাহু ত্রিভুজ



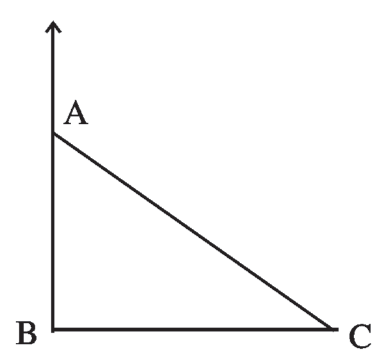
(চিত্র 2.8)

(D) সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন :

(i) যে কোন দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট $\overline{BC}$ আঁকো।

(ii) BC সহিত সেট্‌স্কোয়ারের সমকোণ সংলগ্ন একটি ধার লাগিয়ে রাখ যেমন ইহার সমকোণ B বিন্দুর উপর থাকবে।সেট্‌স্কোয়ার সমকোণ সংলগ্ন অন্য ধার লাগিয়ে একটি রেখা খণ্ড অঙ্কন কর যার একটি প্রান্ত বিন্দু B, এর অন্য প্রান্ত বিন্দুর নাম A দাও।

(iii) $\overline{AC}$ আঁকো ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।



(চিত্র 2.9)

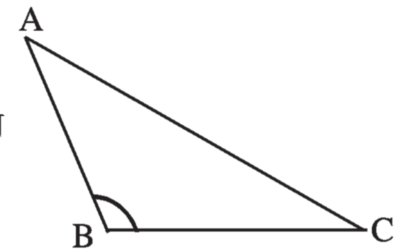
(E) স্থূলকোণী ত্রিভুজ :

(i) যে কোন দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট $\overline{BC}$ আঁকো।

(ii) $\overline{BC}$ সহিত B বিন্দুতে স্থূল কোন আঁকো $\overline{BA}$(যেকোন দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট) অঙ্কন করো।

(iii) $\overline{AC}$ অঙ্কন কর।

এখন ত্রিভুজ ΔABC একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ



(চিত্র 2.10)

পরীক্ষা : একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয়।

স্কেল কম্পাস ও সেটস্কোয়ার ব্যবহার করে। তিনটি ভিন্ন প্রকার ত্রিভুজ আঁকো প্রত্যেকের নাম ত্রিভুজ ΔABC দাও। চিত্র তিনটিকে চিত্র নং 1, চিত্র নং 2 ও চিত্র নং 3 দ্বারা সূচিত কর। প্রত্যেক ত্রিভুজের কোণ প্রোট্রাক্টরের সাহায্যে মেপে সারণীতে লেখ।

ছবি	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$	$m\angle A + m\angle B + m\angle C$
1				
2				
3				

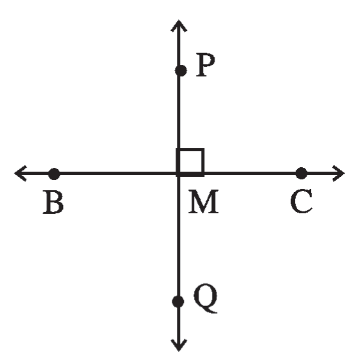
সারণি 2.1

সারণির শেষ স্তম্ভে $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$ হবে।

সিদ্ধান্ত : **(i) যে কোন ত্রিভুজের কোনত্রয়ের পরিমাপের সমষ্ঠি 180°**

(ii) $\overleftrightarrow{BC}$ বহিস্থ P একটি বিন্দু হলে P বিন্দু মধ্যে দিয়ে একটি মাত্র $\overleftrightarrow{PQ}$ আঁকা সম্ভব।

যেমন : $\overleftrightarrow{BC}$ সহিত $\overleftrightarrow{PQ}$ একটি সমকোণ সৃষ্টি করবে। এক্ষেত্রে $\overleftrightarrow{PQ}$ ও $\overleftrightarrow{BC}$ **পরস্পর প্রতি লম্ব (perpendicular to each other or mutually perpendicular)** বলা যায়। যদি $\overleftrightarrow{BC}$ ও $\overleftrightarrow{PQ}$ ছেদ বিন্দু M হয়। তবে $\overline{PM}$ কে P বিন্দুর থেকে $\overleftrightarrow{BC}$র প্রতি লম্ব বোলে বলা হয়। এবং M বিন্দুকে $\overline{PM}$ **লম্বর পাদ বিন্দু (Foot of the perpendicular)** বলা যায়।



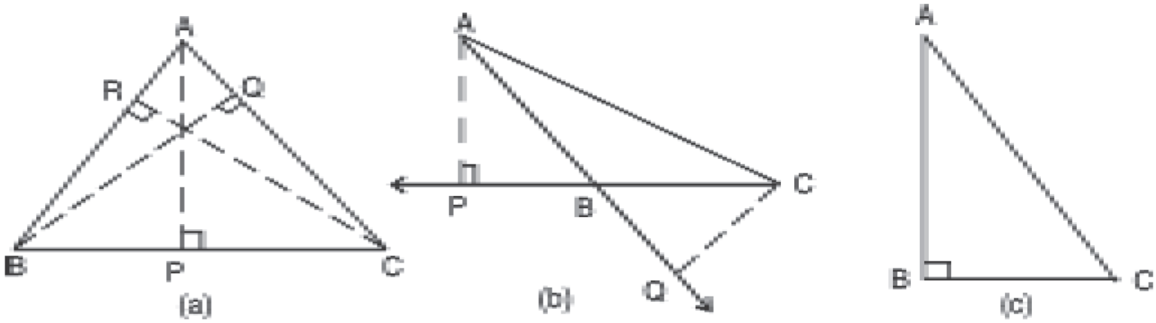
(চিত্র 2.11)

ত্রিভুজের উচ্চতা

ΔABC তে A বিন্দু থেকে BC প্রতি একটি মাত্র লম্ব আঁকা সম্ভব

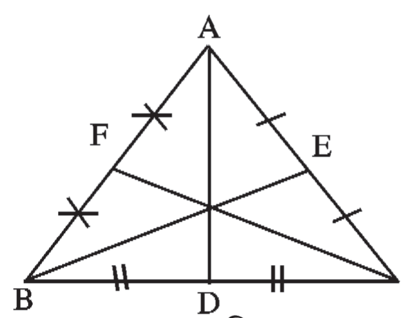
সেরকম B ও C বিন্দু থেকে $\overline{AC}$ ও $\overline{AB}$ প্রতিও একটি কোরে লম্ব আঁকা যেতে পারবে। লম্বদ্বয়ে ওই পদ বিন্দু P,Q ও R হলে $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ ও $\overline{CR}$ কে ত্রিভুজ ABC র শীর্ষ বিন্দুর বিপরীত বাহু প্রতি লম্ব বলা যায়।

$\overline{AP}$ দৈর্ঘ্য AP কে ΔABC র A শীর্ষবিন্দু থেকে $\overline{BC}$ প্রতি উচ্চতা বলা যায়। সেরকম BQ ও CR কে যথাক্রমে B বিন্দুর থেকে $\overline{AC}$ প্রতি ও C বিন্দুর থেকে $\overline{AB}$ প্রতি উচ্চতা বলা যায়।



(চিত্র 2.12)

ছবি 2.12(a) তে থাকা সূক্ষ্মকোণী ΔABC শীর্ষবিন্দুর বিপরীত বাহু প্রতি লম্বত্রয় দেখানো হয়েছে। ছবি 2.12(b) তে দেখ যে স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণ সংলগ্ন বাহু প্রতি বিপরীত শীর্ষবিন্দু অঙ্কিত লম্বদ্বয় ত্রিভুজের অন্তদেশে নেই। এটা কেবল স্থূলকোণী ত্রিভুজ হয়ে থাকে। ছবি 2.12(c) দেখ যে $\overline{AB}$ বাহু A বিন্দু থেকে $\overline{BC}$ প্রতি লম্ব এবং $\overline{BC}$ বাহু C বিন্দুর থেকে $\overline{AB}$ বাহু প্রতি লম্ব।

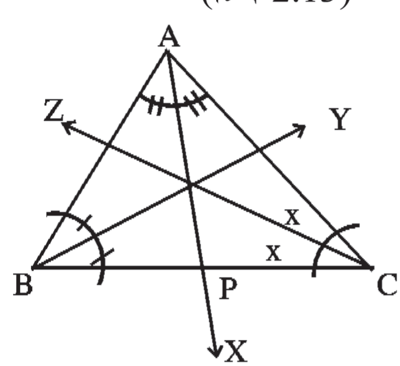


(চিত্র 2.13)

ত্রিভুজের মধ্যমা (Median of Triangle)

ত্রিভুজের কৌনিক বিন্দু ও তার সম্মুখীন বাহুর মধ্যবিন্দু কে সংযোগ করে থাকা রেখাখণ্ডকে ত্রিভুজের একটি মধ্যমা বলা যায়। ছবি 2.13 তে A একটি কৌণিক বিন্দু। A র সম্মুখীন বাহু $\overline{BC}$ র মধ্যবিন্দু D আছে তাই $\overline{AD}$ একটি মধ্যমা। সেরকম $\overline{BE}$ ও $\overline{CF}$ আর দুটি মধ্যমা। কোনো ত্রিভুজের তিনটি মধ্যমা থাকে।

ত্রিভুজের কোনদের সমদ্বিখণ্ডক : (Bisector of the angles of a Triangle)



(চিত্র 2.14)

ΔABC র কোনদের সমদ্বিখণ্ডক রশ্মিগুলি হল $\overrightarrow{AX}$, $\overrightarrow{BY}$ ও $\overrightarrow{CZ}$ সেগুলি যথাক্রমে $\angle A$, $\angle B$ ও $\angle C$ র অন্তঃসমদ্বিখণ্ডক বটে।(এক্ষেত্রে কেবল সমদ্বিখণ্ডক বললে ঠিক হবে)

পরীক্ষা একটি ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয়—

তিনটি ভিন্ন ভিন্ন ত্রিভুজ আঁকো, তাদেরকে ছবি নং 1, 2, 3 চিহ্নিত কর। প্রত্যেকের নাম ΔABC দাও। প্রত্যেক চিত্রের বাহুদের দৈর্ঘ্য মেপে পরবর্তী সারণীতে সাজাও।

চিত্র নং	AB	BC	CA	AB + BC	BC + CA	CA + AB
1						
2						
3						

সারণী 2.2

$AB + BC > CA,\ BC + CA > AB,\ AB + CA > BC$

সিদ্ধান্ত : একটি ত্রিভুজের যে কোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি এর তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।

দ্রষ্টব্য : AB = 2 সেমি, BC = 4 সেমি, CA = 6 সেমি হলে ΔABC আঁকা যেতে পারবে কি?

লক্ষ্যকর দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য সহিত সময় অর্থাৎ $AB + BC = CA$ তাই A – B – C হবে। এখানে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব না।

2. যে কোনো ΔABC র $AB + BC > CA$ বা $AB + BC - BC > CA - BC$ বা $AB > CA - BC$ বা $CA - BC < AB$

অনুসিদ্ধান্ত : একটি ত্রিভুজের যে কোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য অন্তর তৃতীয় বাহু দৈর্ঘ্য থেকে ক্ষুদ্রতর।

AB = 2 সেমি, BC = 3 সেমি ও CA = 6 সেমি হলে ΔABC ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব কি?

লক্ষ্যকর এখানে $CA - BC > AB$। তাই ΔABC আঁকা সম্ভব না।

পরীক্ষা-3. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সর্বসম বাহুদ্বয়ের সম্মুখীন কোনদ্বয় মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয়।

স্কেল কম্পাস সাহায্যে তিনটি ভিন্ন ভিন্ন আকৃতির সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁকো। এবং প্রত্যেক ছবিতে সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয় নাম $\overline{AB}$ ও $\overline{AC}$ দাও। সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য এর বাহুদের সম্মুখীন কোনদের মাপ। ছবি ত্রয়কে ছবি নং 1, 2 ও 3 নামে সূচিত কর। প্রত্যেক ছবি থেকে মাপগুলি নিয়ে ঘরটি সাজাও।

ছবি নং	AB	AC	$m\angle ABC$	$m\angle ACB$
1				
2				
3				

সারণি 2.3

সারণীতে দেখব যে প্রত্যেক ছবিতে সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহু ও সম্মুখীন কোন $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ র মান সমান।

সিদ্ধান্ত : যে কোনো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয়ের সম্মুখীন কোণদের মাপ সমান।

অনুসিদ্ধান্ত : একটি সমবাহু ত্রিভুজের কোণত্রয়ের মাপ সমান ও প্রত্যেকর মাপ $60°$।

পরীক্ষা-4 : দুটি সর্বসম কোণ থাকা ত্রিভুজের সর্বসম কোণদ্বয়ের সম্মুখীন বাহুদ্বয়ের মধ্যে সর্ম্পকে মাপ।

(i) $\overline{BC}$ রেখাংশ আঁক।

(ii) $\overline{BC}$ সহিত C থেকে সূক্ষ্মকোণ অঙ্কন করে থাকো একটি রশ্মি আঁকো যেমন C থেকে অঙ্কিত কোণের মাপ ও B থেকে অঙ্কিত কোণের মাপ পরস্পর সমান হবে। এবং (ii) ও (iii) আঁকা রশ্মিদ্বয় পরস্পর ছেদ করবে। এর নাম A দাও।

ΔABC তে $m\angle B = m\angle C$। সেই প্রণালীতে আর একটি ত্রিভুজ আঁক ও প্রত্যেক স্থলে ত্রিভুজের নাম ABC দাও যেমন $m\angle B = m\angle C$। প্রত্যেক ছবির AB ও AC-র দৈর্ঘ্য মাপে নিচের ঘর পূরণ কর।

ঘর থেকে দেখবে যে প্রত্যেক ত্রিভুজের $AB = AC$

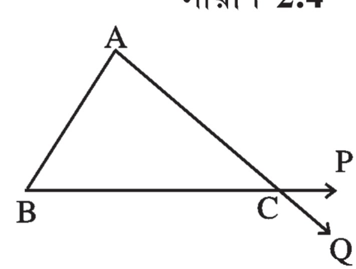
সিদ্ধান্ত-4. একটি ত্রিভুজের দুটি কোনের মাপ সমান হলে এবং কোণদ্বয়ের সম্মুখীন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান।

ছবি নং	AB	AC
1		
2		
3		

সারণি 2.4

2.5 ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোন :

যে কোনো ত্রিভুজের কোনত্রয়কে আমরা ত্রিভুজের অন্তঃস্থ কোন বলে থাকি।



(2.15)

ছবি 2.15 তে $\overrightarrow{CB}$ র বিপরীত রশ্মি $\overrightarrow{CP}$ হলে, $\angle ACB$ এক সন্নিহিত পরিপূরক $\angle ACP$ থাকে। তেমন $\overrightarrow{CA}$ র বিপরীত রশ্মি $\overrightarrow{CQ}$ হলে, $\angle ACB$ র অন্য একটি সন্নিহি পরিপূরক $\angle BCQ$ থাকে।

$\overrightarrow{BP}$ ও $\overrightarrow{AQ}$ র ছেদবিন্দু C তাই, ∠ACP ও ∠BCQ এক জোড়াপ্রতীপ কোন। ফলে সে কোণদ্বয়ের মাপ সমান। ∠ABC ও C শীর্ষ বিন্দুতে অবস্থিত দুটি বহিঃস্থ কোন ∠ACP ও ∠BCQ।

লক্ষ্য কর ঃ যে ∠PCQ, ΔABC র একটি বহিঃস্থ কোন না ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোন সম্বন্ধে জানা কথা।

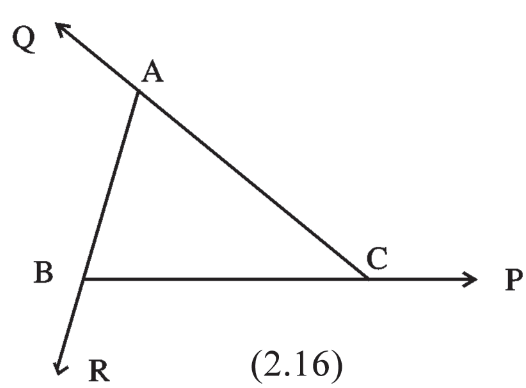
(i) ত্রিভুজের প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু তে দুটি বহিঃস্থ কোন সম্ভব ও দুটি মাপ সমান।

(ii) ত্রিভুজের কোনো একটি শীর্ষবিন্দু তে থাকা অন্তঃস্থ কোন ও একটি বহিঃস্থ কোনের মাপের সমষ্টি 180°।

(iii) ΔABC ও ∠B ও ∠C প্রত্যেককে A থেকে বহিঃস্থ কোনের অন্তঃস্থ দূরবর্তী কোন বলা যায়।

পরীক্ষা—5

কোনো ত্রিভুজের একটি শীর্ষবিন্দু থাকা একটি বহিঃস্থ কোনের মাপ সহিত এর অন্তঃস্থ দূরবর্তী কোনদ্বয়ের মাপ মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করো।



(2.16)

ছবি 2.16 তিনটি ত্রিভুজ তাকে প্রত্যেকের ABC Δ নাম দাও। প্রত্যেক ছবিতে $\overline{CB'}$ বিপরীত রশ্মি $\overline{CP'}$, $\overline{AC'}$ বিপরীত রশ্মি $\overline{AQ}$' এবং $\overline{BA'}$ বিপরীত রশ্মি $\overline{BR'}$ আঁকো।

∠A, ∠B, ∠C বহিঃস্থ ∠ACP, ∠BAQ ও ∠CBR এর মাপ নির্ণয় করো ও নীচের ঘর পূরণ করো।

চিত্র নং	m∠A + m∠B	m∠ACP	m∠B + m∠C	m∠BAQ	m∠C + m∠A	m∠CBR
1						
2						
3						

সারণি 2.5

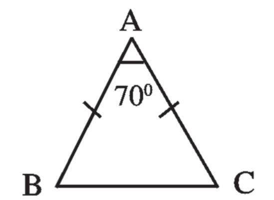
উপরের ঘর থেকে দেখালাম যে, m∠ACP = m∠BAC + m∠ABC, m∠BAQ = m∠ABC + m∠BCA এবং m∠CBR = m∠CAB + m∠BCA

সিদ্ধান্ত-5 : কোনো ত্রিভুজের একটি শীর্ষবিন্দুতে থাকা একটি বহিঃস্থ কোনের মাপ এর অন্তঃস্থ দূরবর্ত্তী কোণদ্বয়ের মাপের সমষ্টির সাথে সমান।

উদাহরণ : ত্রিভুজের তিনকোণের মাপের সমষ্টি $180°$। দুটি কোনের মাপ $110°$ ও $36°$।

$\therefore$ এর তৃতীয় কোণের মাপ $= 180° - (110° + 36°) = 180° - 146° = 34°$

উদাহরণ-2 একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষকোনের মাপ $70°$ হলে, এর প্রত্যেক ভূমি সংলগ্ন কোনের মাপ এবং C শীর্ষবিন্দু থেকে বহিঃস্থ কোনের মাপ কত?



সমাধান : পাশের চিত্রে ΔABC সমদ্বিবাহু। এখানে $AB = AC$

প্রশ্নানুসারে $m\angle A = 70°$

যদি $AB = AC$ তাই $m\angle B = m\angle A$

ত্রিভুজের তিনকোনের মাপের সমষ্টি $180°$।

$\therefore$ ভূমি-সংলগ্ন কোনদ্বয়ের মাপের সমষ্টি $= 180° - 70° = 110°$

$\therefore$ প্রত্যেক ভূমি সংলগ্ন কোণর মাপ $= \dfrac{110°}{2} = 55°$

$\therefore$ C শীর্ষবিন্দু থেকে বহিঃস্থ কোনের মাপ $= M\angle A + M\angle B = 70° + 55° = 125°$

উদাহরণ-3. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণ মধ্যে একটি অন্যটির দুই গুণ হলে সুক্ষ্ম কোণদ্বয় মাপ স্থির কর।

সমাধান : সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ।

$\therefore$ অন্য দুই সূক্ষ্মকোণের মাপ $= 180° - 90° = 90°$

মনে করি সুক্ষ্মকোণের মধ্যে একটির মাপ $X°$ এবং অন্যটির মাপ $2X°$

$\therefore X° + 2X° = 90° \Rightarrow 3X° = 90°$

একটি সূক্ষ্মকোণের মাপ $= X° = \dfrac{90°}{3} = 30°$

$\therefore$ অন্য সূক্ষ্মকোনের মাপ $= 2X° = 2 \times 30° = 60°$।

অনুশীনল—2

1. নিম্ন উক্তিগুলি ঠিক থাকলে ঘরের মধ্যে ✓ চিহ্ন ও ভুল থাকলে × চিহ্ন দাও।

(a) $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{CA}$ প্রত্যেক ত্রিভুজ ABC র একটি একটি বাহু। ☐

(b) $\overline{AB}, \overline{BC}$ ও $\overline{CA}$ রেখাখণ্ড ত্রয়দ্বারা ΔABC গঠিত হয়। ☐

(c) ত্রিভুজ বিন্দুদের সেট।

(d) একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজের খুব বেশীতে একটা স্থূলকোণ থাকে।

(e) ΔABC র $\angle B$ ও $\angle C$ কে A তে থাকা বহিঃস্থ কোনের অন্তঃস্থ দূরবর্তী কোন বলা যায়।

(f) একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতি বেশিতে দুটি সুক্ষ্মকোণ থাকবে।

(g) ΔABC তে $AB = AC$ হলে $\angle A$ ও $\angle B$ র মাপদ্বয় সমান হবে।

(h) ত্রিভুজে মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু সর্বদা ত্রিভুজের অর্ন্তদেশে অবস্থান না করতে পারে।

(i) ত্রিভুজের দুটি কোণের মাপ সমষ্টি সর্বদা তৃতীয় কোণের মাপ থেকে বৃহত্তর।

(j) ত্রিভুজের কৌণিক বিন্দত্রয় ত্রিভুজের অন্তঃস্থ বিন্দু ।

(k) ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।

(l) একটি ত্রিভুজের একটি শীর্ষ বিন্দুতে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোনের মাপ সর্বদা এই শীর্ষস্থ অন্তঃস্থ কোনের মাপ থেকে বৃহত্তর।

2. শূন্যস্থান পূরণ করো :

(a) একটি ত্রিভুজের ________ টি শীর্ষবিন্দু আছে।

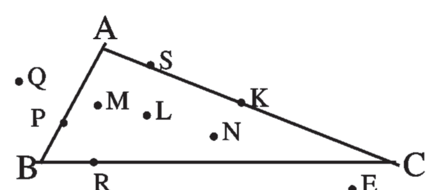
(b) একটি ত্রিভুজের মধ্যমা সংখ্যা _________।

(c) একটি ত্রিভুজের বাহুসংখ্যা ________ ।

(d) একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের কৌণিক বিন্দুর বিপরীত বাহু প্রতি অঙ্কিত লম্ব সংখ্যা ______।

(e) একটি ত্রিভুজের কোণ সংখ্যা ________।

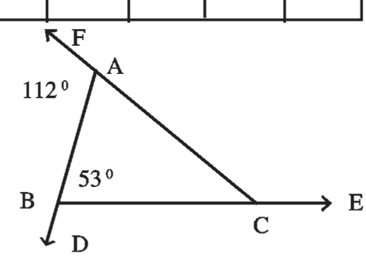
3. পার্শ্বস্থ ছবি দেখে ঘরে থাকা বিন্দুর অবস্থান অনুযায়ী উপযুক্ত ✓ চিহ্ন দাও



বিন্দুর অবস্থিতি	**A**	**B**	**C**	**P**	**Q**	**R**	**L**	**E**	**M**	**N**	**S**	**K**
ΔABC উপরে												
ΔABC অনুদেশ												
ΔABC বর্হিদেশে												

সারণী—2.6

4. ΔABC র বহিঃস্থ কোনমান $\angle BAF$, $\angle CBD$ এবং $\angle ACE$। যদি $M\angle BAF = 112°$ এবং $M\angle ABC = 53°$ তবে অন্য কোনের মান স্থির কর।



5. ΔABC র $m\angle A = 72°$ ও $m\angle B = 36°$ হলে $\angle C$ র মাপ স্থিকর কর। ΔABC কি প্রকার ত্রিভুজ? এর উত্তর কারণ সহিত দেখাও।

6. ΔABC ও $\angle A$ র মাপ $\angle B$ র মাপ অপেক্ষা $10°$ অধিক ও $\angle B$ র মাপ $\angle C$ র মান অপেক্ষা $10°$ অধিক হলে, কোনদ্বয়ের মাপ স্থির কর।

7. ΔABC তে $m\angle B = 90°$ হলে নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

   (i) $m\angle A + m\angle C =$ কত?

   (ii) $AB = BC$ হলে $m\angle A$ কত?

   (iii) $m\angle C = 30°$ হলে $m\angle A =$ কত?

   (iv) B বিন্দুতে ΔABC র বহিঃস্থ কোনের মাপ কত?

   (v) $m\angle A = 45°$ হলে ΔABC র কোন দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হবে।

8. ABC সমকোণী ত্রিভুজের $m\angle B = 90°$, $\angle A$ র মাপ, $\angle C$ কোণের 5 গুণ হলে, কোনদ্বয়ের মাপ স্থির কর।

9. ΔABC র $M\angle A = 48°$ ও $m\angle B = 110°$ হলে নিম্নস্থ উক্তিগুলির থাকা শূন্যস্থান পূরণ করো :

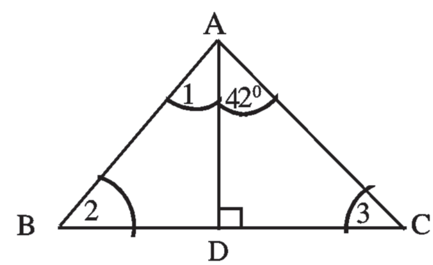
   (a) শীর্ষবিন্দু _______ তে থাকা বহিঃস্থ কোন একটি সূক্ষ্মকোন।

   (b) শীর্ষবিন্দু A তে থাকা বহিঃস্থ কোণের মাপ _______।

   (c) B তে থাকা বহিঃস্থ কোনের মাপ _______।

   (d) C তে থাকা বহিঃস্থ কোনের মাপ _______।

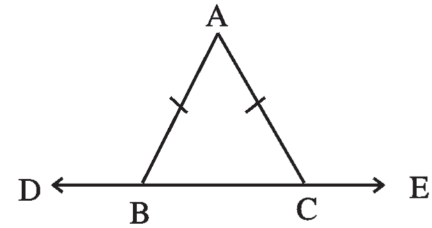
10. পাশের ছবিতে $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $AD = BD$ ও $m\angle DAC = 42°$ হলে 1, 2, 3 চিহ্নিত কোণের মাপ স্থির করো।



চিত্র (2.20)

11. ΔABC (ছবি 2.21) যে $AB = AC$ হলে দেখাও যে B ও C বিন্দুতে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোনদ্বয় মাপ সমান।

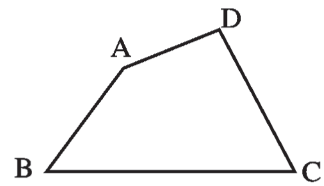
12. একটি ত্রিভুজের একটি বহিঃস্থ কোনের মাপ $120°$ এবং তার অন্তঃস্থ দূরবর্তী কোণদ্বয় মধ্যে একটির মাপ $70°$ হলে, অন্য অন্তঃস্থ দূরবর্তী কোণদ্বয় মধ্যে মাপ কত?



চিত্র (2.21

13. পাশের ছবিতে দেখাও যে

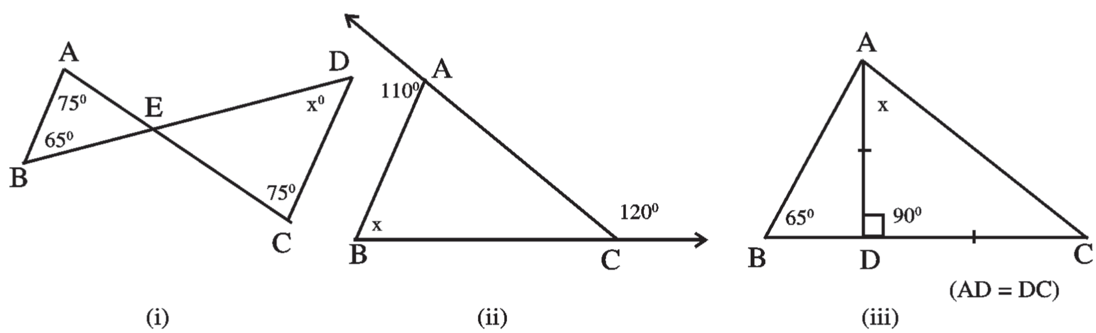
AB + BC + CD + AD > 2AC.



চিত্র (2.22)

14. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের মধ্যে একটির মাপ ক্ষুদ্রতম কোণের মাপের দ্বিগুণ এবং অন্যটির মাপ, ক্ষুদ্রতম কোণের মাপের তিনগুণ হলে, বৃহত্তম কোণের মাপ স্থির করো।

15. ছবি 2.23 (i), (ii) ও (iii) তে থাকা পাশের ছবিতে X চিহ্ন কোণের মাপ স্থির করো।



চিত্র (2.23)

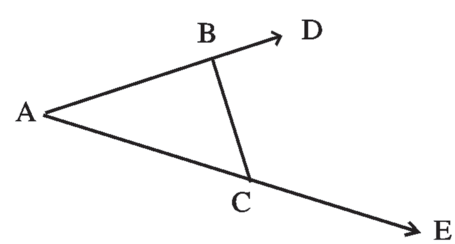
16. একটি ত্রিভুজের কোনত্রয়ের মাপের অনুপাত 2 : 3 : 4 হলে তাদের মান স্থির করো।

17. ΔABC তে $m\angle A + m\angle B = 125°$ এবং $m\angle A + m\angle C = 113°$ হলে ত্রিভুজের কোনত্রয়ের মাপ স্থির করো।

18. ΔABC র যদি $2m\angle A = 3m\angle B = 6m\angle C$ হয় কোনদ্বয়ের মাপ স্থির করো।

19. পাশের ছবিতে 2.24 তে দেখাও যে

$m\angle DBC + m\angle BCE > 2m\angle A$.



চিত্র (2.24)

20. ΔABC র $m\angle A = m\angle B + m\angle C$ এবং $m\angle B = 2m\angle C$ হলে, কোনদ্বয়ের মাপ স্থির করো।

চতুর্ভুজ (QUADRILATERAL)

অধ্যায়
৩

3.1 চতুভুজের পরিচয় :

একটি সরলরেখায় না থাকা তিনটি পৃথক বিন্দু A, B,ও C থাকলে আমরা তিনটি রেখাখণ্ডে AB, BC ও CA আঁকতে পারব এই তিনটি রেখা খণ্ড একটি ত্রিভুজ গঠন করবে তকে ΔABC বলা যায়।

নৈকরেখা বিন্দু তিনটি যেভাবে থাকবে না কেন ত্রিভুজ গঠন সব পরিস্থিতে সম্ভব।

একটি সমতলে চারটি বিন্দু একটি বিন্দু A, B, C ও D একটি সমতলে তিন প্রকার অবস্থায় থাকবে।

(i) সমস্ত বিন্দু এক রেখী (ii) যে কোন তিনটি বিন্দু এক রেখী (iii) যে কোন তিনটি বিন্দু এক রেখী না।

(i) সমস্ত বিন্দু এক রেখী।

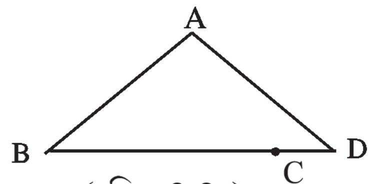
(3.1)

এই অবস্থায় $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ সংযোগ হচ্ছে একটি রেখা খণ্ড যাকে $\overline{AD}$ বা $\overline{DA}$ বলা যায়।

$(\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA} =$

(ii) **তিনটি বিন্দু একরেখী**

মনে কর BC ও D এক রেখী ও C বিন্দুটি B ও D বিন্দুদ্বয় মধ্যবর্তী।

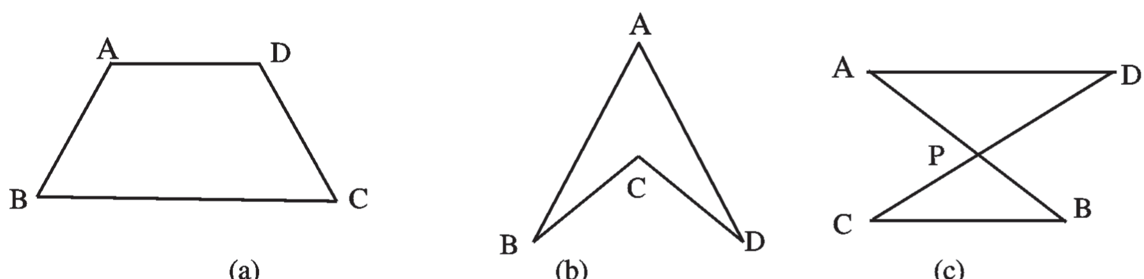


(চিত্র 3.2)

$(AB \cup BC \cup CD \cup DA) = \angle ABD$

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ সঙ্গে আমরা ΔABD পেলাম।

(iii) যে কোন তিনটি বিন্দু একরেখী না।



(চিত্র 3.3)

এখানে দেওয়া ছবিগুলি ABCD বিন্দুদের মধ্যে যে কোন তিনটি বিন্দু একটি সরলরেখা নেই।

চিত্র 3.3 (a) ও (b) ছবিতে $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ এই রেখা খণ্ড চারটি অঙ্কন করলে যে চিত্র দুটি পাওয়া যাচ্ছে। সেই দুটির প্রত্যেকে একটি চতুর্ভুজের চিত্র।

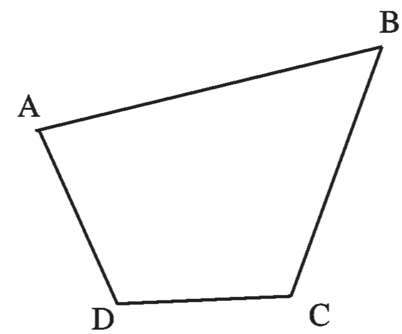
3.3 (c) তে $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ রেখা খণ্ড অঙ্কন করো। যে চিত্র পাওয়া যায় তাকে চতুর্ভুজ বলা যায় না। চতুর্ভুজ গঠিত হবে না। পাওয়া বা না পাওয়া এই উভয় অবস্থায় কী পার্থক্য লক্ষ্য করা যায়। $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ ছেদ বিন্দুগুলি সংখ্যা পার্থক্য স্পষ্ট হয়। আমরা পূর্বক্ত রেখাখণ্ডকদের চারটি ছেদ বিন্দু দেখছি ছেদ বিন্দুগুলি A,B,C ও D যারা রেখা খণ্ডগুলি একটি প্রান্ত বিন্দু। A,B,C ও D একটি ছেদ বিন্দু P অর্থাৎ পাঁচটি ছেদবিন্দু দেখছি। এই অবস্থায় $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ মধ্যে $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ পরস্পরকে প্রান্তবিন্দু অন্য একটি বিন্দু P তে ছেদ করছে। পরিস্থিতিতে চতুর্ভুজ গঠন সম্ভব না।

চতুর্ভূজ :

একটি সমতলে অবস্থিত চারটি পৃথক বিন্দু ABC ও D মধ্যে যদি কোন তিনটি বিন্দু একটি সরলরেখাতে অবস্থিত না থাকে। এবং $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ প্রান্ত বিন্দু ছাড়া অন্য কোন বিন্দু পরস্পরকে ছেদ করবে না। তবে $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ এর সংযোগকে একটি চতুর্ভূজ বলা যায়।

দ্রষ্টব্য :

(1) ABCD চতুর্ভূজকে BCDA, CDAB বা DABC চতুর্ভূজ বলা যায়।



চিত্র (3.4)

(2) ABCD চতুর্ভূজ একটি সমতলে অঙ্কিত একটি চিত্র অথবা একটি সমতলীয় চিত্র চতুভূজকে ABCD চতুর্ভূজ বলা যাবে কারণ এখানে AD, DB, BC ও CA প্রান্ত বিন্দু অন্য কোন বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করেছ না।

(3) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ এই রেখা খণ্ডগুলি বিন্দুদের একটি সেট আছে। তাই এদের সংযোগে গঠিত ABCD চতুর্ভূজ মধ্যে বিন্দুদের সেট আছে। তাই সেট পরিভাষা আমরা লিখব ABCD চতুর্ভূজ = $\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA}$

নিজে করো :

(i) PQRS চতুর্ভূজ ও PRQS চতুর্ভূজ কোন কোন রেখাখণ্ডকে নিয়ে গঠিত হয়েছে।

(ii) L,M,NওR মধ্যে কোন তিনটি এক সরলরেখাতে অবস্থিত না। LM MN NR ও RL প্রান্তবিন্দু ছাড়া অন্যকোন বিন্দুতে ছেদ না করলে। উক্তরেখা খণ্ডগুলি সংযোগ সৃষ্টি হয়ে থাকা। চিত্রটিকে কী বলা যায়? সৃষ্টি হওয়া চিত্রটির নাম কি?

চতুর্ভুজ সম্বন্ধে জানার কথা!

(1) A,B,C,D বিন্দুদের ABCD চতুর্ভুজের **শীর্ষবিন্দু** (Vertex) বলা হয়।

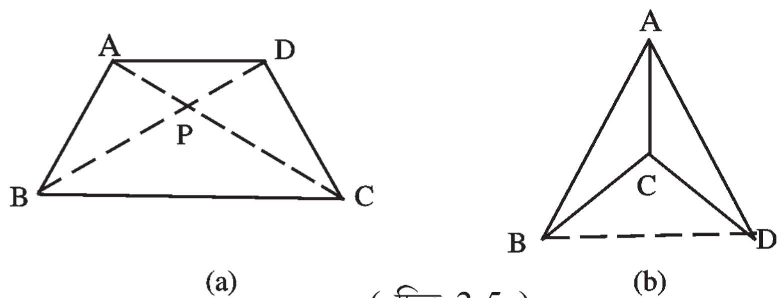
(2) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ রেখা খণ্ডদের ABCD চতুর্ভুজের **বাহু** (Side) বলা যায়। একটি বাহুর দুটি প্রান্ত বিন্দুকে চতুর্ভুজের **ক্রমিক শীর্ষ বিন্দু** (Consecutive vertices) বলা যায়। এবং ক্রমিক শীর্ষ না হয়ে থাকা শীর্ষদ্বয়কে **বিপরীত শীর্ষ**(Opposite vertices) বলা হয়। ABCD চতুর্ভূজের A ও B, B ও C, C ও D, D ও A মান ক্রমিক শীর্ষ এবং A ও C, B ও D বিপরীত শীর্ষ আছে।

(3) $\angle ABC$, $\angle BCD$,$\angle CDA$, $\angle DAB$ চতুর্ভূজ ABCD একটি একটি কোন বলা যায়। দুটি ক্রমিক শীর্ষ থাকা কোনদ্বয়কে ক্রমিক কোন এবং বিপরীত শীর্ষ থাকা কোনদ্বয়কে চতুর্ভুজের বীপরিত কোন বলা যায়। ABCD চতুর্ভূজের $\angle A$ ও $\angle C$ এবং $\angle B$ ও $\angle D$ দুজোড়া বিপরীত কোণ।

(4) চতুর্ভূজের পরস্পর ছেদী বাহুদ্বয়কে **সন্নিহিত বাহু** (Adjacent Sides) (যথা $\overline{AB}$, $\overline{BC}$) এবং পরস্পর ছেদী না হলে প্রত্যেক জোড়া বাহুকে **বিপরীত বাহু** (Opposite Sides) বলা হয়।

(5) চতুর্ভূজের বিপরীত শীষের সংযোগ রেখাখণ্ডকে এর **কর্ণ** (Diagonal) বলা হয়। ACD চতুভূজের $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ দুটি কর্ণ আছে।

3.1.1 উত্তল চতুর্ভূজ (Convex Quardrilateral) :



(চিত্র 3.5)

ABCD চতুর্ভূজ বলতে আমরা $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ও $\overline{DA}$ রেখা খণ্ড চারটির সংযোগ অর্থাৎ $AB \cup BC \cup CD \cup DA$ কে বুঝি। এই চারটি রেখা খণ্ডে থাকা বিন্দুদের ABCD চতুর্ভূজ গঠন করে। ত্রিভুজের মতো চতুর্ভূজ মধ্য উত্তর সেট হবে না। ত্রিভুজ নিজে উত্তল সেট না। ত্রিভুজের অন্তরসেট উত্তল সেট সেইরকম ABCD চতুর্ভূজ উত্তল সেট না। যে কোন চিত্রে লক্ষ্য করো যে B ও D চতুভূজের থাকা দুটি বিন্দু এদের চতুর্ভূজের বাহুদের উপরে অবস্থিত BD প্রান্ত বিন্দু অন্য কোন বিন্দু চতুর্ভূজে কোন বাহুতে নেই। তাই উত্তল সেট হতে পারবে না।

উত্তল চতুর্ভূজ কাকে বলবো : চিত্র 3.5(a) ও 3.5(b) কে আর একবার দেখ 3.5(a) ছবিতে অঙ্কিত চতুর্ভূজের কর্ণদ্বয় $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ পরস্পরকে ছেদ করছে। তাদের ছেদ বিন্দু P, 3.5(b) চিত্রে থাকা চতুর্ভূজের কর্ণদ্বয় AC ও BD আঁকো তারা পরস্পরকে ছেদ করছে। (B) AC অঙ্কন করছে তা BD কে ছেদ করবে না। তাই AC চতুর্ভূজের কর্ণ না। কর্ণ একটি রেখাখণ্ড তাই কেবল AC কে কর্ণ বলা যায়।

সংজ্ঞা : (উত্তল চতুর্ভূজ) যে চতুভূজ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ছেদ করে তাকে উত্তল চতুর্ভূজ বলা যায়।

দ্রষ্টব্য : চিত্র 3.5(b) এর চতুর্ভূজ উত্তল না।

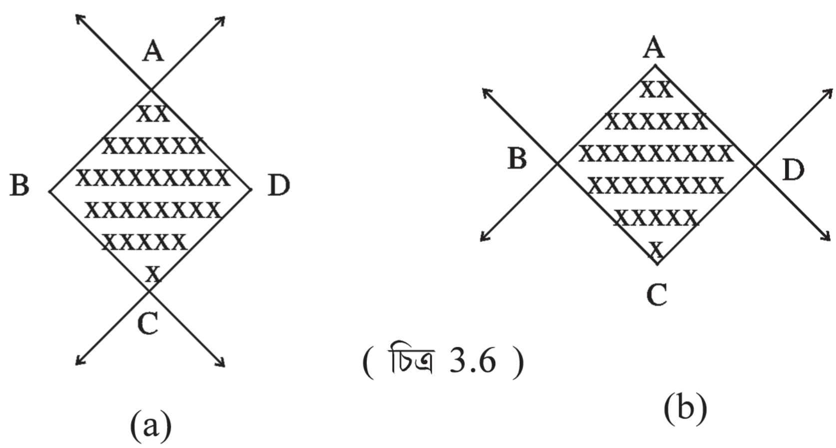
এরপর থেকে আমরা কেবল উত্তল চতুর্ভূজ আলোচনা করব। তাই আমরা চতুর্ভূজ বলতে কেবল উত্তল চতুর্ভূজ বুঝব।

3.1.2 চতুভূজের অন্তর্দেশ ও বর্হির্দেশ (Interior and Exterior of Quardrilateral)

এখানে কেবল উত্তল চতুর্ভূজের অন্তর্দেশ সম্পর্কে আলোচনা করা সম্ভব।

সংজ্ঞা (উত্তল চতুভূজের অন্তর্দেশ) :

যে কোনো দুটি বিপরীত কোণের অর্ন্তদেশ সাধারণ অংশ অর্থাৎ অর্ন্তদেশের ছেদকে উত্তল চতুর্ভূজে অর্ন্তদেশ বলা যায়।



(চিত্র 3.6)

ছবি 3.6(a) দেখ। উত্তল চতুর্ভূজের ABCD র দুটি বিপরীত কোন $\angle B$ ও $\angle D$ র সাধারণ অর্ন্তদেশকে 'X' চিহ্ন দ্বারা চিহ্নিত করা গিয়েছে। এটি হচ্ছে ABCD চতুভূর্জের অর্ন্তদেশ বিপরীত কোন $\angle A$ ও $\angle C$ র সাধারণ অর্ন্তদেশ নেওয়া গেছে আমরা সেটি একটি অর্ন্তদেশ পেয়েছি।

লক্ষ্য কর যে A, B, C, D চতুর্ভূজের বাহু উপরে থাকা অন্য কোনো বিন্দু চতুভূজের অর্ন্তদেশে অবস্থিত না।

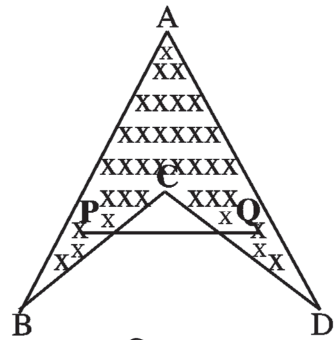
অর্ন্তদেশের অবস্থিত বিন্দুকে চতুর্ভূজের **অন্তঃস্থ বিন্দু (Interior Point)** বলে।

চতুভূজে সমতলে থাকা একটি বিন্দু যদি চতুর্ভূজে কোনো বাহু উপরে থাকে না এবং চতুর্ভূজের অর্ন্তদেশের মধ্য থাকে না। তাকে চতুর্ভূজের **বহিঃস্থ বিন্দু (Exterior Point)**বলে। বহিঃস্থ বিন্দুদের গঠন করে থাকা সেটতে চতুর্ভূজে **বর্হির্দেশ (Exterior)** বলে।

পরীক্ষা করে দেখো :

1. একটি উত্তল চতুর্ভূজের অন্তর্দেশ একটি উত্তল সেট (চিত্র 3.6 পরীক্ষা করে দেখ)

চিত্র (3.7) একটি উত্তল চতুর্ভূজ না (কেন?)। এ প্রকার চতুর্ভূজের অন্তর্দেশের সংজ্ঞা দেওয়া যায়নি। P ও Q অন্তর্দেশের দুটি বিন্দু তাদের সংযোগে রেখাখণ্ডকে অন্তর্দেশকে সেই এটা ছবি দেখে বুঝতে পারবে, তাই এ প্রকার অন্তর্দেশ উত্তল না। এ প্রকার চর্তুদিকে উত্তল চতুর্ভূজকে উত্তল চতুর্ভূজ বলা যায় না।



(চিত্র 3.7)

উত্তল চতুর্ভূজ এই নাম করণের যথার্থতা বুঝতে পারলে **উত্তল চতুর্ভূজ হচ্ছে উত্তল অন্তর্দেশ বিশিষ্ট একটি চতুর্ভূজ।**

2. চতুভূজের বর্হিদেশ উত্তল সেট না। এটা একটা সহজ পরীক্ষা- নিজে করে দেখ

3. উত্তল চতুর্ভূজ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে তার অর্ন্তদেশয়ে ছদ করছে।

3.13 চতুর্ভূজাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র (Quardrilateral Region) :

একটি ত্রিভুজ ও এর অর্ন্তদেশ সংযোগের উৎপন্ন সেটকে একটি ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র (Triangular Region) বলা যায় এবং ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু কোন ও বাহুদের যথাক্রমে এই ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু, কোন ও বাহু বলা যায়।

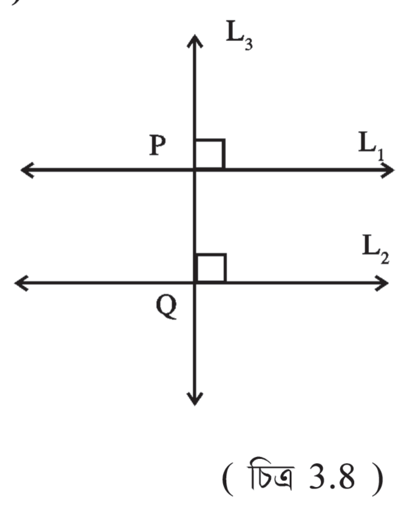
(a) একটি চতুর্ভূজ ও এর অর্ন্তদেশ যে সংযোগে উৎপন্ন সেটকে একটি চতুর্ভূজ আকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র বলা যায়।

(b) চতুর্ভূজদ্বয়ের শীর্ষবিন্দু কোন ও বাহুদের যথাক্রমে এই চতুর্ভূজাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রে শীর্ষবিন্দু কোন ও বাহু বলা যায়।

3.2 বিভিন্ন প্রকার চতুভূজ : (Types of Quardrilateral)

(i) একটি সমতলে থাকা দুটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ না করলে সে দুটিকে **সমান্তর রেখা (Parallel Line)** বলা যায়। ছবি (3.8) L_1 ও L_2 সমান্তর রেখা।

(ii) L_3 রেখা L_1 প্রতি লম্ব হলে L_2 প্রতি ও লম্ব হবে।



(চিত্র 3.8)

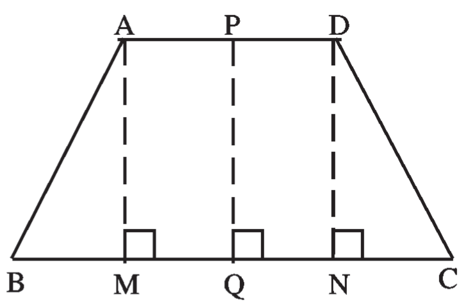
(iii) L_1 ও L_2 উভয় রেখা প্রতি লম্ব L_3 রেখা L_1 ও L_2 কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করলে L_1 ও L_2 মধ্যবর্তী দূরত্ব = PQ.

একটি চতুর্ভুজের বাহু ও কোনদের মধ্যে বিভিন্ন সম্বন্ধ নিয়ে বিশেষ প্রকার চতুর্ভূজমান **(Special types of quardrilaterals)**গঠিত হোতে পারে। সেইসব চতুর্ভূজকে স্বতন্ত্র নামে নামিত করা যায়।

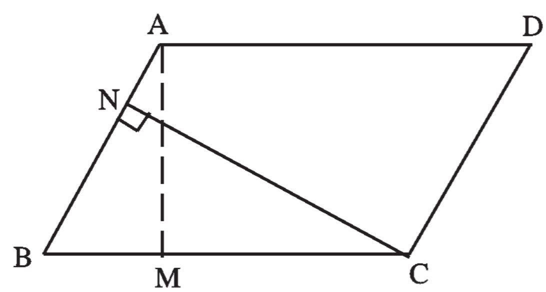
3.2.1 কয়টি স্বতন্ত্র প্রকার চতুর্ভূজ :

1. ট্রাপিজিয়াম ঃ যে চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তর তাকে ট্রাপিজিয়াম (Trapezium) বলা যায়। ছবি 3.8 রে ABCD চতুর্ভুজের $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ তাই ABCD চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম।

ট্রাপিজিয়ামের দুটি সমান্তর বাহু মধ্যবর্তী দূরত্বকে ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা বলা যায়। (3.8) যে ABCD ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা PQ।



(চিত্র 3.8)



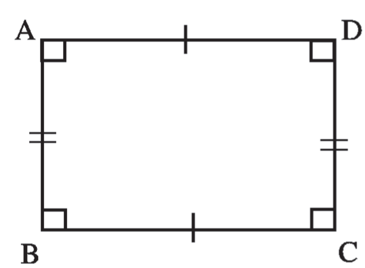
(চিত্র 3.9)

2. সামান্তরিক চিত্র ঃ

যে চতুর্ভুজের দুজোড়া বিপরীত বাহু সমান্তর তা একটি সামান্তরিক চিত্র।

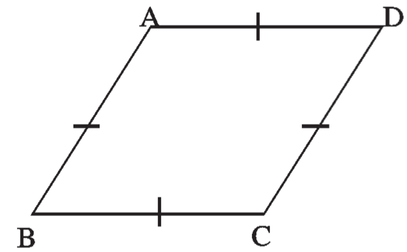
চিত্র (3.9) যে ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত বাহু $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ এবং $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ উক্ত চতুভূজকে সামান্তরিক চিত্র বলা যায়। চিত্র (3.9) থাকা সামান্তরিক চিত্র বিপরতী বাহু $\overline{AD}$ ও $\overline{BC}$ মধ্যবর্তী দূরত্ব AM এবং $\overline{AB}$ ও $\overline{CD}$ মধ্যবর্তী দূরত্ব CN। ABCD সামান্তরিক চিত্রের $\overline{BC}$ অথবা $\overline{AD}$ বাহুকে ভূমি নেওয়া গেল। AM কে উচ্চতা রূপে নেওয়া যাবে। সেরকম $\overline{AB}$ অথবা $\overline{DC}$ ভূমি হলে, সামান্তরিক চিত্রে CN উচ্চতা হয়।

(i) আয়তচিত্র : যে চতুর্ভুজের প্রত্যেক কোণ সমকোণ তা আয়তচিত্র (Rectangle)। আগে প্রমাণ করা যাবে যে প্রত্যেক কোন সমকোন হলে বিপরীত বাহু সমান সমস্তর হবে। তাই আয়ত চিত্র একটি স্বতন্ত্র প্রকারে সামন্তরিক চিত্র যার হয় প্রত্যেক কোণের মান 90°। চিত্র 3.10 একটি আয়তচিত্র ABCD দেখানো হয়েছে।



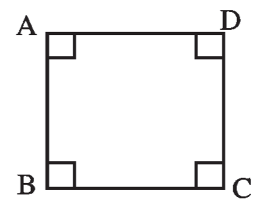
(চিত্র 3.10)

(ii) রম্বস : যে চতুর্ভুজের বাহুদের দৈর্ঘ্য সমান তাকে রম্বস (Rhombus) বলে। আগে প্রমাণ করা যাবে যে বাহুদের দৈর্ঘ্য সমান হলে বিপরীত বাহুগুলি ও সমান্তর হবে। তাই রম্বস মধ্য একটি স্বতন্ত্র প্রকারের সামন্তরিক চিত্র যার বাহুদের দৈর্ঘ্য সমান। চিত্র 3.11 ABCD একটি রম্বস।



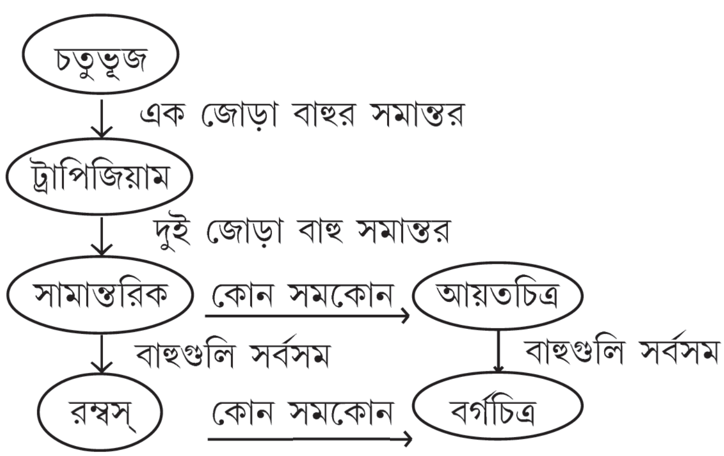
(চিত্র 3.11)

(iii) বর্গক্ষেত্র : যে চতুর্ভুজের বাহুদের দৈর্ঘ্য সমান ও প্রত্যেক কোণের মান 90° তাকে বর্গক্ষেত্র (Square) বলে। তাই বর্গক্ষেত্র একটি সমকোন বিশিষ্ট রম্বস আঁকো। চিত্র 3.12 ABCD একটি বর্গক্ষেত্র।



(চিত্র 3.12)

উপরে আলোচিত চতুর্ভূজের প্রকার ভেদকে নিম্ন চার্ট দেওয়া গেছে। দেখো—



অনুশীলনী—3(a)

1.নীচে উক্তিদের মধ্যে ঠিক উক্তি শেষে (✓) ও ভুল উক্তি (×) চিহ্ন দাও :

(a) চতুর্ভূজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে চতুর্ভূজের অর্ন্তদেশ ছেদ করে।

(b) যে কোনো প্রকার চতুর্ভূজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সর্বদা চতুর্ভূজের অর্ন্তদেশে ছেদ করে।

(c) চতুভূজের প্রত্যেক কর্ণ একটি উত্তল সেট।

(d) যে চতুর্ভূজের অর্ন্তদেশ একটি উত্তল সেট সে চতুর্ভূজ একটি উত্তল চতুর্ভূজ।

(e) চতুর্ভূজের বর্হিদেশ একটি উত্তল সেট।

(f) চতুর্ভূজের বর্হিদেশ বিন্দুদের একটি সেট।

(g) একটি চতুর্ভূজ ও এর অর্ন্তদেশের সংযোগে গঠিত সেটকে চতুভূজাকৃতি বিশিষ্টক্ষেত্র বলা যায়। ☐

(h) একটি চতুর্ভূজ ও এর অর্ন্তদেশ মধ্যে কোনা সাধারণ বিন্দু থাকে না। ☐

(i) চারটি বাহুদ্বাা আবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভূজ বলা যায়। ☐

2. শূন্যস্থান পূরণ করো :

(a) একটি সামান্তরিক চিত্রর _______ সমান হলে চিত্রটি রম্বস হয়।

(b) একটি _______ র কোনমান সমকোন হলে চিত্রটি আয়ত চিত্র হবে।

(c) একটি _______ র কোনগুলি সমকোণ হলে, চিত্রটি বর্গচিত্র হবে।

(d) একটি আয়তচিত্রের ________ সমান হলে চিত্রটি বর্গচিত্র হবে।

(e) কোন চতুভূজের একজোড়া বিপরীত বাহু সমান হলে চিত্রটি ______ হবে।

(f) কোনো চতুভূজের দুজোড়া বিপরীত বাহু সমান হলে চিত্রটি হলে ______ হবে।

(g) ট্রাপিজিয়ামের দুটি সমান বাহু মধ্যবর্তী দূরত্বকে এর _______ বলা যায়।

(h) ABCD চতুভূজের $\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ এবং $M\angle ABC = 90°$ হলে চতুর্ভূজের একটি ______ হবে।

3. নীচের উক্তিদের মধ্যে ঠিক উক্তি শেষে (✓) ও ভুল উক্তি শেষে (×) চিহ্ন দাও :

(a) প্রত্যেক আয়তচিত্র একটি সামান্তরিক চিত্র। ☐

(b) প্রত্যেক সামান্তরিক চিত্র একটি ট্রাপিজিয়াম। ☐

(c) প্রত্যেক বর্গচিত্র একটি সামান্তরিক চিত্র। ☐

(d) প্রত্যেক রম্বস একটি বর্গচিত্র। ☐

(e) প্রত্যেক রম্বস একটি সামান্তরিক চিত্র। ☐

(f) প্রত্যেক আয়তচিত্র একটি বর্গচিত্র। ☐

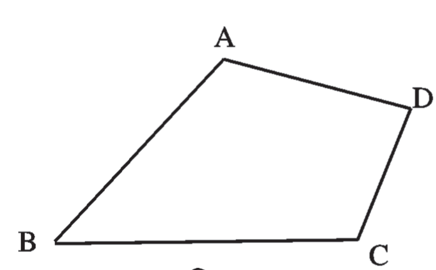
(g) প্রত্যেক ট্র্যাপিজিয়াম একটি আয়তচিত্র। ☐

3.3 চতুভূজ সম্বন্ধীয় কয়টি পরীক্ষা ও সিদ্ধান্ত :

চতুর্ভূজ ও চতুর্ভূজ সম্বন্ধীয় বিভিন্ন সংজ্ঞা পূর্বে আলোচিত হয়েছে। কয়টি স্বতন্ত্র প্রকারে চতুর্ভূজের মধ্যে পূর্বে সংজ্ঞাকৃত করা গিয়েছে। এখানে পরীক্ষা দ্বারা তথ্য সংগ্রহ করব।

(A) চতুর্ভূজের কোনো মাপ মধ্যে সম্বন্ধ পরীক্ষা।

বিভিন্ন আকৃতির তিনটি উত্তল চতুর্ভূজ আঁক ও প্রত্যেক চতুর্ভূজকে 3.13 মত নামিত কর।



(চিত্র 3.13)

$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ র মাপ প্রোটাক্টর দ্বারা মেপে নির্ণেয় করো।

চিত্র নং	$M\angle A$	$M\angle B$	$M\angle C$	$M\angle D$	$M\angle A + M\angle B + M\angle C + M\angle D$
1					
2					
3					

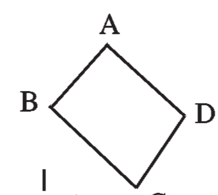
সারণী—3.1

উপরের চিত্র থেকে দেখবে যে চতুর্ভূজ ABCD র

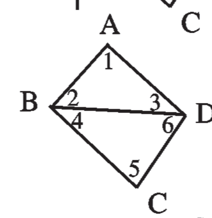
$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360°$

সিদ্ধান্ত : $\boxed{\text{একটি চতুর্ভূজের চারটি কোণের মাপের সমষ্টি} = 360°}$

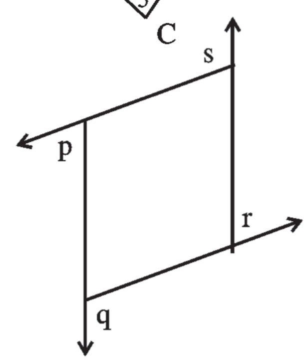
তোমার জন্য কাজ



1. একটি কার্ডবোর্ড নিয়ে সেখানে একটি চতুভূজ আঁক।
2. চতুর্ভূজের একটি কর্ণ অঙ্কন করে চতুর্ভূজকে দুটি ত্রিভুজে পরিণত করো।
3. ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি 180° তথ্যকে প্রয়োগ করে দেখাও যে চতুর্ভূজের চারটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি 360°।



নিজে কর



1. পাশের ছবিতে p, q, r ও s কোনদের পরিমাপের সমষ্টি স্থির কর।

2. পাশের ছবিতে r কোনের পরিমাপ 70° এবং p কোনের পরিমাপ 30° হলে q ও s কোণের পরিমাপের সমষ্টি কত?

উদাহরণ-1. ABCD উত্তল চতুর্ভূজের $m\angle A = 105°$, $m\angle B = 65°$, $m\angle C = 60°$ হলে $m\angle D$ র পরিমাপ স্থির কর।

সমাধান : ABCD চতুভূজের কোণদের পরিমাপের সমষ্টি 360°।

$\therefore\ m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360°$

$\Rightarrow 105° + 65° + 60° + M\angle D = 360°$

$\Rightarrow 230° + m\angle D = 360°$

$\Rightarrow m\angle D = 360° - 230° = 130°$

$\therefore\ m\angle D$ র পরিমাপ 130°

উদাহরণ-2. একটি চতুভূজের কোনগুলির পরিমাপ অনুপাত 2 : 3 : 5 : 8 হলে প্রত্যেকের পরিমাপ স্থির কর।

সমাধান : মনে কর চতুভূজের কোণগুলির পরিমাপ হল, 2x°, 3x°, 5x° এবং 8x°

$\therefore\ 2x° + 3x° + 5x° + 8x° = 360°$

$\Rightarrow 18x = 360° = x = \frac{360}{18} = 20$

$\therefore$ কোণগুলির পরিমাপ যথাক্রমে 40°, 60°, 100° এবং 160°

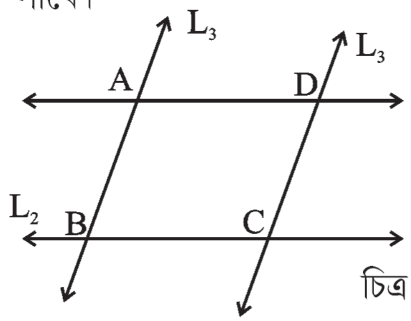
পরীক্ষা-2

(B) সামান্তরিক চিত্রের বিপরীত বাহুদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয়।

সামান্তরিক চিত্রের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান্তর, এটি আমরা জানি, বিভিন্ন আকৃতির তিনটি সামান্তরিক চিত্র আঁক এদের বিপরীত বাহুদের দৈর্ঘ্য মাপা থাকা সম্বন্ধ অনুধাবন কর।

সামান্তরিক চিত্র অঙ্কন প্রণালী

(i) তোমরা পূর্বে শ্রেণীতে পড়ে থাকা প্রণালী অনুসারে দুই জোড়া সমান্তর সরলরেখা আঁক, বর্তমান ABCD সামান্তরিক চিত্র পাবে।



চিত্র (3.14)

(ii) ছবি (3.14) মত আর দুটি সামান্তরিক চিত্র আঁক ও প্রত্যেক চিত্রের নাম দাও ABCD.

ABCD সামান্তরিক চিত্রের একজোড়া বিপরীত বাহু হলে $\overline{AB}, \overline{CD}$ এবং অন্য জোড়া বিপরীত বাহু হলে $\overline{BC}, \overline{AD}$ তাদের দৈর্ঘ্য মেপে নীচের ঘরে লেখো।

চিত্র নং	$\overline{AB}$ র দৈর্ঘ্য (AB)	$\overline{CD}$ র দৈর্ঘ্য (CD)	$\overline{BC}$ র দৈর্ঘ্য (BC)	$\overline{AD}$ র দৈর্ঘ্য (AD)
1				
2				
3				

সারণী—3.2

উপরের সারণীতে দেখব যে ABCD সামান্তরিক চিত্রতে AB = CD ও AD = BC

সিদ্ধান্ত (2) **সামান্তরিক চিত্রের বিপরীত বাহুদের দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান।**

টীকা : আঁকা ছবিদের দুটি বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্যতে সামান্য তারতম্য থাকতে পারে। তাই তাদের মাপ প্রায় সমান। ছবি যত নির্ভুল ভাবে আঁকো যাবে, বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য তারতম্য তত কমে যাবে।

অনুসিদ্ধান্ত-1. **সামান্তরিক চিত্র বিপরীত বাহুগুলি সমান্তর ও সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট।**

অনুসিদ্ধান্ত-2. **একটি চতুর্ভূজের একজোড়া বিপরীত বাহু সামান্তর এবং সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট হলে, চতুর্ভূজটি একটি সামান্তরিক চিত্র হবে।**

উদাহরণ-3. PQRS সামান্তরিক চিত্রের পরিসীমা স্থির কর। যখন PQ = 12 সেমি এবং RQ = 7 সেমি।

সমাধান : PQRS সামান্তরিক চিত্রে PQ = RS = 12 সেমি এবং RQ = SP = 7 সেমি। PQRS সামান্তরিক চিত্রের

পরিসীমা = PR + QR + RS + SP

= 12 + 8 + 12 + 7 = 38 সেমি

$\therefore$ প্রদত্ত সামান্তরিক চিত্রের পরিসীমা = 38 সেমি।

পরীক্ষা-3

(c) সামান্তরিক চিত্রের বিপরীত কোনদের মধ্যে সম্বন্ধ :

তিনটি ভিন্ন ভিন্ন আকৃতির সামান্তরিক চিত্র আঁক ও প্রত্যেকের নাম ABCD দাও। প্রত্যেক চিত্রকে প্রোটাক্টর সাহার্য্যে মেপে $M\angle A$, $M\angle B$, $M\angle C$ ও $M\angle D$ নির্ণয় করো।

নির্ণিত মাপকে নীচের ঘরে লেখো :

চিত্র নং	**m∠A**	**m∠B**	**m∠C**	**m∠D**
1				
2				
3				

সারণী—3.3

উপরের ঘরে দেখ যে সামান্তরিক চিত্র ABCD তে $M\angle A = M\angle C$ ও $M\angle B = M\angle D$

সিদ্ধান্ত—3. **সামান্তরিক চিত্রের বিপরীত কোণদের মাপ পরস্পর সমান**

অনুসিদ্ধান্ত : সামন্তরিক চিত্রের দুটি ক্রমিক কোনের পরিমাপ সমষ্টি 180°। উপরের ঘরের দুটি সন্নিহিত কোণের পরিমাপকে যোগ করলে 180° হবে।

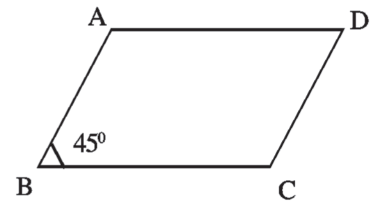
উদাহরণ-4. চিত্র 3.17 থাকা সামন্তরিক চিত্র ABCD র $m\angle B = 45°$ হলে এর অন্য কোনগুলি পরিমাপ নির্ণয় করো।

সমাধান : $m\angle D = m\angle B = 45°$

$m\angle B + m\angle D = 45° + 45° = 90°$

তাই $m\angle C + m\angle A = 360° - (m\angle B + m\angle D)$

$= 360° - 90° = 270°$



(চিত্র 3.17)

কিন্তু $m\angle A = m\angle C$,

$m\angle A = m\angle C = \frac{270°}{2} = 135°$

লক্ষ্য করো ঃ $m\angle B + m\angle C = 45° + 135° = 180°$

এবং $m\angle A + m\angle D = 45° + 135° = 180°$

আমরা জানলাম যে **সামন্তরিক চিত্রর ক্রমিক কোণদ্বয় পরস্পর পরিপূরক**

উদাহরণ-5. চিত্র 3.18 এর ABCD একটি সামন্তরিক চিত্র। C থেকে ABCD সামন্তরিক চিত্রর বহিঃস্থ কোনের পরিমাপ 50° হলে সামন্তরিক চিত্রের কোনদের পরিমাপ নির্ণয় করো।

সমাধান : $m\angle BCD = 180° - 50° = 130°$

$m\angle BAD = m\angle BCD = 130°$

$m\angle ABC + m\angle ADC = 360° - (m\angle BAD + m\angle BCD)$

$= 360° - (130° - 130°)$

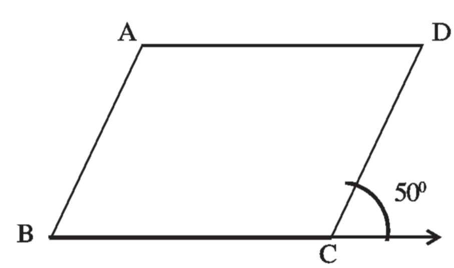
$= 360° - 260° = 100°$

কিন্তু $m\angle ABC = m\angle ADC$

$\therefore\ m\angle ABC = m\angle ADC = \frac{100°}{2} = 50°$

$\therefore$ কোণেদের পরিমান $\angle A = 130°,\ \angle B = 50°,$

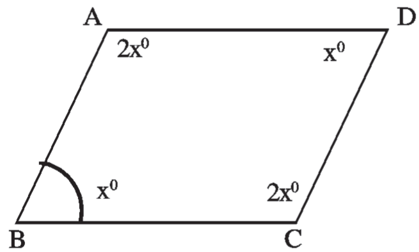
$\angle C = 130°,\ \angle D = 50°$



(চিত্র 3.18)

উদাহরণ-6. একটি সামন্তরিক চিত্রের দুটি ক্রমিক কোন পরিমাপ মধ্যে একটি অন্যটির দুই গুণ হলে সামন্তরিক চিত্রের প্রত্যেক কোণের পরিমাপ স্থির কর।

সমাধান : পাশের চিত্র 3.19 এর ABCD একটি সামন্তরিক চিত্র যার $M\angle A = M\angle C$ এবং $M\angle B = M\angle D$



(চিত্র 3.19)

এখানে $\angle B$ ও $\angle C$ দুটি ক্রমিক কোন।

প্রশ্নানুসারে $\angle C$ র পরিমাপ $\angle B$ র পরিমাপ দুইগুণ।

মনে কর $M\angle B = X^\circ \quad \therefore\ M\angle C = 2X^\circ$

আমরা জানি $M\angle A + M\angle B + M\angle C + M\angle D = 360^\circ$

$\Rightarrow 2X^\circ + X^\circ + 2X^\circ + X^\circ = 360^\circ$

$\Rightarrow 6X^\circ = 360^\circ \ \Rightarrow X = 60^\circ$

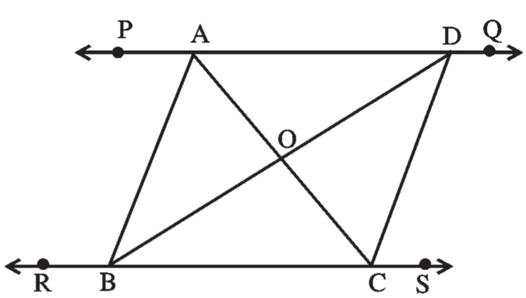
$\therefore$ $\angle A, \angle B, \angle C$ ও $\angle D$ কোণদের পরিমাপ যথাক্রমে $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ এবং 60°

পরীক্ষা-4

সামন্তরিক চিত্রর কর্ণদ্বয় মধ্যে সম্বন্ধ—

বিভিন্ন প্রণালীতে বিভিন্ন আকৃতি বিশিষ্ট তিনটি সামন্তরিক চিত্র আঁক ও সেগুলি চিত্র 3-20 অনুরূপ নামিত কর। প্রত্যেক সামন্তরিক চিত্রর কর্ণ $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ আঁক। কর্ণদ্বয়র ছেদ বিন্দু নামে O দাও।

$\overline{AO}, \overline{BO}, \overline{CO}, \overline{DO}$ দৈর্ঘ্য মেপে নিচের ঘরে পূরণ করো।



(চিত্র 3.20)

চিত্র নং	AO	CO	BO	DO
1				
2				
3				

সারণী—**3.4**

সারণী দেখবে যে, ABCD সামন্তরিক চিত্রের AO = CO এবং BO = DO

অর্থাৎ $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডক করে।

সিদ্ধান্ত-4. সামন্তরিক চিত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ড করে।

উদাহরণ-7.

PQRS সামন্তরিক চিত্র $\overline{PR}$ ও $\overline{QS}$ কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু O।

PO = 16 সেমি OR = (x + y) সেমি SO = 20 সেমি এবং QO = (y + 7) সেমি হলে x ও y র মান স্থির কর।

সমাধান : PQRS সামন্তরিক চিত্রের SO = QO এবং PO = RO

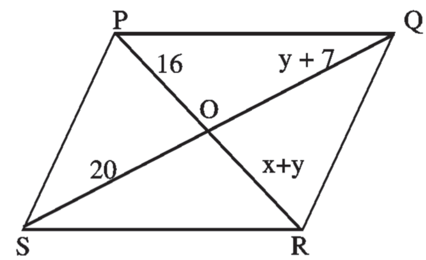
$\therefore$ 20 = y + 7 এবং 16 = x + y

$y + 7 = 20 \Rightarrow y = 20 - 7 = 13$

$16 = x + y \Rightarrow x + 13 = 16$

$\Rightarrow x = 16 - 13 = 3$

$\therefore$ x ও y র মান যথাক্রমে 13 ও 3



(চিত্র 3.21)

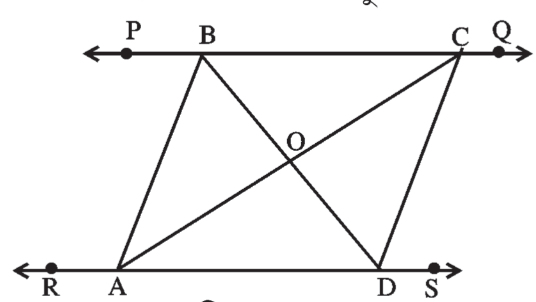
রম্বসের কর্ণদ্বয়ের মধ্যে সম্বন্ধ ঃ

সামন্তরিক চিত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ড করা কথা আমরা জানি। আমরা সামন্তরিক চিত্রের বাহুর উপরে বিভিন্ন আরোপ করে আয়তচিত্র, রম্বস, বর্গচিত্র অধিকের সুষম করে থাকে। উক্ত চিত্রদের কর্ণ মধ্যে বেশী সম্বন্ধ আছে। প্রথমে রম্বসের কর্ণদ্বয় মধ্যে থাকা অনুধাবন কর।

রম্বসের অঙ্কন প্রণালী

তোমার কাজ

(i) সামন্তরিক চিত্রের সাহায্যে অনুরূপ সেটন স্কোয়ার সাহায্যে দুটি সমান্তর সরলরেখা $\overleftrightarrow{PQ}$ ও $\overleftrightarrow{RS}$ অঙ্কন কর।



(চিত্র 3.22)

(ii) $\overleftrightarrow{PQ}$ ও $\overleftrightarrow{RS}$ রেখাদ্বয় যে কোনো ছেদক $\overline{AB}$ অঙ্কন করে যেমন $\overleftrightarrow{RS}$ উপরে A ও $\overleftrightarrow{PQ}$ উপরে B থাকবে।

(iii) $\overleftrightarrow{RS}$ উপরে D বিন্দু স্থাপন কর। যেমন AB = AD হবে।

(iv) D বিন্দুতে $\overline{AB}$ সহিত সামন্তর $\overline{DC}$ অঙ্কন কর যেমন $\overleftrightarrow{PQ}$ উপরে C থাকবে চিত্র অঙ্কন সেটে ABCD রম্বস আঁকা হল।

পরীক্ষা-5. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় মধ্যে সম্বন্ধ নির্ণয় :

তিনটি ভিন্ন আকৃতি বিশিষ্ট রম্বস্ অঙ্কন কর ও সেগুলির চিত্র 3.22 নাম দাও। প্রত্যেক চিত্রে কর্ণ $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ অঙ্কন কর ও ছেদবিন্দুকে O বোলে নাম দাও।

$\angle AOD$ র পরিমাপ নির্ণিয় কর এবং $\overline{AO}, \overline{CO}, \overline{BO}, \overline{DO}$ দৈর্ঘ্য মাপ। নির্ণয় মাপগুলি নীচের ঘরে লেখো—

চিত্র নং	$m\angle AOD$	AO	CO	BO	DO
1					
2					
3					

সারণী—3.5

নীচে ঘরে দেখবে যে ABCD রম্বসে $m\angle AOD = 90°$ অর্থাৎ

$\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ কর্ণদ্বয় পরস্পর প্রতি লম্ব।

$AO = CO$ এবং $BO = DO$

অর্থাৎ $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডক করে।

উপরে (1) ও (2) পর্যবেক্ষণ জানলাম।

সিদ্ধান্ত-5. **একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডক করে।**

আয়তচিত্র কর্ণদ্বয় মধ্যে সম্বন্ধ।

আয়তচিত্রের বিশেষত্ব হচ্ছে এর প্রত্যেক কোন সমকোণ।

আয়তচিত্র অঙ্কন প্রণালী

তোমার কাজ

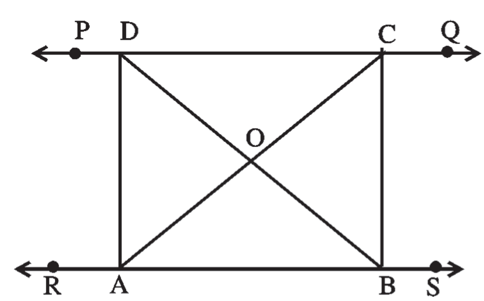
(i) সামন্তরিক চিত্র অঙ্কনের সেটটি :

(i) অনুরূপ $\overleftrightarrow{PQ} \| \overleftrightarrow{RS}$ রেখাদ্বয় আঁক।

(ii) $\overleftrightarrow{RS}$ উপরে যে কোনো দুটি বিন্দু A ও B স্থাপন কর।

(iii) A ও B থেকে $\overleftrightarrow{RS}$ প্রতি লম্ব অঙ্কন কর ও $\overleftrightarrow{PQ}$ সহিত অঙ্কন লম্বদ্বয় ছেদ বিন্দু যথাক্রমে D ও C দেখাও।

ABCD আয়তচিত্র অঙ্কন করো।



(চিত্র 3.23)

পরীক্ষা-6. একটি আয়তচিত্র কর্ণদ্বয়ের মধ্যে সমন্ধ নির্ণয়।

ভিন্ন ভিন্ন আকারে তিনটি আয়তচিত্র আঁক ও প্রত্যেকে 3.23 অনুরূপ দাও। প্রত্যেক ছবিতে কর্ণ $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ অঙ্কন করে ছেদ বিন্দুকে O বলে দেখাও।

$\overline{AC}, \overline{BD}, \overline{AO}, \overline{CO}, \overline{BO}, \overline{D}$ র দৈর্ঘ্য মেপে নীচের ঘরে লেখ।

চিত্র নং	AC	BD	AO	CO	BO	DO
1						
2						
3						

সারণী—3.6

নীচে দেখা যে ABCD আয়তচিত্রে AC = BD .... (1)

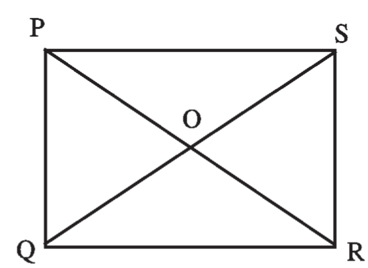
AO = CO এবং BO = DO .... (2)

(1) এ (2) আমরা নীচের হতে পারে।

সিদ্ধান্ত-6. **একটি আয়তচিত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান এবং সেদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ড করে।**

উদাহরণ-8. PQRS আয়তচিত্রের কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু O। যদি OQ = (2x + 4) একক এবং OP = (3x + 1) একক হয়। তবে x র মূল্য স্থির করে কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য স্থির কর।

সমাধান : PQRS আয়তচিত্রের কর্ণদ্বয় ছেদবিন্দু O।



(চিত্র 3.24)

এখানে $PR = QR \Rightarrow \frac{1}{2}PR = \frac{1}{2}QS$

$\Rightarrow PO = QO \quad \Rightarrow 3x + 1 = 2x + 4$

$\Rightarrow 3x - 2x = 4 - 1 \quad \Rightarrow \quad x = 3$ একক

$\therefore$ PQ = 3 একক $\Rightarrow$ 2PO = 6 একক = PR = 6 একক

$\therefore$ PR = QS = 6 একক

বর্গচিত্রের কর্ণদ্বয়ের মধ্যে সম্বন্ধ ঃ

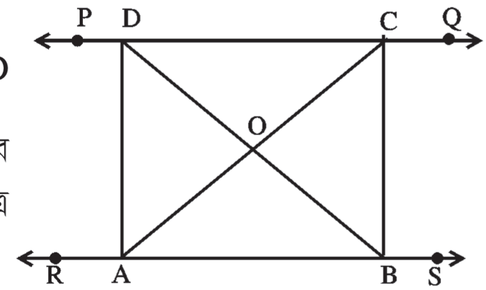
বর্গচিত্রের বাহুদের দৈর্ঘ্য সমান ও প্রত্যেক কোন সমকোন। অর্থাৎ এতে রম্বস তথা আয়তচিত্র উভয়ের স্বতন্ত্রের ঘটে। এর কর্ণদ্বয় মধ্যে থাকা সম্বন্ধে অনুধাবন করব।

বর্গচিত্র অঙ্কন প্রণালী :

তোমার কাজ

(i) আয়তচিত্র অঙ্কনের সেটের (η অনুরূপ $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{RS}$ আঁকো।)

(ii) $\overleftrightarrow{RS}$র যে কোনো একটি বিন্দু A তে দেখাও ও A থেকে $\overleftrightarrow{RS}$ প্রতি লম্ব আঁকো এবং সেই লম্ব ও $\overleftrightarrow{PQ}$ র ছেদবিন্দু D বোলে নাম দাও।



(iii) $\overleftrightarrow{RS}$ উপরে B বিন্দু স্থাপন কর যেন AB = AD

(iv) B বিন্দুতে $\overleftrightarrow{RS}$ প্রতি লম্ব আঁকো। এর লম্ব $\overleftrightarrow{PQ}$ র ছেদ বিন্দুকে C নামে নামাঙ্কিত কর। ABCD বর্গচিত্র পেলাম।

পরীক্ষা-7. একটি বর্গচিত্রে কর্ণদ্বয় মধ্যে সম্বন্ধ নির্ণয়।

তিনটি বর্গচিত্র অঙ্কন কর সেগুলির চিত্র 3.25 অনুরূপ নাম দাও। প্রত্যেক চিত্রে কর্ণ $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ অঙ্কন করে ছেদবিন্দুকে O নাওেম নামাঙ্কিত কর।

প্রত্যেক ছবিতে $\overline{AC}, \overline{BD}, \overline{AO}, \overline{CO}, \overline{BO}, \overline{D}$ র দৈর্ঘ্য এবং $\angle$AOD র পরিমাপ নির্ণয় করে মাপগুলির ঘরে লেখো।

চিত্র নং	m$\angle$AOD	AC	BD	AO	CO	BO	DO
1							
2							
3							

সারণী—3.7

উপরের ঘরে থেকে পাওয়া ABCD বর্গচিত্র M$\angle$AOD = 090° অর্থাৎ কর্ণ AC ও $\overline{BD}$ পরস্পর প্রতি লম্ব এবং AC = BD .... (1)

AO = OC এবং BO = OD ...... (2)

সিদ্ধান্ত-7. **একটি বর্গচিত্রর কর্ণদ্বয় সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট ও সেদুটি পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ড করে।**

সামন্তরিক চিত্র, রম্বস আয়চিত্র ও বর্গচিত্র এটি প্রত্যেক চিত্রে কর্ণদ্বয় মধ্যে থাকা সম্বন্ধকে লক্ষ্য কর।

(i) সামন্তরিক চিত্র আয়তচিত্র ও বর্গচিত্র এ সমস্ত ক্ষেত্রে কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ড করে।

(ii) রম্বস ও বর্গচিত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোন সমদ্বিখণ্ড করে।

(iii) আয়তচিত্রর কর্ণদ্বয় সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট।

(iv) বর্গচিত্রের কর্ণদ্বয় মধ্যে উপরিস্থ সম্বন্ধ আছে। অঙ্কন বর্গচিত্রের কর্ণদ্বয় সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট পরস্পর প্রতি লম্ব ও সমদ্বিখণ্ড করে।

3.4 বিভিন্ন স্বতন্ত্র চতুর্ভুজের কর্ণ মধ্যে থাকা সম্বন্ধ নির্ণয় :

(i) সামন্তরিক চিত্র কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ড করে।

(ii) রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোনে সমদ্বিখণ্ড করে।

(iii) আয়তচিত্রের কর্ণদ্বয় সমদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ও পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডক করে।

(iv) বর্গচিত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট, পরস্পর প্রতি লম্ব ও পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ড করে।

অনুশীলনী—3(b)

1. শূন্যস্থান পূরণ করো :

(a) ______ র কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ড করে।

(b) ______ র কর্ণদ্বয় পরস্পর প্রতি লম্ব এবং পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ড করে।

(c) _______ র কর্ণদ্বয় পরস্পর প্রতি লম্ব পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ড করে এবং সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট।

(d) ______ র কর্ণদ্বয় পরসম্পরকে সমদ্বিখণ্ডক করে, কিন্তু সমদৈর্ঘ্য হয় না।

(e) _____ র কর্ণদ্বয় সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট এবং পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডক করে।

(f) এক সামান্তরিক চিত্রের কর্ণদ্বয় সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট হলে, এর বিপরীত কোণদ্বয়ের পরিমাপের সমষ্টি ________।

(g) একটি চতুর্ভূজের কর্ণদ্বয় সমদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট পরস্পর প্রতি লম্ব এবং পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডক করে থাকলে এর দুটি ক্রমিক কোণের পরিমাপের সমষ্টি _______।

2. নীচের উক্তিদের মধ্যে সামন্তরিক চিত্রর জন্য যা সত্য তা কাছে T লেখ ও যার সত্য না তার কাছে F লেখো :

(a) বিপরীত কোণদ্বয়ের পরিমাপ সর্বদা সমান।

(b) বিপরীত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান।

(c) কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু সম্বন্ধীয় নির্দিষ্ট তথ্য কিছু না।

(d) দুটি ক্রমিক কোন পরস্পর পরিপূরক।

(e) দুটি ক্রমিক কোনের পরিমাপ পরস্পর সমান।

(f) প্রত্যেক কোন সমকোণ।

(g) একটি কর্ণ দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজদ্বয় মধ্যে একটি বাহুদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে অন্যটির বাহুদের দৈর্ঘ্য সহিত সমান।

3.নীচের উক্তিদের মধ্যে ঠিক উক্তির কাছে T ও ভুল উক্তির কাছে F লেখো :

(a) প্রত্যেক প্রকার সামন্তরিক চিত্রের সম্মুখীন কোণদ্বয়ের পরিমাপ সমান।

(b) সামন্তরিক চিত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ড করে।

(c) কোনো কোন সমকোণ না হওয়া একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট হবে না।

(d) সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান না থাকা আয়তচিত্র কর্ণদ্বয় সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট।

(e) বর্গচিত্রের কর্ণদ্বয় সমদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ও পরস্পর প্রতি লম্ব।

(f) এরকম সামন্তরিক চিত্র না যার কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ড করে না।

4. ABCD সামন্তরিক চিত্রের $M\angle A = 70°$ হলে, $\angle B$, $\angle C$ এবং $\angle D$ র পরিমাপ স্থির কর।

5. ABCD সামন্তরিক চিত্রের দুটি ক্রমিক কোনের পরিমাপের অনুপাত 2 : 3 হলে সামন্তরিক চিত্রের প্রত্যেক কোণের পরিমাপ স্থির কর।

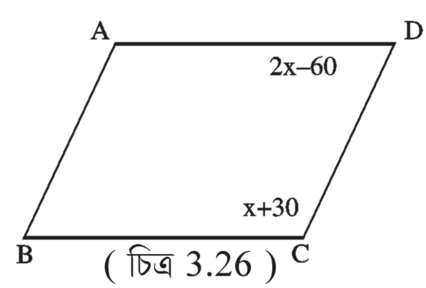
6. একটি চতুভূজের কোণদের পরিমাপ অনুপাত 1 : 3 : 7 : 9 হলে চতুভূজয়ের প্রত্যেক কোণের পরিমাপ স্থির কর।

7. কোনো একটি চতুভূজের কোণগুলির পরিমাপ সমান এবং চতুভূজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ড করেছে। চতুভূজটি কোন প্রকার চিত্র হবে কারণসহ দেখাও।

8. একটি রম্বসের একটি কোণের পরিমাপ 60° হলে দেখাও যে রম্বসটির ক্ষুদ্রতর কর্ণের দৈর্ঘ্য এর একটি বাহুর দৈর্ঘ্যসহ সমান হবে।

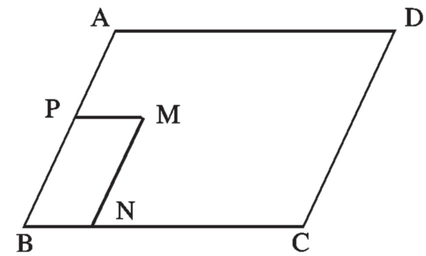
9. একটি চতুভূজের দুটি ক্রমিক কোণের পরিমাপ যথাক্রমে 60° এবং 80°। অন্য কোনদ্বয়ের পরিমাপ সমান হলে কোণদের পরিমাপ স্থির কর।

10. ABCD সামন্তরিক চিত্রের $\angle C$ ও $\angle D$ র পরিমাপ দেওয়া গেছে। প্রদত্ত মাপকে নিয়ে প্রত্যেক কোণের পরিমাপ স্থির কর।



(চিত্র 3.26)

11.ছবি 3.27 যে ABCD ও PBNM দুটি সামন্তরিক চিত্র। $m\angle D = 70^\circ$ হলে, $m\angle M$ ও $m\angle MNB$ কত স্থির কর।



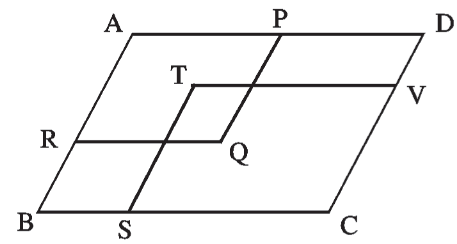
(চিত্র 3.27)

12. একটি সামন্তরিক চিত্রের দুটি ক্রমিক কোণের মধ্যে একটির পরিমাপ অন্য কোণের পরিমাপ তিনগুণ হলে, এর কোণগুলির পরিমাপ স্থির কর।

13. চিত্র 3.28 যে ABCD, APQR ও TSCV একটি একটি সামন্তরিক চিত্র—

(i) APQR এর কোন কোন কোণের পরিমাপ $m\angle C$ সহিত সমান?

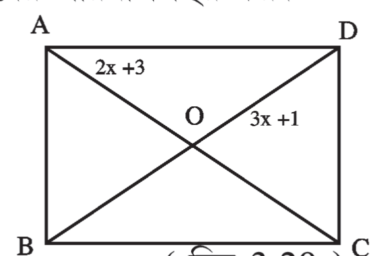
(ii) TSCV এর কোন কোন কোণের পরিমাপ $m\angle A$ সহিত সমান?



(চিত্র 3.28)

(iii) $m\angle T = 110^\circ$ হলে ABCD সামন্তরিক চিত্রের কোনদের পরিমাপ স্থির কর।

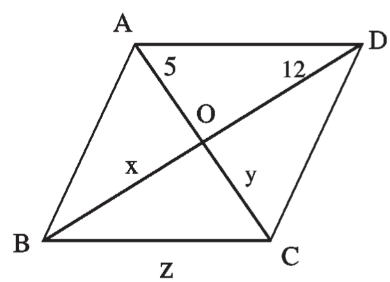
14. ABCD আয়তচিত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। $AO = 2x + 3$ একক এবং $OD = (3x + 1)$ একক হলে x এর মান স্থির কর এবং কর্ণদ্বয় দৈর্ঘ্য স্থির কর।



(চিত্র 3.29)

15. পাশের ছবিতে ABCD এই রম্বস

ছবির থেকে x, y এবং z র মান নির্ণয় কর।



(চিত্র 3.30)

16. (a) সেট্ স্কোয়ার, স্কেল এবং প্রোটাক্টর ব্যবহার করে একটি রম্বস আঁক। যার একটি কোণের পরিমাপ 60° এবং বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি।

(b) সেট্ স্কোয়ার, স্কেল এবং প্রোটাক্টর ব্যবহার করে একটি ছবি আঁক, যার একটি কোণের পরিমাপ 70° এবং দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 6.3 সেমি ও 4.5 সেমি।

(c) সেট্ স্কোয়ার, স্কেল এবং প্রোটাক্টর ব্যবহার করে একটি বর্গচিত্র আঁক যার বাহুর দৈর্ঘ্য 3.2 সেমি হবে।

অঙ্কন (CONSTRUCTION)

অধ্যায় ৪

4.1 কয়েকটি মৌলিক অঙ্কন :

জ্যামিতিতে স্কেল ও প্রোটাক্টর ব্যবহার যথাক্রমে **রুলের স্বীকার্য ও প্রোটাক্টর স্বীকার্য** দ্বারা অনুমোদিত। এই স্বীকার্য্য দুটি জ্যামিতিক আলোচনা তথা ব্যবহারে যুক্তিযুক্ত প্রতিপাদন করে। ইউক্লিড সংখ্যাতত্ত্ব মধ্যে জ্যামিতির রুলার বা প্রোটাক্টর স্বীকার্য্য কোনো সংখ্যা সমৃদ্ধ স্বীকার্য্য গ্রহণ করে না। জ্যামিতিক অঙ্কন জন্য ইউক্লিড দ্বারা অনুমোদিত দুটি মাত্র হচ্ছে রুলার ও কম্পাস। কেবল রুলর ও কম্পাস্ ব্যবহার করে অঙ্কনকে **ইউক্লিডও অঙ্কন (Euclidean construction)** বলা হয়

মহামনীষী ইউক্লিডর পদ অনুসরণ করে আমরা কেবল রুলার ও কম্পাস্ ব্যবহার করে কয়েকটি অঙ্কন করা ও মাপ কাজের জন্য কেবল স্কেল ও প্রোটাক্টর ব্যবহার করব।

1. রুলার ও কম্পাস্ সাহায্যে অঙ্কন :

(ক) প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় দিয়ে একটি সরলরেখা অঙ্কন।

(খ) প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় সংযোগে রেখাখণ্ড আঁকা।

(গ) প্রদত্ত রেখাখণ্ডে সমদ্বিখণ্ডীকরণ।

(ঘ) একটি প্রদত্ত কোণের সমদ্বিখণ্ডকরণ।

(ঙ) একটি প্রদত্ত কোণের সমপরিমাপ বিশিষ্ট অন্য একটি কোন আঁকা।

(চ) একটি প্রদত্ত রেখা সহিত সমান্তর করে তার বহিঃস্থ এক বিন্দু দিয়ে একটি রেখা আঁকা।

(ছ) একটি প্রদত্ত সরলরেখা বহিঃস্থ একটি বিন্দুর উক্ত সরলরেখা প্রতি লম্ব অঙ্কন।

4.2 ত্রিভুজ অঙ্কন

একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণ ও তিনটি বাহু থাকে। ত্রিভুজ অঙ্কনের জন্য সমস্ত মাপ আবশ্যক হয় না। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু দৈর্ঘ্য জানা থাকলে ত্রিভুজটি আঁকতে পারব। ত্রিভুজের দুটি কোণ ও একটি বাহু নিদিষ্ট হলে। ত্রিভুজটি আঁকা যাবে। ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ পরস্পর থেকে স্বতন্ত্র না। দুটি মাপ জেনে থাকা অন্যটি জানা পড়বে। তিনটি কোণের মাপের সমষ্টি 180° তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর থেকে আলাদা তাই তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যকে নিয়ে একাধিক ত্রিভুজ আঁকা যাবে।

(1) ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য থাকবে।

(2) ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও অন্তরগত কোণের মাপ থাকলে।

(3) একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও এর সংলগ্ন দুটি কোণ থাকলে।

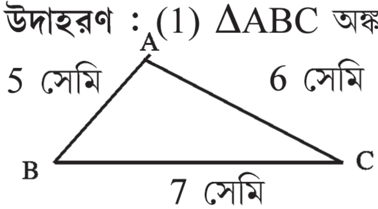
(4) একটি সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ দৈর্ঘ্য ও অন্য যে কোন একটি বাহুর দৈর্ঘ্য থাকলে।

সূচনা : ত্রিভুজ অঙ্কন করার আগে একটি রাফ চিত্র অঙ্কন কর। থাকা অংশগুলি মাপকে দেখালে তাকে বিশ্লেষণ চিত্র বলে। রাফ চিত্র নিজের সুবিধার জন্য করা যায়। মাত্র এর সাহায্যে অঙ্কন বিভিন্ন সোপানরে করা যায়।

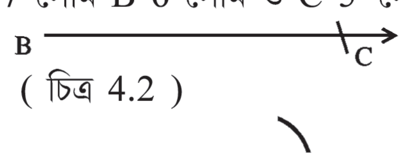
মনেরাখ ΔABC তে $\angle A$, $\angle B$ ও $\angle C$ সমষ্টির বাহু দৈর্ঘ্যকে যথাক্রমে a, b ও c সংস্কেত দ্বারা প্রকাশ করে।

ত্রিভুজ অঙ্কন : (i) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 থাকলে ত্রিভুজ অঙ্কন বাহু ______ বাহু _____ বাহু।

উদাহরণ : (1) ΔABC অঙ্কন কর যার A 7 সেমি B 6 সেমি ও C 5 সেমি।



(চিত্র 4.1) বিশ্লেষণ চিত্র



(চিত্র 4.2)

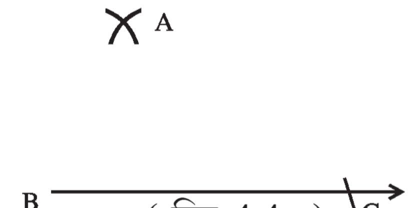
অঙ্কন প্রণালি :

(চিত্র 4.3)

(i) 7 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট BC অঙ্কন কর করে।

(ii) B কে কেন্দ্র করে 5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি চাপ আঁক।

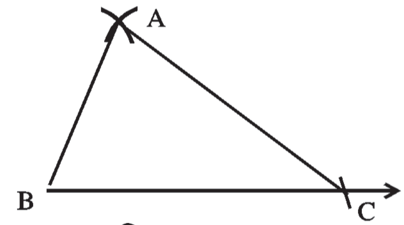
(iii) C কে কেন্দ্র করে ছয় সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি চাপ আঁকো যেমন B কে কেন্দ্র করে আঁকা হয়ে থাকে। চাপকে ছেদ করবে। ছেদ বিন্দুর নাম A দাও।



(চিত্র 4.4a)

(iv) AB ও AC অঙ্কন কর ΔABC পাওয়া গেল।

টিকা : B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে আঁকা জ্যাদ্বয় BC উভয়পার্শ্বে পরস্পরকে ছেদ করবে। ফলে A বিন্দু দুটি অবস্থিতি পারে। A যে কোন একটি অবস্থিতি কে নিয়ে ΔABC আঁকতে হবে। তোমাদের জানার জন্য আঁকাগুলি দেখানো হয়েছে।



(চিত্র 4.4(b))

নিজে করো :

নিজের দেখা প্রত্যেক প্রশ্নের তিনটি মাপ দেওয়া আছে। কোন তিনটিকে ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব না।

(1) 7 সেমি, 5 সেমি 6.3 সেমি।

(2) 7 সেমি, 4.5 সেমি 12 সেমি।

(3) 6.2 সেমি, 9.5 সেমি 9.5 সেমি।

বি. দ্র.- ত্রিভূজের যেকোন দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি ইহার তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যের থেকে বড়।

অনুশীলনী—4.A

(সমস্ত অঙ্কনের জন্য কেবল স্কেল ও কম্পাস ব্যবহার কর)

(1) ABC ত্রিভুজ অঙ্কন করো যেখানে a = 7 সেমি, b = 3.5 সেমি, c = 5 সেমি। A শীর্ষ বিন্দু এর থেকে $\overline{BC}$ বাহু প্রতি লম্ব আঁকো সেই লম্বর দৈর্ঘ্য মাপ।

(2) $\Delta ABC = AB = AC = BC = 6.1$ সেমি। ত্রিভুজ টি অঙ্কন করো। এর কোনগুলি মাপ নির্ণয় করো।

(3) ΔABC অঙ্কন কর যার BC = 5 সেমি, AB = AC = 6.3 সেমি, ত্রিভুজ টি অঙ্কন করো। $\overline{BC}$ সংলগ্ন কোনদ্বয়ের মাপ নির্ণয় করো।

(4) ΔLMN অঙ্কন কর যার LM = 5 সেমি, LN = 4.7 সেমি, MN = 6.1 সেমি। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এর কোনগুলির মাপ ও কোন কোনটি বৃহত্তম তা দেখাও।

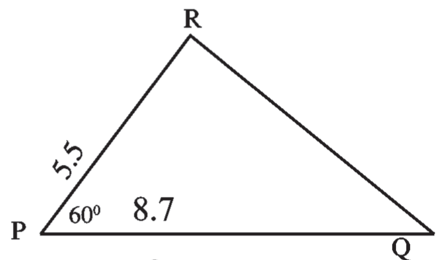
(5) একটি ত্রিভুজ আঁক যার তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5.8 সেমি, 4.7 সেমি ও 3.9 সেমি। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। 5.8 সেমি, 4.7 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয়ের অন্তরগত কোণের সমদ্বিখণ্ডক অঙ্কন কর।

(6) a = 6 সেমি, b = 7 সেমি ও c = 8 সেমি নিয়ে ΔABC আঁকো। ত্রিভুজের বাহুদের সমদ্বিখণ্ডক লম্ব আঁকো।

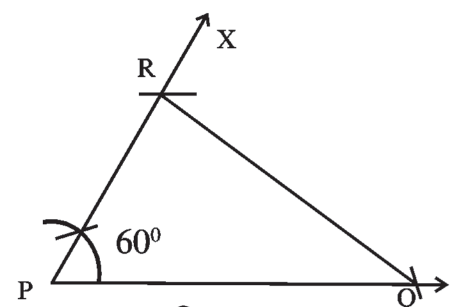
ত্রিভুজ অঙ্কন—2

দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও অন্তরগত কোণের পরিমাপ থাকলে। ত্রিভুজ অঙ্কন (বাহু ______ কোণ _____ বাহু)।

উদাহরণ : 2. ত্রিভুজ PQR অঙ্কন কর। যার PQ = 8.7 সেমি, PR = 5.5 সেমি ও $m\angle P$ কোণ = 60°



(চিত্র 4.5)



(চিত্র 4.6)

(1) 8.7 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট PQ আঁকো।

(2) $\overrightarrow{PX}$ অঙ্কন কর। যেমন $m\angle XPQ = 60°$

(3) P কে কেন্দ্র করে 5.5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট চাপ আঁকো যেমন PX কে ছেদ করবে। ছেদবিন্দু নাম R দাও এবং RQ আঁকো। ΔPQR পাওয়া গেল।

অনুশীলনী—4(b)

(1) ΔABC আঁকো যার a = 5.6 সেমি $m\angle B = 60°$, c = 6.3 সেমি। ত্রিভুজ টি অঙ্কন করে $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক আঁকো।

(2) ΔABC, AB = AC = 5.7 সেমি $m\angle A = 120°$ ত্রিভুজ টি অঙ্কন করে $\angle B$ ও $\angle C$ পরিমাপ লেখো। তাদের মধ্যে থাকা সম্পর্ক লেখো।

(3) ΔPQR অঙ্কন করো যার PQ = 7 সেমি, PR = 5.6 সেমি ও $M\angle P = 45°$ $\angle$টি অঙ্কন করে। R বিন্দু থেকে PQ প্রতি একটি লম্ব আঁকা।

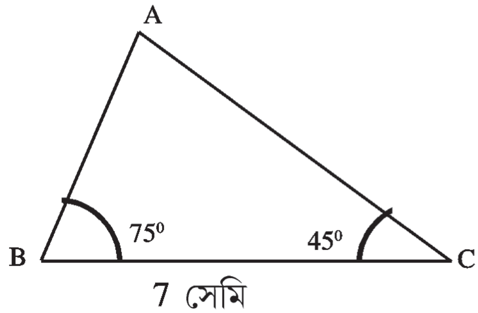
(4) ΔABC অঙ্কন কর যেমন $m\angle B = 75°$, AB = 3 সেমি, BC = 4 সেমি।

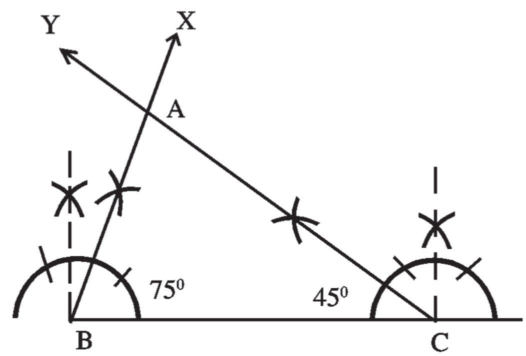
ত্রিভুজ অঙ্কন—3

একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও সেই বাহুর সংলগ্ন কোণদ্বয় পরিমাপ থাকলে ত্রিভুজ অঙ্কন (কোণ—বাহু—কোণ)

উদাহরণ—3

ΔABC অঙ্কন কর যার BC = 7 সেমি। $m\angle B = 75°$, $m\angle C = 45°$





অঙ্কন প্রণালি :

(i) 7 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট $\overline{BC}$ অঙ্কন কর।

(ii) $\overrightarrow{BX}$ অঙ্কন কর যেমন $M\angle CBX = 75°$ হবে।

(iii) $\overrightarrow{CY}$ অঙ্কন কর যেমন $M\angle BCY = 45°$ হবে।

(iv) $\overrightarrow{BX}$ ও $\overrightarrow{CY}$ ছেদবিন্দুর নাম A দাও।

সূচনা : ΔABC, $\overline{BC}$ বাহুর দৈর্ঘ্য $\angle A$ ও $\angle B$ পরিমাপ থাকলে $m\angle C = 180° - (m\angle A + m\angle B)$ নির্ণয় করা যাবে। ফলে ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও তিনটি কোন মধ্যে যে কোন দুটি কোনের মাপ থাকলে ত্রিভুজটি আঁকা যাবে।

অনুশীলনী—4(c)

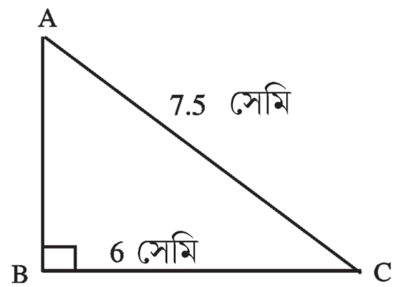
1. ΔABC অঙ্কন কর, যেমন a = 7.5 সেমি, $m\angle B = 75°$ ও $m\angle C = 30°$।
2. ΔABC অঙ্কন কর, যেমন a = 7.5 সেমি, $m\angle A = 60°$ ও $m\angle B = 75°$ ও c = 5.9 সেমি।
3. ΔABC র BC = 6.5 সেমি, $\overline{BC}$ প্রত্যেক সংলগ্ন কোনের মাপ = 75°। ত্রিভুজটি অঙ্কন করে $\overline{AB}$ ও $\overline{AC}$ র দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
4. ΔPQR অঙ্কন কর, যার PQ = 5.7 সেমি, $M\angle P = 60°$ ও $M\angle Q = 45°$।
5. b = 7 সেমি, $m\angle A = 60°$ ও $m\angle B = 75°$ নিয়ে ΔABC আঁক।

চিত্র অঙ্কন—4

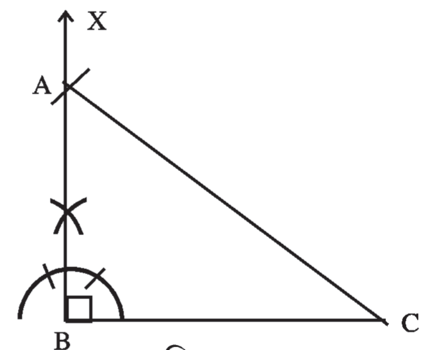
কর্ণ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য থাকলে, সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন। (সমকোন—কর্ণ—বাহু)

উদাহরণ—4

ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\overline{AC}$ কর্ণর দৈর্ঘ্য = 7.5 সেমি ও BC = 6 সেমি ত্রিভুজটি অঙ্কন করো।



(চিত্র 4.9)
(বিশ্লেষণ চিত্র)



(চিত্র 4.10)
(অঙ্কিত চিত্র)

অঙ্কন প্রণালী

(i) 6 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট $\overline{BC}$ অঙ্কন করো।

(ii) $\overrightarrow{BX}$ অঙ্কন করে যেমন $m\angle XBC = 90°$ হবে।

(iii) C কে কেন্দ্র নিয়ে 7.5 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি চাপ অঙ্কন কর ও সেটা $\overrightarrow{BX}$ কে ছেদ করে। ছেদবিন্দুর নাম A দাও।

(iv) $\overline{AC}$ অঙ্কন কর। এখন ΔABC পাওয়া গেল।

অনুশীলনী—4(d)

1. ABC সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার কর্ণ $\overline{AC}$ র দৈর্ঘ্য 5 সেমি ও BC = 3 সেমি। ত্রিভুজটি অঙ্কন করে $\overline{AB}$ দৈর্ঘ্য মাপ।

2. একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার কর্ণের দৈর্ঘ্য 8 সেমি ও অন্য একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5.1 সেমি।

3. ABC Δ অঙ্কন কর যেমন AB = BC = 5.6 সেমি। B বিন্দুর $\overline{AC}$ প্রতি অঙ্কিত লম্বর পদবিন্দু D। BD = 4 সেমি।

   সূচনা—ΔABD তে $\angle D$ সমকোণ ও এর কর্ণ $\overline{AB}$ দৈর্ঘ্য আছে। ত্রিভুজ অঙ্কন প্রণালী-4 প্রথমে ΔABD অঙ্কন কর। তারপর $\overline{AD}$ উপরে C বিন্দু নির্ণয় করে ΔABC অঙ্কন করো।

4. ΔABC তে AC = 5 সেমি। $\overline{AB}$ প্রতি লম্ব $\overline{CD}$। CD = 4 সেমি, BC = 6 সেমি। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

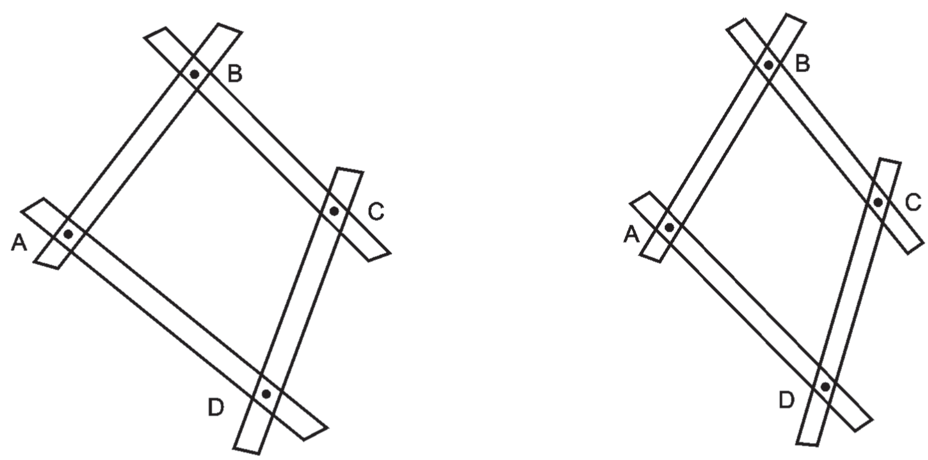
4.3 চতুর্ভূজ অঙ্কন :

আমরা ত্রিভুজ সম্বন্ধীয় তিনটি স্বতন্ত্র মাপ নিয়ে নির্দিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করতে পারব যেমন ত্রিভুজের (i) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য; (ii) দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও অন্তর্গত কোনের মাপ। (iii) একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও দুটি কোণের মাপ। (iv) সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ইত্যাদি।

একটি চতুর্ভূজের জন্য চারটি স্বতন্ত্র মাপ জানলে নির্দিষ্ট একটি চতুর্ভূজ অঙ্কন করা সর্বদা সম্ভব কি?

ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য মত চতুর্ভূজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য মধ্য চারটি স্বতন্ত্র মাপ। ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য জানলে আমরা নির্দিষ্ট ভাবে একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করতে পারব। তবে চতুর্ভূজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য জানলে নির্দিষ্ট ভাবে একটি চতুর্ভূজ আঁকতে পারব কি?

তোমার জন্য কাজ



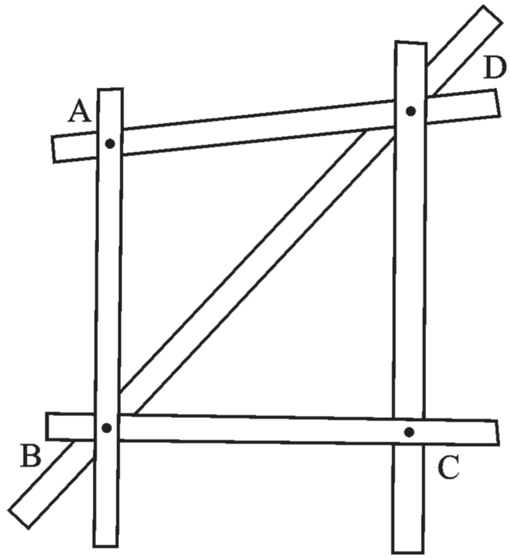
(ক) (খ)

(চিত্র 4.11)

(i) চারটি কাগজ পটি নাও। প্রতি কাগজের দুটি মাথায় দুটি রন্ধ্র কর। কাগজগুলি কে পিন দ্বারা মাথায় মাথায় জুড়ে চিত্র 4.11 (ক) মতন চতুর্ভূজ বানাও। এই চতুর্ভূজের চারটি বাহু দত্ত দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট।

(ii) চতুভূজের দুটি বিপরীত শীর্ষকে (A ও C) কে চেপে দাও। দেখবে চতুর্ভূজের আকৃতি বদলে গেছে। যদি এর চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য পূর্বের মত অপরিবর্তিত আছে। ছবিতে 4.11 (খ) দেখ এরকম চাপ দিয়ে একাধিক আকৃতি বিশিষ্ট ভিন্ন ভিন্ন চতুর্ভূজ গঠিত হতে পারবে।

(iii) উক্ত পর্যবেক্ষণে কি জানলে?



(চিত্র 4.11(গ))

(iv) অন্য একটি কাগজে নিয়ে আগে গঠিত হয়ে থাকা চতুর্ভূর্জ দুটি বিপরীত শীর্ষ B ও D সহিত সংযোগ কর। $\overline{BD}$ ABCD চতুর্ভূজের একটি কর্ণ।

(v) আবার কাগজগুলি দ্বারা গঠিত চতুর্ভূর্জয়ের চারদিক থেকে চাপ দিয়ে দেখ। গঠিত চতুর্ভূজের আকৃতি বদলানো সম্ভব না।

(vi) এখন থেকে কি লক্ষ্য করলে।

বি. দ্র. পরস্পর নিরপেক্ষ পাঁচটি অংশের মাপ থাকলে চতুর্ভূর্জটি আঁকা সম্ভব।

চতুর্ভূজ অঙ্কন সম্বন্ধীয় বিশ্লেষণ :

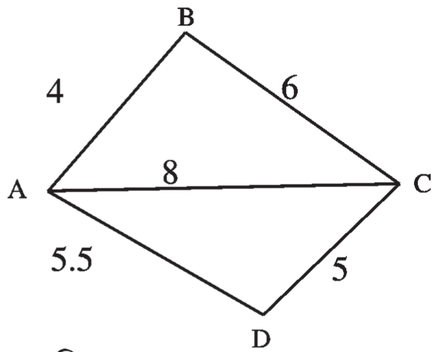
মাপটি ব্যবহার করে চতুর্ভূর্জটি অঙ্কন করার আগে একটি চতুর্ভূর্জের রাফ চিত্র অঙ্কন করে মাপগুলি সেই ছবিতে দেখাও। এই রাফ চিত্রকে দেখে স্থির কর প্রথমে চতুর্ভূজের কোন অংশটি অঙ্কন করবে বা কোন বাহুটির অঙ্কন আরম্ভ করব তা হলে অঙ্কন সহজ হবে।

চতুর্ভূজ অঙ্কন : চারটি বাহু ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য থাকলে, চতুর্ভূজ অঙ্কন।

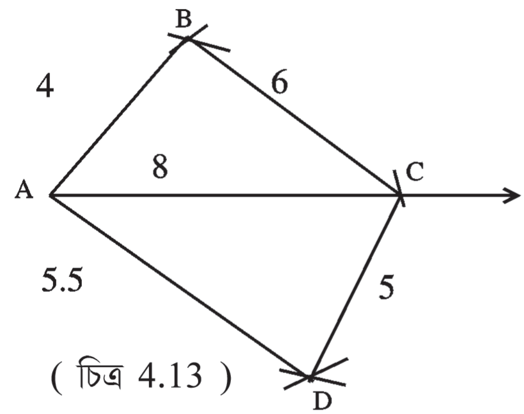
উদাহরণ-5

ABCD চতুভূজ অঙ্কন কর, যার AB = 4 সেমি, BC = 6 সেমি, CD = 5 সেমি, AD = 5.5 সেমি ও কর্ণ AC = 8 সেমি।

বিশ্লেষণ : ABCD চতুভূজের রাফ ছবি আঁক। তার $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}$ ও $\overline{AC}$ র মাপগুলি দেখাও। ΔABC ও ΔACD প্রত্যেকের তিনটি বাহু থাকায় আমরা কর্ণ $\overline{AC}$ উভয় পাশে ABC ও ACD ত্রিভুজদ্বয়কে অঙ্কন করতে পারব ও এর দ্বারা ABCD চতুর্ভূজ পাবে।



(চিত্র 4.12)
(বিশ্লেষণ চিত্র)



(চিত্র 4.13)
(অঙ্কিত চিত্র)

অঙ্কন প্রণালী :

(i) 8 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট $\overline{AC}$ অঙ্কন কর।

(ii) A কে কেন্দ্র করে 4 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি চাপ অঙ্ক কর।

(iii) C কে কেন্দ্র করে 6 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি চাপ আঁক। যেমন সেটা A কে কেন্দ্র করে অঙ্কিত চাপকে ছেদ করবে।

(iv) এখন A কে কেন্দ্র করে 5.5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট অন্য একটি চাপ $\overline{AC}$ যে পাশে B_আছ তার বিপরীত পাশে আবদ্ধ।

(v) C কে কেন্দ্র করে 5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট অন্য একটি চাপ আঁক। সেটা A কে কেন্দ্র করে অঙ্কিত 5.5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট চাপকে ছেদ করে। ছেদ বিন্দুর নাম D দাও।

(vi) $\overline{CD}$ ও $\overline{AD}$ অঙ্কন কর।

সূচনা—রাফ ছবিতে আমরা জানলাম যে $AB + BC > AC$ ও $AD + DC > AC$। তাই চতুর্ভূর্জটি অঙ্কন করা সম্ভব হল।

অনুশীলনী—4(e)

1. ABCD চতুর্ভূর্জ অঙ্কন কর, যেমন $AB = 4$ সেমি, $BC = 3$ সেমি, $AD = 2.5$ সেমি, $CD = 3$ সেমি ও $BD = 4$ সেমি।

2. ABCD চতুর্ভূর্জ অঙ্কন কর যার $AB = BC = 5.5$ সেমি, $CD = 4$ সেমি, $AD = 6.3$ সেমি এবং $AC = 9.4$ সেমি। চতুর্ভূর্জটি অঙ্কন করে $\overline{BD}$ র দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

3. একটি রম্বস অঙ্কন কর যার বাহুর দৈর্ঘ্য 4.5 সেমি এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 6 সেমি। রম্বসটি অঙ্কন করে তার অন্য কর্ণের দৈর্ঘ্য মেপে স্থির কর।

4. ABCD সামন্তরিক চিত্র অঙ্কন কর যার AB = 3 সেমি, BC = 4.2 সেমি ও কর্ণ $\overline{AC}$র দৈর্ঘ্য 6 সেমি।

নিজে করো :

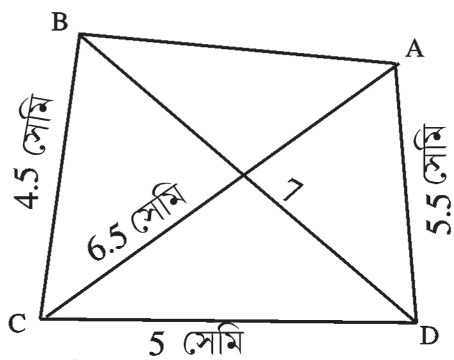
ABCD চতুর্ভূজ AB = 3 সেমি, BC = 4 সেমি, CD = 5.5 সেমি, DA = 6 সেমি এবং BD = 9 সেমি হলে চতুর্ভূজটি অঙ্কন সম্ভব কি, যদি না হয় কারণ দর্শাও।

চতুর্ভূজ অঙ্কন-2

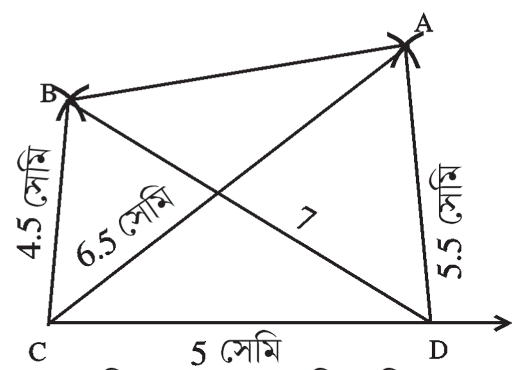
তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য থাকলে, চতুর্ভূজ অঙ্কন কর।

উদাহরণ-6

ABCD চতুর্ভূজ অঙ্কন কর যেমন BC = 4.5 সেমি, CD = 5 সেমি, DA = 5.5 সেমি, AC = 6.5 সেমি এবং BD = 7 সেমি।



(চিত্র 4.14) (বিশ্লেষণ চিত্র)



(চিত্র 4.15) (অঙ্কিত চিত্র)

বিশ্লেষণ চিত্র থেকে ΔACD ও ΔBCD দ্বয়ের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। তাই উভয় ত্রিভুজ অঙ্কন মাধ্যমে চতুর্ভূজ আঁকা যাবে।

অঙ্কন প্রণালী

(i) 5 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট $\overline{CD}$ অঙ্কন করো।

(ii) C কে কেন্দ্র করে 4.5 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে $\overline{CD}$র কোনো একটি পাশে একটি চাপ আঁক।

(iii) D কে কেন্দ্র করে 7 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি চাপ অঙ্কন কর। যেমন তা C কে কেন্দ্র করে অঙ্কিত চাপকে ছেদ করবে। ছেদ বিন্দুর নাম B দাও।

(iv) C কে কেন্দ্র করে 6.5 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি চাপ $\overline{CD}$র যে পাশে B আছে সে পাশে অঙ্কন কর।

(v) D কে কেন্দ্র করে 5.5 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি চাপ অঙ্কন কর ও তা C বিন্দুতে ছবি (iv) অঙ্কিত চাপকে ছেদ করবে, ছেদ বিন্দু নাম A।

(vi) $\overline{DA}, \overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ অঙ্কন কর। আবশ্যক মাপগুলি থেকে চতুর্ভূর্জ ABCD পাওয়া গেল।

অনুশীলনী—4(f)

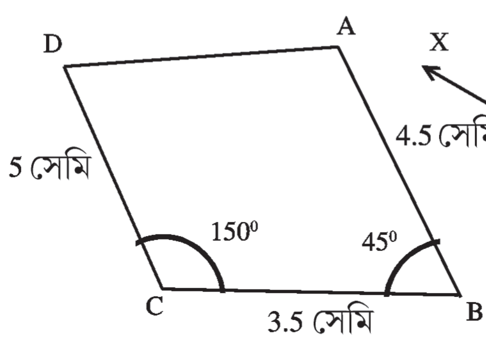
1. ABCD চতুর্ভূর্জ অঙ্কন কর, যার AB = 7.0 সেমি, BC = 5.5 সেমি, AD = 7.4 সেমি, AC = 8.0 সেমি ও BD = 8.5 সেমি।
2. PQRS চতুর্ভূর্জ অঙ্কন কর, যার QR = 7.5 সেমি, RP = PS = 6.0 সেমি, RS = 5 সেমি ও QS = 10 সেমি।
3. BC = 7.5 সেমি, AC = AD = 8.3 সেমি, CD = 6.5 সেমি ও BD = 11.0 সেমি মাপ নিয়ে ABCD চতুর্ভূর্জ আঁক।
4. ABCD চতুর্ভূর্জ অঙ্কন কর, যার BC = 2.6 সেমি, CA = 4.0 সেমি, AD = 3.5 সেমি, CD = 2 সেমি ও BD = 3.0 সেমি।
5. ABCD চতুর্ভূর্জে AB = 4.5 সেমি, CD = 6.0 সেমি, AD = 6.3 সেমি, BD = 5.0 সেমি ও AC = 5.5 সেমি। চতুর্ভূর্জটি অঙ্কন কর।

চতুর্ভূর্জ অঙ্কন-3

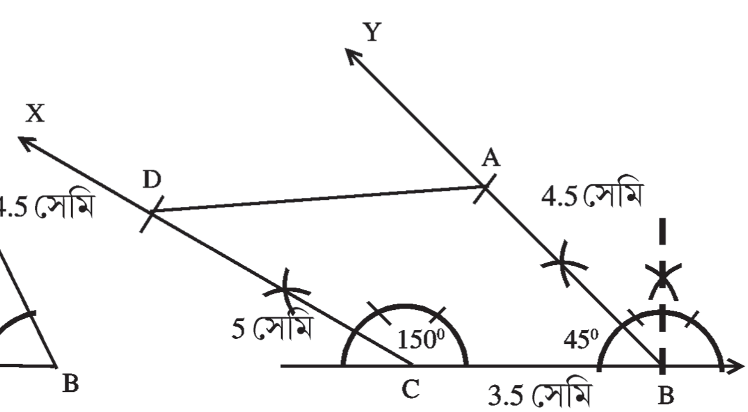
তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও সেই বাহুদের অন্তর্গত কোণদ্বয়ের পরিমাপ থাকলে চতুর্ভূর্জ অঙ্কন।

উদাহরণ-7

ABCD চতুর্ভূর্জ অঙ্কন কর, যার AB = 4.5 সেমি, BC = 3.5 সেমি, CD = 5 সেমি, $m\angle B = 45°$ ও $m\angle C = 150°$।



(চিত্র 4.16) (বিশ্লেষণ চিত্র)



(চিত্র 4.17) (অঙ্কিত চিত্র)

অঙ্কন প্রণালী :

(i) 3.5 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট $\overline{BC}$ অঙ্কন কর।

(ii) C বিন্দুর $\overrightarrow{CX}$ অঙ্কন কর যেমন $m\angle BCX = 150°$ হবে।

(iii) C কে কেন্দ্র করে 5 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি চাপ অঙ্কন কর ও সেট $\overrightarrow{CX}$ কে D বিন্দুর ছেদ করবে।

(iv) B বিন্দুতে $\overrightarrow{BY}$ অঙ্কন কর, যেমন $m\angle CBY = 45°$ হবে।

(v) B কে কেন্দ্র করে 4.5 সেমি ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি চাপ অঙ্কন কর ও তা $\overrightarrow{BY}$ কে A বিন্দুতে ছেদ করবে।

(vi) $\overline{AD}$ অঙ্কন কর। ABCD উদ্দিষ্ট চতুর্ভূজ।

অনুশীলনী—4(g)

1. ABCD চতুর্ভূর্জ অঙ্কন কর যার AB 3.5 সেমি, BC = 5.5 সেমি, CD = 5 সেমি এবং $m\angle B = 120°$, $m\angle C = 90°$.
2. PQRS চতুর্ভূর্জ অঙ্কন কর যার PQ = QR = 3 সেমি, PS = 5 সেমি, $m\angle P = 90°$, $m\angle Q = 105°$।
3. PQRS চতুভূজ অঙ্কন কর যার $m\angle Q = 45°$, $m\angle R = 90°$, PQ = 5.5 সেমি, QR = 5 সেমি এবং RS = 4 সেমি।
4. ABCD ট্রাপিজিয়াম অঙ্কন কর, যেমন $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, AB = 3.8 সেমি, BC = 6 সেমি, CD = 4 সেমি, এবং $m\angle B = 60°$.

নিজে কর :

(i) ΔXBC অঙ্কন কর যার XB = 7.6 সেমি, XC = 8 সেমি এবং BC = 6 সেমি।

(ii) $\overline{XB}$ ও $\overline{XC}$ মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A ও D স্থির কর।

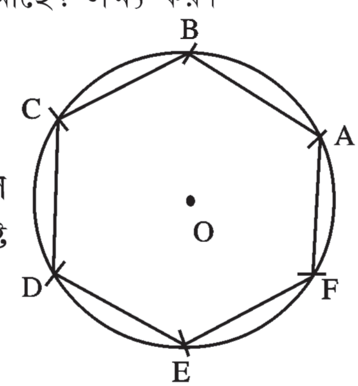
(iii) $\overline{AD}$ অঙ্কন কর।

(iv) $\angle XAD$ ও $\angle B$ র পরিমাপ মধ্যে একটি সম্পর্ক কি আছে? লক্ষ্য কর।

(v) অঙ্কিত ABCD চতুর্ভূর্জটি কোন প্রকারের চতুর্ভূর্জ হবে।

4.4 বৃত্তের মধ্যে সুষম ষড়ভূজের অর্ন্তলিখন :

যে বহুভূজের বাহুগুলি সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বা কোণগুলি সমপরিমাণ বিশিষ্ট তাকে সুষম বহুভূজ বলা যায়। ছয়টি বাহু বিশিষ্ট সুষম বহুভূজকে সুষম ষড়ভুজ বলে।



(চিত্র 4.18)

মনে রাখ : একটি চতুর্ভূজের শীর্ষবিন্দুগুলির একটি বৃত্তে অবস্থিত হলে তাকে বৃত্তাংশ লিখিত বহুভূজ বলে।

একটি বৃত্তে একটি সুষম ষড়ভুজের অর্ন্তলিখন করতে হলে আমাদের বৃত্ত উপরে ছয়টি বিন্দু মনে কর A, B, C, D, E, F এরকম ভাবে নির্ণয় করতে হবে। যেমন ABCDEF একটি সুষম বহুভূজ।

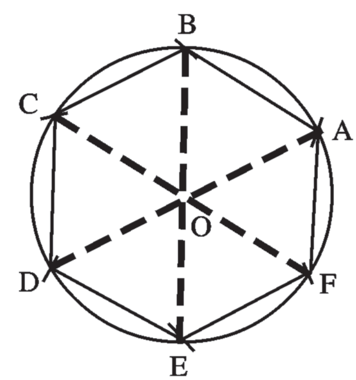
অঙ্কন প্রণালী : ছবি 4.18 দেখ। মনে কর বৃত্তের ব্যাসার্ধ r আছে—

(i) বৃত্ত উপরে যে কোনো একটি বিন্দু নিয়ে তার নাম A দাও।

(ii) A কে কেন্দ্র করে r একক ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি চাপ আঁক। এই চাপ বৃত্তকে ছেদ করে থাকা একটি বিন্দুর নাম B দাও। আবার B কে কেন্দ্র করে পূর্বে ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট চাপ আঁক। তা বৃত্তকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার নাম C দাও। এই ক্রমে বৃত্ত উপরে D, E, F বিন্দু নির্ণয় কর।

(iii) $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FA}$ রেখাখণ্ডগুলি অঙ্কন কর। ABCDEF বৃতান্তলিখিত ষড়ভূজ।

কয়েকটি জানার কথা



(চিত্র 4.18(ii))

(a) F কে কেন্দ্র করে r একটি ব্যাসার্ধ নিয়ে চাপ অঙ্কন করলে তা বৃত্তকে দুটি বিন্দুতে ছেদ করবে সেখানে একটি বিন্দু E ও অন্যটি A অটো তাই ষড়ভূজের বাহু ছয়টি সমদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট।

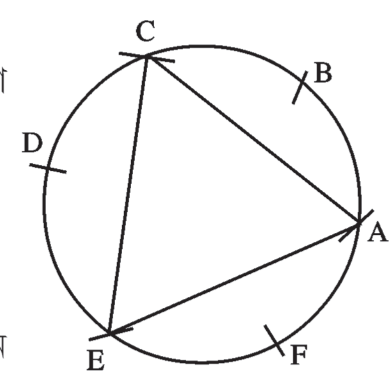
(b) চিত্র 4.18 (i) যে

OA = OB = OC = OD = OE = OF = r

সেরকম AB = BC = CD = DE = EF = FA = r

তাই ষড়ভুজের শীর্ষবিন্দু ও বৃত্তের কেন্দ্র Oর সংযোগকারী রেখাংশগুলি অঙ্কন করলে আমরা বৃত্তের অন্তদেশে ছয়টি সমবাহু ত্রিভুজ পাব।

সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণের পরিমাপ 60° হয়ে থাকা অঙ্কিত চতুভূজের প্রত্যেক কোণের পরিমাপ 120° অটো।



(চিত্র 4.19)

2. বৃত্ত মধ্যে সমবাহু ত্রিভুজের অর্ন্তলিখন

অঙ্কন প্রণালী

(i) সুষম ষড়ভুজ অঙ্কন প্রণালী প্রথম ও দ্বিতীয় সোপান অনুমান করে বৃত্ত উপরে A, B, C, D, E, F বিন্দু ক্রমিকভাবে অঙ্কন কর।

(ii) বিন্দুগুলি একটি ছাড়া একটিকে নিয়ে রেখাখণ্ড অঙ্কন কর। যেমন $\overline{AC}, \overline{CE}, \overline{EA}$ এক্ষেত্রে ΔACE বৃত্তন্তলিখিত সমবাহু ত্রিভুজ।

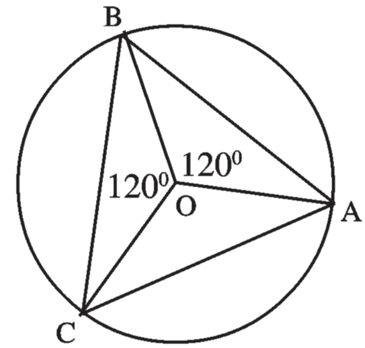
দ্রষ্টব্য : চিত্র 4.19 যে আমরা আরো একটি সমবাহু ত্রিভুজ অর্ন্তলিখ করতে পারব। তা হচ্ছে ΔBDF।

নিজে কর :

(i) একটি নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত অঙ্কন কর যার কেন্দ্র O হবে।

(ii) কেন্দ্র O কে শীর্ষ বিন্দু নিয়ে $\angle AOB$ অঙ্কন কর যার পরিমাপ 120° হবে।

(iii) কেন্দ্র O কে শীর্ষ বিন্দু নিয়ে $\angle BOC$ অঙ্কন কর যার পরিমাপ 120° হবে।



(চিত্র 4.20)

(iv) বৃত্ত উপরিস্থ A, B ও C কে চিহ্নিত কর এবং $\overline{AB}, \overline{BC}$ ও $\overline{CA}$ অঙ্কন করে ত্রিভুজ ABC অঙ্কন করে ত্রিভুজ ABC সম্পূর্ণ কর।

(v) বর্তমান ত্রিভুজ ABC বৃত্তে অর্ন্তলিখিত হল।

3. বৃত্ত মধ্যে বর্গচিত্র অর্ন্তলিখন :

পরস্পর প্রতি লম্ব দুটি ব্যাস অঙ্কন করে বৃত্ত মধ্যে বর্গচিত্র অঙ্কন কর। প্রথমে বৃত্ত অঙ্কন করে নীচে প্রণালী অনুমান কর।

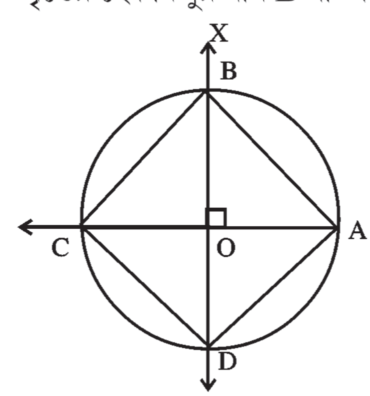
(i) মনে কর বৃত্তের কেন্দ্র O বৃত্তের উপরে যে কোনো বিন্দু A নিয়ে $\overline{AO}$ অঙ্কন কর তা বৃত্তকে ছেদ করার বিন্দু নাম C দাও। বৃত্তের $\overline{AC}$ একটি ব্যাস।

(ii) $\overrightarrow{OX}$ অঙ্কন কর, যেমন $\angle AOX$ একটি সমকোণ হবে। $\overrightarrow{OX}$ ও বৃত্তের ছেদ বিন্দুর নাম B দাও।

(iii) $\overline{BO}$ অঙ্কন কর, তা বৃত্তকে ছেদ করে থাকা বিন্দুর নাম D দাও। $\overline{BD}$ বৃত্তর আর একটি ব্যাস যেমন $\overline{AC} \perp \overline{BD}$।

(iv) $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ ও $\overline{DA}$ অঙ্কন কর।

ABCD আবশ্যক বৃত্তান্যলিখিত বর্গচিত্র।



(চিত্র 4.21)

অনুশীলনী—4(h)

1. 4 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত মধ্যে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অর্ন্তলিখন কর।
2. 4 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত একটি বর্গচিত্র অর্ন্তলিখন কর।
3. 10 সেমি ব্যাস বিশিষ্ট বৃত্তে একটি সুষম ষড়ভুজ অর্ন্তলিখক কর।

পরিমিতি (MENSURATION)

অধ্যায় ৫

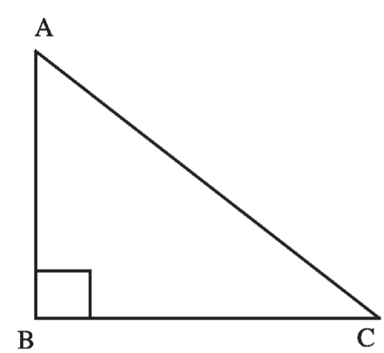
5.1 উপক্রমিকা : (Introduction

তোমরা বিভিন্ন সামতলিক চিত্রের পরিসীমা এবং ক্ষেত্রফল কাকে বলে এবং সেগুলির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল কিভাবে নির্ণয় করা যায় সে বিষয়ে আভাস পেয়েছো। বিভিন্ন প্রকারের ত্রিভুজ ও চতুর্ভূজের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা উক্ত অধ্যায় প্রথম উদ্দেশ্য। এছাড়া সমঘন, আয়তঘন প্রভৃতি ঘন পদার্থের ঘনফল এবং পৃষ্ঠতলয়ের ক্ষেত্রফল সম্বন্ধে আলোচনা এ অধ্যায় একটি অন্য উদ্দেশ্য। ত্রিভুজ ও চতুর্ভূজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার জন্য কয়েকটি ক্ষেত্রের উক্ত সামতলিক ক্ষেত্রর বাহুর দৈর্ঘ্য এবং কোনের পরিমাপের আবশ্যকতা পড়ে। তাই প্রথমে উপরের সামতলিক চিত্র সম্বন্ধে কয়েকটি আলোচনা করব।

5.2 পিথাগোরাসঙ্ক উপপাদ্য ও এর প্রয়োগ :

(A) সমকোণী ত্রিভুজ :

ΔABC র $\angle B$ সমকোণ ও $\overline{AC}$ কর্ণ (hypotenuse)। $\angle B$ র সংলগ্ন বাহুদ্বয় $\overline{AB}$ ও $\overline{BC}$ মধ্যে কে ভূমি ও $\overline{AB}$ কে লম্ব (perpendicular) বলা যায়। লম্বর দৈর্ঘ্যকে ত্রিভুজের উচ্চতা বলা যায়।



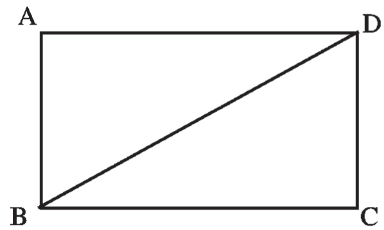
(চিত্র 5.1)

উপরের বাহুদের ইংরাজী প্রতিশব্দ মূল অক্ষর p, b ও h যথাক্রমে সমকোণী ত্রিভুজে উচ্চতা, ভূমির দৈর্ঘ্য ও কর্ণর দৈর্ঘ্যকে সূচিত করা যায়। সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদের মধ্যে সম্বন্ধ প্রতিপাদন করার জন্য সুপ্রসিদ্ধ উপপাদ্য হল—

একটি সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণের দৈর্ঘ্যের বর্গ এর অন্য দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি সহিত সমান।

ভারতীয় **গণিতজ্ঞ বৈধখান** সাধারণ রূপে অনেক উদাহরণ দিয়ে দেখিয়েছিলেন যে **একটি আয়তক্ষেত্রর কর্ণ উপরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার দুই বাহু উপরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র ক্ষেত্রফলের সমষ্টি সহিত সমান।**

ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। এর BD কর্ণ উপরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এর $\overline{AD}$ ও $\overline{AB}$ উপরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রর ক্ষেত্রফলের সমষ্টি সহিত সমান।



(চিত্র 5.2)

পিথাগোরিয় ত্রয়ী : (Pythagorean Triple)

সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদের মধ্যে থাকা সম্পর্ক $P^2 + B^2 = H^2$ যে তিনটি গনন সংখ্যা ছাড়া সিদ্ধ হয়। তাকে পিথাগোরিয় ত্রয়ী বলে।

উদাহরণ : $3^2 + 4^2 = 5^2$ একটি ত্রিভুজে বাহুদের দৈর্ঘ্য 34, 05 হলে তা একটি সমকোণী ত্রিভুজ। অন্যপক্ষে একটি ত্রিভুজের 3 একক ওদের একক বাহুদ্বয়ের অন্তরগত কোনটি সমকোণ হলে। অন্য বাহুর দৈর্ঘ্য 5 উপর একক হবে। $AC^2 + BC^2 + BC^2$, $a^2 = p^2$

$$h^2 = P^2 + b^2 \text{ বা } h = \sqrt{P^2 + b^2} \qquad \text{........(1)}$$

$$P^2 = h^2 + b^2 \text{ বা } P = \sqrt{h^2 - b^2} \qquad \text{........(2)}$$

$$b^2 = h^2 + P^2 \text{ বা } b = \sqrt{h^2 - P^2} \qquad \text{........(3)}$$

(1), (2), (3) মতোর দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজের যে কোন দুটি বাহু দৈর্ঘ্য জানা থাকলে অন্য বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করবে।

(3, 4, 5), (5, 12, 13), (7, 24, 25), (8, 55, 57), (9, 40, 41) প্রত্যেক ত্রয়ী সংখ্যাগুলি পরস্পর মৌলিক তাই উপরে ত্রয়ীগুলিকে **মৌলিক পিথাগরিয় ত্রয়ী** বলে।

মনে কর : m ও n দুটি গণনো সংখ্যা যেখানে $m>n$। ত্রয়ী সংখ্যাগুলি হলো। $m^2 - n^2$, 2mn ও $m^2 + m^2$ দুটি গনোন সংখ্যা 2 ও। এবং $2 >1$। ত্রয়ী সংখ্যাগুলি $2^2 - 1^1$; $2 \times 2 \times 1$ ও $2^2 + 1^2$

ত্রয়ীটি (3, 4, 5) সেরকম অন্য দুটি গণন সংখ্যা নিয়ে পরীক্ষা করে দেখো।

a, b ও c একটি পিথাকরিয় তৈরী হলে (ka, kb ও kc) একটি পিথাগোরিয় ত্রয়ী হবে। যেখানে k শূন্য ব্যতিত অন্য এক ধ্রুবক

মনে কর K = 10 পিথাগোরিয় ত্রোয়টি 3, 4, 5 তবে 30, 40, 50 মধ্যে একটি পিথাগোরিয় ত্রয়ী সংখ্যাগুলি পরস্পর মৌলিক না। তাই এটি একটি মৌলিক ত্রয়ী না। সেরকম অনের পিথাগোরিয় ত্রয়ী আমরা স্থির করব।

a, b, c একটি পিথাগোরিয় ত্রয়ী হলে $\frac{a}{k}, \frac{b}{k}, \frac{c}{k}$ ও একটি পিথাগোরিয় ত্রয়ী হবে।

অন্য পক্ষে বললে। **একটি ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গ অন্য দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি সহ সমান হলে বৃহত্তম বাহুর সম্মুখ কোনের পরিমাপ 90° হবে। অর্থাৎ ত্রিভুজটি সমকোণী হবে।** উদাহরণ স্বরূপ 5, 12 ও 13 একক বৈশিষ্ট একটি সমকোণী ত্রিভুজ ও 13 একক বৈশিষ্ট্য বাহু সম্মুখীন কোনটি সমকোণ।

নিজে কর : দশটি পিথাগোরিয় ত্রয়ী নির্ণয় কর।

সমাহিত প্রশ্নাবলি

উদাহরণ : (i) একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোন সংলগ্ন বাহুরদ্বয় দৈর্ঘ্যে 25 cm ও 6 cm হলে তা কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

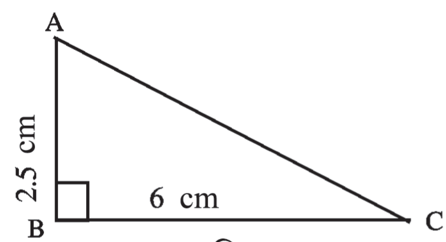
সমাধান চিত্র 5.3 কে ABC সমকোণী ত্রিভুজ কোণ B সমকোণ মনে করে AB = 2.5 cm, BC = 6 cm,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= 2.5^2 + 6^2 = 6.25 + 36 = 42.25$

$\therefore$ AC = $\sqrt{42.25}$ = 6.5

$\therefore$ নির্ণেয় কর্ণের দৈর্ঘ্য 6.5 cm



(চিত্র 5.3)

উদাহরণ (ii) একটি ত্রিভুজ তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4.5 cm ও 7.5 cm

ত্রিভুজটি সমকোণী যদি উত্তর না হয়। তবে কোন বাহুটি ত্রিভুজের কর্ণ হবে।

সমাধান : Δ তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 cm, 4.5 cm ও 7.4 cm

ত্রিভুজটি সমকোণী হবে যদি $6^2 + 4.5^2 = 7.5^2$ হবে।

$= 6^2 + 4.5^2 = 36 + 20.25 = 56.25$

মাত্র $7.5^2 = 56.25$।

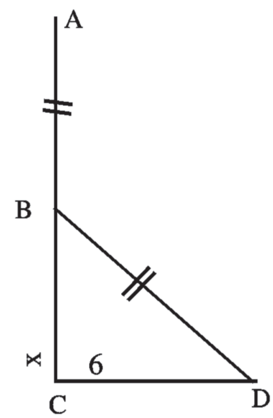
$6^2 + 4.5^2 = 7.5^2$ সর্তটি পূরণ হয়ে থাকার জন্য ত্রিভুজটি সমকোণী

বৃহত্তম বাহু কর্ণদৈর্ঘ্য 7.5 cm।

উদাহরণ : (3)

প্রবল ঝড়ে একটি সোজা নারকেল গাছ ভেঙে পড়ায় ভগ্ন অংশটি গোড়া সহিত লেগে থেকে অগ্রভাগ 6 মিটার দূরে ভূমিকে স্পর্শ করে। ভেঙে যাওয়া অংশটি দৈর্ঘ্য মাটির উপরে থাকা অংশে দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 2 মিটার অধিক হলে গাছটি উচ্চতা কত?

সমাধান :



(চিত্র 5.4)

মনে কর BC = X মিটার,

AB = BD = X + 2 মিটার

BCD সমকোণী ত্রিভুজে 6 মিটার BC = X মিটার

এবং BD = (X + 2) মিটার

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে $BD^2 - BC^2 = CD^2$

$(X + 2)^2 - x^2 = 6^2$

$\Rightarrow X^2 + 4X + 4 - X^2 = 36$

$\Rightarrow 4X + 4 = 36 \Rightarrow 4x = 36 - 4$

$\Rightarrow 4X = 32 \Rightarrow X = \frac{32}{4} = 8$

X = 8 মিটার।

$\therefore$ গাছের উচ্চতা = x + x + 2 = 8 + 8 + 2 = 18 মিটার।

বি. দ্র. : $(x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2) = x(x + 2) + 2(x + 2) = x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$.

উদাহরণ 4. একটি পুকুরে ফুটে থাকা একটি পদ্মফুল জলের উপরে 2 ডেসি মিটার দেখা যাচ্ছে। হাওয়া বয়ে তা 8 ডেসিমিটার দূরে জল সহিত বয়ে গেল। পুকুরে জলে গভীরতা নির্ণয় করো।

সমাধান : AB পদ্মফুলে প্রথম অবস্থা। AC অংশ জলের উপর এবং BC অংশ জলের ভেতরে বায়ুর দ্বারা চালিত হয়ে অবস্থান AB পরিবর্তে BD হলে এবং এটি D বিন্দুতে জলে মিশে গেল।

$\therefore$ AB = BD, CD = R ডেসিমিটার।

AB = 2 ডেসিমিটার মনে কর জলের গভীরতা BC = x ডেসিমিটার।

$\therefore$ AB = BC + AB = X + 2 ডেসিমিটার।

$\therefore$ BD = (x + 2) ডেসিমিটার।

$\therefore$ পদ্মফুলটি জলপৃষ্ঠ সহিত লঘু ভাবে অবস্থিত।

$\therefore$ BCD সমকোণী ত্রিভুজের, $BD^2 - BC^2 = CD^2$

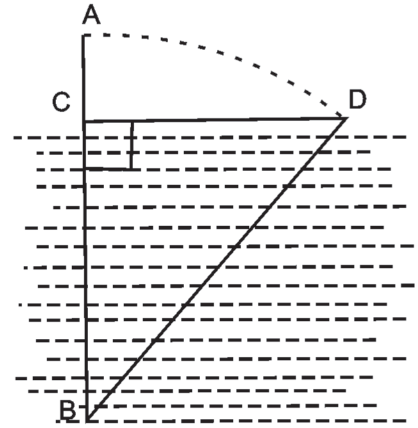
$\Rightarrow (x + 2)^2 - x^2 = (8)^2$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 = 64$

$\Rightarrow 4x + 4 = 64$

$\Rightarrow 4x = 60 \quad \Rightarrow x = \frac{60}{4} = 15$

$\therefore$ জলের গভীরতা 15 ডেসিমিটার।



(চিত্র 5.5)

অনুশীলনী—5(a)

1. কয়টি সমকোণী ত্রিভুজয়ের সমকোণী সংলগ্ন বাহু দুটির দৈর্ঘ্য নিম্নে দেওয়া আছে। পিথাগোরাস ত্রয়ী সাহায্যে প্রত্যেক সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

   (i) 3 মি ও 4 মি (ii) 5 সেমি ও 12 সেমি (iii) 7 সেমি ও 24 সেমি
   (iv) 8 মি ও 15 মি (v) 1.5 সেমি ও 2 সেমি (vi) 10 সেমি ও 24 সেমি

2. নীচের সমকোণী ত্রিভুজে যথাক্রমে কর্ণের দৈর্ঘ্য ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে।

   (i) 2.5 সেমি ও 2.4 সেমি (ii) 4.1 মি ও 4 মি (iii) 12.5 মি ও 10 মি
   (iv) 125 মি ও 100 মি (v) 299 মি ও 276 মি

3. নীচের কতগুলি ত্রিভুজের বাহুদের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। প্রমাণ কর যে প্রত্যেক একটি লেখা সমকোণী ত্রিভুজ।

   (i) 11 সেমি, 60 সেমি ও 61 সেমি (ii) 0.8 মি, 1.5 মি ও 1.7 মি
   (iii) 0.9 ডেমি, 4 ডেমি ও 4.1 ডেমি (iv) 0.7 সেমি ও 2.4 সেমি ও 2.5 সেমি

4. ABC ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। প্রথমে পরীক্ষা করে দেখ ABC এক সমকোণী ত্রিভুজ কী। যদি উত্তর 21 হয় তবে ত্রিভুজের কোন কোণের পরিমাপ 90° হবে।

   (i) AB = 3 সেমি, BC = 4 সেমি এবং CA = 5 সেমি

   (ii) CA = 5 সেমি, AB = 12 সেমি এবং BC = 13 সেমি

   (iii) BC = 7 সেমি, CA = 24 সেমি এবং AB = 25 সেমি

   (iv) BC = 9 সেমি, AB = 40 সেমি এবং AC = 41 সেমি

   (v) AB = 8 সেমি, BC = 15 সেমি এবং CA = 17 সেমি

5. একজন ব্যক্তি A স্থান থেকে বেরিয়ে পূর্ব দিকে 50 মিটার গতি করার পর সেখানে উত্তর দিকে 120 মিটার গতি করে B নামক স্থানে পৌঁছালো। A থেকে B দূরত্ব কত?

6. 20 মিটার উচ্চ একটি তালগাছ ঝড়ে নেমে পড়ে তার অগ্রভাগ সেই গাছের মূল থেকে 12 মিটার দূরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের অগ্রভাগকে স্পর্শ করল। স্তম্ভটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

7. একটি বাড়ির বাইরের দেওয়ালে নীচে 8 মিটার দূরে একটি সিড়ি রেখে দেওয়ালে লাগিয়ে দিলে। সিড়ির অগ্রভাগ দেওয়ালের উপরিভাগকে স্পর্শ করে। সিড়িটির দৈর্ঘ্য 10 মিটার হলে দেওয়ালের উচ্চতা স্থির কর।

8. একটি ঘরের দুটি বিপরীত দেওয়ালের উচ্চতা যথাক্রমে 25 ডেসিমি ও 64 ডেসিমি। দেওয়াল দুটির উপরিভাগে লেগে থাকা একটি সোজা কড়ির দৈর্ঘ্য 65 ডেসিমি হলে, ঘরের প্রস্থ নির্ণয় করো।

9. একটি পুকুরে থাকা একটি পদ্মকুড়ির অগ্রভাগ জলের উপরে 1 মিটার দেখা যাচ্ছিল। কিন্তু বায়ুদ্বারা এই কুড়িটি আস্তে আস্তে সরে 3 মিটার দূরে জলস্তরে সঙ্গে মিশে গেল। পুকুরের জলের গভীরতা নির্ণয় করো।

10. একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 32 সেমি তার কর্ণের দৈর্ঘ্য অন্য বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 8 সেমি বৃহত্তর হলে, কর্ণের দৈর্ঘ্য স্থির কর।

(B) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান হলে উক্ত ত্রিভুজটিকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলা যায়। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সময় দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট বাহুদ্বয়ের অন্তর্গত কোন একটি সমকোণ হলে উক্ত ত্রিভুজকে সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে।

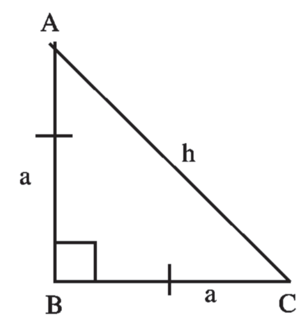
সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের কর্ণ ঃ

ΔABC একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

মনে কর $AB = BC = a$ একক এবং $AC = h$ একক।

$\therefore \; AC^2 = AB^2 + BC^2$ তবে $h^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

$\Rightarrow h = \sqrt{2}a \;\; \Rightarrow a = \dfrac{h}{\sqrt{2}}$ একক



(চিত্র 5.6)

কর্ণের দৈর্ঘ্য (h) = বাহুর দৈর্ঘ্য $\times \sqrt{2}$ অর্থাৎ বাহুর দৈর্ঘ্য = $\dfrac{\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য}}{\sqrt{2}}$

সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $= AB + BC + CA = a + a + \sqrt{2}a$

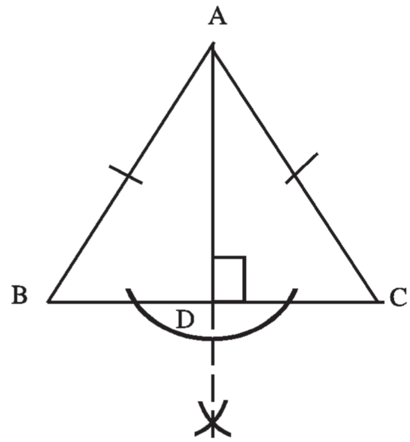
$= 2a + \sqrt{2}a = \sqrt{2}a\left(\sqrt{2}+1\right)$ একক

সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = $\sqrt{2} \times$ সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $\left(\sqrt{2}+1\right)$

নিজে করো : তোমার খাতায় তিনটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করে যাদের সমান বাহু দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সেমি, 4 সেমি ও 5 সেমি হবে। প্রত্যেক ক্ষেত্রে কর্ণকে মেপে $\sqrt{2}$ র অসমান দশমিক একটি স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা ঃ

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান দুটি বাহু ভিন্ন অন্য বাহুকে মাধ্যমে এর ভূমি বলে। কত রকম পরীক্ষা দ্বারা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ভূমির বিপ্রতীপ শীর্ষবিন্দুর ভূমি প্রতি অঙ্কিত লম্ব সম্বন্ধীয় তত্য জানব।



(চিত্র 5.7)

ভিন্ন ভিন্ন মাপ নিয়ে তিনটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর। (5.7 চিত্রে দেখানো তিনটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর, তাদের অনুরূপ নাম দাও) প্রত্যেক চিত্রে A বিন্দুর $\overline{BC}$ প্রতি $\overline{AD}$ লম্ব অঙ্কন কর। ত্রিভুজটি তিনটিকে (i), (ii), (iii) দ্বারা চিহ্নিত কর।

প্রত্যেক স্থলে সমান বাহুদ্বয় $\overline{AB}$ ও $\overline{AC}$ রূপে নামিত হচ্ছে। প্রত্যেক চিত্রে BD ও DC মেপে নীচের ঘরে লেখো।

চিত্র নং	BD	DC
(i)		
(ii)		
(iii)		

সারণী—5.1

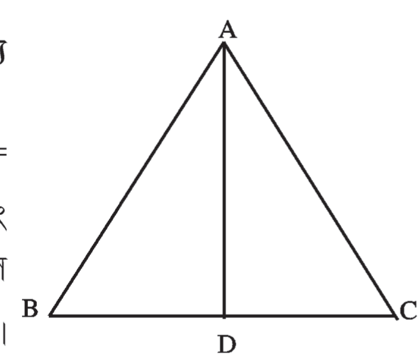
এই সারণী দেখব যে, প্রত্যেক চিত্রে BD = DC। **একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির বিপরীত শীর্ষবিন্দুর ভূমি প্রতি অঙ্কিত লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ড করে।**

অনুসিদ্ধান্ত : একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক শীর্ষ বিন্দুর বিপরীত বাহু প্রতি অঙ্কিত লম্ব উক্ত বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা ভূমি ও সমান বাহুদের মধ্যে সম্পর্ক :

ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ছবি 5.8 দেখ। AB = AC ও $\overline{BC}$ প্রতি $\overline{AD}$ লম্ব হবে। ΔABC র ভূমি $\overline{BC}$ এবং উচ্চতা AD। AB = AC = a একক ও BC = b একক। ফলে BD = DC = $\frac{1}{2}$ b একক এবং ΔADC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

$\therefore\ AD^2 = AC^2 - DC^2$



(চিত্র 5.8)

$= a^2 - \left(\frac{1}{2}b\right)^2 = a^2 - \frac{1}{4}b^2 \qquad \therefore\ AD = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}b^2}$ একক

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা = $\sqrt{(\text{সমান বাহুর দৈর্ঘ্য})^{২} - (\text{অদ}}$
$= \sqrt{(\text{সমান বাহুর দৈর্ঘ্য})^{২} - \frac{১}{৪}(}$

টীকা : যদি AB = BC = CA = a একক হয় তবে ত্রিভুজটি সমবাহু।

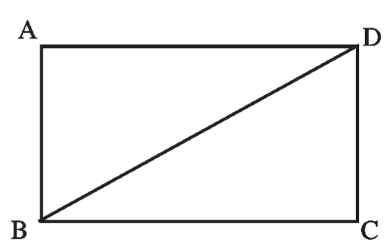
b = a হবে এবং AD = $\sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{}$ হবে।

অর্থাৎ $\boxed{\text{সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{ প্রত্যেক বাহু দৈর্ঘ্য)}}$

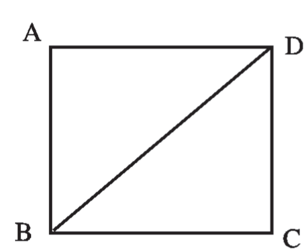
নিজে কর :

(i) ΔABC তে AB = AC = 5 সেমি, BC = 8 সেমি হলে AD উচ্চতা কত?
(ii) ΔABC র AC = AB = BC = 4 সেমি হলে ত্রিভুজের উচ্চতার AD কত।
(iii) ΔABC র AB = AC = 10 সেমি, $\overline{AD} - \overline{BC}$ এবং AD = 8 সেমি হলে BC কত?
(iv) ΔABC র AB = AC = a সেমি ত্রিভুজের উচ্চতা h সেমি হলে BC কত?

(c) আয়তচিত্র ও বর্গচিত্রর কর্ণ



(চিত্র 5.9(i))



(চিত্র 5.9(ii))

তোমরা জান যে, **যে চতুর্ভূজের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান ও প্রত্যেক কোণ সমকোণ তাকে আয়তচিত্র বলে। যে আয়তচিত্র বাহুদের দৈর্ঘ্য সমান তাকে বর্গচিত্র বলা যায়।**

ABCD আয়তচিত্রে 5.9 (i) কর্ণ $\overline{BD}$ অঙ্কন কর। AD = BC = a একক।
AB = CD = b একক ও BD = h একক হবে।
BCD সমকোণী ত্রিভুজের $BD^2 + BC^2 + DC^2$ বা $h^2 = a^2 + b^2$

$\therefore\ h = \sqrt{a^2 + b^2}$ অর্থাৎ $\boxed{\text{আয়তচিত্র কর্ণ} = \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^{২} + (\text{প্রস্থ})^{২}}}$

a = b হলে ABCD একক বর্গচিত্র হবে।

তাই এক্ষেত্রে h = $\sqrt{a^2+b^2} = a\sqrt{2}$ অর্থাৎ বর্গচিত্র কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2}\times$ বাহুর দৈর্ঘ্য।

সমাহিত প্রণালী

উদাহরণ-5. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের কর্ণের দৈর্ঘ্য 20 সেমি। এর প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

সমাধান : সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য = $\dfrac{\text{বর্গের দৈর্ঘ্য}}{\sqrt{২}} = \dfrac{২০}{\sqrt{২}}$

সেমি = $\dfrac{20\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ সেমি (উভয় লব ও হরকে $\sqrt{2}$ দ্বারা গুণ) = $\dfrac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$ সেমি.

উদাহরণ-6.

একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের কর্ণের দৈর্ঘ্য বর্গ 200 ব. মি হলে প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করে এর পরিসীমা নির্ণয় কর।

কর্ণের দৈর্ঘ্যর বর্গ = 200 ব. মি.

$\therefore$ কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{200}$ মি = $\sqrt{2\times 100}$ = $10\sqrt{2}$ মি.

$\therefore$ সমান বাহুর দৈর্ঘ্য = $\dfrac{\text{বর্গর দৈর্ঘ্য}}{\sqrt{২}}$ = $\dfrac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ মি = 10 মি.

পরিসীমা = $\sqrt{2}$ × সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $\left(\sqrt{2}+1\right) = \sqrt{2}\times 10\left(\sqrt{2}+1\right.$

অথবা $\left(20+10\sqrt{2}\right)$ মি.

উদাহরণ-7 একটি বর্গচিত্রের দুটি বিপরীত কোণের বিন্দু মধ্যে দূরত্ব 40 সেমি হলে এর পরিসীমা নির্ণয় করো।

সমাধান : দুটি বিপরীত কৌণিক বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব = 40 সেমি অর্থাৎ কর্ণের দৈর্ঘ্য = 40 সেমি।

$\therefore$ বর্গচিত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\dfrac{\text{৪০ সেমি}}{\sqrt{২}}$ = $\dfrac{40\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ = সেমি

$$= \frac{40\sqrt{2}}{2} \text{ সেমি} = \text{ সেমি}$$

$\therefore$ বর্গচিত্রের পরিসীমা 4 × বাহুর দৈর্ঘ্য = 4 × $20\sqrt{2}$ সেমি = $80\sqrt{2}$ সেমি

উদাহরণ-8. একটি আয়তচিত্র সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 120 সেমি ও 27 সেমি হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত।

সমাধান : সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 120 সেমি ও 27 সেমি।

$\therefore$ এর কর্ণের দৈর্ঘ্য $=\sqrt{120^2+27^2}$ সেমি $=\sqrt{3^2\left(40^2+9^2\right)}$ সেমি

$=\sqrt{(3\ \times 41)^2}$ সেমি $=\sqrt{(3\times 41)^2}$ সেমি $=123$সেমি

উদাহরণ-9. 24 সেমি বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা নির্ণয় করো।

সমাধান : সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা = প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $\times\ \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ সেমি $= 12\sqrt{3}$ সেমি

উদাহরণ-10. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 36 সেমি এবং সমান বাহুদ্বয় প্রত্যেক 82 সেমি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট হলে, এর উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : ΔABC তে $AB = AC = 82$ সেমি, $BC = 36$ সেমি। $\overline{AD}, \overline{BC}$ প্রতি লম্ব।

$\therefore$ BD = $\frac{BC}{2}=\frac{36}{2}$ সেমি = 18 সেমি

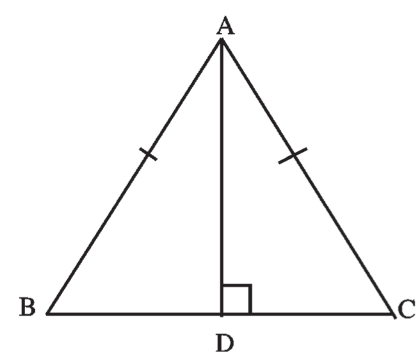
ADB সমকোণী ত্রিভুজের

AD = $\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{82^2-1}$ সেমি

$=\sqrt{(82+18)(82-18)}$ সেমি $=\sqrt{100\times 64}$ সেমি

= 10 × 8 = 80 সেমি

$\therefore$ নির্ণেয় উচ্চতা = 80 সেমি.



(চিত্র 5.10)

উদাহরণ-11. একটি সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $30\sqrt{3}$ সেমি হলে ত্রিভুজের পরিসীমা স্থির কর।

সমাধান : সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা = $\frac{\sqrt{3}}{2}\times$ বাহুর দৈর্ঘ্য

$\Rightarrow$ বাহুর দৈর্ঘ্য = উচ্চতা $\times\ \frac{2}{\sqrt{3}}=30\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=60$ সেমি

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 3 × বাহুর দৈর্ঘ্য = (3 × 60) সেমি = 180 সেমি.

অনুশীলনী—5(b)

1. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

(i) ভূমির দৈর্ঘ্য 10 সেমি ও প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 13 সেমি হলে উচ্চতা কত?

(ii) প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 14 সেমি এবং উচ্চতা 9 সেমি হলে ভূমির দৈর্ঘ্য কত?

(iii) ভূমির দৈর্ঘ্য 14 সেমি এবং উচ্চতা 24 সেমি হলে প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(iv) উচ্চতা 12 সেমি ও ভূমির দৈর্ঘ্য উচ্চতা থেকে 2 সেমি কম হলে প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

2. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $m\angle B = 90°$ ও $AB = BC$

(i) $AB = 8$ সেমি, কর্ণ $\overline{AC}$ র দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(ii) $AB = 7$ সেমি হলে $\overline{AC}$ র দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(iii) কর্ণ $\overline{AC}$ র দৈর্ঘ্য 40 সেমি হলে $\overline{BC}$ র দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(iv) কর্ণ $\overline{AC}$ র দৈর্ঘ্য 25 সেমি হলে $\overline{BC}$ র দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

3. (i) একটি বর্গচিত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 7 সেমি হলে কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(ii) একটি বর্গচিত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 18 সেমি হলে বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(iii) একটি বর্গচিত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $22\sqrt{2}$ সেমি হলে এর পরিসীমা নির্ণয় করো।

(iv) একটি বর্গচিত্র বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সেমি বেড়ে গেলে কর্ণ কত সেমি বাড়বে?

4. একটি আয়তচিত্রের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় দৈর্ঘ্য নিচে দেওয়া আছে। কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(i) 75 মি ও 40 মি (ii) 14 মি ও 48 মি.

5. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 24 সেমি হলে এর উচ্চতা নির্ণয় করো।

6. একটি সমাবহু ত্রিভুজের একটি শীর্ষবিন্দুর বিপরীত বাহুর মধ্য বিন্দুর দূরত্ব $15\sqrt{3}$ ডেসিমিটার হলে এর পরিসীমা নির্ণয় করো।

7. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক সমান বাহু 51 সেমি ও তৃতীয় বাহু প্রতি অঙ্কিত উচ্চতার দৈর্ঘ্য 45 সেমি হলে এই বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

8. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 96 সেমি ও উচ্চতা 14 সেমি, হলে এর প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য এবং পরিসীমা নির্ণয় করো।

9. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ পরিসীমা $8(\sqrt{2}+1)$ মিটার হলে এর প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

10. একটি বর্গচিত্রর বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি বেড়ে গেলে এর পরিসীমার কত বৃদ্ধি ঘটবে এবং কর্ণের দৈর্ঘ্যের মধ্যে কত বৃদ্ধি ঘটবে স্থির কর।

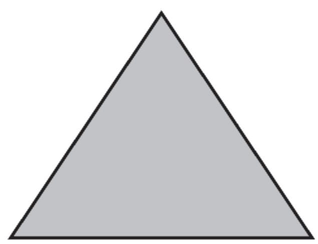
5.2 ক্ষেত্র ও ক্ষেত্রফল (Region and Area) :

ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র :

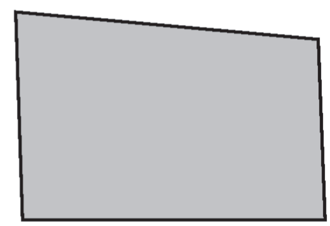
একটি ত্রিভুজ ও এর অন্তর্দেশে সংযোগে ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র গঠিত হয়। 5.11(i)

চতুর্ভূর্জাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র :

একটি চতুর্ভূর্জের অন্তদেশ সহিত এর চারটি বাহুর সংযোগে চতুর্ভূর্জাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র গঠিত হয়। 5.11 (ii)



(চিত্র 5.11(i))



(চিত্র 5.11(ii))

ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট ও চতুর্ভূর্জাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র দ্বিতীয় ও তৃতীয় অধ্যায়ে আলোচনা হয়েছে। সেরকম পঞ্চভূর্জাকৃতি বিশিষ্ট ও ষড়ভূর্জাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রের ধারনা দেওয়া যাবে। ত্রিভুজ আকৃতিবিশিষ্ট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে সংক্ষেপে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বলে।

ক্ষেত্র (region) এর মাপকে ক্ষেত্রফল (area) বলে।

ক্ষেত্রফল সম্বন্ধীয় স্বকার্য্য :

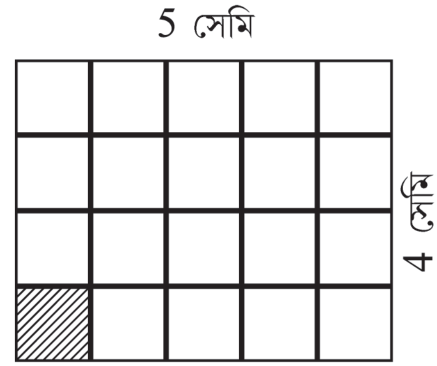
স্বীকার্য্য-1 : প্রত্যেক বহুভূজ দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্রর একটি নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল আছে। এটি একটি ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা।

স্বীকার্য্য-2 : একটি বহুভূজ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, একে গঠন করতে থাকা ত্রিভূজাকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমষ্ঠি সহিত সমান।

5.2.1 ক্ষেত্রফল মাপ

ক্ষেত্রকে মাপার জন্য প্রথম পর্যায়টি হচ্ছে মাপের একক নির্ধারণ করা। যে বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য একটি একক তার ক্ষেত্রফলকে একটি বর্গ একক ভাবে গ্রহণ করে, 1 সেমি দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। বর্গসেমি অটে সেরকম। মি দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। বর্গমিটারে প্রকাশ পায় ।

(ii) একটি আয়তক্ষেত্র মধ্যে 1 একক ব্যবধানে এর বাহু সহিত সমান্তর রেখাগুলি টেনে কতগুলি একক বর্গক্ষেত্রে পরিণত করা যায়। এই ছোট ছোট বর্গক্ষেত্রকে গুণার দ্বারা যে সংখ্যা মিলে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ গুণফলের সেই সংখ্যা পাওয়া যায়। যথা 5 সেমি দৈর্ঘ্য ও 4 সেমি প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্র মধ্যে 1 সেমি ব্যবধান এর বাহু সহ সমান্তর করে সরলরেখা টানার দ্বারা দেখা যায় যে আয়তক্ষেত্রটি 20টি। সেমি দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র ভাগ হয়েছে।



(চিত্র 5.12)

ছবি 5.12 দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সহিত সংযুক্ত সংখ্যা 5 ও 4 সংখ্যা 20 পাওয়া গেল। আমরা জানতে পারি যে আয়তক্ষেত্র ক্ষেত্রফল। দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের গুণফল ।

20 বর্গসেমি = 5 সেমি × 4 সেমি।

সাধারণভাবে একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য l একক ও প্রস্থ b একক

$\boxed{\text{আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = (l \times b) \text{ বর্গ একক}}$ ও

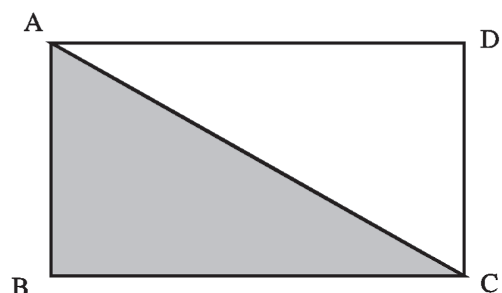
বর্গক্ষেত্রের বাহু a একক হলে $\boxed{\text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = a^2 \text{ বর্গ একক।}}$

(iii) সূচিমূলক ভাবে প্রমাণ করা যেতে পারে যে আয়তক্ষেত্রের কর্ণ আয়তক্ষেত্রকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত কর।

সুতরাং ABC সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times$ ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times$ দৈর্ঘ্য × প্রস্থ $= \frac{1}{2} \times BC \times AB$



(চিত্র 5.13)

$\boxed{\text{সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল।}}$

সমাহিত প্রশ্নাবলী

উদাহরণ-1. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 948.64 বর্গ ডেকামিটার। এর চারদিকের বেড়া দিতে হলে প্রতি মিটারে 40 টাকা হিসাবে কত খরচ হবে।

সমাধান : বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 948.64 বর্গ ডেকামিটার

= 948.64 × 100 ব. মি = 94864 বগমি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{94864}$ মিটার = 308 মিটার।

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 4 × 308 মিটার = 1232 মিটার

একটি মিটারকে বেড়া দেওয়ার জন্য খরচ = 40 টাকা

1232 মিটারকে বেড়া দেবার খরচ = (40 × 1232) টাকা = 49280 টাকা।

উদাহরণ-2. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থের তিন গুণ এর ক্ষেত্রফল 711.48 বর্গমিটার হলে এর দৈর্ঘ্য সেন্টিমিটারে কত হবে নির্ণয় কর।

সমাধান : 711.48 ব. মি = 711.48 × 10000 ব. সে. মি = 7114800 ব.সে.মি.

(1 ব. মি = 100000 ব. সে.মি)

মনে কর আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = a সেমি $\therefore$ দৈর্ঘ্য = 3a সেমি

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = (3a × a) সেমি. = $3a^2$ ব. সে.মি

প্রশ্নানুসারে, $3a^2 = 7114800$

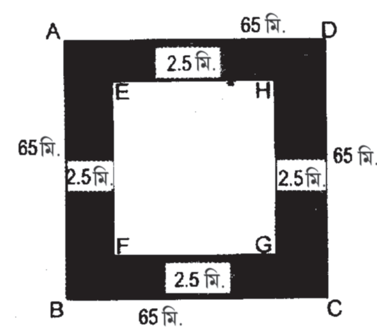
$$\Rightarrow a^2 = \frac{7114800}{3} = 2371600 \Rightarrow a = \sqrt{2371600} = 1540$$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 1540 সেমি ও দৈর্ঘ্য = 3 × 1540 সেমি = 4620 সেমি।

উদাহরণ-3.

65 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি বর্গাকৃতি বিশিষ্ট বাগানের পরিসীমাকে লেগে ভেতরের দিকে 2.5 মি চওড়া একটি রাস্তা তৈরি করা হল। বর্গমিটার পিছু 5 টাকা হিসাবে রাস্তা তৈরি জন্য খরচ কত হবে নির্ণয় করো।

সমাধান : ABCD একটি বর্গাকৃতি বিশিষ্ট বাগান। এর ভিতর সীমাতে লেগে থাকা রাস্তা চারদিক অংশ দ্বারা সূচিত। EFGH একটি বর্গক্ষেত্র।



(চিত্র 5.14)

EFGH একটি বর্গক্ষেত্র

EFGH বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = 65 – 2 × 2.5 মি

= (65 – 5) মি = 60 মি.

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল

= ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল – EFGH বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= (65 × 65 – 60 × 60) ব. মি = (4225 = 3600) ব. মি = 625 ব.মি

1 বর্গমিটার রাস্তা তৈরি জন্য খরচ = 5.00 টাকা

625 বর্গমিটার রাস্তা তৈরির জন্য খরচ = 625 × 5 টাকা = 3125 টাকা।

অনুশীলনী—5(c)

1. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 900 বর্গমিটার হলে, এর পরিসীমা নির্ণয় করো।

2. একটি আয়তকার ঘাস মাঠের দৈর্ঘ্য এর প্রস্থের দুইগুণ। এর ক্ষেত্রফল 400 বর্গমিটার হলে, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করো।

3. একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 139876 বর্গমিটার। এর চারপাশে বেড়া দেবার প্রতি মিটারে 15 টাকা হিসাবে কত খরচ হবে?

4. একটি বর্গাকার বাগানে দৈর্ঘ্য 30 মিটার তার ভিতর সীমার চারধারে লেনে 1 মিটার চওড়ায় একটি রাস্তা নির্মাণ করা গেছে।

   (i) রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

   (ii) রাস্তাটি তৈরী করতে প্রতি বর্গমিটার ২.৪০ টাকা হিসাবে কত খরচ হবে ?

5. 5 সেমি × 3 সেমি মাপের ঘরের মেঝে টাইল বিছাতে হলে 60 সেমি × 50 সেমি মাপে কত খণ্ড টাইল আবশ্যক হবে নির্ণয় করো।

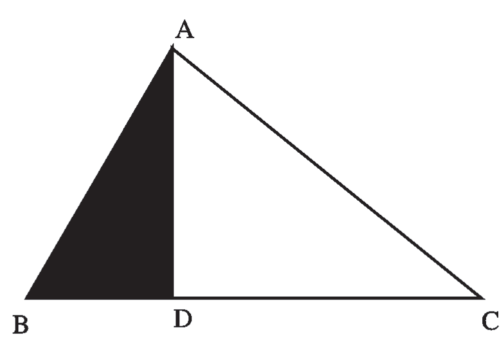
6. রাম কিনে থাকা একটি জমির আকার 20 মি × 24 মি। শ্যাম কিনে থাকা একটি জমি আকার 22 মি × 22 মি। এই দুই খণ্ড জমির পরিসীমা অন্তর ক্ষেত্রফলদরে অন্তর নির্ণয় কর।

7. একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 125 মিটার ও প্রস্থ 60 মি. এর ভিতর পাশে দৈর্ঘ্য একটি ধারকে ও প্রস্থের দুটি ধার এমন তিনটি ধার কে লেগে 2 মিটার চওড়ায় একটি রাস্তা আছে।

8. একটি আয়তকার মাঠে মধ্য ভাগ 2 মিটার চওড়ায় দুটি রাস্তা পরস্পরকে সমকোণ ছেদ করে। যেমন প্রত্যেক রাস্তা আয়তাকার মাঠে একটি বাহু সহিত সমান্তর। আয়তকার মাঠের দৈর্ঘ্য 72 মি ও প্রস্থ 48 মি হলে রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

5.3 ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল :

(A) যে কোনো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় জন্য সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল লেগে সুত্র "$\frac{1}{2}\times$ **সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুনফল**" এবং স্বীকার্য্য-2 কে ব্যবহার করা যাবে। পাশের ছবি ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় জন্য $\overline{AD}$ লম্ব $\overline{BC}$ ভূমি উপরে দেখানো গেছে। ফলে এর ADB ও ADC দুটি সমকোণী ত্রিভুজের বিভক্ত হবে।



(চিত্র 5.15)

ABC র ক্ষেত্রফল $= \Delta ABD$ ক্ষেত্রফল $+ \Delta ADC$ ক্ষেত্রফল

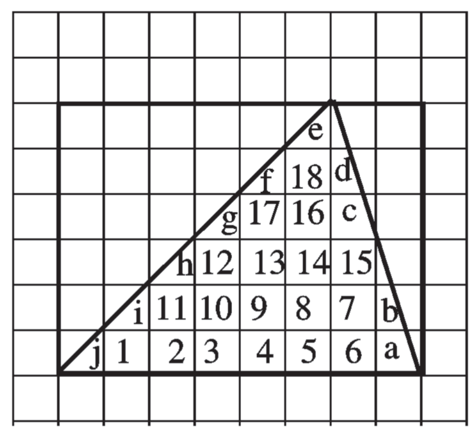
$$= \frac{1}{2} \times BD \times AD + \frac{1}{2} \times DC \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times (BD + DC) \times AD = \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ভূমির দৈর্ঘ্য} \times \text{উচ্চতা}$$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমির দৈর্ঘ্য $\times$ উচ্চতা
$\therefore$ ভূমির দৈর্ঘ্য $= \dfrac{২ \times \text{ক্ষেত্রফল}}{\text{উচ্চতা}}$ এবং উচ্চতা $= \dfrac{২ \times \text{ক্ষেত্রফল}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}$

তোমার জন্য কাজ



1. একটি বর্গ কাগজ বা গ্রাফ কাগজে একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর। (বর্গ কাগজের ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 1 ব. সে.মি)
2. ত্রিভুজের অন্তদেশ থাকা পূর্ণ বর্গচিত্র সংখ্যা স্থির কর।
3. ত্রিভুজের অন্তদেশের ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক কিম্বা তদুদ্ধ অংশে থাকা ক্ষেত্র সংখ্যা স্থির কর।
4. 2 ও 3 সোপানের ক্ষেত্র সংখ্যা সমষ্টি কর।

বি. দ্র. ঃ অর্ধেক অংশে থাকা দুটি ক্ষেত্রে একটি বর্গ একক নাও এবং অর্ধেকের অধিক অংশে থাকা ক্ষেত্রকে একটি বর্গএকক নাও। ত্রিভুজের অন্তদেশে ক্ষেত্র সংখ্যাকে নিয়ে একে বর্গ এককে প্রকাশ কর।

5. ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা কত, তাকে চিত্রে স্থির কর এবং তাদের গুণিতকের অর্ধেক স্থির কর। একে বর্গ এককে প্রকাশ কর।
6. সোপান 4 ও 5 বেরিয়ে থাকা উত্তর দেখে সিদ্ধান্ত পৌঁছালে লেখ।

সিদ্ধান্ত : ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমির দৈর্ঘ্য $\times$ উচ্চতা।

7. ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য এবং উচ্চতাকে আয়তক্ষেত্রের যথাক্রমে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নিয়ে ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক স্থির কর।
8. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল মধ্যে কি সম্পর্ক দেখেছ লেখো।

সম্পর্ক : (আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 2 \times$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল)

(**বি. দ্র. :** পূর্বে অধ্যায়ের দ্বারা কোনো ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় প্রকাশ আগে পড়েছ। সাধারণত: যে কোন সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল উপরোক্ত প্রণালীতে নিরুপন করা যায়।)

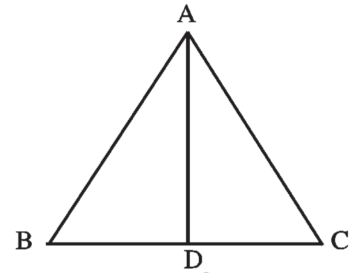
(B) সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল :

সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে এর উচ্চতা

$= \frac{\sqrt{3}}{2}a$ একক হবে।

ABC সমবাহু ত্রিভুজ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ ভূমির দৈর্ঘ্য × উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2}a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গএকক



(চিত্র 5.16)

সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ একক ...(i)

উচ্চতা দেওয়া থাকলে সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{\sqrt{3}}$ (উচ্চতা বর্গ একক) .... (ii)

(ii) এর প্রমাণ নিজে করার চেষ্টা করো।

(C) তিনটি বাহুর দেওয়া থাকলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।

একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c একক হলে

পরিসীমা $2s = a + b + c \Rightarrow s = \frac{a+b+c}{2}$ অর্ধ পরিসীমা $= \frac{a+b+c}{2}$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক (S = অর্ধ পরিসীমা)

ক্ষেত্রফলের মাপের প্রচলিত একক

দৈর্ঘ্যের একক	বর্গ একক	ক্ষেতফল একক
1 মি = 10 ডেসিমি	⇒ 1 বর্গমি	= 100 বর্গ ডেসিমি
1 মি = 10 সেমি	⇒ 1 বর্গমি	= 10,000 বর্গ ডেসিমি
1 ডেকামি = 10 মি	⇒ 1 বর্গডেকামি	= 100 বর্গ মি = 1 একক
1 হেক্টোমি = 100 মি	⇒ 1 বর্গ হেক্টোমি	= 1 হেক্টর = 10,000 একক

সমাহিত প্রশ্নবলী

উদাহরণ-1. একটি ত্রিভুজ আকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 5.4 একক এর ভূমির দৈর্ঘ্য 27 মিটার হলে উচ্চতা কত মিটার।

সমাধান : প্রদত্ত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 5.4 একক = 54 × 100 বমি = 540 বর্গমি.

ভূমির দৈর্ঘ্য 27 মি। ∴ এর উচ্চতা $= \frac{২ \times \text{ক্ষেত্রফল}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}} = \frac{2 \times 540}{27} = 40$ মি.

উদাহরণ-2. ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠B সমকোণ AB = 60 ডেসিমি ও BC = 45 ডেসিমি ও $\overline{AC}$ হলে প্রতি লম্ব $\overline{BD}$ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

সমাধান : AB = 60 ডেসিমি ও BC = 45 ডেসিমি।

∴ কর্ণ $\overline{AC}$র দৈর্ঘ্য $= \sqrt{60^2 + 45^2}$ ডেসিমি $= \sqrt{15^2(4^2 + 3^2)}$ ডেসিমি

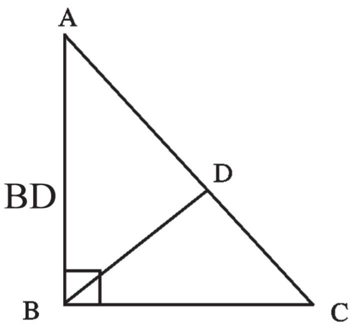
$= \sqrt{15^2 x 5^2}$ ডেসিমি

$= 15 \times 5$ ডেসিমি $= 75$ ডেসিমি।

ΔABC র ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times AB \times BD$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 60 \times 45 = \frac{1}{2} \times 75 \times BD$

$\Rightarrow BD = \frac{60 \times 45}{75} = 36$ ডেসিমি। (উত্তর)



(চিত্র 5.17)

উদাহরণ-3. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 16 সেমি হলে—(i) সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা নির্ণয় করো, (ii) ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধান : (i) সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা = প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ সেমি $= 8\sqrt{3}$ সেমি। (উত্তর)

(ii) সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times$ (প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য)^2

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 16^2$ বর্গ সেমি $= 64\sqrt{3}$ বর্গ মি।

বিকল্প প্রণালী : সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{\sqrt{3}} \times$ (উচ্চতা)^2

$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times (8\sqrt{3})^2$ বর্গ সেমি $= \frac{64 \times 3}{\sqrt{3}}$ বর্গ সেমি $= 64\sqrt{3}$ বর্গ সেমি. (উত্তর)

উদাহরণ-4.

একটি ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 39 মি, 41 মি ও 50 মি। এর বৃহত্তম বাহু উপরে বিপরীত কৌণিক বিন্দু অঙ্কিত লম্বর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

সমাধান : ত্রিভুজের তিনটি বাহু 39 মি, 41 মি ও 50 মি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট

ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা $= S = \frac{39+41+50}{2}$ মি. $= \frac{130}{2}$ মি $= 65$ মি

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$= \sqrt{65(65-39)(65-41)(65}$ ব.মি

$= \sqrt{65 \times 26 \times 24 \times 15}$ ব.মি

$= \sqrt{13 \times 5 \times 13 \times 2 \times 2 \times 2 \times}$ ব.মি

$= 13 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 780$ ব.মি

ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য = 50 মি.

মনে করি বিপরীত কৌণিক বিন্দু অঙ্কিত লম্বর দৈর্ঘ্য = x মি

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 50 \times x$ ব.মি.

প্রশ্নানুসারে, $\frac{1}{2} \times 50 \times x = 780$

$\Rightarrow x = \frac{780 \times 2}{50}$ মি $= 31.25$ মি.

অথবা, বৃহত্তম বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{২ \times \text{ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য}}$ মি

$= \frac{780 \times 2}{50}$ মি $= 31.25$ মি.

অনুশীলনী—5(d)

1. একটি ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 2.55 ডেসিমিটার এবং উচ্চতা 68 সেমি। ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

2. একটি ত্রিভুজ আকৃতি বিশিষ্ট পার্কের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 288 মিটার এবং সেই বাহুর বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে বৃহত্তর বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বর দৈর্ঘ্য 115 মিটার হলে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

3. নীচে দুটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য আছে। প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর

   (i) $14\sqrt{2}$ সেমি (ii) $8\sqrt{6}$ সেমি

4. নীচের দুটি সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা দেওয়া আছে, প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর

   (i) 12 ডেসি মি (ii) $36\sqrt{3}$ মি

5. নীচের সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর

   (i) ভূমির দৈর্ঘ্য 42 সেমি, প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 35 সেমি

   (ii) ভূমির দৈর্ঘ্য 22 মি, প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 61 মি.।

   (iii) ভূমির দৈর্ঘ্য x সেমি, প্রত্যেক সমান বাহুর দৈর্ঘ্য y সেমি।

6. ΔABC র $\overline{AD}$ ও $\overline{BE}$ যথাক্রমে $\overline{BC}$ ও $\overline{CA}$ প্রতি লম্ব। BC = 30 সেমি, CA = 35 সেমি ও AD = 25 সেমি হলে BE র দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

7. দুটির ত্রিভুজ মধ্যে একটি ভূমির দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা যথাক্রমে অন্যটির ভূমির দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার দুই গুণ ও তিনগুণ হলে, ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফল অনুপাত নির্ণয় কর।

8. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের কর্ণর দৈর্ঘ্য 120 সেমি মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

9. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 484 বর্গ মিটার হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

10. নীচে কতকগুলি ত্রিভুজের বাহুদের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

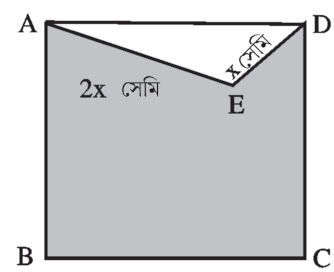
(i) 13 সেমি, 14 সেমি এবং 15 সেমি।

(ii) 25 সেমি, 26 সেমি এবং 17 সেমি।

(iii) 39 মিটার, 42 মিটার এবং 45 মিটার।

11. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য 10 সেমি, 17 সেমি এবং 21 সেমি হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু উপর সেই বাহুর বিপরীত কৌণিক বিন্দুর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

12. চিত্রে ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। ADE সমকোণী ত্রিভুজের $\overline{AE}$ বাহুর দৈর্ঘ্য 2x সেমি। $\overline{ED}$ বাহুর দৈর্ঘ্য x সেমি। AED ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 16 বর্গ সেমি হলে ABCDE ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



(চিত্র 5.18)

13. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 44 মি এবং অন্য বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমষ্টি 88 মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?

14. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য 56 সেমি। এই বাহুর উপরে সমকোণ শীর্ষবিন্দুর অঙ্কিত লম্বটির দৈর্ঘ্য কত?

15. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 96 সেমি হলে, এর সমকোণের শীর্ষবিন্দু কর্ণ উপরে অঙ্কিত লম্ব দৈর্ঘ্য স্থির কর।

5.4 সামন্তরিক ক্ষেত্র ও রম্বসের ক্ষেত্রফল

(ক) সামান্তরিক ক্ষেত্র

যে চতুর্ভূজের বিপরীত বাহুগুলি সমান তা একটি সামান্তরিক চিত্র তাই যে চতুভূজ আকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রের বিপরীত বাক্যগুলি সমস্যার তা একটি সামন্তরিক ক্ষেত্র।

সামান্তরিক চিত্র সম্পন্ধে কয়েকটি তথ্য নীচে দেওয়া গেছে। আবশ্যকতা অনুযায়ী এগুলির ব্যবহার করা হয়ে থাকে। সেগুলি মনে রাখা আবশ্যক।

যে কোনো সামন্তরিক ক্ষেত্রে—

(i) বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান।

(ii) বিপরীত কোনদের পরিমাপ সমান।

(iii) কর্ণদ্বয় পরস্পর সমদ্বিখণ্ড করে।

(iv) প্রত্যেক কর্ণের উপরে এর উভয়ে পাশে থাকা কৌণিক বিন্দুদ্বয়ের থেকে অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য সমান।

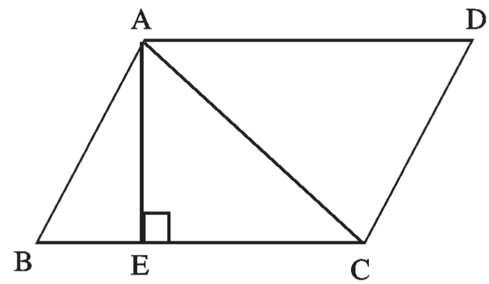
(v) প্রত্যেক কর্ণ সামন্তরিক ক্ষেত্রকে দুটি সমক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

vi) দুটি কর্ণদ্বারা ক্ষেত্রটি চারটি সমক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজে বিভক্ত হয় এবং

(vii) বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র ও রম্বস আকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র মধ্য একটি সামন্তরিক ক্ষেত্র। ফলে উপরোক্ত সমস্ত তথ্য রম্বস আয়তক্ষেত্র তথা বর্গক্ষেত্রর সব প্রযোজ্য।

সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

সামন্তরিক ক্ষেত্রে একটি কর্ণ অঙ্কন করলে সামন্তরিক ক্ষেত্রটি দুটি সমক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজে পরিণত হয়। দুটি কর্ণ অঙ্কন করলে সামন্তরিক ক্ষেত্রটি চারটি সমক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজে পরিণত হয়। ত্রিভুজগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে।

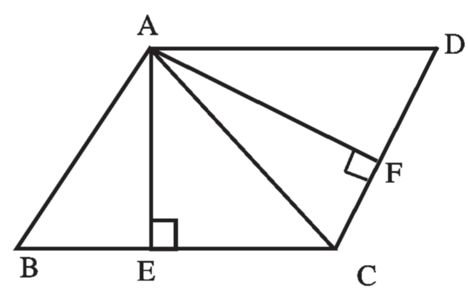


(চিত্র 5.19)

সামন্তরিক ক্ষেত্রের সমানর বাহু মধ্যে ব্যবধান বা লম্ব দূরত্বকে উক্ত ক্ষেত্রের উচ্চতা বলা যায়। ছবি (5.19) $\overline{BC}$ ভূমি প্রতি $\overline{AE}$ লম্ব। $\overline{AE}$ র দৈর্ঘ্য কে সামন্তরিক চিত্রের উচ্চতা বলা যায়।

(A) একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও সেই বাহু প্রতি উচ্চতা দেওয়া থাকলে সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।

ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রের A বিন্দুর $\overline{BC}$ প্রতি লম্ব $\overline{AE}$ টান এবং $\overline{AC}$ কর্ণ অঙ্কন কর। ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রটি $\overline{AC}$ কর্ণদ্বারা দুটি সমক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজে বিভক্ত হল।



(চিত্র 5.20)

ΔABC র ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AE$

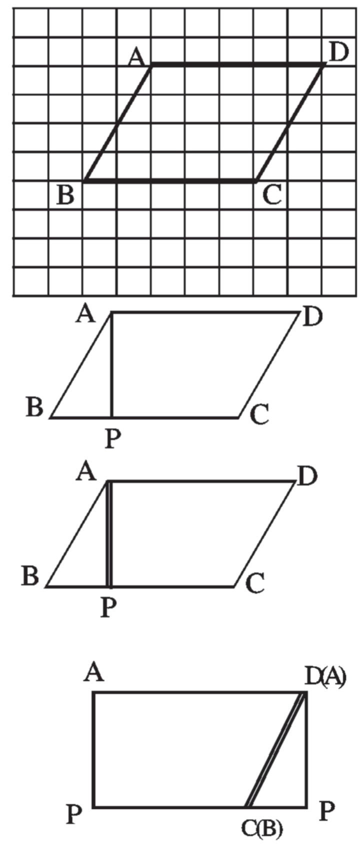
$\therefore$ ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABC$ র ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \frac{1}{2} \times BC \times AE = BC \times AE$

সেরকম A বিন্দুর $\overline{DC}$ প্রতি লম্ব $\overline{AK}$ অঙ্কন করে স্থির করা যেতে পারে যে ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = DC × AF

সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = একটি বাহুর দৈর্ঘ্য × সেই বাহুপ্রস্থ অঙ্কিত উচ্চতা।

তোমার সব কাজ



1. একটি বর্গ কাগজে একটি সামন্তরিক চিত্র আঁক। তা পরে গ্রাফ কাগজে সামন্তরিক ক্ষেত্র অঙ্কিত অংশকে কেটে বের কর।

2. কাগজটিকে ভেঙে $\overline{BC}$ উপরে P বিন্দু নির্ণয় করে যেমন $\overline{AP}$, $\overline{BC}$ উপরে লম্ব হবে।

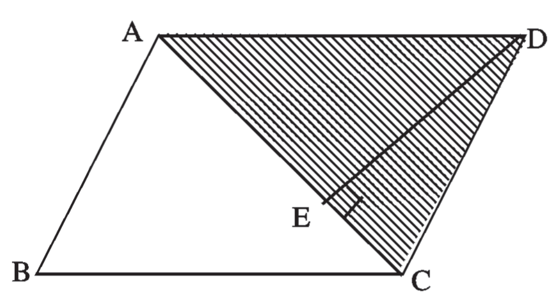
3. $\overline{AP}$ ধার দিয়ে কাগজটিকে কেটে মূল ক্ষেত্রে ABCD থেকে আলাদা কর।

4. ABP ত্রিভুজাকার অংশকে ABCD লিখিত অংশে আলাদা করার পর ABP ত্রিভুজাকৃতি অংশকে APCD চিহ্নিত অংশ সহিত অপর দ্বারা জোড় রেখা যেমন $\overline{DC}$ ধার সহিত $\overline{AB}$ ধার মিশাবে।

5. সৃষ্টি হয়ে থাকা আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রল ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সহিত সমান হবে কি? যদি হবে কেন?

6. সমান যে বর্গ কাগজে অঙ্কিত সামন্তরিক ক্ষেত্রফল স্থির কর এবং অপর সমান যে বেরিয়ে থাকা ক্ষেত্রফল সহিত মিশিয়ে দেখ কি লক্ষ্য করছ?

(B) একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ও এর সম্মুখীন যে কোনো বিন্দু এর প্রতি দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকল। সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয



(চিত্র 5.21)

পাশে ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্র $\overline{AC}$ কর্ণ হচ্ছে D বিন্দু এর প্রতি DE দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে।
ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= 2 \times DABC$ র $= 12 \times \frac{1}{2} \times AC \times DE = AC \times DE$ অর্থাৎ

সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য × এই কর্ণ উপরে এর সম্মুখীন একটি কৌণিক বিন্দু অঙ্কিত লম্বর দৈর্ঘ্য।

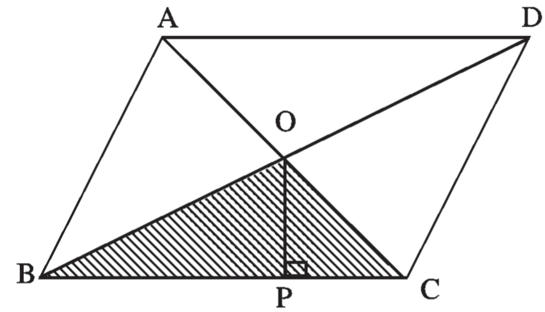
(C) একটি বাহু ও কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুর সেই বাহু উপরে অঙ্কিত লম্ব দৈর্ঘ্য প্রদত্ত থাকলে সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।

ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রের বাহু $\overline{BC}$ এবং এই বাহু প্রতি কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু O থেকে অঙ্কিত $\overline{OP}$ লম্ব র দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে।

ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= 4 \times \Delta OBC$ র ক্ষেত্রফল।

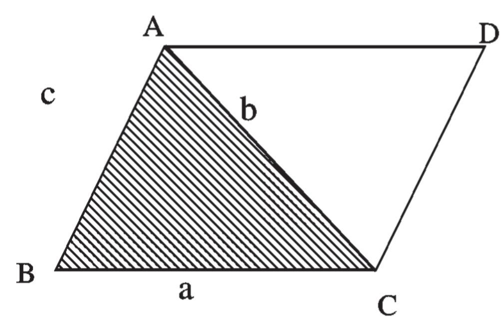
$= 4 \times \frac{1}{2} \times BC \times OP = 2 \times BC \times OP$



(চিত্র 5.22)

$\therefore$ সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 2 × একটি বাহুর দৈর্ঘ্য × কর্ণদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর সেই বাহু প্রতি অঙ্কিত লম্বর দৈর্ঘ্য।

(D) দুটি সন্নিহিত বাহু ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :



(চিত্র 5.23)

ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্র।

AC = b একক, BC = a একক, AB = c একক হবে ABCD র অর্ধপরিসীমা S হলে

$S = \frac{a+b+c}{2}$ একক হবে।

$\therefore$ ΔAB র ক্ষেত্রফল = $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ বর্গএকক।

ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABC$ র ক্ষেত্রফল

$= 2\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ বর্গএকক।

সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = $2\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

যেখানে সামন্তরিক ক্ষেত্র দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য a একক ও c একক এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য b একক ফলে $S = \frac{a+b+c}{2}$

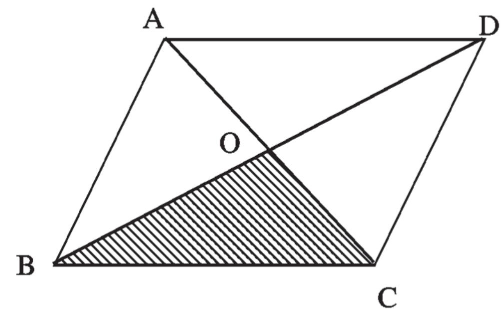
(E) কর্ণদ্বয় ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে, সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।

ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রর BC, AC ও BD দেওয়া আছে। $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে

O বিন্দু ছেদ করে। DABC = OB = $\frac{BD}{2}$,

CO = $\frac{AC}{2}$ এবং BC।

ΔOBC র তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য জানা থাকা A = $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ প্রয়োগ করে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



(চিত্র 5.24)

ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = 4 × ΔOBC র ক্ষেত্রফল।

সমাহিত প্রণালী

উদাহরণ-1. একটি সামন্তরিক ক্ষেত্রর ভূমির দৈর্ঘ্য 25 সেমি এবং সেই ভূমি প্রতি উচ্চতা 12 ডেসিমি। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল = ভূমির দৈর্ঘ্য × উচ্চতা = (25 × 12) বর্গসেমি = 300 বর্গসেমি।

উদাহরণ-2. একটি সামন্তরিক ক্ষেত্র একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 75 সেমি এবং এই কর্ণের একটি পাশে থাকা একটি কৌণিক বিন্দু উক্ত কর্ণ প্রতি অঙ্কিত লম্বর দৈর্ঘ্য 12 সেমি হলে, সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

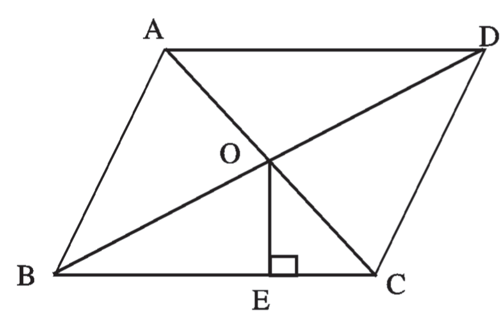
সমাধান :

সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = কর্ণের দৈর্ঘ্য × কর্ণ প্রতি অঙ্কিত লম্বর দৈর্ঘ্য = 75 সেমি × 12 সেমি = 900 বর্গসেমি.

উদাহরণ-3. একটি সামন্তরিক ক্ষেত্রে একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সেমি এবং কর্ণদ্বয় ছেদ বিন্দু থেকে সেই বাহু উপরে অঙ্কিত লম্ব দৈর্ঘ্য 4.5 সেমি হলে, সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : 5.25 যে ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্র কর্ণদ্বয় ছেদবিন্দু O তে $\overline{BC}$ বাহু উপরে অঙ্কিত লম্ব $\overline{OE}$ দৈর্ঘ্য = 4.5 সেমি। BC = 25 সেমি।

ΔABC-র ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × BC × OE = $\frac{1}{2}$ × 25 × 4.5 বর্গসেমি = $\frac{112.5}{2}$ বর্গসেমি



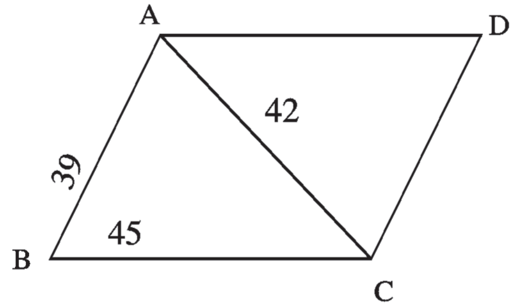
(চিত্র 5.25)

$\therefore$ ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 4 × ΔOBC-র ক্ষেত্রফল

= 4 × $\frac{112.5}{2}$ বর্গসেমি = 225 বর্গসেমি। (উত্তর)

উদাহরণ-4.

একটি সামন্তরিক ক্ষেত্রের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 39 সেমি এবং 45 সেমি এবং এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 সেমি হলে সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



(চিত্র 5.27)

সমাধান :

সামন্তরিক ক্ষেত্রে BC = a = 45 সেমি, AC = b = 42 সেমি, AB = c = 39 সেমি।

ΔABC-র অর্ধপরিসীমা = S = $\dfrac{a+b+c}{2} = \dfrac{45+42+39}{3}$ = 63 সেমি

ΔABC-র ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$= \sqrt{63(63-45)(63-42)(63}$ বর্গসেমি

$= \sqrt{63\times18\times21\times24}$ বর্গসেমি

$= \sqrt{21\times3\times3\times6\times21\times6\times}$ বর্গসেমি

= 21 × 3 × 6 × 2 = 756 বর্গসেমি

ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 2 × ΔABC -র ক্ষেত্রফল

= 2 × 756 বর্গসেমি = 1512 বর্গসেমি। (উত্তর)

উদাহরণ-5. একটি সামন্তরিক ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় দৈর্ঘ্য 34 সেমি ও 78 সেমি এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 44 সেমি হলে সেই বাহু ও তার বিপরীত বাহুর মধ্যস্থ লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।

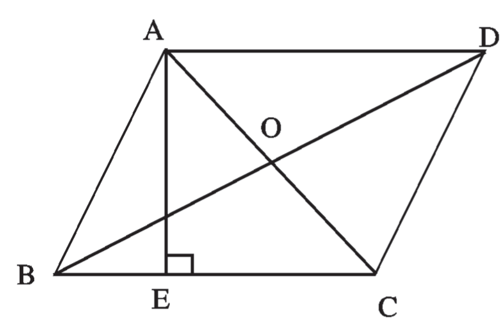
সমাধান : ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রের BC = 44 সেমি, BD = 78 সেমি ও AC = 34 সেমি। AC ও BD-র ছেদবিন্দু O হবে।

$\therefore$ OB = $\dfrac{BD}{2} = \dfrac{1}{2}$ × 78 সেমি = 39 সেমি

OC = $\dfrac{AC}{2} = \dfrac{1}{2}$ × 34 সেমি = 17 সেমি

ΔABC-র অর্ধপরিসীমা = S = $\dfrac{39+44+17}{2}$ সেমি

= $\dfrac{100}{2}$ সেমি = 50 সেমি



(চিত্র 5.27)

Δ OBC-র ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$= \sqrt{50(50-39)(50-44)(50}$ বর্গসেমি।

$= \sqrt{50 \times 11 \times 6 \times 33}$ বর্গসেমি

$= \sqrt{5 \times 5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11}$ বর্গসেমি

$= 5 \times 2 \times 11 \times 3 = 300$ বর্গসেমি

$\therefore$ ABCD সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল $= 4 \times \Delta$OBC-র ক্ষেত্রফল

$= 4 \times 330$ বর্গসেমি $= 1320$ বর্গসেমি

$\overline{AE}$ লম্বর দৈর্ঘ্য $= \dfrac{\text{সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল}}{\text{ভূমি } \overline{BC} \text{ র দৈর্ঘ্য}} = \dfrac{1320}{44}$ সেমি $= 30$ সেমি (উত্তর)

অনুশীলনী—5(e)

1. নীচের সামন্তরিক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর, যে সামন্তরিক ক্ষেত্র

   (i) একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 ডেসিমি ও সেই বাহু প্রতি অঙ্কিত উচ্চতা 1ডেসি. মি. 8 সেমি।

   (ii) একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মি 55 সেমি সেই বাহু প্রতি অঙ্কিত উচ্চতা 1 মি 4 সেমি।

   (iii) একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 মি ও এর একটি পাশে একটি কৌণিক বিন্দু প্রতি অঙ্কিত লম্বর দৈর্ঘ্য 4 মি।

2. একটি সামন্তরিক ক্ষেত্রে দুটি সন্নিহিত বাহু ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 মি ও 28 মি এবং 30 মি হলে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

3. একটি সামন্তরিক ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 204 সে.মি. ও 252 সে.মি. এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 60 সে.মি.। ইহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

4. একটি সামন্তরিক ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 34 সেমি ও 80 সেমি এবং এর একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 26 সেমি হলে সেই বাহু ও তার বিপরীত বাহু মধ্যে লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।

5. একটি সামন্তরিক ক্ষেত্র দুটি সন্নিহিত বাহু ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 সেমি, 42 সেমি ও 34 সেমি হলে উক্ত ক্ষেত্রের বৃহত্তম বাহু প্রতি উচ্চতা নির্ণয় কর।

6. কোনো সামন্তরিক ক্ষেত্রর একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 7.5 মিটার এবং এই বাহু উপরে কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুকে অঙ্কিত লম্ব দৈর্ঘ্য 0.8 মিটার হলে, ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

7. 63 মিটার ভূমি ও 36 মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সহিত একটি সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান। সামন্তরিক ক্ষেত্রের ভূমির দৈর্ঘ্য 42 মিটার হলে, উচ্চতা নির্ণয় কর।

(খ) রম্বস

যে সামন্তরিক চিত্রের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান তাঁকে রম্বস (Rhombus) বলে।

রম্বস সম্বন্ধে কয়েকটি জ্যামিতিক তথ্য

(i) রম্বস একটি স্বতন্ত্র প্রকার সামন্তরিক চিত্র।

(ii) এর চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

(iii) এর কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডত করে।

(iv) প্রত্যেক রম্বস তার কর্ণদ্বয় দ্বারা চারটি সমক্ষেত্র বিশিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত হয়।

(v) প্রত্যেক কর্ণ রম্বসের দুটি বিপরীত কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

(vi) রম্বসের দুই জোড়া সমান্তর বাহুর মধ্যে ব্যবধান পরস্পর সমান।

রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

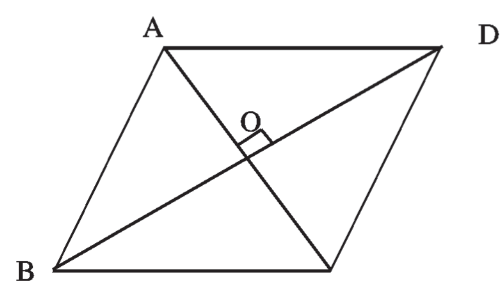
(A) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যে দেওয়া রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

ABCD রম্বসের ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABC$ র ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= AC \times BO$

$= AC \times \frac{BD}{2} = \frac{1}{2}\ (AC \times BD)$



(চিত্র 5.28)

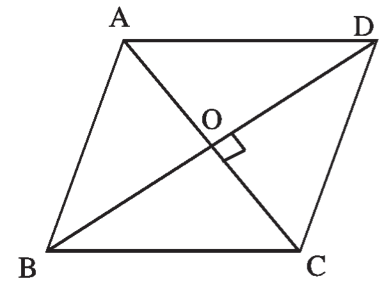
কর্ণদ্বয় মধ্যে একটির দৈর্ঘ্য d_1 ও অপরটির দৈর্ঘ্য d_2 হলে, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} d_1 d_2$

রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ × কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল।

মন্তব্য : রম্বস একটি সামন্তরিক ক্ষেত্র হয় আবার সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার সূত্রগুলি রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার মধ্য প্রযোজ্য।

(B) রম্বসের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়।

ABCD রম্বসের কর্ণদ্বয় $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণ সমদ্বিখণ্ড করে। মনে কর AC = d_1 এবং BD = d_2,



(চিত্র 5.29)

$CO = \frac{d_1}{2}$ এবং $BD = \frac{d_2}{2}$

$\therefore$ BOC সমকোণী ত্রিভুজ।

$BC = \sqrt{CO^2 + BO^2} = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2}$

অথবা রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{d_1}$

রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{1}{2}$ $\sqrt{\text{প্রথম কর্ণের দৈর্ঘ্য}^২ + \text{দ্বিতীয়}}$

মন্তব্য : রম্বসের কর্ণ ও এর বাহুর দৈর্ঘ্য মধ্যে থাকা সম্পর্ক প্রতিপাদিত হল। কর্ণদ্বয় ও বাহু মধ্যে যেকোনো দুটির দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে প্রতিপাদিত সমকোণ সাহায্য নিয়ে অন্যটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা যেতে পারে।

সমাহিত প্রশ্নাবলী

উদাহরণ-1.

একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় দৈর্ঘ্য 16 সেমি ও 12 সেমি। রম্বসের ক্ষেত্রফল, প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ × কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 12$ বর্গসেমি = 96 বর্গসেমি

রম্বসের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{1}{2}\sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \frac{1}{2}\sqrt{16^2 + 12}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{4^2(4^2 + 3^2)} = \frac{1}{2}\sqrt{4^2 +}$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$ সেমি

রম্বসের উচ্চতা = $\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{বাহুর দৈর্ঘ্য}} = \frac{96}{10}$ সেমি = 9.6 সেমি

উদাহরণ-2.

একটি রম্বসের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 13 মিটার এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 24 মিটার হলে, অন্য কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : রম্বসের একটি কর্ণর দৈর্ঘ্য $(d_1) = 24$ মিটার

মনে কর রম্বসের অন্য কর্ণটির দৈর্ঘ্য $(d_2) = 2x$ মিটার

রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{24}{2}\right)^2}$

$\Rightarrow$ (বাহুর দৈর্ঘ্য)$^2 = (12)^2 + (x)^2 \Rightarrow (13)^2 = (12)^2 + (x)^2$

$\Rightarrow 169 = 144 + x^2 \Rightarrow 144 + x^2 = 169$

$\Rightarrow x^2 = 25 \quad \therefore x = 5$

অন্য কর্ণটির দৈর্ঘ্য $= 2 \times 5$ মিটার $= 10$ মিটার

রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য গুণফল $= \frac{1}{2} \times 24 \times 10$

$= 120$ বর্গমিটার।

অনুশীলনী—5(f)

1. নীচে রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। প্রত্যেক ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল স্থির কর। (i) 16 সেমি ও 20 সেমি (ii) 20 মি ও 14.5 মি. (ii) $8\sqrt{2}$ মি. ও $4\sqrt{2}$ মি.
2. নীচে রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, প্রত্যেক স্থলে বাহুলর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
   (i) 40 সেমি ও 30 সেমি (ii) 14 মি ও 48 মি.
   (ii) 6 সেমি. ও 3 সেমি. (v) 1.8 মি ও 2.4 মি.
3. একটি রম্বসের ক্ষেত্রফল 840 বর্গমিটার। এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 42 মিটার। এর অন্যের কর্ণ দৈর্ঘ্য এবং পরিসীমা নির্ণয় কর।
4. একটি রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য, অন্য কর্ণের 3 গুণ এবং এর ক্ষেত্রফল 1944 বর্গ মিটার হলে, কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
5. একটি রম্বসের ক্ষেত্রফল $684\sqrt{3}$ বর্গসেমি ও একটি কোণের পরিমাপ $60°$ হলে এর ক্ষুদ্রতর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
6. একটি রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য তার প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য সহিত সমান। রম্বসের পরিসীমা 48 সেমি হলে, তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
7. একটি লম্বসের পরিসীমা 16 মিটার এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 6 মিটার হলে, অন্য কর্ণের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

5.5 ট্রাফিজিয়ামের ক্ষেত্রফল :

সংজ্ঞা: যে চতুর্ভূর্জের এক জোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তর। সে চতুভূজকে ট্রাফিজিয়াম (Trapezium) বলে।

ট্রাফিজিয়াম মান নিয়ে জ্যামিতিক তত্ব

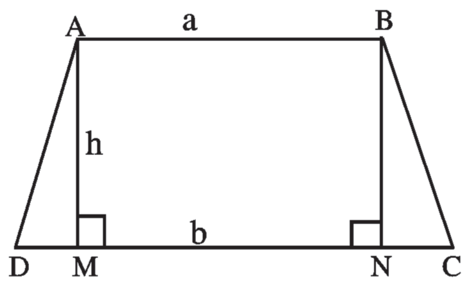
ট্রাফিজিয়ামের অসমান্তব বাহুদ্বয়ের মধ্য বিন্দুকে যোগ করে থাকা রেখাখণ্ড সমান্তর বাহুর দ্বয় সহিত সমান্তর এবং এর দৈর্ঘ্য সমান্তর বাহুর দ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমষ্টি অর্ধেক সমান।

যে চতুর্ভূর্জের ক্ষেত্রের ক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তর তা এক ট্রাপিজিয়াম আকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্র ট্রাপিজিয়াম আকৃতি বিশিষ্ট ক্ষেত্রফলকে ট্রাপিজিয়ামে ক্ষেত্রফল বলবো।

ABCD চতুভূজের AB ও DC বাহুদ্বয় পরস্পর সমান্তর তাই এটি একটি ট্রাপিজিয়াম

মনে কর AB = a একক এবং DC = b একক

AM ও BN A ও B বিন্দুতে DC প্রতিলিম্ব উভয় AM ও BM দৈর্ঘ্য সমান ও যে দুটি প্রত্যেক ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা (h)।



(চিত্র 5.30)

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল :

ABCD ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল

$= \Delta AMD$ ক্ষেত্রফল + ΔBNC ক্ষেত্রফল + AMNB আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times DM \times AM + \frac{1}{2} \times CN \times BN + MN \times AM.$$

$$= \frac{1}{2} DM \times h + \frac{1}{2} NC \times h + MN \times h \; (\because AM = BN = h \text{ একক})$$

$$= \frac{1}{2} h (DM + NC + 2MN) = \frac{1}{2} h (DM + MN + NC + MN)$$

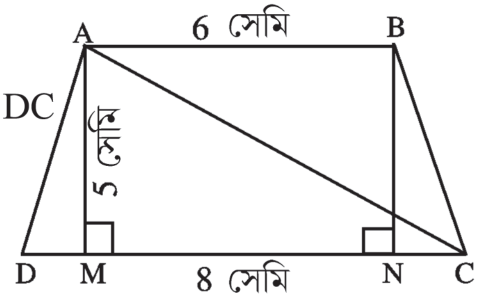
$$= \frac{1}{2} h (DC + MN = \frac{1}{2} (DC + AB \times h) \; (\therefore MN = AB)$$

$$= \frac{1}{2} (AB + DC) \times h = \frac{1}{2} (a + b) \times h \text{ বর্গএকক।}$$

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল : $\frac{1}{2}$ × সমান্তর বাহুদের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি × উচ্চতা = সমান্তর বাহু ভিন্ন অন্য বাহুদের মধ্য বিন্দু সংযোগ রেখা খণ্ডের দৈর্ঘ্য × উচ্চতা।

নিজে কর :

1.দত্ত চিত্রতে $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $AM \perp DC$, এবং $BN \perp DC$



(চিত্র 5.31)

(i) ΔADC ক্ষেত্রফল স্থির কর।

(ii) ΔABC ক্ষেত্রফল স্থির কর।

(iii) ABCD চতুর্ভূর্জের ক্ষেত্রফল স্থির কর।

(iv) ΔADM ও ΔBNC দ্বয়ের ক্ষেত্রফল সমষ্টি স্থির কর।

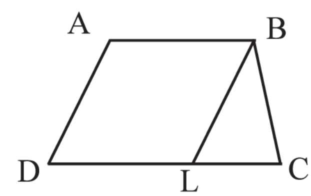
(v) AMNB আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল স্থির কর।

(vi) সমান (iv) ও (v) স্থির করে থাকা উত্তরে চতুর্ভূর্জের ক্ষেত্রফল স্থির কর।

(vii) সমান (iii), (vi) পাওয়া উত্তরকে মিলিয়ে দেখ। কী লক্ষ করছ।

2. উপরিস্থ চিত্র (5.3) তে

(i) $\overline{AD}$ র সহিত সমান ও সমান্তর করে $\overline{BC}$ অঙ্কন কর। যা $\overline{DC}$ কে L বিন্দুতে ছেদ করে।

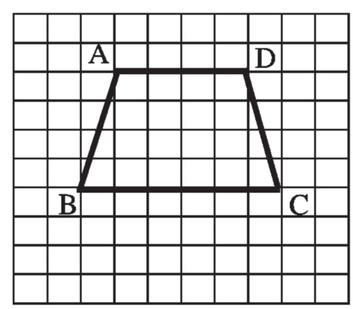


(ii) উৎপন্ন ABLD সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে।

(iii) উৎপন্ন LBC ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল স্থির কর।

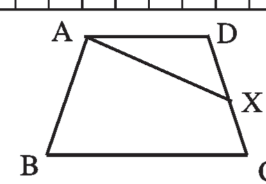
(iv) তারপরে ABCD ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল স্থির কর।

তোমার জন্য কাজ

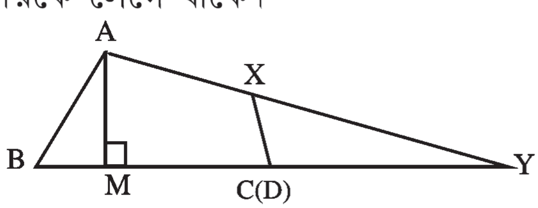


1. একটি গ্রাফ কাগজে একটি ট্রাপিজিয়াম আঁকো তার পরে গ্রাপ কাগজে ট্রাপিজিয়ামকে কেটে বের কর।

2. ট্রাপিজিয়াম কাগজে ভেঙে DC মধ্য বিন্দু বের করে তাকে X নামে নামিত কর।



3. AX ধার দিয়ে ট্রাপিজিয়ামকে কেটে দুখণ্ড কর।
ΔADX কে নীচের ছবির মত রাখ যাতে XD ধার, CX ধারকে লেগে থাকে।



4. ABY ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল। ABCD ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল সহিত হবে কী? যদি হয় তবে কেন।

5. সমাপ (1) থেকে বর্গ কাগজের অঙ্কিত ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল স্থির কর এবং ক্ষেত্রফল সহিত মিলিয়ে কী লক্ষ করছ।

উদাহরণ- 1. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তর বাহুদ্বয় দৈর্ঘ্য 50 সেমি ও 38 সেমি এবং উচ্চতা 15 সেমি। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে সমান্তর বাহুরদ্বয়ের দৈর্ঘ্য a = 50 সেমি। b = 38 সেমি ও উচ্চতা = 15 সেমি।

$\therefore$ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}(a+b)\times h = \frac{1}{2}(50+38)\times 15$ বর্গসেমি = 660 বর্গসেমি। (উত্তর)

উদাহরণ-2. একটি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 810 বর্গমিটার এবং সমান্তর বাহু দ্বয়ের দৈর্ঘ্য 37 মি ও 37 মি হলে এর উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে a = 37 মি, b = 17 মি, উচ্চতা = h মি হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}(a + b) \times h$ বর্গমিটার।

$= \frac{1}{2}(37 + 17) \times h = 810 = (54h) = 810 =$ বা, $h = 810 = h = \frac{810}{17} = 30$

$\therefore$ উচ্চতা 30 মিটার। (উত্তর)

উদাহরণ-3. একটি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার। সমান্তর বাহু ভিন্ন অন্য বাহুদ্বয়ের মধ্য বিন্দু সংযোগ রেখা খণ্ড দৈর্ঘ্য 12 মিটার হলে উক্ত ট্রাপিজিয়ামে উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : সমান্তর বাহু ভিন্ন অন্য বাহুর দ্বয়ের মধ্য বিন্দুর সংযোগ রেখাখণ্ড দৈর্ঘ্য × উচ্চতা

= ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $\Rightarrow 12 \times h \Rightarrow 48 \Rightarrow h = \frac{48}{12} = 4$

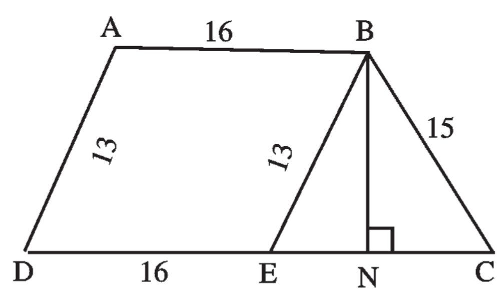
$\therefore$ উচ্চতা 4 মিটার।

উদাহরণ-4. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তর দৈর্ঘ্য বাহুদ্বযের 16 মিটার ও 30 মিটার এবং অন্য বাহুর দ্বয়ের দৈর্ঘ্য 13 মিটার ও 15 মিটার হলে এর ক্ষেত্রল নির্ণয় কর।

সমাধান : ABCD ট্রাপিজিয়ামের $\overline{AB} \| \overline{CD}$

AB = 16 মিটার, DC = 30 মিটার, BC = 15 মিটার ও AD = 13 মিটার। $\overline{B} \| \overline{AD}$ অঙ্কন কর।

বর্তমান ABED একটি সামন্তরিক ক্ষেত্র = BE = AD = 13 মিটার। DE = AB = 16 মি., EC = DC – DE = 30 – 16 = 14 মি. ΔBEC



(চিত্র 5.32)

অর্ধপরিসীমা $S = \frac{15+14+13}{2}$ সেমি = 21 সেমি

ΔBEC ক্ষেত্রফল = $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$= \sqrt{21(21-15)(21-14)(2}$ বর্গসেমি

$= \sqrt{21\times 6\times 7\times 8}$ বর্গসেমি = 84 বর্গসেমি

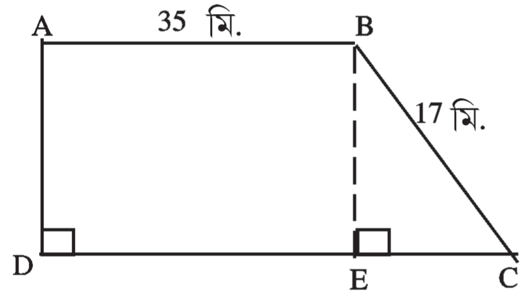
ΔBEC উচ্চতা BN = $\frac{২ \times \text{ক্ষেত্রফল}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}} = \frac{2 \times 48}{14}$ মি. = 12 মিটার।

$\therefore$ ABCD ট্রাপিজিয়াম উচ্চতা = BN = 12 মিটার

$\therefore$ ABCD ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (AB + DC) BN = $\frac{1}{2}$ (16 + 30) × 12 বর্গমিটার

= $\frac{1}{2}$ × 46 × 12 বর্গমিটার = 276 বর্গমিটার।(উত্তর)

উদাহরণ-5. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 35 মি ও 50 মিটার এর অন্য বাহুদ্বয় মধ্যে একটি সমান্তর বাহু প্রতি লম্ব এর অন্যটির দৈর্ঘ্য 17 মিটার হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



(চিত্র 5.33)

সমাধান :

ABCD ট্রাপিজিয়াম $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ এবং $\overline{AD} \perp \overline{DC}$, $\overline{BE} \perp \overline{DC}$ অঙ্কন কর। বর্তমান ABED একটি আয়তচিত্র। DE = AB = 35 মি. EC = DC − DE

= (50 − 35) = 15 মি.

BEC সমকোণী ত্রিভুজের BE = $\sqrt{BC^2 - EC^2} = \sqrt{17^2 - 15}$ মি.

= $\sqrt{(17+15)(17-8)} = \sqrt{32}$ মি

$\therefore$ ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা = h = 8 মি.

a = 35 মি. ও b = 50 মি.

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$(a + b)h = (35 + 50) × 8 বর্গমিটার

= $\frac{1}{2}$ × 85 × 8 বর্গমিটার = 340 বর্গমিটার।(উত্তর)

অনুশীলনী—5(g)

1. নীচের ট্রাপিজিয়ামগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। যে ট্রাপিজিয়ামের—

(i) সমান্তর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 35 মি ও 45 মি. এবং উচ্চতার = 18 মি.

(ii) সমান্তর বাহু ভিন্ন অন্য বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু, সংযোজক রেখাখণ্ডের দৈর্ঘ্য 27 মি এবং সমান্তর বাহুদ্বয় মধ্যে ব্যবধান 16 মি.

(iii) সমান্তর বাহুদ্বয় দৈর্ঘ্যের যোগফল 75 সেমি এবং ট্রাপিজিয়াম, উচ্চতা = 24 সেমি।

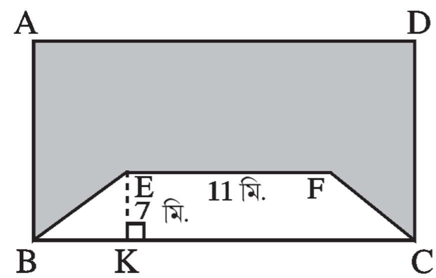
2. একটি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 150 বর্গমিটার এবং উচ্চতা 3 মি এবং সমান্তর বাহুদ্বয় দৈর্ঘ্যের অন্তর 6 মি হলে প্রত্যেক সমান্তর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

3. একটি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 3840 বর্গমিটার। এর উচ্চতা 48 মি। এর সমান্তর বহু ভিন্ন অন্তর বাহুদ্বয় মধ্যবিন্দু দুটিকে যোগ করা হল। রেখাখণ্ড দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

4. একটি ট্রাবিজিয়াম সমান্তর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 41 সেমি ও 57 সেমি। এর অন্য দুটি সমান্তর বাহুর মধ্যে একটি সমান্তর বাহুদ্বয় প্রতি লম্ব এবং অন্যটির দৈর্ঘ্য 20 সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

5. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 24 মি ও 80 মি. এর অন্য বাহুদ্বয় মধ্যে প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য 36 মি হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

6. ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। $\overline{EF} \parallel \overline{BC}, \overline{EK} \perp \overline{BC}$, AD = 15 মি, EK = 7 মি, EF = 11 মি ও ছায়াঙ্কিত অংশটির ক্ষেত্রফল 89 বর্গমিটার হলে $\overline{AB}$ র দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।



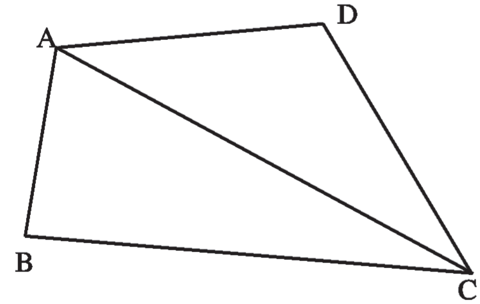
(চিত্র 5.34)

7. একটি ট্রাপিজিয়ামের পরিসীমা 82 মি। এর সমান্তর বাহু ভিন্ন অন্য বাহুদ্বয় মধ্যে প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য 20 মি। ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা 7 মি হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

5.6 চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল

সাধারণ চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল জন্য কোনো স্বতন্ত্র সূত্র নেই। একটি চতুর্ভূজে তার কর্ণদ্বারা যে দুটি ত্রিভুজের পরিণত হয়। সেই ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফল সমষ্টি বহুর্ভূজের ক্ষেত্রফল সঙ্গে সমান।

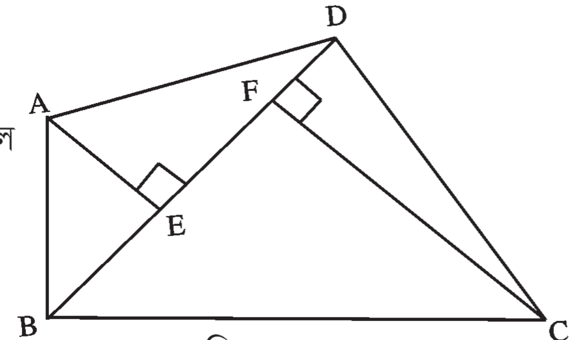
ABCD একটি চতুর্ভূজ। এর একটি কর্ণ $\overline{AC}$ চতুর্ভূজকে ΔABC ও ΔADC তে বিভক্ত করে। ত্রিভুজদ্বয় ক্ষেত্রফলের সমষ্টি ABCD চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল বটে।



(চিত্র 5.35)

(A) একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং সেই কর্ণের প্রতি তার সমকক্ষ কৌণিক বিন্দুদ্বয় অঙ্কিত লম্বর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে, চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

ABCD চতুর্ভূজ $\overline{BD}$ কর্ণ প্রতি এর সম্মুখীন কৌণিক বিন্দু A ও C-র যথাক্রমে $\overline{AE}$ ও $\overline{CF}$ লম্ব।


(চিত্র 5.36)

$\therefore$ ABCD চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল

= ΔABD র ক্ষেত্রফল + ΔBCD-র ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times BD \times AE + \frac{1}{2} \times BD \times CF$

$= \frac{1}{2}\ BD\ (AE + CF)$

অথবা,

চতুভূজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য × উক্ত কর্ণের সম্মুখীন কৌণিক বিন্দুদ্বয়ের সেই কর্ণ প্রতি অঙ্কিত লম্বদ্বয় দৈর্ঘ্যর সমষ্টি।

(B) পরস্পর প্রতি লম্ব হয়ে থাকা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

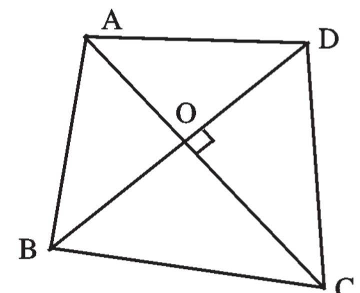
চিত্র 5.37 তে থাকা চতুর্ভূজ ABCDর কর্ণ $\overline{AC}$ ও $\overline{BD}$ পরস্পর প্রতি লম্ব। সে দ্বয়ের ছেদবিন্দু O

চতুর্ভূজ ABCD র ক্ষেত্রফল

ΔABC র ক্ষেত্রফল + ΔADC র ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times AC \times BO + \frac{1}{2} \times AC \times DO$

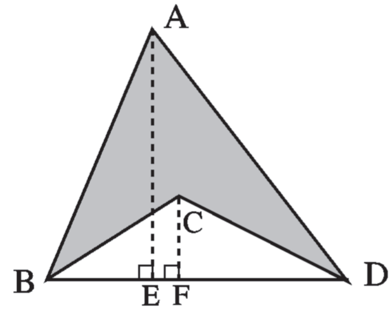
$= \frac{1}{2}AC\ (BO + DO) = \frac{1}{2}AC \times BD$


(চিত্র 5.37)

কর্ণদ্বয় পরস্পর প্রতি লম্ব হয়ে থাকলে , চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যর গুণফল।

(C) একটি স্বতন্ত্র প্রকার চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়।

চিত্র 5.38 থেকে চতুর্ভূজের $\overline{BD}$ কর্ণের কোনো অংশে চতুর্ভূজের অন্তস্থ না, তাই কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ছেদ করে না। ABCD চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল ΔABD ও ΔBCD র ক্ষেত্রফল অন্যর অটো A ও C বিন্দুর $\overline{BD}$ প্রতি লম্ব যথাক্রমে $\overline{AE}$ ও $\overline{CF}$।


(চিত্র 5.38)

ABCD চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল $= \Delta ABD$-র ক্ষেত্রফল $- \Delta BCD$-র ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times BD \times AE - \frac{1}{2} \times BD \times CF$$

$$= \frac{1}{2} \times BD\,(AE - CF)$$

চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ বহিস্থ কর্ণের দৈর্ঘ্য × উক্ত কর্ণের উপরে সেই কর্ণের সম্মুখীন শীর্ষবিন্দুদ্বয়ে অঙ্কিত লম্বর দৈর্ঘ্যের বিয়োগফল।

সমাহিত প্রশ্নাবলী

উদাহরণ-1. একটি চতুভূজের কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 সেমি এবং এটি কর্ণ উপর বহিঃস্থ কৌণিক বিন্দুদ্বয়ের থেকে অঙ্কিত লম্বদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 মি ও 7 মি, হলে চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2}$ কর্ণর দৈর্ঘ্য × লম্ব দূরত্ব দৈর্ঘ্যের সমষ্টি

$= \frac{1}{2} \times 12 \times (6 + 7)$ ব.মি. $= 6 \times 13$ ব.মি. $= 78$ ব.মি.(উত্তর)

উদাহরণ-2. কর্ণদ্বয়ের পরস্পরছেদী হয় না থাকা একটি চতুর্ভূজ বহিঃস্থ কর্ণের দৈর্ঘ্য 35 সেমি এবং উক্ত কর্ণ উপরে এর সম্মুখীন কৌণিক বিন্দুদ্বয় অঙ্কিত লম্বদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 18 সেমি ও 8 সেমি হলে চতুর্ভূজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : চতুর্ভূজের একটি কর্ণের ক্ষেত্রর বহিঃস্থ হলে চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × বহিঃস্থ কর্ণর দৈর্ঘ্য × এর উপরে অঙ্কিত লম্বদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অন্তরফল।

$= \frac{1}{2} \times 35 \times (18 - 8)$ বর্গসেমি $= \frac{1}{2} \times 35 \times 10$ বর্গসেমি $= 175$ বর্গসেমি। (উত্তর)

উদাহরণ-3. একটি চতুর্ভূজের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 75 সেমি এর ক্ষেত্রফল 900 বর্গসেমি। এর কর্ণ উপরে সম্মুখ কৌণিক বিন্দু অঙ্কিত লম্বদ্বয় মধ্যে একটির দৈর্ঘ্য অন্যটির দৈর্ঘ্য 3 গুণ হলে, লম্বদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে কর ক্ষুদ্রত্রর লম্বর দৈর্ঘ্য = X সেমি

∴ বৃহত্তর লম্বর দৈর্ঘ্য = 3X সেমি

দেওয়া আছে চতুর্ভূজের কর্ণের দৈর্ঘ্য = 75 সেমি

∴ চতুভূজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × কর্ণের দৈর্ঘ্য × উক্ত কর্ণ উপরে অঙ্কিত লম্বদ্বয়ের দৈর্ঘ্যর সমষ্টি

$= \frac{1}{2} \times 75 \times (X + 3X)$ বর্গসেমি

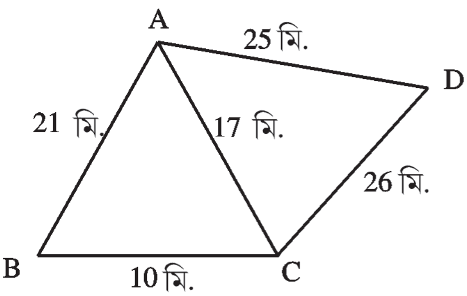
$= \frac{1}{2} \times 75 \times 4X$ বর্গসেমি $= 150X$ বর্গসেমি

$150X = 900 \Rightarrow X = 6$ সে.মি.

$\therefore$ একটি লম্বর দৈর্ঘ্য 6 সেমি অন্য লম্বর দৈর্ঘ্য 6×3 সেমি = 18 সেমি। (উত্তর)

উদাহরণ-4.

ABCD চতুর্ভূজের ac কর্ণের দৈর্ঘ্য 17 মি., AB = 21 মি., BC = 10 মি, CD = 26 মি. এবং DA = 25 মি. চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



সমাধান : ΔABC অর্ধপরিসীমা $= X10 + 17 + \frac{21}{2}$ মি = 24 মি.

ΔABC ক্ষেত্রফল $= \sqrt{(5X - B)}\ (X + C) = \sqrt{(24 \times 25 - 10)(24 - 17)(}$ বর্গসেমি

$= \sqrt{24 \times 14 \times 7 \times 3}$ বর্গসেমি $= \sqrt{3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 3}$ বর্গসেমি

$= (3 \times 2 \times 2 \times 7)$ বর্গমি $= 84$ বর্গমি.

ΔACD অর্ধপরিসীমা $= 17 + 25 + \frac{26}{2} = 2$ মিটার = 34 মিটার

ΔACD ক্ষেত্রফল $= \sqrt{(S - A)(S - B)(S - C)} = \sqrt{234 - 70} = \sqrt{34 - 25, 34 - 26}$ বর্গমি

$= \sqrt{34 \times 70 \times 9 \times 8}$ বর্গমি $= \sqrt{70 \times 2 \times 70 \times 3 \times 3 \times 2 \times}$ বর্গমি

$= 70 \times 2 \times 3 \times 2$ বর্গমি $= 240$ বর্গমি

$\therefore$ চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল $= \Delta ABC$ ক্ষেত্রফল $+ \Delta ACD$ ক্ষেত্রফল

$= 80 + 204 = 288$ বর্গমি। (উত্তর)

উদাহরণ-5. একটি চতুর্ভূজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 36 ডেসিমি ও 21 ডেসিমি। কর্ণদ্বয়ের পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করবে। চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : অন্যদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে।

$\therefore$ চতুভূজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয় দৈর্ঘ্য।

গুণফল $= \frac{1}{2} \times 36 \times 21$ বর্গসেমি $= 378$ বর্গসেমি। (উত্তর)

অনুশীলনী—5(h)

1. একটি চতুর্ভূজের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 78 সেমি এবং এই কর্ণ উপরে সম্মুখীন বিন্দুদ্বয় থেকে অঙ্কিত লম্ব দুই দৈর্ঘ্য 23 সেমি ও 42 সেমি হলে চতুর্ভূজটি ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

2. কর্ণদ্বয় পরস্পর ছেদ হয়ে না থাকা ও একটি চতুর্ভূজের বহিস্থ কর্ণের দৈর্ঘ্য 43 সেমি এবং উক্ত কর্ণের উপরে একটি সম্মুখীন কৌণিক বিন্দুদ্বয় অঙ্কিত লম্বদ্বয় দৈর্ঘ্য 19 সেমি ও 9 সেমি হলে চতুর্ভূজটি ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

3. একটি চতুর্ভূজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করেছে। কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 40 সেমি ও 45 ডেসিমি হলে। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

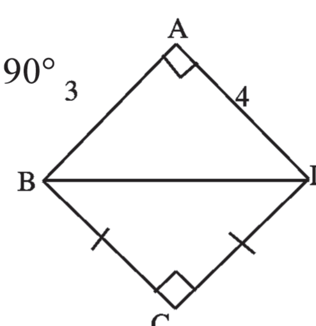
4. একটি চতুর্ভূজের কর্ণদ্বয় দৈর্ঘ্য সমষ্টি 50 মিটার ও তাদের অন্তরগত কোন সমকোণ একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য অন্য কর্ণের দৈর্ঘ্য 4 গুণ হলে চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

5. একটি চতুর্ভূজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য 16 সেমি, 30 সেমি, 50 সেমি ও 52 সেমি এবং প্রথম বাহুরদ্বয় অন্তর গত কোনটি সমকোণ চতুর্ভূজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

6. কোন চতুর্ভূজের একটি কোণ সমকোণ সংলগ্ন বাহুর দ্বয় দৈর্ঘ্য 12 সেমি ও 16 সেমি এবং চতুর্ভূজের অন্য বাহুর দৈর্ঘ্য প্রত্যেক 26 মি হলে চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

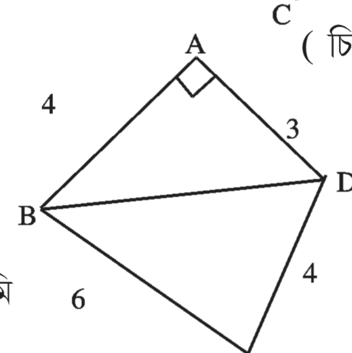
7. ABCD চতুর্ভূজের AB = 75 সেমি, BC = 78 সেমি, CD = 63 সেমি, DA = 30 সেমি, AC = 51 সেমি হলে চতুর্ভূজটি নির্ণয় কর।

8. ABCD চতুর্ভূজের AB = 21 সেমি, BC = 16 সেমি, AD = 20 সেমি ও কোণে $m\angle BAD = m\angle CBD = 90°$ হলে চতুর্ভূজটি ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



(চিত্র 5.40)

9. ABCD একটি চতুর্ভূজ BC = CD হলে BC ও CD দৈর্ঘ্য এবং ABCD চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



(চিত্র 5.41)

10. কোন BAD একটি সমকোণ। AB = 4 সেমি, AD = 3 সেমি। BC = 4 সেমি, BC = 6 সেমি হলে ABCD চতুর্ভূজের নির্ণয় কর।

5.7 ঘন পদার্থ এবং এর আকৃতি (Solid and its shape)

পূর্বশ্রেণীতে তোমরা কিছু সামতলিক চিত্র যথা ত্রিভুজ, আয়তক্ষেত্র, সামন্তরিক চিত্র বৃত্ত আদি সম্বন্ধে জানো? এই চিত্রগুলি একটি সমতলে আঁকা যাবে। তাই সেইগুলিকে দ্বিমাত্রিক (Two-Dimentional) চিত্র বলা যায়। অন্যপক্ষে সমঘন, আয়তঘন, প্রীজম, সিলিণ্ডার কোন আদি বস্তুগুলি একটি সমতলে সিমীত না থাকা এগুলিকে একটি সমতলে রাখলে কেবল একটি অংশ সমতলে থেকে অবশিষ্ট সমতলের বাইরে থাকবে। এদেরকে ত্রিমাত্রিক (Three-Dimentional) 3-D বলে। উক্ত বস্তুগুলিকে 'ঘনপদার্থ' (Solid) বলা হয়।

আমরা কতগুলি ত্রিমাত্রিক বস্তু বা ঘনবস্তু চিত্রকে একটি সমতলে সহিত ঘনবস্তুর শীর্ষ (Vertex) ধার (Edge) এবং পার্শ (Face) সম্বন্ধে জানব ঘনবস্তুর ধার এবং পার্শ রেখাংশকে নিয়ে। **ইউলনের সূত্র** (Euler's Formula) সত্ত্বতা প্রতিপাদন করব।

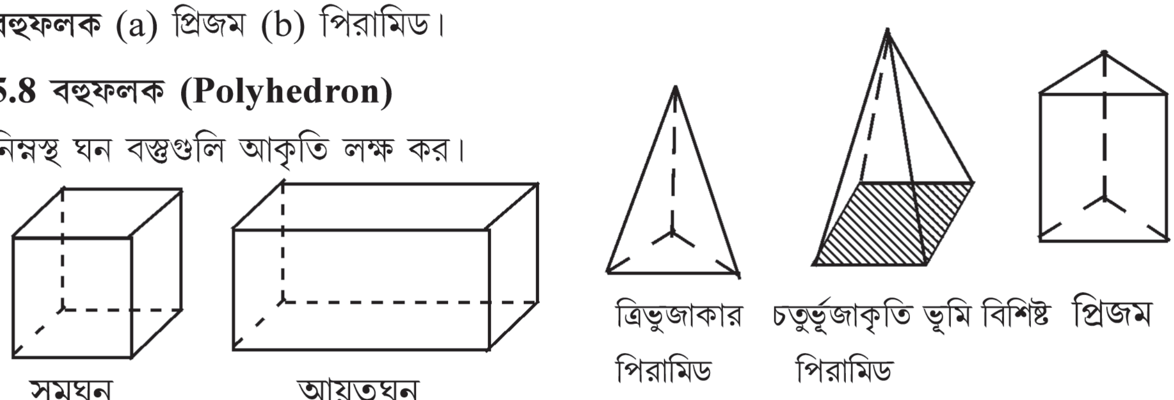
ত্রিমাত্রিক ঘনবস্তু বর্গি করণ।

ত্রিমাত্রিক ঘন (a) বহুফলক (সমস্ত পৃষ্ঠ সমতল) (b) অন্য বহুফলক(সমস্ত পৃষ্ঠ সমতল নয়)

বহুফলক (a) প্রিজম (b) পিরামিড।

5.8 বহুফলক (Polyhedron)

নিম্নস্থ ঘন বস্তুগুলি আকৃতি লক্ষ কর।



(চিত্র 5.42)

এসব ত্রিমাত্রিক বস্তুগুলির চিত্রকে লক্ষ করলে দেখা যাবে প্রত্যেক বস্তুর কতগুলি বহুভূজাকৃতি বিশিষ্ট পৃষ্ঠ আছে যাকে আমরা ঘন বস্তুগুলি পার্শ (Face) বলি। দুটি পাশের মিলনের উৎপন্ন রেখাখণ্ড ঘন বস্তুর ধার (Edge) বলা যায়। পুনরায় দুই বা ততোধিক ধারগুলি মিলিত হয়ে ঘন পদার্থের শীর্ষ (Vertex) সৃষ্টি করে থাকে। এর কম ঘনবস্তুগুলি **বহুফলক** (Polyhedron) বলা হয়।

নীচের ঘন বস্তুগুলির চিত্র থেকে জানা যায় যে এগুলি সমতল এবং বক্রতল পৃষ্ঠ বিশিষ্ট ঘনবস্তু।

(চিত্র 5.43)

অন্যপ্রকারে বলতে গেলে এই আকৃতি বিশিষ্ট ঘনবস্তুটি সমস্ত পার্শ সমতল পৃষ্ঠ বিশিষ্ট না। তাই এদেরকে বহুফলক বলা যাবে না।

যদি একটি বহুফলকের পার্শ্বগুলি সুষম বহুভূজ দ্বারা গঠিত হয়ে থাকে এবং সমান সংখ্যক পার্শ মিলিত হয়ে ঘনবস্তুটির শীর্ষ সৃষ্টি করে থাকে তবে উক্ত বহুফলকে সুষম বহুফলক বলা হয়।

উদাহরণ স্বরূপ—**সমঘন** এবং **টেট্রাহেড্রন** প্রভৃতি একটি সুষম বহুফলক।

(a) (b) (c)

(চিত্র 5.44)

চিত্র 5.44 (a) ও (b) ঘনবস্তুগুলি সমস্ত পার্শ্ব সুষম বহুভূজ এবং সমান সংখ্যক পার্শ্ব মিলিত হয়ে প্রত্যেক শীর্ষ সৃষ্টি হয়েছে।

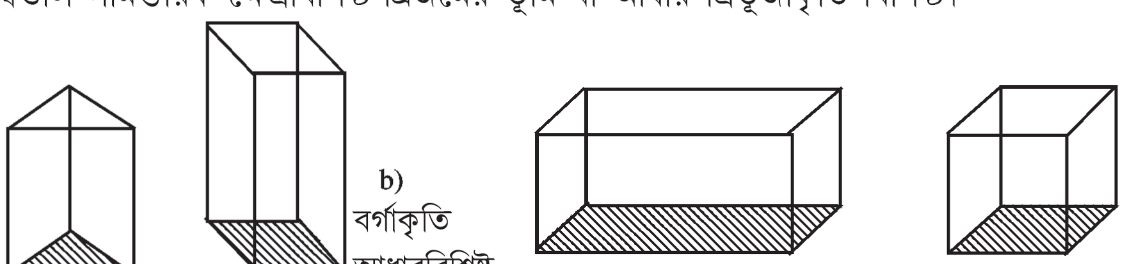
চিত্র 5.44 (c) রে ঘন পদার্থটির সমস্ত পার্শ সুষম বহুভুজ কিন্তু A শীর্ষ তিনটি পার্শ মিলিত হয় সৃষ্টি হয়ে থাকার সময়ে চারটি পার্শ মিলিত হয়ে B শীর্ষ সৃষ্টি হয়েছে।

5.8.2 বহুফলকের প্রকারভেদ :

পূর্ব অনুচ্ছেদের ছবিগুলি ঘনপদার্থ কথা আলোচ্য করে থাকাটা সেগুলি মধ্যে কয়েকটি সমতল পৃষ্ট বিশিষ্ট এবং কয়েকটি সমতল ও বক্রতল উভস্থ পৃষ্ঠ বিশিষ্ট আমরা বর্তমান ঘনবস্তুগুলি মূখ্যত দুই ভাগে বিভক্ত করব। সেগুলি হবে (i) বহুফলক এবং (ii) অন বহুফলক

যে ঘনবস্তুগুলি পৃষ্টগুলি একটি একটি বহুভূজ সেগুলি বহুফলক বলা যায়। কিন্তু যে ঘনবস্তুগুলির সমস্ত পীষ্ট বহুভূজাকৃতি বিশিষ্ট না, তাদেরকে অ-বহুফলক ঘনবস্তু বলা যায়। অন্য প্রকারে বললে অন্য বহুফলক ঘনবস্তুগুলি সমস্ত পার্শ্ব সমতল পৃষ্ঠা বিশিষ্ট না। উদাহরণ স্বরূপ কোন, সিমিন্তর এবং গোলক। বহুফলকে ভূমি এবং পার্শ্বগুলিতে প্রকার ভেদ বহু ফলকগুলি মুখ্যত দুই ভাগে বিভক্ত করা গেছে (1) প্রিজম (2) পিরামিড।

(1) প্রিজম্ ঃ প্রিজম একটি বহুফলক, যা ভূমি ও উপর পার্শ্বদ্বয় সর্বসম বহুভূজ এবং অন্যপার্শ্বগুলি সামন্তরিক ক্ষেত্রবিশিষ্ট প্রিজমের ভূমি বা আধার ত্রিভূজাকৃতি বিশিষ্ট।



(a) ত্রিভুজাকৃতি প্রিজম

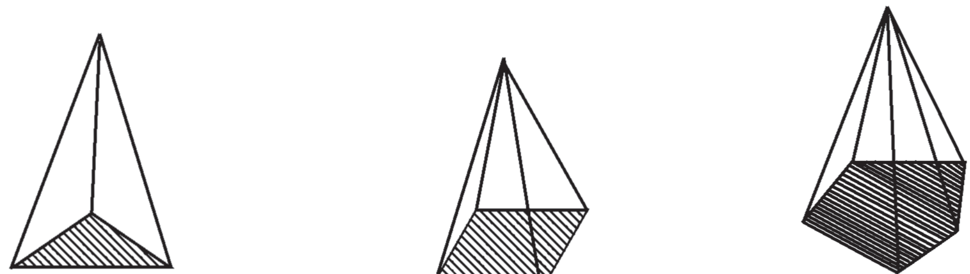
b) বর্গাকৃতি আধারবিশিষ্ট প্রিজম

(c) আয়তাকৃতি প্রিজম বা আয়তঘন

(d) সমঘন

চতুভূজাকৃতি, পঞ্চভূজাকৃতি বিশিষ্ট আদি হতে পারে। আধার অনুযায়ী প্রিজমগুলির নামকরণ করা গিয়েছে।

(2) পিরামিড (Pyramid) ঃ পিরামিড একটি বহুফলক যার ভূমি একটি বহুভূজ এবং পার্শ্বপৃষ্ঠ গুলি ত্রিভূজাকৃতি বিশিষ্ট ও একটি সাধারণ শীর্ষ **(Vertex)** বিশিষ্ট হয়ে থাকে।



(a) ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট পিরামিড (b) চতুর্ভূজাকৃতি বিশিষ্ট পিরামিড (c) পঞ্চভূজাকৃতি বিশিষ্ট পিরামিড

চিত্র (5.46)

মনে রাখ ঃ একটি প্রিজম কিম্বা একটি পিরামিডের বিশেষ নামকরণ এর ভূমিকে আধার করে হয়ে থাকে ।

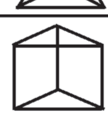
বি.দ্র.-1. যে ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট পিরামিড প্রত্যেক প্রান্তে একটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ তাকে ট্রেট্রাহেড্রা বলা যায়।

2. যে বর্গাকৃতি প্রিজমের প্রত্যেক পার্শ্বে একটি একটি বর্গাকৃতি তাকে সমঘন **(Cubed)** বলা যায়।

5.9 বহুফলকের একটি চিত্র ধার ও পার্শ **(Vertex, Faces and Edge of a polyhedron)**

প্রত্যেক বহুফলক কতগুলি বহুভূজাবৃত্তি বিশিষ্ট ক্ষেত্রকে নিয়ে গঠিত থাকে বহুফলকে পার্শ বলে। পার্শগুলি ছেদ একটি একটি রেখা খণ্ডে যার বহুফলকের ধার বলা যায়। অধিক ধারের ছেদ একটি বিন্দু সৃষ্টি হয়। তাকে বহুফলকে শীর্ষ বলে।

একটি ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট পিরামিড এবং ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট পিরামিড শীর্ষ এবং ধার সংখ্যাগুলি কর।

বহুফলক	(শীর্ষসংখ্যা V)	(পার্শ্বসংখ্যা F)	(ধারসংখ্যা E)
 ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট পিরামিড	4	4	6
 ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট প্রিজম	6	5	9

5.9.1 ইউলর এর সূত্র (Euler's Formula) :

ইউলর (Leonard Euler, 1707-1783) একটি বহুফলক শীর্ষ (V) পার্শ (F) এবং ধার (E) সংখ্যাকে নিয়ে প্রথম করে তাদের মধ্যে থাকা একটি সম্বন্ধ সূত্র আকাররে প্রণয় করেছিল। সূত্রটি হল $V + F - E = 2$

পূর্বে অনুচ্ছেদের দিয়ে যাওয়া বহুফলক চিত্রগুলি বহু ফলকে শীর্ষ পার্শ এবং ধার সংখ্যা স্থির করা (গিয়েছে)। তথ্যগুলি নিয়ে $\mathbf{V + f - E = 2}$ সূত্রের সত্যতা নিরুপন করাহয়েছে।

বহুফলক	শীর্ষ সংখ্যা(V)	পার্শ্ব সংখ্যা(P)	ধার সংখ্যা(E)	V+P-E
টেট্রাহেড্রন	4	4	6	2
আয়তঘন	8	6	12	2
পঞ্চভূজাকৃতি প্রিজিম	10	7	15	2
ত্রিভূজাকৃতি প্রিজিম	6	5	9	2
চতুর্ভূজাকৃতি প্রিজিম	5	5	8	2

সারণি 5.3

উপরিস্থ সারণীকে অনুধ্যান করলে পাব-

মনে রাখ : 1. (a) একটি প্রিজমের শীর্ষসংখ্যা এর ভূমির বাহু সংখ্যার দুই গুণ।

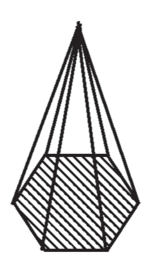
(b) একটি পিরামিডের শীর্ষ সংখ্যা এর ভূমির বাহু সংখ্যা থেকে এক অধিক।

2. (a) একটি প্রিজমে পার্শ সংখ্যা এর ভূমির বাহু সংখ্যা থেকে দুই অধিক।

(b) একটি পিরামিডে পার্শ সংখ্যা এর ভূমির বাহু সংখ্যা থেকে এক অধিক।

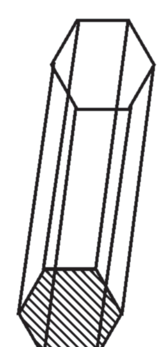
উদাহরণ : নিম্নলিখিত বহু ফলকে শীর্ষ সংখ্যা পার্শ সংখ্যা এবং ভর সংখ্যা স্থির কর। $v + f - E = 2$ সুত্রের সত্যতা নিরুপন কর।

সমাধান :



ষড়ভূজাকার পিরামিড

(চিত্র 5.47)



ষড়ভূজাকার প্রিজম

চিত্র 1 কের বহুফলকের শীর্ষ সংখ্যা $v = 7$, পাশর্ব সংখ্যা $f = 7$ এবং ধার সংখ্যা $E = 12$

$\therefore\ v + f - E = 7 + 7 - 12 = 2$

চিত্রে দুই যে বহু ফলকে শীর্ষ সংখ্যা $v = 12$

পার্শ সংখ্যা $f = 8$ এবং ধার সংখ্যা $E = 18$

$\therefore\ v + f - E = 12 + 8 - 18 = 2$

বি. দ্র. : আবশ্যক সময়েবহু ফলকের V,F এবং E স্থির করার সময় বড় কষ্ট কর হয়ে থাকে। প্রত্যেক বহু ফলকের চিত্র অঙ্কন করা কষ্ট সাধ্য যেমন 10 বাহু বিশিষ্ট পিরামিড 12 বাহু বিশিষ্ট প্রিজম ইত্যাদি চিত্র আঁকা কষ্ট সাধ্য। বিনা চিত্র অঙ্কনে যে কোন বহু ফলকের শীর্ষ সংখ্যা V পার্শ সংখ্যা F এবং ধার সংখ্যা E স্থির করতে পারা যায়। নিম্ন উদাহরণ দেখ।

উদাহরণ-2. একটি অষ্টভূজাকার বহুভূজ বিশিষ্ট পিরামিডের শীর্ষ সংখ্যা পার্শ সংখ্যা এবং ধার সংখ্যা স্থির কর।

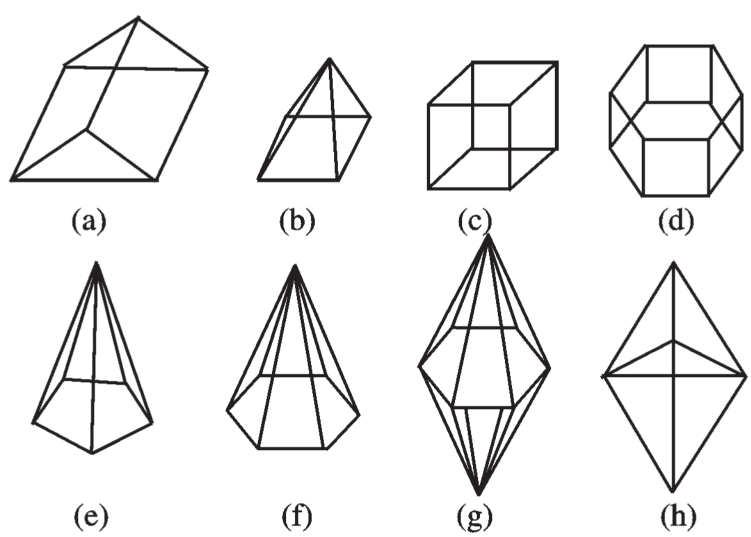
সমাধান : বহুফলকের শীর্ষ সংখ্যা V = বহু ভূজের বাহু সংখ্যা + 1 = 8 + 1 = 9

পার্শ সংখ্যা F = বহুভূজের বাহু সংখ্যা + 1 = 8 + 1 = 9

ধার সংখ্যা স্থির করার জন্য $V+F-E = 2$ এর সাহায্য নেব।

$\therefore\ 9 + 9 - E = 2 \Rightarrow E = 18 - 2 = 16$ $\therefore$ বহুভূজের ধার সংখ্যা $E = 16$

নিজে কর : নিচের চিত্রগুলি অনুধান করে। শূন্যস্থান পূরণ কর।



বহুফলক	E	V	F	V+F-F
(a)				
(b)				
(c)				
(d)				
(e)				
(f)				

অনুশীলনী—5(i)

1. শূন্যস্থান পূরণ কর :

(a) একটি ষড়ভূজাকার পিরামিডে পার্শ সংখ্যা ________।

(b) টেট্রাহেড্রনের শীর্ষ সংখ্যা ______।

(c) আটটি ধার বিশিষ্ট একটি পিরামিডে পার্শ সংখ্যা _______।

(d) একটি চতুভূজাকার প্রিজমের শীর্ষ সংখ্যা _______।

(e) একটি পঞ্চভূজাকার প্রিজমের ধার সংখ্যা _______।

(f) N বাহুবিশিষ্ট বহুভূজাকৃতি পিরামিডের পার্শ সংখ্যা _______।

(g) N বাহুবিশিষ্ট বহু ভূজাকৃতি প্রিজমের শীর্ষ সংখ্যা ________।

(h) একটি বহুফলকে ধার সংখ্যা 12 পার্শ সংখ্যা 6 হলে শীর্ষ সংখ্যা ______।

(i) একটি বহুফলকে ধার সংখ্যা 30 এবং শীর্ষ সংখ্যা 20 হলে পার্শ সংখ্যা ______।

(j) একটি ত্রিভুজাকার পিরামিডের শীর্ষ সংখ্যা _______ পার্শ সংখ্যা ______ ধার সংখ্যা ______।

2. একটি বহুফলকের শীর্ষ সংখ্যা ও পার্শ সংখ্যা 7 ও 10 হলে উক্ত বহু ফলকের ধার সংখ্যা কত।

3. একটি বহুফলকে পার্শ সংখ্যা ও ধার সংখ্যা 6 ও 12 হলে শীর্ষ সংখ্যা কত।

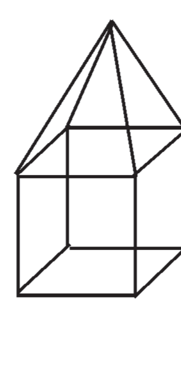
4. একটি বর্গাকৃতি প্রিজম এবং সমঘনেব মধ্যে কোন পার্থক্য লক্ষ হয়। ছবি দ্বারা দেখাও।

5. বহুফলক যে কোনো একটি উদাহরণ নিয়ে দেখাও যে শীর্ষ সংখ্যা ও পার্শ সংখ্যার সমষ্টি ধার সংখ্যা থেকে দুই অধিক।

6. ইউলর সূত্র প্রয়গে নীচের ঘরে থাকা শূন্যস্থানগুলি পূরণ কর :

পার্শ্ব সংখ্যা		5	20
শীর্ষ সংখ্যা	6		12
ধার সংখ্যা	12	9	

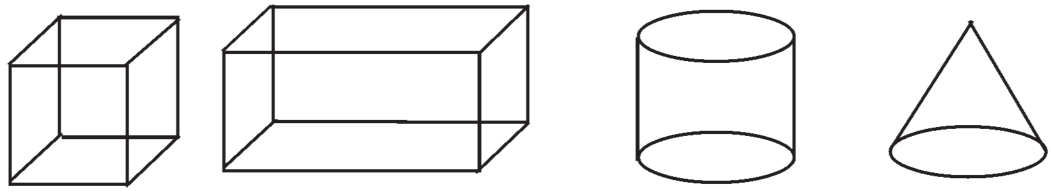
7. পাশের চিত্রে শীর্ষ ধার এবং পার্শ সংখ্যা স্থির করে ইউলর সূত্রের সত্বতা পরীক্ষা কর।



(চিত্র 5.48)

5.10 ঘনবস্তু (বহুফলক)র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল (Surface Area of a Polyhedron)

আগের অনুচ্ছেদ আমরা বহুফলকের ধারণা পেয়েছি। সমতল পার্শবিশিষ্ট এটি বহুফলকের আকৃতি সহিত মধ্য পরিচিতি হয়ে গেছে। সমঘন, আয়তঘন প্রভৃতি বহুফলকের পার্শ্ব, সামতলিক পৃষ্ঠে হয়ে থাকা সময় সিলিন্ডার, কোন্ প্রভৃতি ঘনপদার্থগুলির (অনবহুফলক) পার্শ্ব বক্রতল বিশিষ্ট।



সমঘন, আয়তঘন সিলিন্ডার কোন্

(চিত্র 5.49)

আয়তঘন ও সমঘনর মত ত্রি-মাত্রিক (Three-Dimentional বা 3-D) বস্তুগুলির সীমাবদ্ধ। তল বা পার্শকে ক্ষেত্র বলা যায় এব প্রত্যেক পার্শ্বের ক্ষেত্রফল থাকে।

যেহেতু পার্শ দ্বি-মাত্রিক (Two-Dimentional)তাই পার্শের ক্ষেত্রফল নির্ণয় জন্য যে কোনো দুটি মান (দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ) জানার প্রয়োজন হবে।

5.10.1 ক্ষেত্রফলের মাপ

(i) ক্ষেত্রকে মাপার জন্য প্রথম পর্য্যায়টি হচ্ছে মাপার একক নির্ধারণ কর যে বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য একটি একক তার ক্ষেত্রফলকে একটি বর্গ একক ভাবে গ্রহণ করা যায়। যথা 1 সেমি দীর্ঘ বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। বর্গ সেমি । সেরকম 1 মি দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 1 বর্গ মিটার।

(ii) একটি আয়তক্ষেত্র মধ্যে 1 একক ব্যবধান এর বাহুসহ সামান্যর রেখাগুলি টেনে একে কতকগুলি একক বর্গক্ষেত্রে পরিণত করা যায়। এই ছোট বর্গক্ষেত্রকে গোনার দ্বারা যে সংখ্যা পাওয়া যায়, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থর গুণফলে সেই সংখ্যা পাওয়া যায়। যথা—5 সেমি দৈর্ঘ্য ও 4 সেমি প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্র মধ্যে 1 সেমি এর ব্যবধান বাহু সহিত সমন্যর করে সরলরেখা টানা দ্বারা দেখা যায় যে আয়তক্ষেত্রটি 20টি 1 সেমি দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের বিভক্ত হয়েছে। চিত্রে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সহিত সংযুক্ত সংখ্যা 5 ও 4 থেকে 20 মিলে। এরকম অনুধাবন আমরা জানলাম যে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ গুণফল অটো।

অর্থাৎ 20 বর্গসেমি = 5 সেমি × 4 সেমি

∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ

যথাক্রমে l একক ও b একক হল আয়তক্ষেত্রর

ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গএকক।

(চিত্র 5.50)

$= l \times b$ বর্গ একক ও বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে

বর্গক্ষেরের ক্ষেত্রফল = (বাহুর দৈর্ঘ্য)^2 বর্গএকক = a^2 বর্গএকক।

বি. দ্র. : উক্ত অনুচ্ছেদে কেবল আয়তকার ও বর্গাকার প্রিজম অর্থাৎ আয়তঘন ও সমঘনর পৃষ্ঠতল সম্বন্ধীয় আলোচনা করব।

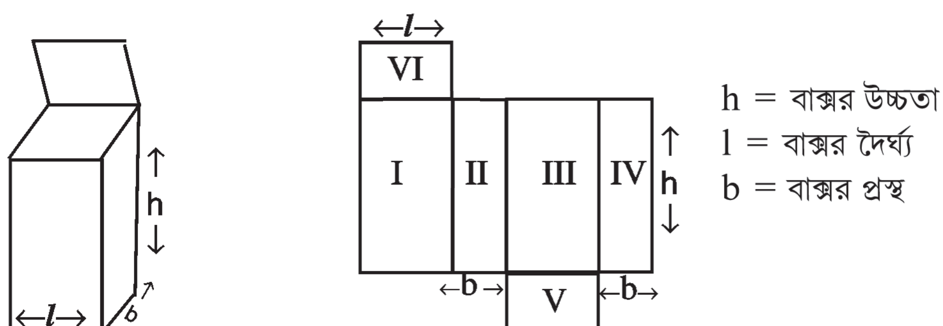
সমঘন প্রত্যেক পার্শ একটি করে বর্গক্ষেত্র এবং আয়তঘন প্রত্যেক পার্শ্ব একটি করে আয়তক্ষেত্র কারণ সমঘন ও আয়তঘন যথাক্রমে বর্গাকৃতি এবং আয়তাকৃতি প্রিজম। এগুলি প্রত্যেকে একটি একটি বহু ফলক।

5.10.2 পৃষ্ঠর ক্ষেত্রফল

একটি আয়তঘনাকৃতি ঘরকে লক্ষ্য কর, ঘরের ভিতরে যাও। যেখানে তুমি ঘরের ছাদ, মেজে, ব্যতীত ঘরের চারটি দেওয়াল দেখবে, ঘরের ছাদ ও মেজে ব্যতীত ঘরের চারপার্শে দেওয়াল কে আমরা ঘরের পার্শ্বতল বলব এবং এ সমস্ত মাপকে পার্শতল বা পার্শ পৃষ্ঠ তলের ক্ষেত্রফল বলব।

সেরকম একটি আয়তঘনাকৃতি বাস্কের ডাকনা ও বাস্কের তলভাগকে ছেড়ে দিলে বাস্কের চারটি পার্শ তলকে দেখব। ঘরের চার দেওয়ালকে চুন দিয়ে বাস্কর ভিতর দিকে রং দেব ইত্যাদির আবশ্যকতা পড়ে। সেই সময়ে আমরা পাল্লাগুলির ক্ষেত্রফল জানা দরকার। ক্ষেত্রফল জানার দ্বারা চুন করা পরিমাপ এবং তার জন্য অনুমানিক ঘরের পরিমান কল্পনা করা সহজ হয়ে থাকে।

এস আয়তঘনাকৃতি বাস্কটির পৃষ্ঠতলর ক্ষেত্রফল এবং এর জন্য পৃষ্ঠগুলির ক্ষেত্রফল কিভাবে স্থির করব তা বুঝব।



(i) আয়তঘনাকার বাস্ক

(ii) বাক্সর সমস্ত পার্শ খোলা আছে যাকে বাক্সের নক্সা বলাহয়।

(চিত্র 5.51)

বাস্কের সমুদয়ে ছয়টি পার্শ মধ্যে দুটি পার্শ (i) ও (ii) এর ক্ষেত্রল সমান অন্য দুটি পার্শ (iii) ও (iv) এর ক্ষেত্রফল সমান এবং ভূমি ও ঢাকনা (v) ও (vi) ক্ষেত্রফল সমান।

এর প্রত্যেক পার্শ একটি একটি আয়তচিত্র তাই প্রত্যেক পার্শের ক্ষেত্রফল স্থির করা যাবে। আয়তঘনাকার সমস্ত পার্শের ক্ষেত্রফল অর্থাৎ সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল (Whole surface area)।

= (i) ক্ষেত্রফল + (ii) র ক্ষেত্রফল + (iii) র ক্ষেত্রফল – (iv) র ক্ষেত্রফল – (iv) র ক্ষেত্রফল + (v) র ক্ষেত্রফল + (vi) র ক্ষেত্রফল।

$= l \times h + b \times h + l \times h + b \times h + l \times b + l \times b$
$= 2\ (l \times h + b \times h + l \times b)$ ......(i)
এবং আয়তঘনর পার্শ পৃষ্ঠর ক্ষেত্রফল (Lateral surface area)
= I র ক্ষেত্রফল + II র ক্ষেত্রফল + III র ক্ষেত্রফল + IV র ক্ষেত্রফল
$= l \times h + b \times h + l \times h + b \times h$
$= 2l \times h + 2b \times h = 2h\ (l + b)$ .... (ii)

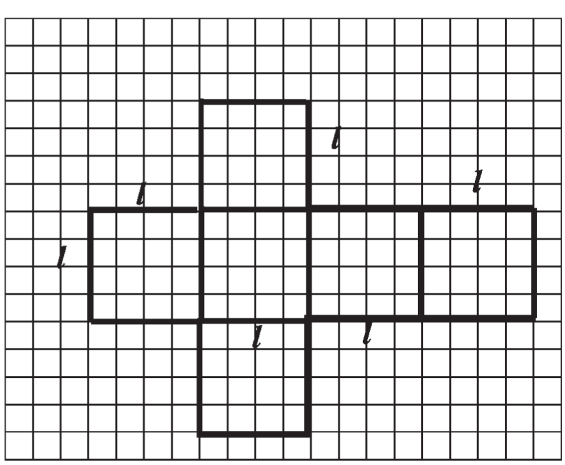
সূত্র : আয়তঘনর সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = 2 (দৈর্ঘ্য × উচ্চতা) + (প্রস্থ × উচ্চতা)+ (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ)
এবং পার্শ্ব পৃষ্ঠের্ব্ব ক্ষেত্রফল = 2 × উচ্চতা (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

উদাহরণ-3. কাঠের বাস্কর দৈর্ঘ্য প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে 20 সেমি, 15 সেমি এবং 10 সেমি হলে কাঠ বাস্কের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল স্থির কর।

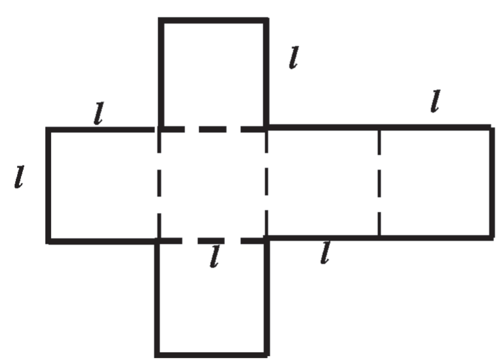
সমাধান : এখানে $l = 20$ সেমি, $b = 15$ সেমি এবং $h = 10$ সেমি
সমগ্র পৃষ্ঠর ক্ষেত্রফল $= 2\ (lh + bh + lb)$
$= 2\ (20 \times 10 + 15 \times 10 + 20 \times 15)$ ব. সেমি
$= 2\ (200 + 150 + 300)$ ব. সেমি
$= 2 \times 650$
$= 1300$ বর্গসেমি.

তোমার জন্য কাজ :

1. একটি গ্রাফ কাগজ আন। দেখা যাওয়ার মতন বর্গ কাগজের চিত্র কর এবং কাগজে এটিকে কেটে বের করে আন।



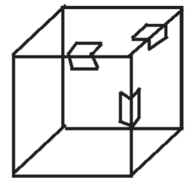
(চিত্র 5.52)



(চিত্র 5.53)

2. ডট চিহ্নিত রেখাখণ্ড থেকে কাগজটিকে ভেঙে একটি বহুফলক সৃষ্টি কর। আঠা দ্বারা ধারগুলি জুড়ে দাও। (চিত্র 5.54 দেখ)

3. কাগজটিকে ভেঙে আঠা কাগজের জোড়া দ্বারা এটি কোন এক ঘনপদার্থে পরিণত হল।



(চিত্র 5.54)

4. নস্কা থেকে সৃষ্টি হয়ে থাকা ঘন পদার্থর পার্শ্ব সংখ্যা এবং প্রত্যেক পার্শ্বের ক্ষেত্রফল স্থির কর।

5. সমঘনের বাহুর দৈর্ঘ্য l একক হলে পার্শ পৃষ্ঠর ক্ষেত্রফল এবং সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল স্থির কর।

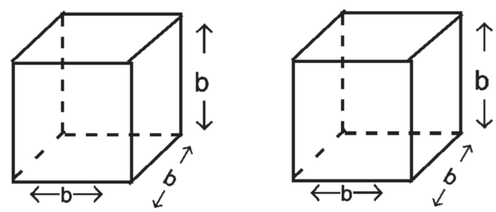
এখন বলতে পারাব কি ইহার পার্শ্বপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $4l^2$ এবং সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $6l^2$?

উদাহরণ-4. একটি সমঘন বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সেমি হলে উক্ত সমঘন সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল এবং পার্শ পৃষ্ঠার ক্ষেত্রফল স্থির কর।

সমাধান : সমঘনের বাহুর দৈর্ঘ্য = l = 10 সেমি

$\therefore$ $\boxed{\text{সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} = 6l^2}$ $= 6 \times (10)^2 = 600$ বর্গসেমি.

$\boxed{\text{পার্শ্ব পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} = 4l^2}$ $= 4(10)^2 = 400$ বর্গসেমি.



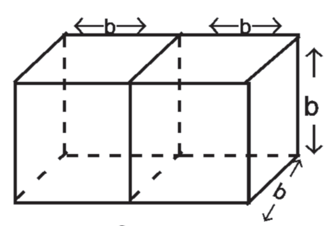
(চিত্র 5.55)

নিজে কর :

1.দুটি সমঘন নাও যার বাহুর দৈর্ঘ্য b একক।

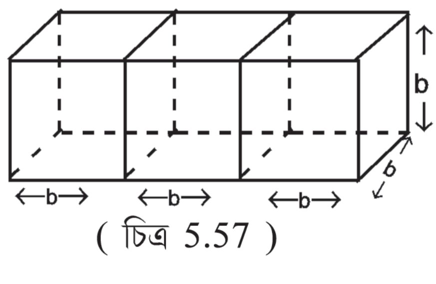
2.দুটি সমঘনকে জুড়ে অন্য একটি ঘনবস্তু সৃষ্টি কর।

3.বর্তমান নতুন ঘন পদার্থের পৃষ্ঠদের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি স্থির কর।



(চিত্র 5.56)

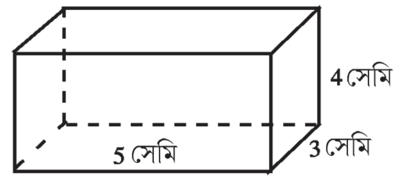
4.এর মত তিনটি সমঘনকে জুড়ে যে ঘনপদার্থ সৃষ্টি হবে তার মধ্য সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল স্থির কর।



(চিত্র 5.57)

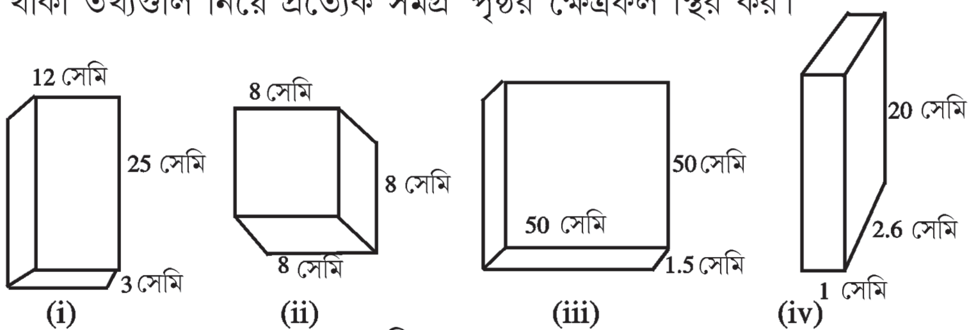
অনুশীলনী—5(j)

1. পাশের একটি আয়তক্ষনের চিত্র দেখানো হয়েছে এর দুটি ভিন্ন নক্সা প্রস্তুত কর।



(চিত্র 5.58)

2. প্রদর্শিত আয়তঘন এবং সমঘন ছবিগুলি দেখ। দেওয়া থাকা তথ্যগুলি নিয়ে প্রত্যেক সমগ্র পৃষ্ঠর ক্ষেত্রফল স্থির কর।



(চিত্র 5.59)

3. একটি আয়তঘনর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 15 সেমি, 12 সেমি ও 10 সেমি হলে এর সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও পার্শ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

4. একটি সমঘনকৃতি বাস্কর দৈর্ঘ্য 2.5 সেমি হলে এর সমগ্র পৃষ্ঠর ক্ষেত্রফল ও পার্শ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল স্থির কর।

5. তিনটি সমঘনকে জুড়ে একটি আয়তঘন পরিণত করা হল। সমঘন বাহুর দৈর্ঘ্য 30 সেমি হলে, আয়তঘনর পার্শপৃষ্টগুলি ক্ষেত্রফল সমষ্টি স্থির কর।

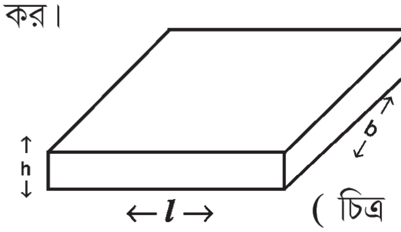
6. কার্ডবোর্ড দ্বারা একটি উপর খোলা সমঘনকৃতি বাস্ক তৈরি করা হল। বাস্কর দৈর্ঘ্য 18 সেমি হলে বাস্কর সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত হবে স্থির কর।

7. পাশের আয়তঘনর চিত্রকে লক্ষ করে বল ঃ

(i) আয়তঘনর সমগ্র পৃষ্ঠর ক্ষেত্রফল

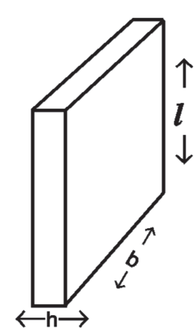
= পার্শ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল + 2 × ভূমির ক্ষেত্রফল

হওয়া সম্ভব কি?



(চিত্র 5.60)

(ii) দত্ত আয়তঘনাকারকৃতি বিশিষ্ট বস্তুর (চিত্র 5.60 এ দেখানো) যদি আমরা ভূমির দৈর্ঘ্যকে উচ্চতা এবং উচ্চতাকে ভূমির দৈর্ঘ্য নেব তবে এর সমগ্র পার্শ্বপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের কিছু পরিবর্তন হবে কি?



(চিত্র 5.61)

5.11 ঘনবস্তুর ঘনফল (Volume of apolyhedron) :

প্রতিদিন তোমরা বই, ইট, পাথরখণ্ড, লোহার নল, রুললাঠি ও বাস্ক ইত্যাদি পদার্থদের সংস্পর্শে আসছি। যে পদার্থ থেকে সমতল ভূমির পৃষ্ঠে রাখলে পদার্থর কিছু অংশ ভূমিকে লেগে থাকে এবং অন্য ভাগটি শূন্য। বায়ু বা জল মধ্যে স্থান অধিকার করে থাকে যে পদার্থকে ঘনপদার্থ বলে। **প্রত্যেক ঘন পদার্থ বাষ্পকে জমে বা কিছু স্থান অধিকার করে থাকে। এই অধিকৃত স্থান পরিমাপকে ঘন পদার্থের আয়তন বা ঘনফল বলে।**

আমরা জানি দুটি রেখাখণ্ডকে তাদের দৈর্ঘ্য মাধ্যমে দুটি বর্গচিত্র বা আয়তচিত্রকে তাদের ক্ষেত্রফলের মাধ্যমে তুলনা করা হয়ে থাকে। সেরকম দুটি ঘনবস্তু মধ্যে তুলনা কেবল তারা বায়ু জলে বা শূন্য অধিকার করে থাকা স্থান অথবা তাদের ঘনফল মাধ্যমে করা হয়ে থাকে।

ঘনফল (Volume): কোনো ঘনবস্তু বায়ু জল অথবা শূন্যে অধিকার করে থাকা স্থানের পরিমাপকে উক্ত বস্তর ঘনফল বা আয়তন বলা যায় (Amount of space occupied by the solid is called volune)।

5.11. 1 ঘনফলের একক

আমরা জানি যে একটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের মাপ সূচিত করার সব যেমন বর্গ একক ব্যবহার করাহয়, সেরকম একটি ঘনবস্তুর আয়তন ও মাপকে সূচিত করার জন্য ঘন একক ব্যবহার করা যায়।

একটি ক্ষেত্রর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার জন্য যেমন আমাদের উক্ত ক্ষেত্রকে 1 একক বাহুবিশিষ্ট কয়েকটি বর্গক্ষেত্র বিভক্ত করে থ্যাকি ঠিক সেরকম কোনো ঘন পদার্থর ঘনফল নির্ণয় করার জন্য তাকে আমরা 1 একক বাহু বিশিষ্ট সমঘনয়ের বিভক্ত করা আবশ্যক।

1 ঘনসেমি বললে আমরা বুঝব যে 1 সেমি দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট একটি সমঘন দ্বারা অধিকৃত সমঘনের কম 1 ঘন মি বললে, 1 মি দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট একটি সমঘন দ্বারা অধিকৃত স্থান।

ঘনফলেল একক

1000 ঘন মিলিমিটার = 1 ঘন সেমি

1000 ঘন সেমি = 1 ঘন ডেসিমি

1000 ঘন ডেসমি = 1 ঘন মি

1000 ঘন মি = 1 ঘন ডেকামি

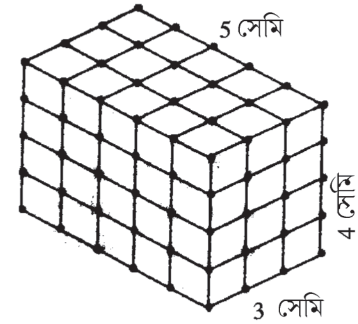
1000 ঘন ডেকামি = 1 ঘন হেক্টমি

1000 ঘন হেক্টামি = 1 ঘন কিমি

বি. দ্র. আমরা এখানে কেবল বর্গক্ষেত্র বা আয়তক্ষেত্র ভূমি বিশিষ্ট প্রিজম অথবা সমঘন বা আয়তঘন ও ঘনফল স্থির করার সূত্রগুলি আলোচনা করব।

5.11.2 আয়তঘন ও সমঘনর ঘনফল

1. আয়তঘনর ঘনফল ঃ

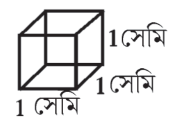


পাশের চিত্রে দেখ

এটি একটি আয়তঘন চিত্র। যার দৈর্ঘ্য প্রস্থ

এবং উচ্চতা যথাক্রমে 5 সেমি, 3 সেমি ও 4 সেমি।

উক্ত আয়তঘনকে 1 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট কতগুলি



সমঘন পরিণত করা গেছে।

আয়তঘনটি সমুদয় 60টি 1 সেমি দৈর্ঘ্য বাহু বিশিষ্ট সমঘনে পরিণত হয়েছে।

আমরা জানি 1 সেমি দীর্ঘ্য বাহু বিশিষ্ট একটি সমঘনের ঘনফল 1 ঘনসেমি

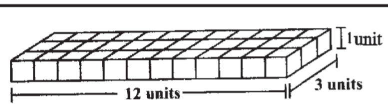
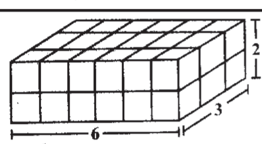
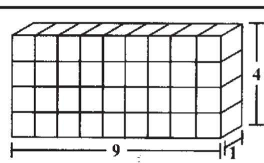
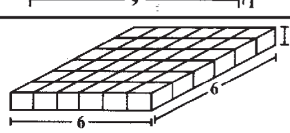
∴ প্রদত্ত আয়তঘনর ঘনফল = 60 ঘনসেমি

= 5 সেমি × 4 সেমি × 3 সেমি

আয়তঘনের ঘনফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা অথবা ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা।

তোমার জন্য কাজ : সমান দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট 36 টি সমঘন নাও বিভিন্ন উপায়ে একটি সমান ঘনফল বিশিষ্ট সমঘনগুলি সাজিয়ে রাখ। ভিন্ন উপায়গুলি নিচে সারণীতে দেওয়া গেছে।

শূন্যস্থান পূরণ কর।

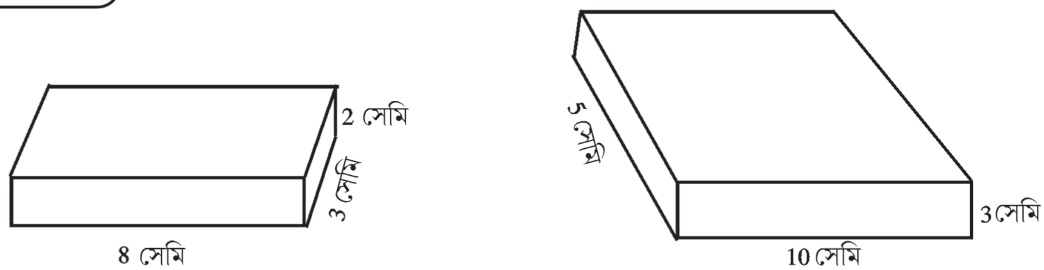
	আয়তঘন	দৈর্ঘ্য	প্রস্থ	উচ্চতা	l x b x h
(i)		12	3	1	12x3x1=36 ঘনএকক
(ii)					
(iii)					
(iv)					

সারণি 5.6

এখান থেকে কী বুঝলে?

প্রত্যেক আয়তঘন 36টি সমঘনকে নিয়ে তৈরী হয়েছে। তাই প্রত্যেক আয়তঘনের মান হল 36 ঘন একক এখান থেকে স্পষ্ট হল প্রত্যেক ক্ষেত্রে আয়তঘনের ঘনফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা এবং আয়তঘনের ঘনফল = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা।

নিজে কর : যে চিত্রে দেওয়া আছে আয়তঘন গুলি ঘনফল স্থির কর।



(চিত্র 5.63)

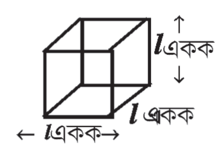
2. সমঘনের ঘনফল :

সমঘন হচ্ছে একটি আয়তঘন যা দৈর্ঘ্য প্রস্ত এবং উচ্চতা = অথবা যে আয়তক্ষনের সমস্ত পার্শ সমক্ষেত্র ফল বিশিষ্ট একটি বর্গচিত্র তা সমঘনে আছে

আমরা জানি আয়তঘনের ঘনফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা।

∴ সমঘনের ঘনফল = L একক × L একক × L একক

= L^3 ঘনএকক।

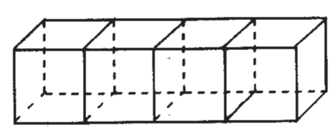


(চিত্র 5.64)

নিজে কর : সমঘনগুলির ঘনফল স্থির কর।

(a) সমঘনের বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি

(b) সমঘনের বাহুর দৈর্ঘ্য 1.5 মিটার।



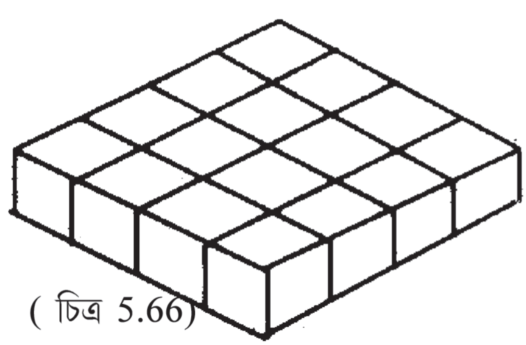
(চিত্র 5.65)

তোমার জন্য কাজ :

(1) 64টি সমঘনফল বিশিষ্ট সমঘন নাও।

(2) 4টি সমঘনককে জুড়ে একটি আয়তঘন প্রস্তুত কর। যার মাপ 4 সেমি × 1 সেমি × 1 সেমি হবে।

(3) এরকম চারটি আয়তঘনকে কাছাকাছি রায়ে একটি নতুন আয়তঘন প্রস্তুত কর। যার মাপ 4 সেমি × 4 সেমি × 1 সেমি হবে।



(চিত্র 5.66)

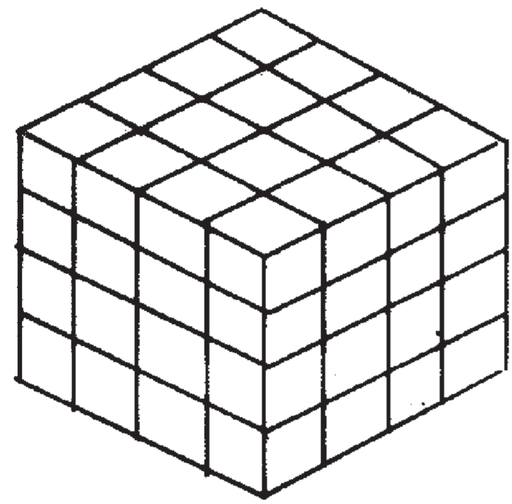
(4) সোপান তিন প্রস্তুত চারটি আয়তঘনকে উপরে উপবে রেখে পুনরায় একটি নতুন আয়তঘনকে তৈরি কর।

যার মাপ 4 সেমি, 4 সেমি × 4 সেমি হবে এই আয়তঘনকে 64টি সমঘনকে নিয়ে তৈরি হয়ে থাকা জন্য ঘনফল 64 ঘনসেমি আয়তঘনের ঘনফল = 4 সেমি × 4 ঘনসেমি × 4 ঘনসেমি

= দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা।

এখানে আয়তঘনের দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা হয়ে থাকার আয়তঘনটি একটি সমঘন

এর ঘনফল $(4)^3$ ঘনসেমি।



(চিত্র 5.67)

∴ সমঘনের ঘনফল = (বাহুর দৈর্ঘ্য)^3 ঘনএকক।

উদাহরণ-5. একটি জলের ট্যাঙ্কের ভেতরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 75 সেমি, 60 সেমি ও 46 সেমি তবে ট্র্যাঙ্কটির কতঘন সেমি জল থাকবে এবং একে লিটারে প্রকাশ কর।

সমাধান : জল ট্র্যাঙ্কটির ভিতরের দৈর্ঘ্য 75 সেমি প্রস্থ 60 সেমি এবং উচতা 46 সেমি।

∴ জলের আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা = 75 × 60 × 46 ঘনসেমি = 207,000 ঘনসেমি = 207000 ÷ 1000 , 207 লিটার।

উদাহরণ-6. 15 সেমি দৈর্ঘ্য বাহু বিশিষ্ট কয়টি সমঘনাকৃতি ধাতক পদার্থ 1.5 মি × 90 সেমি × 75 সেমি মাপ বিশিষ্ট একটি আয়তঘনকার বাকস্কে সাজিয়ে রাখা যাবে?

সমাধান : সমকোণের আয়তন 15^3 = 3375 ঘনসেমি বাস্কের আয়তন = 1.5 মি × 90 সেমি × 75 সেমি = 1050 সেমি × 90 সেমি × 75 সেমি = 1012500 ঘনসেমি।

∴ সমঘন সংখ্যা = $\frac{1010500}{3375}$ = 300 অথবা

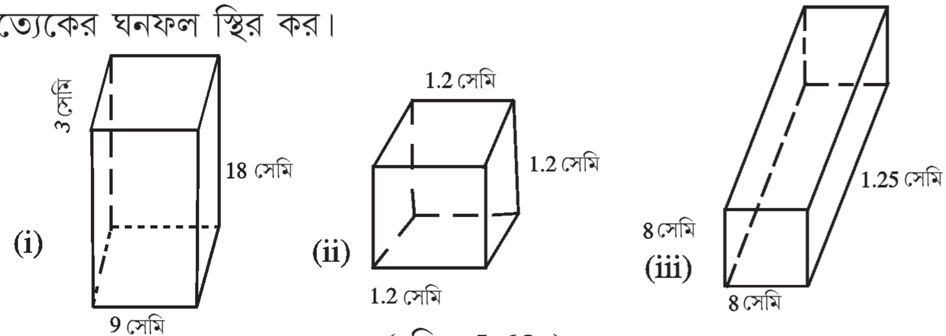
∴ নির্ণেয় সমঘন সংখ্যা = $\frac{150\times90\times75}{15\times15\times50}$ = 300

অনুশীলনী—5(k)

1. 75 মিমি দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট একটি সমঘন কত ঘনসেমি স্থান অধিকার করবে।

2. একটি স্কুলের অডিটেরিয়ামে মাপ 45 মি × 20 মি × 16 মি যদি কোন ছাত্র 64 ঘন মি বায়ু আবশ্যক করে থাকে তবে অডিটরিয়ামটি সর্বাধিক কতজন ছাত্র জন্য যথেষ্ট হবে।

3. নীচের চিত্রগুলি প্রদর্শিত আয়তঘন ও সমঘনগুলির মাত্রা দেওয়া গেছে। এই তথ্যগুলি ব্যবহার করে প্রত্যেকের ঘনফল স্থির কর।



(চিত্র 5.68)

4. যদি 12 সেমি দীর্ঘ বাহু বিশিষ্ট একটি ধাতব সমঘনকে 18 সেমি দৈর্ঘ্য এবং 15 সেমি প্রস্থ বিশিষ্ট একটি আয়তঘন প্রস্তুত করা যায় তবে আয়তঘনের উচ্চতা কত হবে?
5. একটি সমঘনের ঘনফল 8000 ঘনসেমি এর বাহু দৈর্ঘ্য স্থির কর।
6. একটি আয়তঘনের উচ্চতা স্থির কর। যখন এর ভূমির ক্ষেত্রফল 180 বর্গসেমি এবং আয়তন 900 ঘনসেমি হয়ে থাকবে।
7. একটি আয়তঘনকে আকৃতি বিশিষ্ট বাক্সের ভেতরে মাপ 60 সেমি × 54 সেমি × 30 সেমি, 6 সেমি দীর্ঘ বাহু বিশিষ্ট কয়টি সমঘনকে উক্ত বাক্সের মধ্যে থাকতে পাড়বে।

অনুশীলনী—1A

1. (i) অসংখ্য (ii) দুটি (iii) একটি (iv) একটি 2.✓ (ii), (iii), (vi), (vii) (×) (i) (iv) (v)
3. (a) 6টি (b) 4টি 4. A-C-B 5. 3টি জোড়া

অনুশীলনী—1B

(i) (a) একটি (b) মির্স (c) সন্নিহিত (d) ∠APQ, ∠BPQ (e) সন্নিহিত (f) ∠b ও d ∠A ও d) 2. (a) 180° (b) 60 (c) 60 (d) 314115 (e) 90°-X (f) 180°-S’ (g) 180–80° 3. ∠ কোণের অন্তরদেশ এবং কোণের বহিরদেশ 4. (a) 45° (b) 55° (c) 90° (d) 130° 5. (i) ∠F (ii). ∠C (iii) ∠B (iv) ∠E
6. (1) 60° (2) 29° (3) 309° 78° 78° 9.(1) 36 (2) 42 10. 18

অনুশীলনী—2

1. c, d, e, f, k ঠিক উক্তি অবশিষ্ট ভুল উক্তি 2.A B C D E প্রত্যেক উত্তর 3
4. M∠A = 58° M∠C db = 127° M∠C = 59° 5. M∠L 72° সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
6. MC 5C° Mb = 60° Ma = 70° 7. (1) 90° (2) 45° (3) 60° (4) 90° (5) 4b = ac
8.75°, 15° 9. (a) B (b) 132° (c) 70° (d) 158° 10. ML = 45° ML2 = 45° ML3 = 48°
12.50° 14. 90° 15. (1) 65° (2) 50° (3) 70° (4) 16° 40 (5) 60° (8) 80° 17. 58°, 67° 55°
18.90°, 60°, 30° 20. Ma = 90°, Mb = 60°, MC = 30°

অনুশীলনী—3A

1. ✓ A, e, g, h, i (2) × b, c, d, d,
2. (a) বাহুদের দৈর্ঘ্য আর b হচ্ছে Δ ভুজাকার (c) লম্ব (d) বাহুদের দৈর্ঘ্য (e) ট্রাপিজিয়াম (f) সামন্তরিক চিত্র (g) উচ্চতা (h) আয়তচিত্র

অনুশীলনী—3b

1. (a) সামন্তরিক চিত্র (b) লম্ব (c) বর্গচিত্র (d) আয়তচিত্র (e) সামন্তরিক চিত্র (f) 180°
2. ✓ a, b, d, g (b) c, e, f

3. a, c, d, e, f, t, অবশিষ্ট ভুল উক্তি। 4. Mb∠110°, MC∠70° Md∠110 5. 72°, 108°, 27°, 108° 6. 18°, 54°, 126°, 162° 7. রম্বর্স চিত্র 9. 110° 10. M∠A = M∠C = 110° Mb∠ = Md∠ = 80° 11. M∠70° M∠Mnb = 180° 12. ∠45°, 135°, 45° 135° 13. M∠C = M∠Q = M∠t = M∠a M∠a = ∠Mt = M∠C ĐA = M∠C = 110° M∠b = M∠d = 70° 14. 27 একক 15. 1 = 12% , 52 = 13

অনুশীলনী–5A

1. 5 মিটার 2. 13 সেমি 3. 25 সেমি 4. 17 মিটার 5. 2.5 সেমি 6. 26 সেমি

2. (1) 0.7 সেমি (2) 0.9 মিটার (3) 5 সেমি (4) 275 মিটার (5) 115 মি 8. 236 বর্গমি.

অনুশীলনী–5B

1. 12 সেমি (2) 80 সেমি (3) 25 সেমি (4) 13 সেমি 2. (1) $8\sqrt{2}$ সেমি (2) $7\sqrt{27}$ সেমি (3) $20\sqrt{2}$ সেমি (4) $\frac{25}{\sqrt{2}}$ সেমি 3. (1) $7\sqrt{2}$ সেমি (2) $9\sqrt{2}$ সেমি (3) 88 সেমি (4) $2\sqrt{2}$ সেমি 4. (1) 85 মি (2) 50 মি 5. (1) $4\sqrt{3}$ সেমি 6. 90° সেমি 7. 488 সেমি 8. 50 সেমি, 96 সেমি 9. $4\sqrt{2}$ মি 10. 220 সেমি এবং $5\sqrt{2}$ সেমি

অনুশীলনী–5C

1. 120 মি. 2. 40 মি, 20 মি 3. 22440 টাকা 4. (1) 16 বর্গমি, 1278 টাকা 40 পয়সা

5. 50 6. (i) 0 (2) $\sqrt{4}$ টাকা 7. 482 বর্গমি

অনুশীলনী–5D

1.86.7 ব.মি ডেমি 2. 165 বর্গমি 3. (1) $90\sqrt{3}$ বর্গসেমি (2) $96\sqrt{3}$ বর্গসেমি 4. (1) $48\sqrt{3}$ বর্গ ডেসিমি (2) 660 বর্গমি (3) $\frac{3}{2}\sqrt{y^2 - \frac{x^2}{4}}$ বর্গসেমি 6. $21\frac{3}{7}$ সেমি 7. 6.1 8. 72000 বর্গডেসিমি 9. 44 মি. 10. (1) 84 বর্গসেমি (2) 204 বর্গসেমি (3) 756 বর্গমি 11. 84 বর্গসেমি, 8 সেমি 12. 64 বর্গসেমি 13. 7.26 বর্গমি

14. 28 সেমি 15. 482 সেমি।

অনুশীলনী–5E

1. (1) 720 বর্গসেমি (2) 26520 বর্গসেমি (3) 40 বর্গমি 2. 672 বর্গমি 3. 12096 বর্গসেমি 4. $31\frac{5}{3}$ সেমি 5. 16 সেমি 6. 12 বর্গমি 7. 27 মি

অনুশীলনী–5F

1. (1) 60 বর্গসেমি 2. 154 বর্গমি 3. 32 বর্গমি 2.(1) 25 সেমি (2) 25 মি (3) 7.7 সেমি, 1.5 মি 3. 40 মি 2. 1.16 মি 4. 36 মি ও 108 মি 5. 36 সেমি 6. $72\sqrt{3}$ বর্গসেমি 7. $2\sqrt{7}$ মি ও $6\sqrt{7}$ বর্গমি

অনুশীলনী–5g

1. (1) 720 বর্গমি 2. 32 বর্গমি 3. 910 বর্গমি. 2. (1) 27 মি ও 33 মি (3) 80 মি (4) 588 বর্গসেমি (5) 1090 বর্গমি 6. 12 মি 7. 140 বর্গমি.

অনুশীলনী–5h

1. 2. 3. 5 বসেমি 2.15 বর্গসেমি 3. 90 বর্গডেসি 4. 20 বর্গমি5. 1056 বর্গসেমি 6. 336 বর্গমি 7. 2.592 বর্গসেমি 8. 442 বর্গসেমি 9. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ মি 12. 25 বর্গমি 10.15.92 বর্গমি

অনুশীলনী–5(i)

1.(a) 7 (b) 4 (c) 9 (d) 8 (e) 10 (f) N + 1 (g) 2N (h) 8 (i) 12 (j) 446

2.2 3. 8 6.85.10

অনুশীলনী–5(j)

2.(1) 822 বর্গসেমি (2) 384 বর্গসেমি (3) 5300 বর্গসেমি

1**অনুশীলনী–5(k)**

1. (1) 486 বর্গসেমি। (2) 1.728 বর্গসেমি। (3) 8000 বর্গসেমি। (2) 42188 ঘনসেমি। (3) 225 জন। (4) 6.4 সেমি। (5) 20 সেমি। (6) 5 সেমি। (7) 850 সেমি।